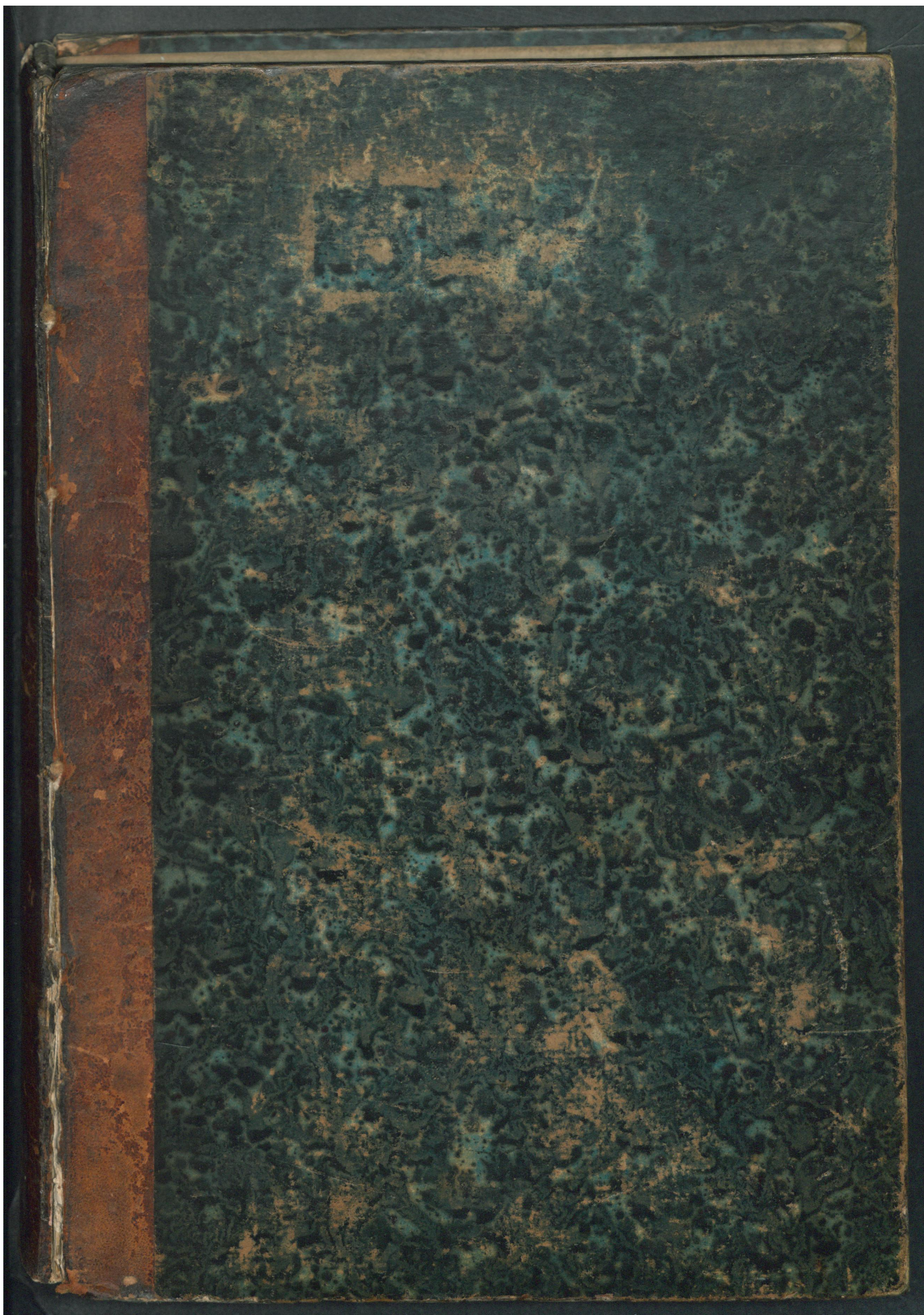
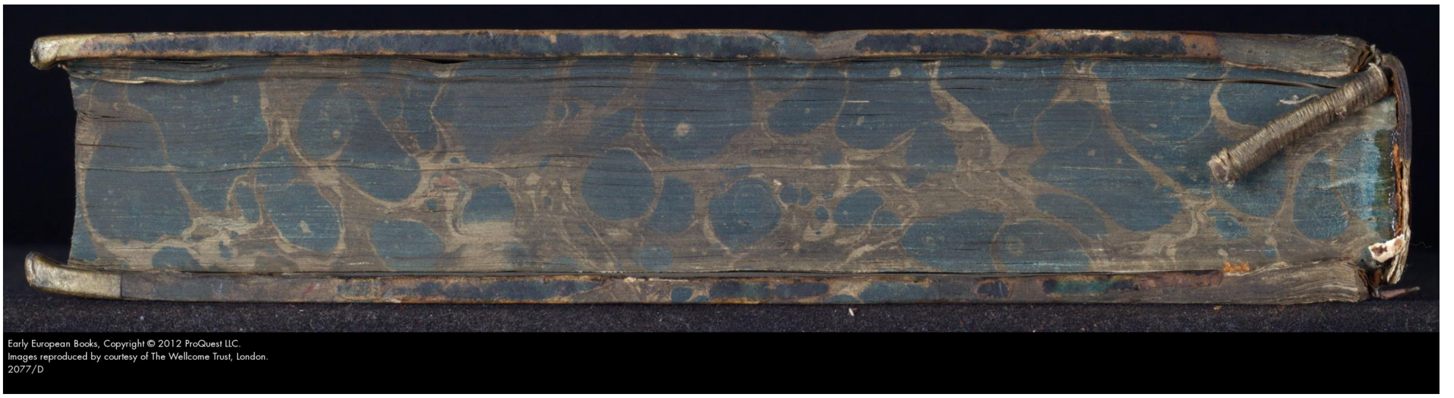












Brunet 1088

Thomas - Stamford 6

Livre des lemmes (archimède)



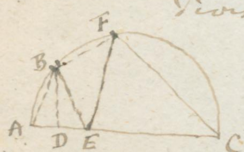
Prop. I soient deux cercles tangents et BC, DE deux diamètres parallèles. Les points A, B, D sont en ligne droite. menez BI parallèle à AO, BID est isocèle d'où D = ABO. Le même théor a lieu si les deux cercles sont extérieurs.



Prop. II

Soient deux tangentes DB, DC et le diamètre AC, soit BE perpend sur AC je joins AD et l'on a BF = FE.

La démonstration d'archimède suppose les deux tang rectangulaires, Torelli en a donné une générale mais longue et diffuse, je propose celle-ci. ABC étant droit son adjacent CBI l'est aussi, par suite C, B, I sont sur un demi cercle dont le centre est sur CI à une distance égale de B et C, le centre est donc en D donc DI = DC, AD divisant CI en parties égales divise de même la parallèle BE à IC donc BF = FE

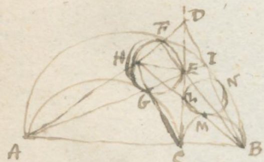


Prop. III. soit un demi cercle. on prend les deux arcs AB, BF égaux, on mène BE = BA, et l'on aura FC = CE

on a BFC + BAC = 2 droits ou BFC + BEA = 2^d ~~ou comme BF = BA =~~ ~~BE on a BFC +~~ d'où BEC = BFC mais BF = BA = BE donc BEF = BFE donc BEC − BEF = BFC − BFE ou bien FEC = EFC.



Propos IV soit le demi cercle ADB, on construit les demi-cercles AMC, CNB, la ~~figure~~ figure ADBNCMA est appelée un arbelon, la surf de l'arbelon est égale à celle d'un cercle qui a pour diamètre CD. on a $S = \frac{\pi}{8}(\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 - \overline{CB}^2)$ or AB = AC + BC en substituant il vient $S = \frac{\pi}{4} AC \times CB = \frac{\pi}{4}\overline{CD}^2$.



Propos V. soit un arbelon. des deux côtés de CD soient menés deux cercles tang à cette droite et aux demi cercles, ces cercles sont égaux. soit EH parallèle à AB. les points A, H, F sont sur une même droite de même de F, E, B. dans le triangle ADB, les hauteurs DC, BF se coupent en E donc la 3e hauteur AI passe en E et par suite en G. or CG et BI étant parallèles comme perpend à AI on a $\frac{AD}{DH} = \frac{AC}{HE}$ on a aussi $\frac{AD}{DH} = \frac{AB}{BC}$ d'où $DH \times HE = \frac{AC \cdot BC}{AB}$ on démontrerait de même que le diamètre du cercle LN est égal à la même quantité


7 SL

CONTENTA.

VTCVNQVE NOSTER VALVIT LABOR conciliata sunt hæc omnia, ad studiosorum non paruam (quam optamus) vtilitatem: id Magnifico D. FRANCISCO Briconneto postulãte. Si hæc beneuole suscipiãtur, & fructum adferãt quẽ cupimus: alia eiusdẽ authoris opera prodibũt in lucẽ, successum præstãte deo, & adiutoribus (vbivbi gẽtiũ sint) ad bonarũ literarũ institutionẽ probe arfectis Gallis, Italis, Germanis, Hispanis, Anglis. quibus omnibus prospera imprecamur: & puram pro dignitate veramq; cognitionis lucem.

PARISIIS in officina Henrici Stephani e regione scholæ Decretorum.

FRANCISCO BRICONNETO CLARISSIMO VIRO, D. SVO PRAESTANTISSIMO, IACOBVS FABER S. D.



Vm gubernacula regni adhuc moderaretur inclytissim⁹ Rex LVDOVICVS XII, tu vero cameræ ærarij regij magistratū gereres: efflagitasti Generose Francisce commentarios in Geometriam Euclidis Megarēsis, viri sane omnium in hoc exercitij genere cōsummatissimi, tuo fauore recognosci. Quam petitionem tuam, eo libētius amplectebar: quo mihi multis eras carior, vt qui admodū iuuenis (ita instituēte Nobilissimo Patre tuo. D. meo, mihi q̄dē & oībus q̄ eū nouerūt piētissimę mēoriæ, Petro Bricōneto Equite aurato, & fidelissimo regni generali Exquestore) mecū in philosophicis te exercueras, post nostri Pauli Aemilij ferulā, sub quo tūc apprime, tū in lingua latina, tum in historia profeceras. Excitabat me id insuper: ꝙ olim decem primorum librorum ipsius Euclidis demonstrationes ex Campano, recognouerā. quę res mihi fiduciā pariebat: residui minuēdi laboris. Cæterum vtilitas quam bonarū literarū studiosis accessuram subaugurabar: omnem leuabat laborē. nā veræ doctrinæ perceptio: vanitatum & errorum detectio est, eiectioq; insulsorū dogmatū. Nouit enim Geometria Dędalias fabrefacere labyrinthos: quibus ineluctabiliter cū vlulante Minotauro, perpetuo relegatos (si vsq̄ erunt) occludat sophistas, adaperta veræ Philosophiæ ianua. Hæc siquidem: mea mēs fuerat. Verū lōge secus euenit: atq; mihi proposuerā. Nam eo tēpore (certa impellente causa) Reuerendus in Christo P. Dominus meus Episcopus Lodouensis Patruelis tuus, Narbonam proficiscitur, visurus Reuerendissimum Dominū Cardinalem Narbonēsem, Patruum tuum: qui paulopost (sic enim eunt res humanæ: etiam illustriores) lachrymas & desiderium sui multis relinquens/ex hac incerti momēti luce (sed mea sentētia, feliciter) migrauit ad Dominum. Nam adeo sancte & religiose (ipse testis aderam) vt non tam lugendus, q̄ reuera beatus ex ipso trāsitu prædicandus videatur. Igitur R. Dominum meū, cui super omnes viros debebam ac debeo, secutus: totum negocium cōmisi nostro Michaeli Pontano, qui tunc mecum cōmunes habebat ædes, in recognoscēdis & emittendis libris quos prodesse posse arbitrabamur, adiutor. eius enī ingeniū noueram: & in intelligentia magnitudinum ac numerorum, perspicacitatem. Ille vero prouinciam suscepit admodum lubens: quia te iam agnoscebat benefactorem, cui præ cęteris mortalibus cupiebat, in aliquo morē gerendo, gratificari posse. Quos quidem commentarios, non Campani modo, sed & Theonis Alexādrini, Bartholamęo Zāberto Veneto interprete, vbi recognouit: se totū obligauit officinæ, durissimam profecto versans glebā, vt labores suos tibi offerat, et per te cęteris literatis. Igitur illū in fu

turũ agnoſces, agnoſces quidẽ tuum: & propenſiſſimũ eius tibi obſequen
di animũ. Et vtinã ſtudioſi cognoſcerẽt: quãtũ fructus decerpere poſſunt
ex authorũ fideliter traditis opib⁹. Vna q̃dẽ in oĩb⁹ relucet veritas q̃ lucẽ
habitat inacceſſam: ad quã per ea tãq̃ per certos gradus ſcãditur, & maxi-
me ſi analogiarũ & aſſurrectionũ nõ ignoretur modus. Verũ id: mun⁹ dei
eſt. Sed q̃ (obſecro) prõptiores, abſtractiores, puriores ad diuina ſurgẽdi
pbere poſſint analogias, q̃ nullius fœdi, nulliuſq; rei carnalis præſe ferãt ve
ſtigiũ: q̃ literæ Mathematicæ? Id haud ĩpedio difficile ĩtelligẽt: q̃ Analyti
Odo Cuſa — ca nũerorũ Odonis, & eiuſdẽ de Triade libellũ, libroſq; Cardinalis Cu-
ſæ legerit, quales ſũt ij quos de Docta ignorãtia, de Cõiecturis, de Beryllo
ĩtitulat, & ſimiles. Et hic philoſophãdi modus: vetuſtiſſimus fuit, ante etiã
Pythagorã, Platonem, & Ariſtotelẽ, vt vel ex antiquitate: cognoſcatur au-
guſtior. Et hanc philoſophiæ partem, Geometriã dico (quantũ memoriæ
proditũ eſt) primi omniũ Phœnices & Aegyptij reperere. Deinde Tha-
les Mileſius, Ameriſtus, Pythagoras, Anaxagoras Clazomeni⁹, Oenopi
des & Hippocrates Chij, Theodorus, Plato, Cleodamas, Architas, The
ætetus, his poſteriores Eratoſthenes, Archimedes, Neocles, Leon, Eudo-
xus, Amyclas, Hermotimus, Theon, Pappus, Hypſicles: hi omnes & ple
riq; alij, magnifice hanc ſcriptis & laudibus honeſtauere. Sed & ipſa ma-
net laudibus ſuperior: maxime ſcientibus ea ipſa ad diuinorum inueſti-
gationem vti. Arithmetice enim ex vnius noti luce: omnia patefacere po
teſt. Vnum vero ignotum: haud paruipendendum in Geometria pondus
habet. deus vnus, notus pariter & ignotus: a quo oĩs lux cognitionis pen-
det, & per quẽ noſcũtur õnia. Per vnũ notũ, rationaliter: per vnũ ignotũ, ſu
pra rationẽ philoſophamur. Inuẽtio quadraturæ circuli (modo ad omnẽ
circulũ, ſurdum nõ ſit omne quadratum) ſupra rationem eſt, & vnũ expo-
ſcit ignotum. Neq; adhuc aliter inter quæuis duo deſignata extrema, poſſe
duo media proportionalia conſtituere repertum eſt: q̃ per vnum ignotum.
Quo fit vt pexercitari in ea parte Arithmetices quæ de vno ignoto, nume
ro, plano, latere cũ tetragonico tum cubico, tetragono, cubo, tetragono te-
tragoni, cuboq; cubi tractat, & horũ ĩuicẽ adiectione, ſubſtractione, ductio
ne, ſubductione, nunc ſimpliciter, nũc per plus atq; minus, nõ paruũ Geo
metræ adferat adminiculũ. Cũ enĩ exploratũ tibi ſit, per 47 primi huius
operis, diametrũ quadrati, duplũ poſſe ad latus eiuſdem: quo pacto agno-
ſces, diametrũ, actu adijcere lateri (niſi excidit memoria) latus tetragonicũ
ſenarij, minus latere tetragonico 32, id eſt duorum ſupra triginta, ſi ignora
ueris latus tetragonicũ binarij a binario ſiue a latere tetragonico quaterna
rij quod idẽ eſt, per minus ſubſtrahere? Sed plura ſuper his diſſerere: breui
tas nõ ſinit epiſtolaris. Vale igitur & me, tuũq; Michaelẽ ſolita proſeque
re beniuolẽtia ac humanitate. Pariſijs. Anno M. D. X V I. poſtridie Epi-
phaniæ Domini: qui & ſæculi noſtri & poſteritatis, proſpere ſtudijs in-
ſulgeat. Iterum feliciter Vale.

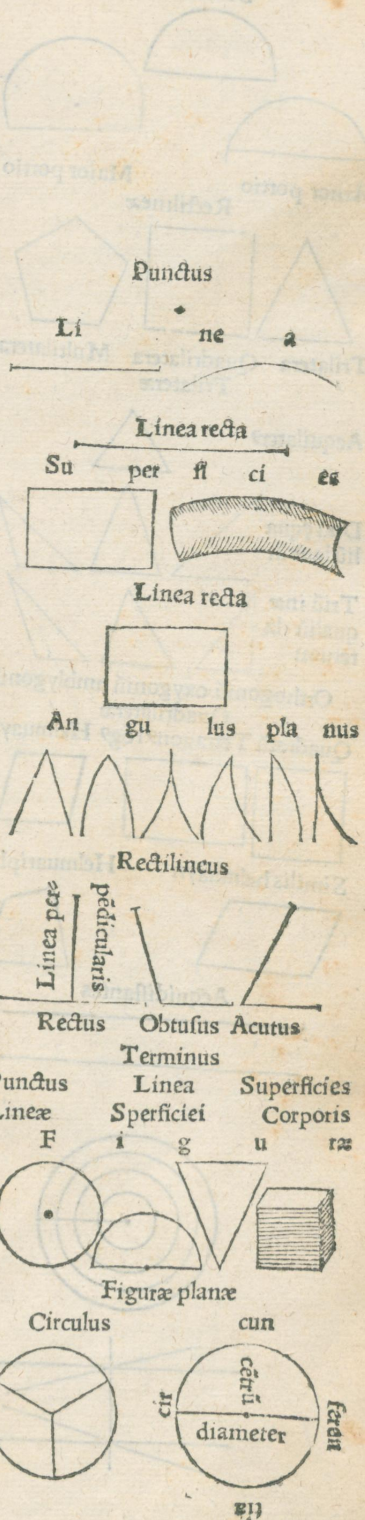
Thales
Ameriſtus
Pythagoras
Anaxagoras
Oenopides
Hippocrates
Theodorus
Plato
Cleodamas
Architas
Theætetus
Eratoſthenes
Archimedes
Neocles
Leon
Eudoxus
Amyclas
Hermotimus
Theon
Pappus
Hypſicles

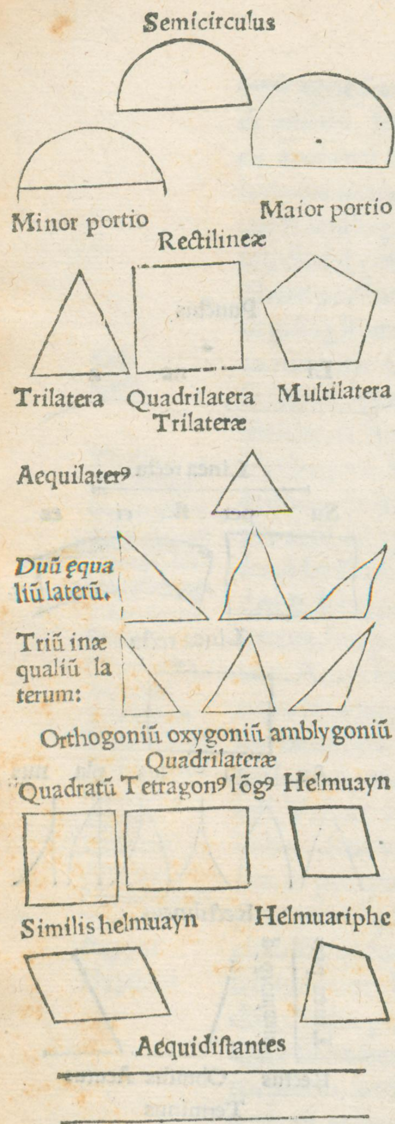
ℭEVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

ℭEX Campano: triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.



1 Vnctus: est cuius pars non est.
2 ℭLinea: est longitudo sine latitudine.
3 ℭCuius quidem extremitates: sunt duo puncta.
4 ℭLinea recta: est ab vno puncto ad alium breuissima extensio / in extremitates suas eas recipiens.
5 ℭSuperficies: est quæ longitudinē et latitudinem tantum / habet.
6 ℭCuius quidem termini: sunt lineæ.
7 ℭSuperficies plana: est ab vna linea ad aliam breuissima extensio / in extremitates suas eas recipiens.
8 ℭAngulus planus: est duarum linearum alternus cōtactus / quarum expansio est super superficiem / applicatioq; non directa.
9 ℭQuando autem angulum cōtinent duæ lineæ rectæ: rectilineus angulus nominatur.
10 ℭQuando recta linea super rectam steterit / duoque anguli vtrobiq; fuerint æqules: eorum vterq; rectus erit. lineaq; lineæ superstans: ei cui superstat / perpendicularis vocatur.
11 ℭAngulus vero qui recto maior est: obtusus dicitur.
12 ℭAngulus vero minor recto: acutus appellatur.
13 ℭTerminus: est quod vniuscuiusq; finis est.
14 ℭFigura: est quæ termino vel terminis continetur.
15 ℭCirculus: est figura plana vna quidem linea contenta quæ circunferētia nominatur / in cuius medio punctus est / a quo omnes lineæ rectæ & ad circunferentiā exeuntes / sibi inuicē sunt æquales.
16 ℭEt hic quidem punctus: centrum circuli dicitur.
17 ℭDiameter circuli: est linea recta quæ super eius centrū trāsiens / extremitatesq; suas circunferentię applicans / circulum in duo media diuidit.





¶Semicirculus: ē figura plana diametro circuli & medietate 18
circunferentiæ contenta.

¶Portio circuli: est figura plana recta linea & parte circunfe 19
rentiæ contenta / semicirculo quidem aut maior aut minor.

¶Rectilineæ figuræ: sunt quæ rectis lineis continentur. 20

¶Quarum quædā trilateræ: quæ tribus rectis lineis. 21

¶Quædā quadrilateræ: quæ quatuor rectis lineis. 22

¶Quædā multilateræ: quæ pluribus q̄ quatuor rectis lineis 23
continentur.

¶Figurarum trilaterarum: alia / est triangulus habens tria 24
latera ęqualia.

¶Alia: triangulus duo habens ęqualia latera. 25

¶Alia: triangulus trium inæqualium laterum. 26

¶Harum iterum alia est orthogonium: vnū scilicet rectum 27
angulum habens.

¶Alia est *amblygonium: aliquem obtusum āgulū habens.* 28

¶Alia est oxygonium: in qua tres anguli sunt acuti. 29

¶Figurarum autem quadrilaterarum: alia est quadratum / 30
quod est æquilaterum atq; rectangulum.

¶Alia est tetragonus longus: quę est figura rectangula / sed 31
ęquilatera non est.

¶Alia est helmuayn: quæ est ęquilatera / sed rectangula non 32
est.

¶Alia est similis helmuayn: quæ opposita latera habet æ- 33
qualia atq; oppositos angulos æquales / idem tamen nec re
ctis angulis nec æquis lateribus cōtinetur.

¶Præter has autē omnes / quadrilaterę figuræ: helmuariphe 34
nominantur.

¶Aequidistantes lineæ: sunt quæ in eadem superficie collo- 35
catæ: atq; in alterutram partē protractę non conueniunt / e
tiam si in infinitum protrahantur.

Secundum Petitiones.

¶A quolibet puncto in quemlibet punctum: rectam lineam 1
ducere. atq; lineam definitam: in continuum rectumq;
quantumlibet protrahere.

¶Super centrum quodlibet / quantumlibet occupādo spaci- 2
um: circulum designare.

¶Omnes rectos angulos: sibiinuicem esse æquales. 3

¶Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit / duoq; an- 4
guli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint:
istas duas lineas in eandem partem protractas proculdu-
bio coniunctum iri.

¶Duas lineas rectas: superficiem nullam concludere. 5

¶Tertium. Communes animi conceptiones.

1 ¶Quæ vni & eidē ſunt æqualia: & ſibi inuicē ſunt æqualia.

2 ¶Et ſi æqualibus æqualia addātur: tota quoqꝫ fient æqualia.

3 ¶Et ſi ab ęqualibus ęqualia auferantur: quæ relinquuntur erunt æqualia.

4 ¶Et ſi ab inæqualibus æqualia demas: quæ relinquūtur erūt inæqualia.

5 ¶Et ſi inæqualibus æqualia addas: ipſa quoqꝫ fiēt īæqualia.

6 ¶Si fuerint duę res vni duplices: ipſæ ſibiinuicem erunt æquales

7 ¶Si fuerint duæ res quarum vtraqꝫ vnius eiuſdem fuerit dimidium: vtraqꝫ erit æqualis alteri.

8 ¶Si aliqua res alicui ſuperponatur/ applicēturqꝫ ei/ nec excedat altera alteram: illæ ſibiinuicem erunt æquales.

9 ¶Omne totum: eſt maius ſua parte.

¶CAMPANVS. ¶Sciēdum eſt autem: ꝙ pręter has cōmunes animi conceptiones/ ſiue cōmunes ſententias/ multas alias quæ numero ſunt incompræhenſibiles/ prętermiſit Euclides. quarum: hæc eſt vna.

¶Si duæ quantitates æquales/ ad quamlibet tertiam eiuſdē generis comparentur: ſimul erunt ambæ illa tertia aut æque maiores/ aut æque minores/ aut ſimul æquales.

¶Item alia. Quanta eſt aliqua quātitas ad quamlibet aliam eiuſdem generis: tantam eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam eiuſdem generis.

¶In quantitatibus continuis hoc vniuerſaliter verum eſt: ſiue antecedentes maiores fuerint conſequentibus/ ſiue minores. magnitudo enim: decreſcit in infinitum. in numeris autē: non ſic. Sed ſi fuerit primus ſubmultiplex ſecundi: erit quilibet tertius æque ſubmultiplex alicuius quarti, quoniam numerus creſcit in infinitum: ſicut in infinitum minuitur.

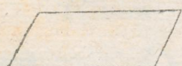
Signum

Li nea

Linea recta




Su per fici es



Superficies plana

An gu lus pla nus



Rectilineus

Linea perpendicularis



Rectus Obtusus Acutus

Terminus

Signum Linea Superficies

Lineæ Sup̄ficiei Corporis

F i g u ra



Figuræ planæ

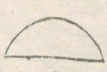
Circulus




cir cun feren tia

cētrū

diameter


Semicirculus Minor sectio Maior

Rectilineæ





Trilatera Quadrilatera Multilatera

¶Euclidis Megarensis Græci philosophi Bartho
lomęo Zāberto Veneto interprete: triplex principi
orum genus. Primum. Diffinitiones.



Ignum: est cuius pars nulla. 1
¶Linea vero: longitudo illatabilis. 2
¶Lineæ autem limites: sunt signa. 3
¶Recta linea: est quę ex ęquali/sua 4
interiacet signa.
¶Superficies: est quæ longitudinem 5
latitudinemq; tantum habet.
¶Superficiei extrema: sunt lineæ. 6
¶Plana superficies: est quę ex ęqua 7
li/suas interiacet lineas.
¶Planus angulus: est duarum linearum in plano sese tāgen-
gentiū & non in directo iacentiū/ad alterutrā inclinatio. 8
¶Quando autem quæ angulum continent/rectæ lineæ fue- 9
rint: rectilineus angulus nuncupatur.
¶Cum vero recta linea super rectam consistens lineā/ vtro- 10
biq; angulos æquales adinuicem fecerit: rectus est vterq; ę-
qualium angulorū. & quæ superstat recta linea: perpendi-
cularis vocitatur/super quam steterit.
¶Obtusus angulus: maior est recto. 11
¶Acutus vero: minor est recto. 12
¶Terminus: est quod cuiusq; finis est. 13
¶Figura: sub aliquo/vel aliquibus terminis cōpræhenditur. 14
¶Circulus: est figura plana vna linea contenta quæ circun- 15
ferentia appellatur/ad quam ab vno signo introrsum me-
dio existente omnes prodeuntes lineæ/in ipsiusq; circuli cir
cunferentiam incidentes/adinuicem sunt æquales.
¶Centrum vero: ipsius circuli signum appellatur. 16
¶Dimetiēs circuli: est recta quædam linea per centrū acta/ 17
et ex vtraq; parte in circuli circunferentiam terminata/quæ
circulum bifariam dispescit.
¶Semicirculus: est figura quæ sub dimetiente & ea quæ ex 18
ipsa circuli circunferentia sublata est/continetur.
¶Sectio circuli: est figura quæ sub recta linea & circuli circū- 19
ferentia aut maiore aut minore semicirculo/continetur.
¶Rectilineæ figuræ: sunt quæ sub rectis lineis continentur. 20
¶Trilaterę figuræ: sunt quę sub tribus rectis continentur li- 21
neis
¶Quadrilaterę figuræ: sunt quæ sub quatuor comprætien- 22
duntur rectis lineis.
¶Multilaterę figuræ: sunt quę sub pluribus q̃ quatuor/rectis 23
lineis comprehenduntur.

24 ℂ Trilaterarum porro figurarum: æquilaterum/est triangulum sub tribus ęqualibus lateribus contentum.
25 ℂ Isosceles autē: est quod sub binis tantum æqualibus lateribus continetur.
26 ℂ Scalenum vero: est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur.
27 ℂ Amplius trilaterarum figurarum: rectangulum triangulū/est quod rectum angulum habet.
28 ℂ Amblygonium autem: quod obtusum angulum habet.
29 ℂ Oxygonium vero: quod tres habet acutos angulos.
30 ℂ Quadrilaterarum autem figurarum: quadratum quidem/est quod & æquilaterum ac rectangulum est.
31 ℂ Altera parte longius: est quod rectangulū quidē/at æquilaterum non est.
32 ℂ Rhombus: est quæ æquilatera/sed rectangula non est.
33 ℂ Rhomboides vero: est quæ ex opposito latera & angulos habens ęquales/neq; ęquilatera neq; rectangula est.
34 ℂ Præter hęc autē: reliqua quadrilatera/trapezia appellātur
35 ℂ Parallelæ: rectæ lineæ sunt quæ in eodē existentes plano/& ex vtraq; parte in infinitum productæ/in nulla parte cōcurrunt.

Secundum. Postulata.

1 ℂ Ab omni signo in omne signum: rectam lineam ducere.
2 ℂ Rectam lineam terminatam: in continuum rectumq; producere.
3 ℂ Omni centro & interuallo: circulum describere.
4 ℂ Omnes angulos rectos: adinuicem æquales esse.
5 ℂ Si in duas rectas lineas recta linea incidens/interiores & i eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit: rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Tertium. Communes sententiæ.

1 ℂ Quæ eidem æqualia: & ad inuicem sunt æqualia.
2 ℂ Et si æqualibus æqualia adiiciantur: omnia erūt æqualia.
3 ℂ Et si ab æqualibus æqualia auferantur: quæ relinquuntur æqualia erunt.
4 ℂ Et si inæqualibus æqualia adiungantur: omnia erunt inæqualia.
5 ℂ Et si ab inæqualibus æqualia auferantur: reliqua inæqualia erunt.
6 ℂ Quæ eiusdem duplicia sunt: adinuicem sunt æqualia.
7 ℂ Et quæ eiusdem sunt dimidium: æqualia sunt adinuicem.
8 ℂ Et quæ sibimetipsis conueniunt: æqualia sunt adinuicem
9 ℂ Totum: est sua parte maius.
10 ℂ Duæ rectæ lineæ: superficiem non concludunt.

Trilateræ

Aeqlater9



Isosceles



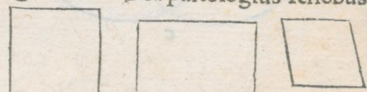
Scalenū



Rectāgulū oxygoniū āblygoniū

Quadrilateræ

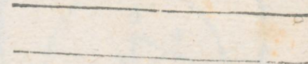
Quadratū Altera parte lōgius Rhōbus



Rhomboides Trapezium



Parallelæ

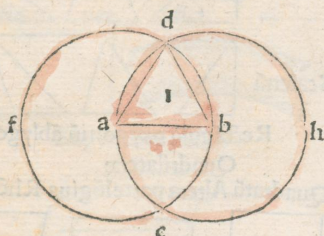






ℭ Euclidis Megarensis Geometrica elementa: ex Campano.

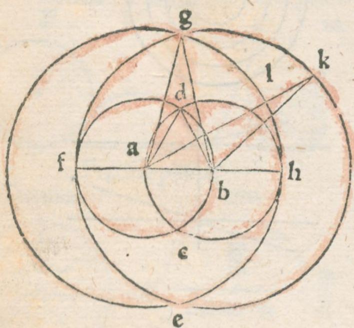
ℭ Primi libri propositio prima.



TRiangulum æquilaterum: supra datam lineā rectam collocare. 1

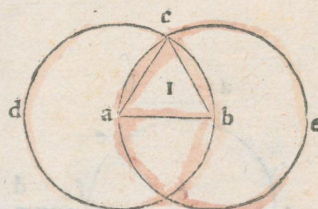
ℭ Esto data linea recta: a b. volo: super ipsam / triangulum æquilaterum constituere. Super alteram eius extremitatem scilicet in puncto a, ponā pedem circini immobilem / & alterum pedem mobilem extendam vsq; ad b: et describam secundum quantitatem ipsius lineæ datę / per secūdā petitionē circulum c b d f. Rursus alterā eius extremitatem scilicet pūctum b faciā centrū: & per eādem petitionem & secundū eiusdē quantitatem / lineabo circulum c a d h. qui circuli intersecabūt se in duobus punctis quæ sint c, d. Et alteram duarū sectionum sicut sectionē d / cōtinuabo cum ambabus extremitatibus datę lineæ: protractis lineis d a, d b, per primam petitionem. Quia ergo a pūcto a, quod est centrum circuli c b d, protractæ sunt lineæ a d & a b vsq; ad eius circūferentiam: ipsæ erunt ęquales / per diffinitionem circuli. Similiter quoq;. quia a puncto b quod est centrū circuli c a d h / protractæ sunt lineæ b a & a d vsq; ad eius circunferentiam: ipsæ erunt etiam ęquales. Quia ergo vtraq; duarum linearum a d, b d, ęqualis est lineæ a b / vt probatum est: ipsæ erunt ęquales inter se / per primam communem animi cōceptionem. Ergo super datam rectam lineam: collocauimus triangulū æquilaterū. quod est propositum.

ℭ CAMPANI additio. ℭ Si autē super eandem lineā libeat collocare reliquas duas triangulorū species / scilicet triangulū duū æqualiū laterū / & triangulū triū inęqualiū laterū: protrahatur linea a b, in vtrāq; partē / vsq; quo occurret circūferentijs amborū circulorū super duo pūcta f & h. Et posito centro in pūcto a: lineetur circulus c h g / secundum quantitatē lineæ a h. Item posito centro in puncto b: lineetur circulus e f g, secundū quantitatem linee b f. Hi autem circuli: intersecabūt se in duobus punctis quæ sunt e, g. Coniungantur igitur extremitates datę lineę cum altera dictarum sectionum: per duas lineas rectas quæ sint a g, b g. Et quia hæ lineę a b, & a f, exeunt a centro circuli c d f, ad eius circunferentiam: ipsæ erunt ęquales. Similiter quoq; a b & b h quia exeunt a centro circuli c a d h vsq; ad ipsius circunferentiā: ipsæ erunt ęquales. Quia ergo vtraq; duarum linearum a f & b h ęqualis est lineę a b: ipsę erunt inter se ęquales. ergo posita a b cōmuni: erit b f ęqualis a h. sed b f ęqualis ipsi b g: quia ambæ exeunt a centro circuli e f g, ad eius circunferentiā. Similiter quoq; a h: est ęqualis ipsi a g. & vtraq; earum est maior a b: eo q, vtraq; duarum linearum b f & a h maior est a b. Quare super datam lineam: collocauimus triangulum duorum ęqualium laterum. ℭ Triangulum etiam trium inęqualium laterum super eandem lineā collocabimus: si aliquod pūctum existens in circunferentia alterutrius duorum maiorum circulorum quod non sit in altera duarum sectionum / & cui non obuiet f h / cum in vtrālibet partem producta fuerit in continuum et directū / coniunxerimus per duas lineas rectas cū ambabus extremitatibus datę lineę. Sit enim pūctus k signatus in circunferentia circuli e f g: et nō sit in altera sectionum / nec occurrat ei f h, cū protraheretur in continuum et directum eius vsq; ad circunferentiam. protraham ergo lineas a k et b k. et secabit linea a k: circunferentiā circuli c h g. secet ergo in pūcto l. eritq; b k per. 1. cōmunē animi conceptionem æqualis a l: quia b k per diffinitionem circuli est æqualis b g, et a l ęqualis a g. quare a k: est maior b k. Sed & b k: est maior a b. triangulus ergo a b k: est trium inęqualium laterum. Sic igitur super datam lineam rectam; omnes triāgulorum species collocauimus.



Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propositio 1.

1 ℭSuper data recta linea terminata:triangulum æquilaterũ constituere.

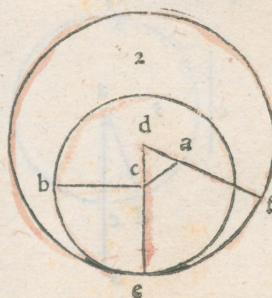


ℭTHEON ex Zamberto. ℭSit data recta terminata linea:a b. Oportet super a b:triangulum æquilaterũ constituere. Centro quidem a, spacio vero a b, circulus describatur b c d:per 3 postulatũ. & rursus per idẽ/ centro quidẽ b, spacio vero b a, alter circulus describatur a c e. Et per 1 postulatũ/a signo c, in quo se circuli adinuicẽ secant:ad a, b, signa connectãtur rectæ lineæ c a, c b. Et quoniã a, signũ/ centrũ est circuli c b d: æqualis est per 15 diffinitionẽ, a c ipsi a b. Rursus quoniam b signũ/cẽtrũ est circuli c a e:ęqualis est b c ipsi b a, per 15 diffinitionẽ. At ostensa est linea a c:ipsi a b æqualis. vtraq; igitur & c a & c b:ipsi a b est æqualis. Quæ autem eidem æqualia:& adinuicẽ sunt æqualia/per 1 cõmunẽ sententiam. & c a igitur:ipsi c b est æqualis. Tres igitur lineæ, c a , a b, b c, æquales adinuicẽ sunt. Aequilaterum igitur est triangulum a b c, & constitutum super data recta linea terminata a b:quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 
Dato puncto : cuilibet lineæ rectæ propositæ ęquam rectam lineam ducere.

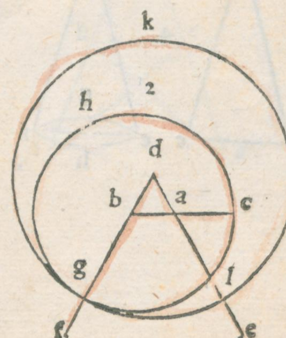
ℭCAMPANVS. ℭSit a, punctus datus:& b c linea recta data. volo a puncto a, ducere lineam vnã æqualẽ lineæ b c:in quãcũq; partẽ contingat. Coniungã ergo punctũ a: cum altera extremitate lineæ b c:cum qua voluero. et coninugam ipsum a, cũ extremitate c, per lineam a c: super quam constituam triangulum æquilaterũ secundũ doctrinã præcedentis/qui sit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua cõiunxi punctũ datũ/a scilicet:in extremitate c ponã pedem circini immobilẽ. describamq; super ipsum per 3 petitionẽ/ circulum secũdum quantitatem ipsius datæ lineæ: qui sit circulus e b. & latus trianguli æquilateri quod opponitur puncto dato/scilicet latus d c protraham per centrum circuli descripti vsq; ad eius circunferentiã: & sit tota linea sic protracta d c e. secundum cuius quãtitatem/lineabo circulum/posito centro in d:qui sit circulus e f. Postea protraham latus d a vsq; ad circũferentiã huius vltimi circuli:& occurrat circũferẽtiæ ipsius in pũcto f. Dico igitur ꝙ a f:est æqualis b c. nã bc & c e sunt æquales: quia exeunt a centro circuli e b, ad eius circunferentiã. Similiter quoq; d f & d e sunt æquales:quia exeũt a centro circuli e f, ad circũferentiam. sed d a & d c sunt æquales: quia sunt latera trianguli æquilateri. ergo si d a & d c demantur de d e & d f quæ sunt æquales:erũt residua quæ sũt a f & c e, æqualia. Quia ergo vtraq; duarũ linearum a f & c b est æqualis c e: ipsæ per 1 cõmunem animi conceptionẽ: adinuicẽ sunt æquales. Quare a puncto a, protraximus lineã a f æqualẽ b c:quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. propositio 2.

2 ℭAd datum signum:datæ rectæ lineæ æquam rectam lineã ponere.

ℭTHEON ex Zã. ℭSit datũ signũ, a:data aũt recta linea, b c. oportet ad ipsum a:ipsi b c rectæ lineæ æquã rectã lineã ponere. Ducatur inq̃ ab a, signo in b signũ/recta linea a b:per 1 postulatũ. & cõstituatur per 1 propositionẽ/ triangulũ æquilaterũ: sitq; illud/d a b. & producãtur per 2 postulatũ in rectũ, d a, d b:sintq; a e, b f. & per 3 postulatũ/cẽtro b/spacio vero b c:circulus describatur c g h. et rursus per idem/cẽtro d/spacio vero d g:circulus describatur g k l. Quoniam igitur b signũ/cẽtrũ est circuli c g h:æqualis est per xv diffinitionem/b c ipsi bg. et quoniam d signũ cẽtrum est circuli g k l:ęqualis est per eãdem/d l ipsi d g/quarũ d a ipsi d b/est æqualis per pręcedentem. reliqua igitur a l:reliquæ b g per 3 cõmunẽ sentẽtiam est æqualis. Ostensum est autem:ꝙ b c ipsi bg est ęqua



lis. vtraq; igitur & a l & b c : ipsi b g est æqualis. Quæ autẽ eidem æqua
lia: per primam cõmunem sententiã & adinuicem sunt æqualia. & linea
a l igitur: ipsi b c est æqualis. Ad datum igitur signum, a: datæ rectæ lineę
b c æqua recta linea collocata est a l. quod fecisse oportuit

Eucli. ex Camp. Propositio 3.



Ropositis duabus lineis inęqualibus: de longiori 3
earum/breuiori æqualem abscindere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d: & sit a b mi
nor. volo ex c d abscindere vnam: quæ sit æqualis a b. Duco
primo a pũcto c, vnã lineam æqualẽ a b, secundũ quod do-
cuit præcedens: quæ sit c e. posito ergo centro in puncto c: describã circu
lum secundum quantitatem c e, qui secabit lineam c d. sit ergo vt secet eã
in puncto f. eritq; linea c f, æqualis lineæ c e: quia ambæ exeunt a centro
eiusdem circuli ad circũferentiam. & quia vtraq; duarũ linearum a b & c f
est æqualis c e: ipsæ per 1 cõmunẽ animi conceptionẽ sunt inter se ęqua-
les. quod est propositum.

Eucli ex Zamb. Problema 3. propositio 3.

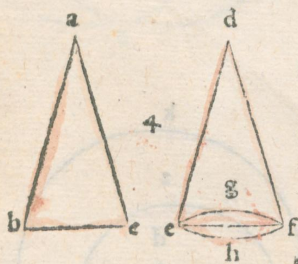
Duabus datis rectis lineis inæqualibus: a maiori/minori 3
æqualem rectam lineam abscindere.

THEON ex Zamberto. Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales, a b,
c: quarum maior sit a b. oportet ab ipsa a b maiore: ipsi c minori æqualem
rectam lineam abscindere. Ponatur per secundã propositionẽ ad signum
a, lineæ vero rectæ c, æqualis a d. et cẽtro quidem a, interuallo vero a d:
per 3 postulatum circulus describatur d e f. Et quoniam a signum/ centrũ
est circuli d e f: æqualis est a e ipsi a d. At linea c: ipsi a d est æqualis. v-
traq; igitur & a e, & c: ipsi a d est æqualis. quare & linea a e: ipsi c est æ-
qualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus a b, c: ab ipsa a b
maiore/ipsi c minori æqualis abscisa est a e. quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.



Mnium duorum triangulorum quorum duo late 4.
ra vnius duobus lateribus alterius æqualia fuerit/
duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti
æquales fuerint alter alteri: latera quoq; illorũ re-
liqua sese respicientia æqualia/reliqui vero anguli vnius reli-
quis angulis alterius æquales erunt/ac totus triangulus toti
triangulo æqualis.

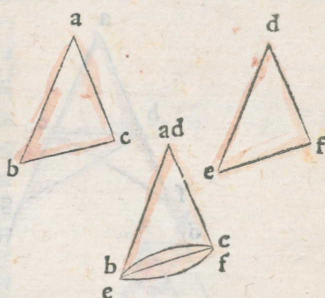


CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f. sitq; latus a b, æqua
le lateri d e: & latus a c, æquale lateri d f. & angulus a: æqualis angulo d.
Tũc dico: q; basis b c, est æqualis basi e f. & angulus b, æqualis angulo
e. Item angulus c: æqualis angulo f. & totus triangulus a b c: toti triãgu
lo d e f. quod probatur. Supponã triangulum a b c, triangulo d e f: ita q;
angulus a, cadat super angulũ d, & latus a b super latus d e, & latus a c
super latus d f. Patet autẽ per penultimam conceptionẽ/q; nec anguli
nec latera sese excedent: eo q; angulus a, est æqualis angulo d. & latera
superposita: ijs, quibus superponũtur/per hypothesin. puncta ergo b c, ca
dent super puncta e, f. Si ergo linea b c cadit super lineã e f: patet propo
sitũ. quia cũ linea b c superposita lineę e f, non excedat eã nec exceda
tur ab ea: est ei æqualis per conuersionem penultimæ conceptionis. Ea
dẽ ratione erit angulus b, æqualis angulo e: & angulus c æqualis an
gulo f. Si autem linea b c non cadit super lineam e f, sed cadit intra tri
angulum sicut linea e g f, aut extra sicut linea e h f: tunc duæ lineæ re
ctæ concludunt superficiem. quod est contra vltimam petitionem.

Eucli. ex Zamb. Theorema primum. Propositio 4.

4 ℂSi duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri/ & angulum angulo æqualẽ sub æqualibus rectis lineis contentum: & basin basi æqualem habebunt. & triangulum triangulo æquum erit. ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri: sub quibus æqualia latera subtenduntur.

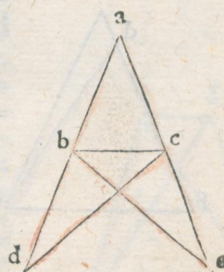
ℂTHEON ex Zãberto. ℂSint bina triangula a b c, d e f: duo latera videlicet a b, a c, duobus lateribus hoc est d e, d f, æqualia habentia alterũ alteri scilicet a b ipsi d e & a c ipsi d f, & angulũ b a c angulo e d f ęqualem. Dico ꝙ & basis b c: basi e f est æqualis. & triangulum a b c triangulo d e f ęquum erit: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri sub quibus æqualia latera subtęnduntur/ hoc est a b c ipsi d e f, & a c b ipsi d f e. Congruente namq; triangulo a b c ipsi d e f triangulo, ac posito signo a super d, & a b recta linea super d e: congruit & signum b super signo e, ex eo quia linea a b ipsi d e est æqualis per hypothesin. Et congruente linea a b ipsi lineæ d e, congruit & linea recta a c ipsi lineæ d f: quoniam angulus b a c, angulo d e f est æqualis per hypothesin. At quoniam linea recta a c, ipsi d f est æqualis per hypothesin: signum igitur c, ipsi signo f congruit. Rursus quoniã c signũ ipsi f signo cõgruit/ at b signũ ipsi e signo congruit: basis igitur b c, basi e f congruit. Si enĩ congruente b ipsi e, & c ipsi f, basis b c basi e f non congruit: duæ rectæ lineæ superficiem concludunt. quod per 10 communem sententiã est impossibile. Congruit ergo basis b c, basi e f: & ei est æqualis. Quare totum triangulum a b c, toti triangulo d e f congruit per 8 communem sententiam: & ei est æquale. Et reliqui anguli per eandem reliquis angulis cõgruent/ & eis erunt ęquales: hoc est angulus a b c angulo d e f, & angulus a c b angulo d f e. Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri/ & angulum angulo ęquum sub æqualibus rectis lineis contentum: basin quoq; basi æqualem habebunt. & triãgulum triangulo æquum erit. & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri: sub quibus æqualia latera subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 OMnis trianguli duum æqualium laterum angulos qui super basin sunt: æquales esse necesse est. Qꝫ si eius duo latera directe protrahantur: fient quoq; sub basi duo anguli inuicem æquales.

ℂCAMPANVS. ℂSit triangulus a b c: cuius latus a b sit æquale lateri a c. Dico ꝙ angulus a b c: est æqualis angulo a c b. Qꝫ si protrahantur a b & a c vsq; ad d & e: fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. Quod sic probatur. Protractis a b & a c, ponam per tertiã propositionem/ lineam a d æqualem lineæ a e: & protraham lineas e b, d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d: quos probabo esse æquales/ & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d: & angulus a, communis vtriq;. ergo per præmissam/ basis b e est æqualis basi d c: & angulus e æqualis angulo d, & angulus a b e æqualis angulo a c d. Item intelligo duos trianguos d b c & e c b: quos similiter probabo esse æquilateros & ægangulos. Nã duo latera b d & d c triãguli b d c, sunt æqualia duobus lateribus e c & e b triãguli c e b: & ãgulus d, angulo e. ergo per præmissam basis basi: & reliqui anguli reliqs angulis. ergo angulus d b c est æqualis angulo e c b (Et est secundum propositum: scilicet ꝙ anguli sub basi sunt æquales) et angulus d c b, est æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a



b e: est æqualis toti a c d, vt probatum fuit supra. ergo angulus a b c residuus/ est per 3 cōmunem animi conceptionem æqualis angulo a c b residuo: quorum vterq; est supra basin. Et hoc est primum propositum.

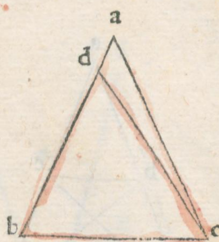
Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 5.

¶ Isoscelium triangulorum qui ad basin sunt anguli: adinui- 5
cem sunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis / qui
sub basi sunt anguli: adinuicem æquales erunt.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulū isosceles a b c, æquū habens latus a b lateri a c: & ꝓducātur per 2 postulatū/ in rectū ipsis a b, a c, rectæ lineæ b d, c e. Dico ꝙ angulus a b c, angulo a c b est æqualis: & angulus c b d, angulo b c e. Capiatur in linea b d, cōtingens signum sitq; illud f: & auferatur per 3 propositionē a linea a e maiori/ ipsi a f minori æqualis/ sitq; illa a g. & cōnectantur f c & g b. Quoniam a f ipsi a g, & a b ipsi a c, sunt æquales: duæ igitur f a, a c, duabus g a, a b, sunt æquales altera alteri. & cōmunem angulū concludunt: qui sub f a g continetur. Basis igitur f c: basi g b per 4 propositionē est æqualis. & triangulum a f c: triangulo a g b erit æquale. & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt/ sub quibus latera æqualia explicātur: hoc est angulus a c f angulo a b g, & angulus a f c angulo a g b. Et quoniam tota a f toti a g est æqualis/ quarum linea a b lineæ a c est æqualis: reliqua igitur b f reliquę c g per 3 cōmunem sentētiā est æqualis. Ostensum est autem: ꝙ f c ipsi b g est æqualis. Duæ autē b f, f c: duabus c g, g b, æquales sunt altera alteri. & angulus b f c: angulo c g b per 4 propositionē est ęqualis. & b c basis eorū: cōmunis est. Triangulum igitur b f c, triangulo c g b erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt / sub quibus æqualia latera subtenduntur/ per eandē. Angulus igitur f b c, angulo g c b, & angulus b c f angulo c b g: sunt æquales. Quoniā igitur totus angulus a b g toti angulo a c f (vt ostensum est) æqualis est/ quorū c b g angulo b c f est æqualis: reliquus igitur angulus a b c reliquo angulo a c b per 3 cōmunem sententiam est æqualis/ & ad basin sunt trianguli a b c. Ostensum est autem: ꝙ angulus f b c anglo g c b est æqualis/ & sub basi existunt. Isoscelium igitur triangulorū qui ad basin anguli sunt: ęquales sunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis / anguli qui sub basi existunt: æquales erunt adinuicē. quod demōstrādum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

SI duo āguli alicui9 triāguli ęquales fuerīt: duo quo- 6
q; latera eius illos angulos respiciētia ęqualia erūt.



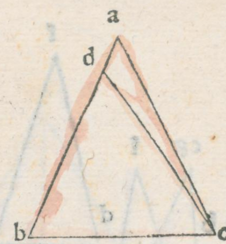
¶ CAMPANVS. ¶ Hæc est conuersa præmissæ: quantū ad primā partē ipsius. Sit enim triangulus a b c: cuius duo anguli b & c sunt æquales. Dico ꝙ latus a b: est æquale lateri a c. Si enim non sunt æqualia: erit alterum maius. sitq; a b maius/ quod resecetur ad æqualitatem a c per 3 propositionē: vt superfluum sit a d ad partē a. & recesetur in puncto d: sitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & d b c: quos probabo esse æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b: & angulus b æqualis angulo c totali per hypothesin. ergo basis d c est æqualis basi a b per 4 propositionem: & angulus d c b ęqualis angulo a b c. Sed angulus a c b: est æqualis angulo a b c per hypothesin. ergo angulus d c b, est æqualis angulo a c b: pars videlicet toti. quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 6

¶ Si trianguli duo anguli æquales adinuicem fuerint: æqua-
les quoq; angulos subtendētia latera æqualia adinuicē erūt. 6

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum a b c: æquum habēs angulum a b c, āgulo a c b. Dico ꝙ & latus a b: æquū est lateri a c. Si enim est inæquale latus a b ipsi lateri a c: alterum eorū erit maius. Sit maius a b.

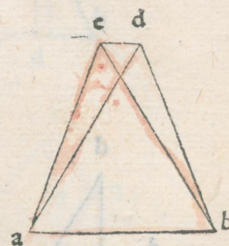
Et auferatur per 3 propositionem ab ipso a b maiori/ ipsi a c minori linea æqualis: sitq; illa/ d b. protrahatur linea d c: per 3 postulatum. Igitur q̄m latus d b est æquale lateri a c, cōmunis vero linea b c: duo igitur d b, b c, latera duobus lateribus a c & c b sunt æqualia alterum alteri. & angulus d b c: angulo a c b per hypothesin. Basis igitur d c, p 4 propositionē basis a b est æquals: & triangulū d b c, per eandē triangulo a c b æquū erit minus scilicet maiori. quod est ipossibile. Latus igitur a b: lateri a c nō est inæquale. æquale igitur. Si triāguli ergo duo āguli æq̄les adinuicē fuerit: æquales quoꝙ angulos subtendētia latera æqualia adinuicē erūt. quod fuerat ostēdēdū.

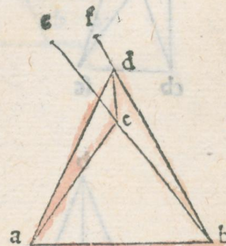


Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 SI a duobus pūctis aliquā lineā terminātibus/ duę lineę ad pūctū vnū cōcurrētes exierint: ab eisdē pūctis alias duas lineas singulas suis cōterminalibus ęquales q ad aliū pūctū cōcurrāt/ in eādē partē educi est ipossibile.

CAMPANVS. Sit linea a b: a cuius extremitatibus a & b, protrahātur duæ lineæ in partē vnā q̄ concurrāt in eodē pūcto. vt sint lineæ a c & b c: q̄ concurrāt in puncto c. Dico ꝙ in eandē partē non protrahētur aliæ duę ab extremitatibus lineę a b, q̄ cōcurrāt ad aliū pūctū: ita ꝙ illa quæ egredietur a pūcto a sit æqualis a c, & quæ egredietur a pūcto b sit simul æqualis lineæ b c. quod si fuerit possibile: protrahātur alię duę lineę in eandē partē/ quæ cōcurrāt in puncto d, & sit a d æqualis lineę a c, & simul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo pūctus d cadet intra triāgulū a b c: aut extra. nam in alterum laterum non cadet: quia tunc pars esset æqualis suo toti. Si ergo cadat extra: aut altera linearū a d & b d secabit alteram linearū a c & b c, aut neutra neutram. Et secet primo altera alterā: & protrahatur linea c d. Quia ergo trianguli a c d duo latera a c & a d sunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a d c per 5 propositionē. Similiter quia in triāgulo b c d duo latera b c & b d sunt æqualia: erunt anguli b c d & b d c per eandē æquales. Et q̄a angulus b d c est maior angulo a d c: sequitur āgulū b c d esse maiorē angulo a c d, partē scilicet toto. q̄d est ipossibile. Si autē d cadat extra triangulū a b c, ita ꝙ lineæ se nō secent: protrahā lineā d c, & producā b d & b c sub basi vsq; ad e & f. Et quia lineæ a c & a d sunt æquales: erunt anguli a c d & a d c æquales per 5. similiter quia b c & b d sunt æquales: erunt anguli sub basi qui sunt c d f & e c d, æquales per 2 partē eiusdē. Quia ergo angulus e c d minor est angulo a c d: sequitur angulum f d c esse minorem angulo a d c. quod est impossibile. Eodem modo ducetur aduersarius ad inconueniens: si d punctus cadat intra triangulum a b c.

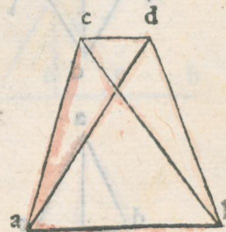




Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 7.

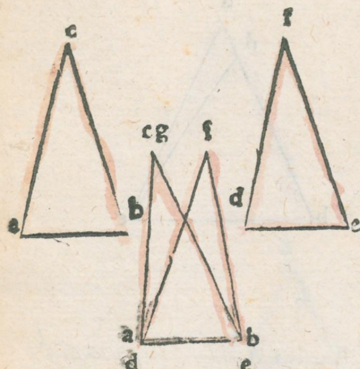
7 Super eadē recta linea duabus eisdem rectis lineis alię duæ rectę lineę ęq̄les altera alteri nō cōstituētur/ ad aliud atq; aliud signū/ ad easdē ptes: eosdē fines primis rectis lineis possidētes.

THEON ex Zāb. Si eni est possibile: super eadē recta linea a b, duab9 rectis lineis a c, c b, aliæ duæ rectæ lineæ a d, d b, æquales altera alteri cōstituātur ad aliud atq; aliud signū hoc est c & d, ad easdē ptes sc; c d, eosdē fines hoc est a, b, possidētes. Q̄m æqualis est c a ipsi d a eūdē finē habēs hoc est a, & c b ipsi d b eundē finē habēs hoc est b: cōnectatur c d per 1 postulatū. Quoniā igitur a c æqualis est ipsi a d: æqualis erit quoq; angulus a c d, angulo a d c. Minor igitur est āgulus a c d: angulo b d c. multo minor igitur est angulus b c d angulo b d c. Rursus quoniā c b ipsi d b est ęqualis: æqu9 est igitur & angulus b c d angulo c d b. Ostensum est autem ꝙ admodū minor. quod est impossibile. Super igitur eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur ad aliud atq; aliud signū/ ad easdem partes: eosdem fines rectis primis lineis possidentes. quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 8.

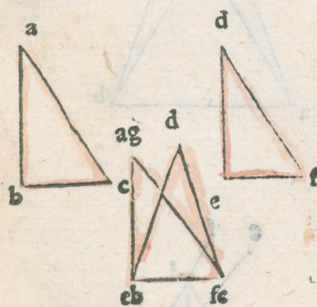

Mnium duorum triangulorum quorum duo latera 8
vnius duob9 lateribus alterius fuerint ęqualia/basisq́
vnius basi alterius æqualis: duos angulos æquis late-
ribus contentos/æquales esse necesse est.



¶CAMPANVS. ¶Sint duo triāguli a b c, d e f: sitq́ a c æqualis d f, & b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo q̄ angulus c est æqualis angulo f, & angulus a āgulo d, & angulus b āgulo e. Supponā basin a b, basi d e: q̄ cū sint æquales/neutra excedit alterā p cōuersionē penultimæ cōceptionis. Aut ergo pūctus c cadet sup pūctū f: aut nō. Si sic: tūc qa āgulus c suppositus est āgulo f, & neuter excedit alterum eo q̄ a c super d f & b c super e f cadunt/ ipsi sunt ęquales per eandē conceptionē. Similiter argue reliquos angulos esse æquales. Si autē pūctus c nō cadat super f: cadat super quēlibet aliū qui sit pūctus g, qa e g est æqualis b c imo eadē/itēq́ qa d g est ęqlis a c: erit d g æqualis d f, & e g æqualis e f, quod est impossibile per præcedentem.

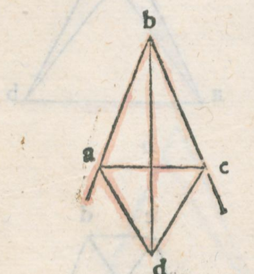
Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 8

¶Si bina triangula duo latera duobus lateribus alterum alte- 8
ri æqualia habuerint/& basin quoq́ basi æqualē: āgulū quoq́
angulo sub æqualibus rectis lineis cōtentū æqualem habebūt.



¶THEON ex Zamb. ¶Sint bina triāgula a b c, d e f, duo latera a b, a c, duobus laterib9 d e, d f, æqualia habētia alterū alteri/hoc est a b ipsi d e & a c ipsi d f: habeantq́ basin b c basi e f æqualē. Dico q̄ angulus b a c: angulo e d f est æqualis. Cōgruēte enī triāgulo a b c ipsi triāgulo d e f, & posito quidē b signo sup e signū/& recta linea b c super e f: congruit quoq́ signū c ipsi f signo/q̄m b c æqualis est ipsi e f. Congruente vero b c ipsi e f: congruunt quoq́ & b a a c ipsis e d, d f. Si enim basis b c basi e f congruit at b a, a c, latera lateribus e d, d f, non congruent/sed differēt sicut e g, g f: constituētur super eadem recta linea duabus eisdē rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri/ad aliud & aliud signū ad easdē partes/eosdēq́ fines possidentes. Nō cōstituūtur autē per 7 propositionē. Nō igitur/congruēte basi b c basi e f, nō cōgruūt quoq́ & b a, a c, latera ipsis e d, d f, lateribus. congruunt igitur. Quare & angulus b a c, angulo e d f cōgruet: & eidē æqualis erit. Si bina igitur triāgula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint/basinq́ basi æqualem: angulum quoq́ angulo sub ęqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

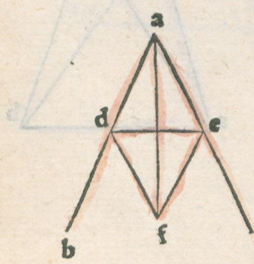


Atum angulum: per æqualia secare.

¶CAMPANVS. ¶Sit datus āgulus quē oportet diuidere: āgulus a b c. Lineas ipsū cōtinētes q̄ sunt a b & b c, ponā æquales p 3 propositionē. & producā lineā a c: sup quā cōstituā triangulū æqlateru a d c per 1 propositionē. & protrahā lineā b d. Dico q̄ ipsa diuidit datū angulū p æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d. duo latera a b & b d triāguli a b d sūt æqualia duobus lateribus c b & b d trianguli c b d: & basis a d basi c d. ergo per præcedentem angulus a b d est æqualis angulo c b d. quod oportebat efficere. 9

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 9.

¶Datum angulum rectilineum: bifariam secare. 9

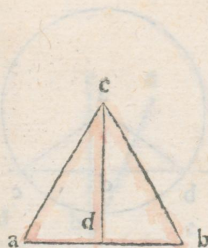


¶THEON ex Zāberto. ¶Sit datus rectilineus āgulus b a c. Oportet ipsū bifariā secare. Suscipiatur super linea a b existens signū: sitq́ illud/d. & a linea a c, per 3 propositionē auferatur a e: ipsi a d æqualis. & p 1 postulatū cōnectatur linea d e: cōstituaturq́ per 1 propositionē sup d e, triāgulū æqlaterū sitq́ illud d f e. & cōnectatur per 1 postulatū: linea d f. Dico q̄ āgulus b a c: a linea a f bifariā secatur. Q̄m a d est æqualis ipsi a e, cōmunis vero a f: binæ igitur d a, a f, duab9 e a, a f sūt altera alteri æquales. At basis d f: basi e f per 1 propositionē est æqualis. angulus igitur d a f, angulo f a e per 8 propositionē est æqualis. Datus igitur angulus rectilineus qui sub b a c: bifariam sectus est a recta linea a f. quod fecisse oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio 10.

10 PRoposita recta linea: eam per æqualia diuidere.

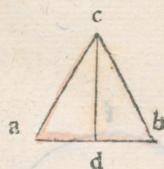
¶CAMPANVS. ¶Sit proposita linea quã oportet diuidere per æqualia: linea a b. super ipsam constituam triangulum æquilaterum a b c. & angulum c diuido per æqualia secundum doctrinam præcedentis: per lineam c d. Dico ꝙ linea c d: diuidit datam lineam a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos: a c d & b c d. & argumentor sic. duo latera a c & c d trianguli a c d, sunt æqualia duobus lateribus b c & c d triãguli b c d, & ãgulus c vnius/ angulo c alterius: ergo ꝑ 4. basis a d: basi d b. quod est propositum.



Eucli.ex Zamb. Problema 5. propositio 10.

10 ¶Datam rectam lineam terminatam: bifariam secare.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea terminata a b. oportet lineam a b: bifariam secare. Cõstituatur per 1 propositionem/ super ea: triãgulum æquilaterum a b c. Et per 9 propositionem secetur angulus a c b bifariam: a recta linea c d. Dico ꝙ linea recta a b: bifariã secatur in signo d. Quoniam enim per 1 propositionem/ a c ipsi c b est æqualis / cõmunis vero c d: duæ igitur a c, c d, duabus b c, c d sunt æquales altera alteri. & angulus a c d: angulo b c d æquus est. Basis igitur a d: per 4. propositionem basi d b est æqualis. Data igitur recta linea terminata a b: bifariam secta est in signo d. quod faciendum fuerat.



Eucli.ex Camp. Propositio 11.

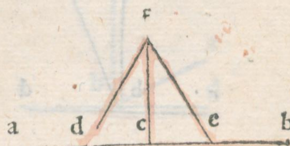
11 DAta linea recta/ a puncto in ea signato perpendicularem extrahere: duobus quidem angulis æqualibus ac rectis vtrinq; subnixam.

¶CAMPANVS. ¶Sit data linea a b: in qua sit datus pũctus c, a quo oportet perpẽdicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propositionem: lineam b c æqualem lineæ a c. & super totam a b constituo triãgulum æquilaterum a b d. & protraho lineam c d. de qua dico ꝙ ipsa est perpendicularis super lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. et quia duo latera a c & c d, trianguli a c d sunt æqualia duobus lateribus c b & c d, triãguli c b d, & basis a d basi b d: erit per 8 propositionem angulus a c d æqualis angulo b c d. quare vterq; eorũ erit rectus/ per diffinitionem anguli recti: & linea c b perpendicularis super lineam a b, per diffinitionẽ lineæ perpendicularis. Quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Problema 6. Propositio 11.

11 ¶Data recta linea: a signo in ea dato/ rectam lineã ad angulos rectos excitare.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea a b: datum vero in ea signum sit c. Oportet ab ipso signo c, ipsius rectæ lineæ a b: ad angulos rectos rectam lineam excitare. Suscipiatur in ipsa a c existens signũ/ sitq; illud d: & ponatur ipsi d c: per 3 propositionem æqualis linea c e. & super d e: per 1 propositionem construatur triangulum æquilaterum f d e. & connectatur linea f c. Dico ꝙ data recta linea a b: a dato in ipsa signo quod est c, ad rectos angulos/ f c recta linea excitatur. Quoniam d c æqualis est ipsi c e, cõmunis vero linea c f: duæ igitur d c, c f, duabus e c & c f altera alteri sunt æquales. & basis d f: per 1 propositionem basi e f est æqualis. Angulus igitur d c f: angulo e c f per 8 propositionem est æqualis/ & sunt vtrobiq;. Cum autem recta linea super recta linea consistens/ vtrobiq; angulos adinuicem æquales fecerit: vterq; æqualium angulorũ rectus est/ per 10 diffinitionẽ. Igitur angulus d c f, & angulus f c e: sunt recti. Data igitur recta linea a b: a dato in ea signo c, ad rectos ãgulos recta linea c f excitatur. quod fecisse oportuit.





Eucli. ex Camp. Propositio 12.

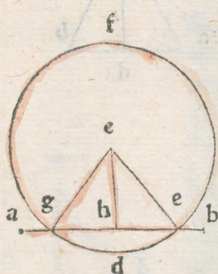


A Puncto extra signato: ad datam lineam indefini- 12
tæ quantitatis perpendicularem deducere.

¶CAMPANVS. ¶Sit a, pũctus signatus extra lineã b c: a quo ad ipsam / oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b c in vtranq; partem: quantum libuerit. & super punctum a, describam circulum b c: sic vt secet lineam datam in punctis b, c. & protraham lineas a b & a c. & diuidam angulum b a c per æqualia: per lineam a d, per 9 propositionẽ. Dico q̃ a d est perpendicularis super lineam b c. Intelligo duos triangulos: a b d & a c d. & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, sunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d: erit per 4 propositionẽ basis b d æqualis basi d c, & ãgulus a d b æqualis angulo a d c. quare vterq; eorũ rectus / & linea a d perpẽdicularis super lineã b c: p diffinitionẽ ãguli recti & lineæ perpẽdicularis. quod est ꝓpositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propositio 12.

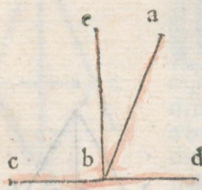
¶Super datam rectam lineam infinitam: a dato signo quod 13
in ea non est / perpendicularem rectam lineam deducere.



¶THEON ex Zamb. ¶Sit data recta linea infinita / sitq; illa a b: datũ vero signum quod in ea non est / sit c. Oportet super datam rectam lineã infinitam a b: a dato signo c quod in ea non est / perpendicularem rectã lineam ducere. Suscipiatur enim in altera parte ipsius a b rectæ lineæ existens signum: sitq; illud d. & centro quidem c, interuallo vero c d: per 3 postulatum circulus describatur e f g. Seceturq; per 10 propositionem e g bifariam: in signo h. & connectantur per 1 postulatum rectæ lineæ c g, c h, c e. Dico q̃ super datam rectam lineã infinitã a b: a dato signo quod in ea non est videlicet c, perpendicularis ducitur recta linea c h. Quoniam g h ipsi h e est æqualis / communis vero h c: duæ igitur g h, h c, duabus e h, h c, sunt altera alteri æquales. & basis c g: basi c e per 10 diffinitionem est æqualis. Angulus igitur c h g: angulo e h c per 8 propositionem est æqualis. suntq; vtrobiq;. Cum autem recta linea super rectam cõsistens lineam / angulos vtrobiq; adinuicem æquales fecerit: vterq; æqualium angulorum rectus erit per decimam diffinitionem / & superstans recta linea perpendicularis vocitatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam a b: a dato signo c quod in ea non est / perpendicularis ducta est c h. quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13.

O Mnis rectæ lineæ super rectã lineã stãtis duo vtro- 13
biq; ãguli: aut sunt recti / aut duobus rectis æquales.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt linea a b: superstet lineæ c d. quę si fuerit sup eam perpẽdicularis: faciet duos angulos rectos per conuersionẽ diffinitionis lineę perpendicularis. Si autem non fuerit super eam perpẽdicularis: a puncto b ducatur b e perpendicularis super c d per 11. eruntq; duo anguli e b c & e b d recti per cõuersionẽ dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b c adequantur angulo d b e: ipsi cũ angulo c b e, erũt æquales duobus rectis. quare tres anguli qui sunt d b a, a b e, & c b e: sunt æquales duobus rectis. sed angulus c b a: est æqualis duobus angulis c b e & e b a. ergo duo ãguli c b a & a b d sunt æquales duobus rectis. quod est propositũ. Ex quo patet totũ spaciũ quod in qualibet superficie plana pũctũ quodlibet circũstat: quatuor rectis angulis esse æquale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. propositio 13.

¶Cum recta linea super rectã cõsistens lineam / angulos fece- 13
rit: aut duos rectos / aut duobus rectis æquales efficiet.

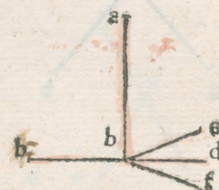
¶THEON ex Zã. ¶Recta enim linea quędã a b, super rectã lineã c d consistens: angulos efficiat c b a & a b d. Dico q̃ c b a & a b d anguli: aut duo recti sunt/aut duobus rectis æquales. At si angulus c b a, est æqualis angulo a b d: iam duo recti sunt. At si non: excitetur per 11 propositionẽ a dato signo b lineæ c d, ad angulos rectos linea b e. anguli igitur c b e, e b d: per 10 diffinitionẽ sunt recti. At quoniam angulus c b e, duobus c b a, a b e angulis est æqualis: communis ponatur angulus e b d. igitur anguli c b e, e b d: tribus angulis hoc est c b a, a b e, e b d, sũt æquales. Rursus quoniã ãgulus d b a duobus angulis d b e, e b a est æqualis: cõmunis ponatur angulus a b c. Igitur anguli d b a, a b c, tribus angulis d b e, e b a, a b c, sunt æquales. Ostensũ est autẽ q̃ anguli c b e, e b d: eisdem tribus sunt æquales. quæ autẽ eidẽ sunt æqualia: per primam communẽ sententiam & sibi inuicem sunt æqualia. Igitur anguli c b e, e b d, sũt duo recti: & anguli d b a, a b c, duobus rectis sunt æquales. Cum igitur recta linea super rectam consistens lineam/angulos fecerit: aut duos rectos aut duobus rectis æquales efficiet. quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI duæ lineę a puncto vnius lineæ in diuersas partes exierint/duosq; circa se angulos/rectos aut duobus rectis æquales fecerint: illæ duæ lineæ sibi directe cõiunctæ sunt/et linea vna.

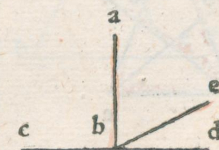
¶CAMPANVS. ¶Sit vt a pũcto b lineæ a b, exeãt duæ lineę in oppositas partes/quæ sint b c & b d: & faciant duos angulos qui sint c b a & d b a, æquales duobus rectis. tunc dico q̃ duę lineæ c b & d b: sunt sibi inuicem directe coniunctæ & linea vna. Hęc est quasi cõuersa prioris. Q2 si non fuerint linea vna: tunc protrahatur c b in continuum & directũ. quę quia non est linea vna cum d b: trãsibit super eã vt b e, aut sub ea vt b f. Quia ergo super lineã rectam quę est c b e, cadit linea a b: erunt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per pręcedẽtẽ. & quia omnes recti sũt adinuicẽ æquales per 3 petitionẽ/ãguli quoq; c b a & d b a sunt æquales duobus angulis rectis per hypothesin: erunt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a. ergo dẽpto cõmuni angulo c b a: erit ãgulus e b a æqualis ãgulo d b a, pars toti. quod est impossibile. Similiter linea c b protracta/probabis angulum d b a esse æqualem angulo f b a: si forte diceret aduersarius lineam c b protractam cadere infra b d.



Eucli ex Zamb. Theorema 7. propositio 14.

14 ¶Si ad aliquã rectã lineã atq; ad eius signũ duæ rectæ lineæ non ad easdẽ partes ductæ/vtrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerit: ipsæ in directũ rectæ lineæ adinuicem erunt.

¶THEON ex Zã. ¶Ad aliquã enĩ rectã lineã a b, signũq; eius b, duę rectæ lineæ b c, b d non ad easdẽ partes ductæ: vtrobiq; ãgulos a b c, a b d, duobus rectis ęquos efficiant. Dico q̃ ipsi c b, recta linea b d in directũ est constituta. Si enim ipsi c b recta linea b d nõ est in directũ: sit ipsi c b recta linea b e in directum constituta. Quoniam igitur recta linea a b super rectam lineam c b e stetit: anguli igitur a b c, a b e, duobus rectis sunt æquales per 13 propositionem. At anguli a b c & a b d: duobus rectis sunt æquales. anguli ergo c b a, a b e: angulis c b a, a b d sunt æquales. Communis auferatur augulus c b a. reliquus igitur angulus a b e: reliquo angulo a b d est æqualis/minor maiori. quod est impossibile. Linea igitur b e: ipsi c b in directum minime est. Similiter quoq; ostẽdemus: q̃ nec aliqua præter lineam b d. In directum igitur est ipsi c b: linea b d. Si ad aliquã igitur rectam lineam/ad signumq; eius duę rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ/vtrobiq; angulos duobus rectis æquales fecerint: in directum ipsę rectę lineę sibi inuicem erunt. quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 15.

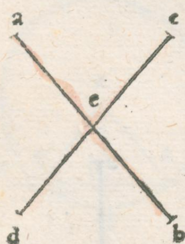

OMni umduarum linearum se inuicem secantiũ: om 15
nes anguli contra se positi sunt æquales. Vnde ma-
nifestum est/ cum duæ lineæ rectæ se inuicem secãt:
quatuor qui fiunt angulos/ quatuor rectis esse æquales.



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d: se inuicẽ secantes in pun
cto e. dico ꝙ ãgulus d e b est æqualis ãgulo a e c: et angulus b e c est æ-
qualis angulo a e d. Erunt enim per 13/ duo anguli a e c & c e b æquales
duobus rectis: itemq; duo ãguli c e b & d e b æquales duobus rectis per
eandem. quare duo primi sunt æquales duobus postremis: eo ꝙ omnes
recti sunt adinuicem æquales per 4 petitionem. dempto ergo cõmuni
angulo qui est c e b: erit angulus a e c ęqualis angulo d e b. Eodem mo-
do probabitur: angulũ c e b esse æqualẽ angulo a e d. quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. propositio 15.

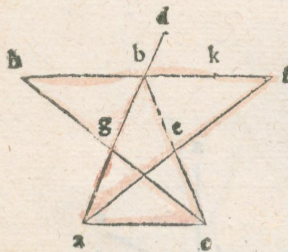
¶Si duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: angulos qui cir 15
ca verticem sunt/ æquos adinuicem efficient.



¶THE. ex Zãb. ¶Duę rectę lineę a b & c d: se adinuicẽ secẽt ĩ signo
e. Dico ꝙ ãgulus a e c: æqualis est ãgulo d e b. Quoniã enĩ recta linea
a e super rectam lineã c d stetit/ angulos efficiens c e a & a e d: igitur an
guli c a e, a e d, duobus rectis sunt æquales per 13 propositionẽ. Rursus
quoniã recta linea d e super rectã lineam a b stetit/ angulos efficiens a
e d, d e b: igitur anguli a e d, d e b, duobus rectis sunt æquales per ean
dẽ 13 propositionem. Ostensum autem est / ꝙ anguli c e a, a e d: duobus
rectis sunt æquales. anguli igitur c e a, a e d: angulis a e d, d e b, sunt æ-
quales. Cõmunis auferatur a e d. reliquus igitur angulus c e a: reliquo an-
gulo d e b, est æqualis. Similiterq; ostendetur ꝙ & anguli c e b, d e a, sũt
æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicem secuerint: angulos qui
circa verticem sunt/ adinuicem æquales efficient. quod oportuit demõ-
strasse.

Eucli. ex Camp Propositio 16.


SI quodlibet laterum trianguli directe protrahatur: 16
faciet angulum extrinsecum vtroq; angulo triangu
li sibi intrinsecus opposito maiorem.



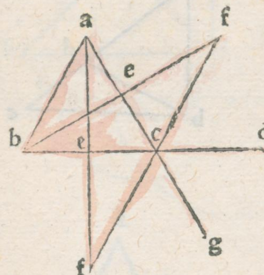
¶CAMP. ¶Sit vt trianguli a b c, latus a b protrahatur vsq; ad d. dico
ꝙ ãgulus d b c, maior ẽ vtroq; duorũ ãgulorũ intrinsecorũ sibi opposi-
torũ: qui sũt b a c et b c a. Diuidã enĩ p 10 propositionẽ/ lineã c b p æqua
lia in puncto e: & protraham a e vsq; ad f, ita vt e f fiat æqualis a e. & pro
trahã lineã f b. Intelligo duos triãgulos: c e a et b e f. & quia duo latera a e
& e c trianguli a e c sunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e
b, & angulus e vnius est æqualis angulo e alterius per pręmissam/ quia
sunt anguli cõtra se positi: erit per 4 propositionem angulus e c a, æqua-
lis ãgulo e b f. & ideo angulus e b d: maior erit ãgulo b c a. Similiter quo-
q; probabitur ꝙ est maior angulo c a b. Nã diuidam a b per æqualia in
puncto g: per 10 propositionem. & protraham lineam g h: æqualem line-
æ c g per 3 propositionem. postea protraham h b k. eruntq; duorum tri
angulorum qui sunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia
duobus lateribus b g & b h secundi: & angulus g vnius, angulo g alterius
per 15. ergo per 4 angulus g c a: est æqualis angulo g b h. quare per 15: &
angulo k b d. Et quia angulus c b d est maior angulo k b d: erit etiam ma
ior angulo b a c. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. propositio 16.

¶Omnis trianguli vno latere producto: exterior angulus v- 16

trisqꝫ interioribus & ex opposito/maior est.

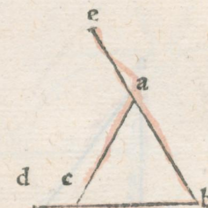
¶THEON ex Zã. ¶Sit triãgulũ a b c: & producatur ipsius latus vnũ/(sitqꝫ illud b c)vsqꝫ in d. Dico ꝙ exterior angulus a c d: maior est vtrisqꝫ interioribus & ex opposito constitutis/hoc est angulis c b a & b a c. Secetur linea a c per 10 propositionem/in signo e: & protracta linea b e per secundum postulatum/extendatur in signum f. collocetur qꝫ ipsi b e: per secundam propositionem æqualis lineae f. & connectatur per primum postulatũ f c. & extendatur per secũdum postulatum: linea a c vsqꝫ in g. Quoniam igitur a e æqualis est ipsi e c, & b e ipsi e f: duæ igitur a e & e b, duabus c e & e f sunt ęquales altera alteri. & angulus a e b: per 15 propositionem angulo f e c est æqualis. circa verticem enim. Basis igitur a b: basi f c per 4. propositionem est æqualis. & triangulum a b e: triangulo f e c est æquale. & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri sunt æquales: sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur b a e: angulo e c f est æqualis. At angulus e c d: angulo e c f maior est. maior igitur est angulus a c d: angulo b a c. Similiter quoqꝫ si secetur bifariam linea b c: ostẽdetur & angulus b c g hoc est a c d, maior ãgulo a b c. Omnis igitur trianguli vno latere producto: exterior ãgulus vtrisqꝫ interioribus et ex opposito/maior est, quod fuerat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 OMnis trianguli duo quilibet anguli: duobus rectis sunt minores.

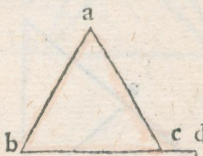
¶CAMPANVS. ¶Sit triãgulus a b c. dico ꝙ duo quilibet eius anguli: duobus rectis sunt minores. protrahatur enim vnum latus eius/vt b c: vsqꝫ ad d. eritqꝫ per præcedẽtem/angulus c extrinsecus: maior a et maior b. sed c extrinsecus cum c intrinseco: est æqualis duobus rectis per 13. ergo anguli b & c intrinseci/siue anguli a & c intrinseci: sunt minores duobus rectis. Similiter si protrahatur latus b a: probabitur ꝙ duo anguli a & b sunt minores duobus rectis. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 17.

17 ¶Omnis trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores: omnifariam sumpti.

¶THEON ex Zamb. ¶Sit triangulũ a b c. dico ꝙ ipsius a b c triãguli duo anguli: duobus rectis omnifariã sumpti/sunt minores. Producatur enim per 2 postulatum: b c, vsqꝫ in d. Et quoniã trianguli a b c per pręcedentem exterior angulus qui est a c d, interiore maior est et ex aduerso/angulo a b c: cõmunis admittatur angulus a c b. Anguli igitur a c d, a c b: angulis a b c, b c a sunt maiores. sed anguli a c d, a c b: per 13 propositionem duobus rectis sunt æquales. anguli igitur a b c, b c a: duobus rectis sunt minores. Similiter quoqꝫ ostẽdemus ꝙ anguli b a c, a c b: duobus rectis sunt minores/ et etiam anguli a c b, a b c. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores: quomodocunqꝫ assumpti. Quod demonstrasse oportuit.



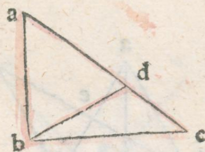
Eucli. ex Camp. Propositio 18.

18 OMnis trianguli longius latus: maiori angulo oppositum est.

¶CAMPANVS. ¶Sit vt in triangulo a b c: angulus a sit maior angulo c. dico ꝙ latus c b: maius erit latere a b. Si enim sit æquale: erit per 5 angulus a equalis angulo c. quod est contra hypothesin. Si autem a b sit maius: resecetur ad æqualitatem c b, per 3/sitqꝫ d b ęquale c b. erit ergo per 5/angulus d c b: æqualis angulo b d c. sed b d c est maior ãgulo b a c per 16. ergo b c d: est maior b a c. quare multo fortius maior ãgulo a c b, pars toto. quod est ipossibile.



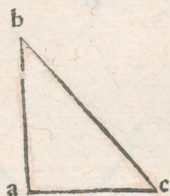
Eucli. ex Zamb. Theorema 11. propositio 18.



ℭOmnis triãguli maius latus: sub maiori angulo subtẽditur 18

ℭTHEON ex Zam. ℭSit enim triangulũ a b c: habens latus a c maius latere a b. Dico q & angulus a b c: angulo b c a maior est. Quoniam a c maius est a b: ponatur ipsi a b per 3 propositionem æqualis linea a d. et connectatur per 1 postulatũ: linea b d. At quoniam trianguli b d c ãgulus exterior a d b, per 16 propositionem maior est interiore & opposito angulo d c b, æqualis autem est per 5 propositionem angulus a d b angulo a b d, quoniam latus a b ipsi a d est æquale: maior est igitur angulus a b d angulo a c b. multo maior est igitur angulus a b c: angulo a c b. Omnis igitur trianguli maius latus: sub maiori subtenditur angulo. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 19

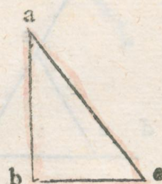




OMnis trianguli maior angulus: lougiori lateri oppositus est. 19

ℭCAMP. ℭSit vt in triãgulo a b c: latus b c sit maius latere a b. dico q ãgulus a: erit maior ãgulo c. Hęc est cõuersa pręcedẽtis. Si enĩ sit ęqualis: tũc per 6/ latus a b est ęquale lateri b c. quod est cõtra hypothesin. Si autẽ c sit maior: tunc per pręcedentẽ/ latus a b est maius latere b c. quod est cõtra hypothesin. Quare astruitur propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 19.

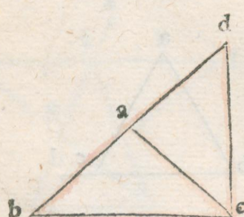


ℭOmnis triãguli maior ãgulus: sub maiori latere subtẽditur 19

ℭTHEON ex Zamb. ℭSit triangulũ a b c: maiorẽ habens angulum a b c angulo b c a. Dico q latus a c: maius est latere a b. Si autẽ non: aut est æquale latus a c lateri a b, aut eo minus. æquale quidem minime est latus a c: ipsi a b. æqualis nanq; esset per 5 propositionem angulus a b c: ãgulo a c b. non est autem. latus igitur a c: lateri a b minime est æquale. At latus a c: latere a b minus non est. nam angulus a b c: ãgulo a c b minor esset. at non est. latus igitur a c: latere a b minus minime est. Maius igitur est latus a c: latere a b. Omnis igitur trianguli maior ãgulus sub maiori latere subtenditur. Quod demõstrasse oportuit.



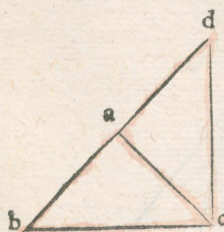
Eucli ex. Zamb. Propositio 20.



OMnis trianguli duo quælibet latera simul iuncta: reliquo sunt longiora. 20

ℭCAMPANVS. ℭSit triangulus a b c. dico q duo latera a b & a c: sunt longiora latere b c. Protrahatur linea b a vsq; ad d: ita vt a d sit æqualis a c. & protrahatur c d. per 5 propositionem erit angulus a c d: ęqualis ãgulo d. quare ãgulus b c d est maior ãgulo d. ergo per 18 latus b d: est maius latere b c. sed b d: ẽ æquale a b & a c. quare b a & a c simul iuncta: sunt maiora b c.

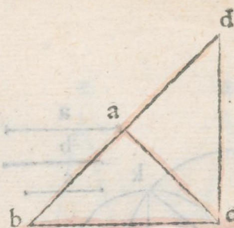
Eucli. ex Camp. Theorema 13. propositio. 20.



ℭOmnis trianguli duo latera: reliquo sunt maiora quomodocunq; assumpta. 20

ℭTHEON ex Zamber. ℭSit triangulum a b c. Aio ipsius a b c trianguli bina latera: reliquo esse maiora quomodocunq; suscepta. hoc ẽ b a, a c: ipso b c. & a b, b c: ipso a c. & b c, c a: ipso a b. Producatur nanq; per 2 postulatũ b a ad d signũ. & ponatur per secũdã propositionẽ ipsi a c ęqualis a d: cõnectaturq; d c. Quoniã igitur d a ipsi a c ẽ æquale: ãgulus igitur a d c per 5 propositionẽ angulo a c d est æqualis. Sed angulus b c d: angulo a c d maior est. igitur angulus b c d: angulo a d c maior est. Et quoniã triangulũ est d c b, maiorẽ habẽs angulũ b c d angulo a d c, atq; maiorẽ angulũ maius latus explicat per 18 propositionem: ergo d b ipso b c maius est. Aequa-

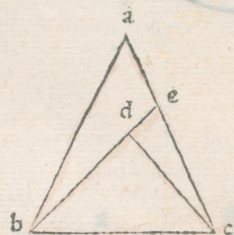
se autem est d b: ipsis a b, a c. maiora igitur sunt latera b a & a c: latere b c. equale autem est d a ipsi a c. maiora igitur sunt: latera b a, a c, ipso b c. Similiter vero demõstrabimus q̀ etiã latera a b & b c: ipso c a sunt maiora. Sed b c, c a: ipso a b. Omnis igitur trianguli bina latera: reliquo maiora sunt/ quoquo modo assumpta. quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 21.

21 SI de duobus punctis terminalibus vnius lateris trianguli duæ lineæ exeuntes / intra triangulum ipsum ad punctum vnũ conueniant: eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt/ & maiorem angulum continebunt.

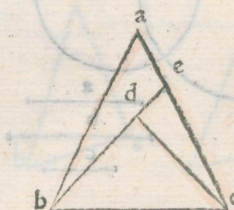
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in triangulo a b c: ab extremitatibus lateris b c concurrant duæ lineæ b d & c d, ad punctum d, intra triangulum a b c. Dico q̀ ipsæ lineæ b d et c d simul iunctæ/ sunt breuiores duabus lineis a b & a c simul iunctis: & q̀ angulus d est maior angulo a. Protrahã enim b d: vsq̀ quo secet latus a c in puncto e. eruntq̀ per 20 propositionẽ b a & a e simul iũctę: maiores b e. ergo b a et a c: sunt maiores b e & e c. At vero d e & e c simul iunctæ: per eandem sunt maiores d c. quare b e & e c sunt maiores b d & d c. & quia b a et a c sunt maiores b e & e c, vt probatum est prius: erũt multo fortius b a & a c maiores b d et d c. quod est 1 propositum. At quoniam angulus b d c est maior angulo d e c per 16 propositionẽ/ & angulus d e c est maior angulo c a b per eãdem: erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c. quod est secundum propositum.



Eucli ex Zamb. Theorema 14. propositio 21.

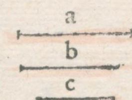
21 ¶Si trianguli a limitibus vnius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur: quæ constituuntur/ reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt/ maioremq̀ angulum continebunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Triãguli enim a b c super latere b c: a terminis ipsius b c, duæ rectæ lineæ interius constituantur b d et c d. Dico q̀ b d & c d, reliquis trianguli lateribus b a & a c sunt minores: angulũq̀ maiorem hoc est b d c ipso a b c, comprehendunt. Producatur enim per 2 postulatum: linea b d ad e. Et per 20 propositionẽ quoniam omnis trianguli bina latera reliquo sunt maiora: trianguli ergo a b e per 20 propositionem duo latera a b & a e, ipso b e sunt maiora. Cõmunis ponatur linea e c. lineæ igitur b a & a c: lineis b e & e c sunt maiores. Rursus quoniam per eandem trianguli c e d bina latera c e & e d ipso d c sunt maiora: cõmunis ponatur d b. lineę igitur c e & e b: lineis c d & d b sunt maiores. Sed ostensum est q̀ b a & a c: sunt maiores ipsis b e & e c. lõge igitur maiores sunt b a & a c lineæ: ipsis b d et d c. Rursus quoniam per 16 propositionem omnis trianguli exterior angulus interiore et opposito maior est: trianguli ergo c d e, angulus b d c exterior: maior est ãgulo c e d. quare et triãguli a b e, ãgulus c e b exterior: maior est ãgulo b a c. Sed ostẽsũ est q̀ ãgulus b d c: eo qui sub c e b, est maior. lõge igitur maior est ãgulus b d c: ãgulo b a c. Si triãguli ergo a limitibus vnius lateris binę rectæ lineæ introrsum constituãtur: quæ constituẽtur/ reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt/ maioremq̀ angulum continebũt. quod ostendere oportuit.

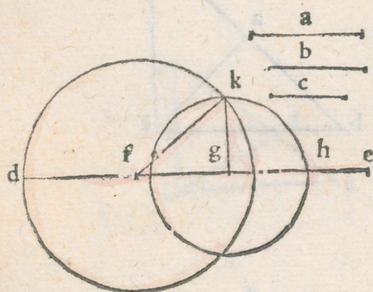


Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 PRopositis tribus lineis rectis quarum duæ qualibet simul iunctæ reliqua sint longiores: de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulum constituere.



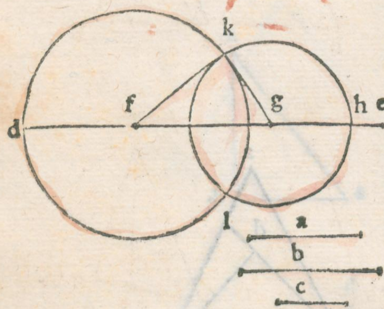
¶CAM. ¶Sint tres lineę rectę propositę: a, b, c. & sint qlibet duę simul



ſũcte lõgiores reliqua. aliter enim ex illis / tribus datis æqualib⁹: triangulus non poſſet conſtitui / per 20 propoſitionẽ. Cũ ergo ex illis tribus prędictis volo conſtituere triangulum: ſumo lineam rectam quę ſit d e, cui non pono a parte e determinatum finem. de qua ſumo per 3 propoſitionem: d f æqulem a, & f g æqualem b, & g h æqualem c. factoq; puncto f, centro: deſcribo ſecundum quantitatem lineę f d, circulũ d k. itemq; facto g, centro: deſcribo ſecundum quantitatem lineę g h, circulum k h. qui circuli interſecabũt ſe in duobus pũctis: quorun vnũ ſit k. alioquin ſequeretur: vnam dictarũ linearũ eſſe æqualẽ alijs duabus iunctis, aut maiorẽ eis. quod eſt contrarium poſitioni. Duco ergo lineã k f & k g. eritq; triãgulus k f g: cõſtitutus ex tribus lineis ęqualibus datis lineis a, b, c. ſunt enim f d & f k æquales: quoniam ſunt a centro ad circunferentiam. quare f k: eſt æqualis a. Similiterq; g h & g k ſunt ęquales: quia exeunt a centro ad circũferentiam. quare g k: eſt æqualis c. & quia g f ſumpta fuit æqualis b: patet propoſitum manifeſte.

Eucli. ex Zamb. Problema 8. propoſitio 22.

¶Ex tribus rectis lineis quæ ſunt tribus datis rectis lineis æ 22
quales: triangulum conſtruere. Oportet autem duo latera reliquo eſſe maiora quomodocunq; aſſumpta: quoniam omnis trianguli bina latera quomodocunq; aſſumpta / reliquo ſũt maiora.

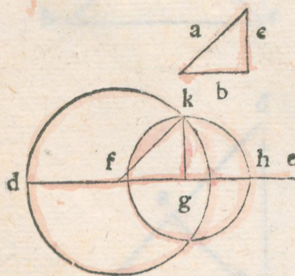


¶THEON ex Zam. ¶Sint datæ tres rectæ lineæ a, b, c: quarũ duę reliqua ſint maiores quomodocunq; aſſumptæ. hoc eſt a, b: ipſa c. & a, c: ipſa b. et b, c: ipſa a. oportet iã ex tribus lineis rectis / ipſis a, b, c ęqualibus: triãgulũ cõſtruere. Proponatur recta linea determinata in ſigno d: infinita vero in ſigno e. ponaturq; per 3 propoſitionẽ / ipſi a æqualis linea d f, ipſi vero b: linea f g. ipſi vero c: linea g h. Et centro quidẽ f, ſpacio vero f d: per 3 poſtulatum circulus deſcribatur d k l. rurſus cẽtro quidem g, ſpacio vero g h: per idem / circulus deſcribatur h k l. & cõnectãtur per 1 poſtulatũ: k f & k g. Dico ꝙ ex tribus rectis lineis ęqualibus ipſis a, b, c: triangulum k l g cõſtituitur. Quoniam f ſignũ / centrũ eſt circuli d k l: æqualis eſt per 15 diffinitionẽ / f k ipſi f d. Sed a: ipſi f d eſt æqualis. & k f igitur: per primã cõmunem ſententiam eſt ipſi a æqualis. Rurſus quoniã g ſignum / cenrrum eſt circuli k h l: æqualis eſt per eãdem diffinitionẽ / g k ipſi g h. ſed c ipſi g h eſt æqualis. et k g igitur per 1 cõmunẽ ſentẽtiam ipſi c eſt æqualis. At f g: ipſi b eſt æqualis per hypotheſin. tres igitur rectę lineę k f, f g, g k: ipſis tribus a, b, c, ſunt ęquales. Ex tribus igitur rectis lineis hoc eſt k f, f g, g k, quę tribus datis rectis lineis hoc eſt a, b, c, ſunt æquales: triãgulum k f g conſtructũ eſt. quod feciſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23.



DAta recta linea: ſuper terminum eius / cuilibet an= 23
gulo propoſito æquum angulum deſignare.



¶CAMPANVS. ¶Sit data linea f e: quę ẽ in ſupiori figura. & ſint lineæ b, a: continentes angulum datũ. cui ſubtẽdã baſin c. Super punctum f lineæ c f, iuberem facere ęqualem angulum angulo dato. Ad lineam e f adiungo f d æqualem lineæ a. & ex f e ſumo f g æqualem b. & ex g e ſumo g h æqualem c. & ſuper puncta f & g deſcribo duos circulos d k & k h ſecundum quantitatem duarum linearum f d & g h: interſecantes ſe in puncto k ſicut docuit præcedẽs. ductiſq; lineis k f & k g: erunt æqualia duo latera k f & f g trianguli k g duobus lateribus a & b triãguli a b c: & baſis g k æqualis baſi c. ergo p 8 angulus k f g: equalis erit angulo contento ſub a & b. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema 9. propoſitio 23.

¶Ad datam rectam lineam / ad datumq; in ea ſignum: dato 23

angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum cõſtituere.

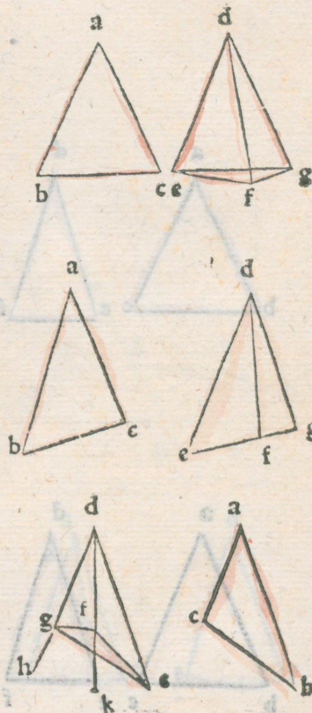
¶THEON ex Zam. ¶Sit data recta linea a b: datũq; in ea ſignũ ſit a. datus autem angulus rectilineus: ſit d c h. Oportet ad datam rectam lineam a b, ad datumq; in ea ſignum a: dato angulo rectilineo d c h, æqualẽ angulum rectilineum collocare. Sint in vtriſq; lineis & c d & c h, contingentia ſigna ſintq; illa d e, & connectatur per primã poſtulatum: d, e. Et ex tribus rectis lineis a f, f g, g a, quæ tribus datis rectis lineis hoc eſt c d, d e, e c, ſunt æquales: per præcedentem/ triangulum conſtruatur/ ſitq; illud f a g. Quoniam igitur linea c d æqualis eſt lineæ a f/ & linea c e æqualis eſt ipſi a g, & inſuper quoniã linea d e ipſi f g eſt æqualis/ & quoniam duæ lineæ d c & c e duabus lineis hoc eſt f a & a g ſunt æquales altera alteri/ & baſis d e per hypotheſin baſi f g: angulus igitur d c e, angulo f a g per 8 propoſitionem eſt æqualis. Ad datam igitur rectã lineam a b, ad datumq; in ea ſignum a: dato angulo rectilineo d c e, æqualis angulus rectilineus f a g collocatus eſt. Quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

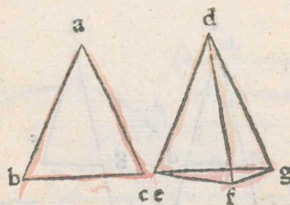
24 OMnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alteri⁹ fuerint æqualia/ ſi fuerit angulorũ ſub illis æquis lateribus cõtentorum alter altero maior: baſis quoq; eiuſdẽ/ baſi alterius maior erit.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli: a b c, & e d f. ſintq; duo latera a b & a c: æqualia duobus lateribus d e & d f. & vnumquodq; ſuo correlatiuo: dextrum ſcilicet dextro/ ſiniſtrumq; ſiniſtro. ſitq; angulus a: maior angulo d dato. Dico q baſis b c: maior erit baſi e f. Faciam enim iuxta doctrinã præcedẽtis: ãgulũ e d g æqualẽ angulo a. eritq; angul⁹ e d f: ps anguli e d g. & ponam d g æqualem a c. protraham e g. quæ aut tranſibit ſupra e f: vt ſecet lineam d f. aut ſuper e f: vt ſit ſecũ linea vna. aut infra. ¶Trãſeat ergo primo ſupra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c ſunt æqualia e d & d g lateribus trianguli e d g/ & angulus a angulo d totali: erit per 4 propoſitionem, baſis b c æqualis baſi e g. At vero quia d g & d f ſunt æquales (nam vtraq; eſt æqualis a c) erit per 5 propoſitionem angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g: maior erit f g e. ergo e f g multo fortius maior eſt eodem f g e. ergo per 18 propoſitionẽ latus e g maius eſt latere e f. quare & b c maior eſt e f. quod eſt propoſitũ. ¶Si vero e g tranſeat ſuper e f & ſit ſecũ linea vna: tũc e f erit pars e g. per vltimã ergo conceptionem patet propoſitũ. ¶Si vero e g tranſeat infra e f: protrahantur duæ lineæ d f & d g quæ ſunt æquales vt probatum eſt/ vſq; ad k & ad h. fiẽtq; per ſecũdam partem 5 propoſitionis ſub baſi f g: anguli k f g & f g h æquales. quare angulus e f g maior erit angulo f g e. ergo per 18 propoſitionẽ latus e g maius eſt latere e f. quare b c maior eſt e f. quod eſt propoſitum. Iſtud vltimũ mẽbrum poſſet etiam probari per 21 propoſitionem. per ipſam enim erũt in diſpoſitione tertia duę lineæ d g & e g, maiores duabus lineis d f & f e. & quia d g eſt æqualis d f, propter hoc q ambę ſunt ęquales a c: erit e g maior e f. quare et b c maior e f. quod ẽ ꝓpoſitum. Melius tamen eſt demonſtrare priori modo vt in omni diſpoſitione arguatur per quintam.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 24.

24 ¶Si bina triãgula/ duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri/ angulum vero angulo maiorem ſub ęquis rectis lineis contentum: baſin quoq; baſi maiorem habebunt.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bina triangula a b c, d e f: duo latera hoc est a b, a c, duobus lateribus hoc est d e , d f, æqualia habentia/ alterum alteri hoc est latus a b lateri d e, et latus a c lateri d f. angulus vero qui sub b a c: āgulo e d f esto maior. Dico q̃ et basis b c: basi e f maior est. Quoniam angulus b a c maior est angulo e d f: collocetur per 23 propositionem ad rectam lineam d e, ad datumq; in ea signum d, dato angulo b a c æquus angulus e d g. Et ponatur vtriq; / hoc est lineæ a c et d f: æqualis ipsa d g, et cōnectātur per 1 postulatū g e et f g. Quoniā a b æqualis est ipsi d e, et a c ipsi d g: binæ lineæ b a et a c duabus lineis e d et d g sunt ęquales altera alteri, et āgulus b a c per 23 propositionē āgulo e d g est ęqualis. basis igitur b c: per 4 propositionē/ basi e g est æqualis. Rursus quoniam æqualis est d g ipsi d f: angulus igitur d g f, āgulo d f g est æqualis. Angulus igitur d f g: āgulo e g f maior est. longe maior igitur est āgulus e f g: angulo e g f. At quoniā triangulum est e f g habens angulum e f g maiorem angulo e g f, maiorem autem angulū per 18 propositionē latus maius explicat: maius igitur est latus e g latere e f. Aequale autem est latus e g: lateri b c. latus igitur b c. maius est latere e f. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint: & quæ sequuntur reliqua vt in propositione. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 25.

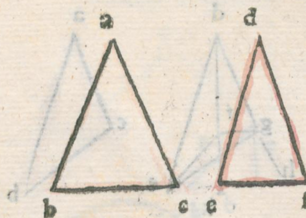


Omnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duob9 lateribus alterius fuerint æqualia/ basis vero vnius basi alterius fuerit maior: erit quoq; angulus trianguli maioris basis illis æquis lateribus contentus / angulo alterius se respiciente maior. 25

¶CAMPANVS. ¶Sint duo triāguli: a b c, d e f. sintq; duo latera a b et a c primi: æqualia duobus lateribus d e & d f secundi/ vnūquodq; suo correlatiuo. sitq; basis b c: maior basi e f. dico q̃ angulus a: maior erit angulo d. Hęc est cōuersa pręcedentis. Aequalis quidē nō erit. Sic enim esset per 4 basis: b c æqualis basi e f. quod est contra hypothesin. Sed nec minor. quia sic esset d maior. et ita per pręcedētē basis e f erit maior basi b c. quod ē cōtrariū positioni. quare maior erit. Sicq; propositū astruitur

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 25.

¶Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint/ basin vero basi maiorē: angulū quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum/ angulo maiorem habebunt 25.



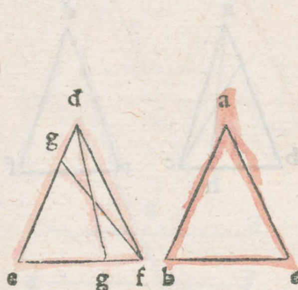
¶THEON ex Zam. ¶Sint duo triangula b c d, d e f, duo latera hoc ē a b, & a c, duobus lateribus hoc est d e & d f æqualia habentia alterum alteri/ a b scilicet ipsi d e, & a c ipsi d f. basis autem b c: basi e f maior esto. dico q̃ angulus b a c: maior est angulo e d f. Si autem non: aut ei est æqualis/ aut eo minor. Aequalis autem non est angulus b a c : angulo e d f. si enī ęqualis esset: basis quoq; b c per 4. propositionē basi e f esset æqualis. at nō est. āgulus igitur b a c: angulo e d f ęqualis minime est. Neq; etiā minor ē āgulus b a c: eo qui sub e d f. nā b basis c: basi e f minor esset. at nō est. minor igitur nō ē āgulus b a c: eo qui sub e d f. ostēsum autē est q̃ neq; æqualis. maior igitur ē āgulus b a c: āgulo e d f. Si bina igitur triangula/ duo latera duobus lateribus: & quæ sequūtur reliqua/ vt theoremate. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 26.



Omnium duorum triangulorum quorum duo anguli vnius duobus angulis alterius & vterq; se respicienti æquales fuerint/ latus quoq; vnius lateri alteri- 26

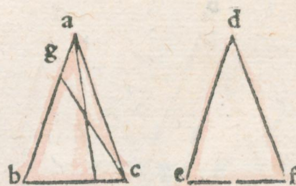
us æquale/ fueritq; latus illud aut inter duos angulos æquales aut vni eorum oppositum: erunt quoq; duo vnius reliqua latera duobus reliquis alterius triãguli lateribus/ vnũquodq; se respicienti æqualia/ angulusq; reliquus vnius angulo reliquo alterius æqualis.



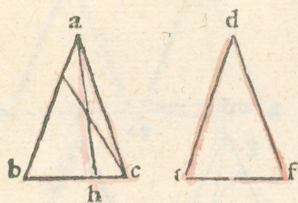
❡CAMPANVS. ❡Sint duo triãguli: a b c, d e f. sitq; angulus b, ęqualis angulo e: et angulus c, ęqualis angulo f. sitq; latus b c ęquale lateri e f: aut alterum duorum laterum a b & a c, ęquale alteri duorũ laterum d e & d f. ita q a b sit æquale d e: aut a c, d f. Dico q reliqua duo latera vnius/ erũt æqualia reliquis duobus lateribus alterius: & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, ãgulus videlicet a angulo d. Ponam ergo primo vt latus b c, super quod iacent anguli b, c: sit æquale lateri e f super quod iacent anguli e, f, qui positi sunt æquales angulis b, c. Tũc dico: q latus a b est æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b nõ sit æquale lateri d e: alterum erit maius. sit ergo maius d e. quod resecabo ad æqualitatẽ a b: sitq; g e æquale a b. Producã lineã g f. eritq; per 4 propositionẽ angulus g f e: æqualis angulo a c b. quare & ãgulo d f e, pars toti: quod est impossibile. Erit ergo d e: æquale a b. ergo per 4/ d f æquale a c: et angulus d æqualis angulo a. quod est primum mẽbrũ diuisionis propositæ. ❡Sint rursus vt prius/ duo anguli b & c: æquales duobus angulis e et f. sitq; latus a b quod opponitur angulo c: æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui positus est æqualis angulus c. Dico: q latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & ãgulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c: erit alterum maius. sit ergo e f: maius. ponatur itaq; e g æquale b c. producã lineã d g. eritq; per 4 propositionẽ angulus d g e: æqualis angulo a c b. quare et ãgulo d f e, extrinsecus videlicet intrinseco: quod est impossibile per 16 propositionem. Erit ergo e f æquale b c. ergo per 4 propositionem/ latus d f æquale lateri a c: & angulus d totalis angulo a. quod est secundum membrum diuisionis propositæ. Quare totum manifeste patet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. propositio 26.

26 ❡Si bina triangula duos angulos duobus angulis alterũ alteri æquales habuerint/ vnumq; latus vni lateri æquale/ aut quod æquis adiacet angulis aut quod sub vno æqualium angulorum subtenditur: reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri/ & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.



❡Sint bina triangula a b c, d e f: duos angulos hoc est a b c & b c a æquales habentia duobus angulis hoc est d e f & e f d, alterum alteri hoc est angulum a b c angulo d e f, & angulum b c a angulo e f d. vnumq; latus vni lateri æquum: primum enim quod æquis adiacet angulis/ hoc est latus b c lateri e f. Aio q & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri. hoc est latus a b: lateri d e. & latus a c: lateri d f. & reliquum angulum reliquo angulo æqualem: hoc est b a c ipsi e d f. Si enim a b ipsi d e est inæqualis: earum altera maior est. esto maior a b. & collocetur per 3 propositionem/ ipsi d e æqualis linea g b: & cõnectatur g c. Quoniam g b æqualis est ipsi d e, et b c ipsi e f: duæ igitur lineæ g b & b c, duabus d e et e f altera alteri sunt æquales. et angulus g b c: angulo d e f æquus est. basis igitur g c: per 4 propositionem/ basi d f est æqualis, & triangulum g e b triangulo d e f æquum est. & reliqui anguli reliquis angulis erunt ęquales: sub quibus æqualia latera subtendun tur. æqualis igitur est angulus g c b: angulo d f e. Sed angulus d f e ipsi b c a supponitur æqualis. angulus igitur b c g: per primam cõmunem sententiam angulo b c a est æqualis, minor maiori. Quod est impossibile.

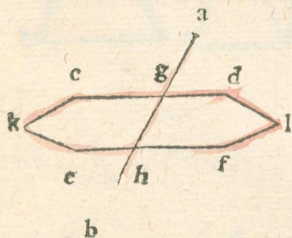


Inæqualis igitur non eſt a b: ipſi d e. æqualis igitur. Eſt autẽ et b c: ipſi e f æqualis. duę iam a b et b c: duabus d e et e f ſunt altera alteri æquales. et angulus qui ſub a b c: angulo qui ſub d e f, eſt æqualis. Baſis igitur a c: per 4 propoſitionem/baſi d f eſt æqualis. et reliquus angulus b a c: reliquo angulo e d f eſt ęqualis. ¶Rurſus ſint ad angulos æquos latera ſubtẽſa/ęqualia: ſintq; a b et d e. Dico rurſus q; reliqua latera reliquis lateribus ęqualia erunt/hoc eſt latus a c lateri d f, et latus b c lateri d f: et inſuper reliquus angulus b a c, reliquo angulo e d f æqualis erit. Si enim b c ipſi e f inæquale eſt: alterum eorum maius erit. ſit igitur (ſi poſſibile eſt) maius latus b c. & ponatur per 3 propoſitionẽ: ipſi e f æqualis linea b h. et connectatur per 1 poſtulatum: a h. Et quoniam æqualis eſt b h ipſi e f, & a b ipſi d e: duę igitur a b & b h, duabus d e & e f ſunt æquales altera alteri/et angulos æquos continent. Baſis igitur a h: per quartam propoſitionem baſi d f eſt æqualis. et triangulum a b h: triangulo d e f eſt æquale. et reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales: ſub quibus æqualia ſubtẽduntur latera. angulus igitur b h a: angulo e f d eſt æqualis. Sed angulus e f d: angulo b c a eſt æqualis. Angulus igitur b h a. ãgulo b c a eſt æqualis. triãguli igitur a h c angulus exterior b h a: interiori angulo b c a eſt æqualis & oppoſito. quod per 16 propoſitionẽ eſt impoſſibile. Latus igitur e f: ipſi b c inæquale non eſt. æquale igitur. Eſt autẽ a b: ipſi d e æqualis. duæ igitur a b & b c: duabus d e & e f ſunt æquales altera alteri/et angulos æquos continent. Baſis igitur a c: per 4 propoſitionem baſi d f eſt æqualis. & triangulũ a b c: triangulo d e f eſt æquale. & reliquus angulus b a c: reliquo angulo e d f eſt æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis: et quæ ſequuntur reliqua vt in theoremate. quod oſtẽdere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 27.



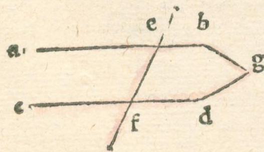
SI recta linea ſuper duas lineas rectas ceciderit/du- 27
oſq; angulos coalternos ſibi inuicem æquales fece-
rit: illæ duæ lineæ erunt æquidiſtantes.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt linea a b cadat ſuper duas lineas c d, e f: et ſecet lineã c d in pũcto g, et lineam e f in pũcto h. ſitq; ãgulus d g h ęqualis angulo e h g. dico q; lineę c d et e f: ſunt ęquidiſtantes. Si enim non: concurrant aut ad partẽ c, e, ſuper punctũ k, aut ad partem d, f, ſuper pũctũ l. et qualitercũq; fuerit: accidet impoſſibile. per 16 videlicet angulũ extrinſecũ: eſſe ęqualẽ intrinſeco & oppoſito. nam vnus dictorum angulorum coalternorũ qui poſiti ſunt ęquales/ erit extrinſecus: et reliquus intrinſecus & oppoſitus. Quia igitur impoſſibile eſt eas cõcurrere/in alterutram partem protractas: ipſę per vltimã diffinitionẽ erũt æquidiſtantes. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. propoſitio 27.

¶Si in binas rectas lineas recta incidens linea alternatim ã-
gulos æquos adinuicem fecerit: parallelæ adinuicẽ ipſæ re- 27
ctæ lineæ erunt.

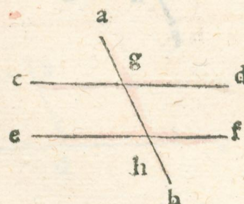


¶THEON ex Zamb. ¶In binas enim rectas lineas a b, c d, recta incidens linea e f: alternatim ãgulos a e f et e f d æquales adinuicẽ efficiat. Dico q; parallelus eſt a b: ipſi c d. Si autem nõ: productæ cõcurrunt aut ad partes b, d, aut ad a, c. producantur igitur: et concurrãt ad partes b, d, in ſigno g, ſi eſt poſſibile. Triãguli ergo g e f, ãgulus a e f exterior: ęqualis eſt ãgulo e f g interiori et oppoſito. quod per 16 propoſitionẽ eſt impoſſibile. Igitur a b et c d productę: ad partes b, d, minime concurrunt. ſimiliter quoq; oſtendetur: q; neq; ad partes a, c. Quę autem in nulla parte concurrunt: parallelę ſunt per vltimã diffinitionem. Parallelus igitur eſt a b: ipſi c d. Si in binas igitur rectas lineas et quę ſequũtur reliqua vt in theoremate. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 28.

28 I linea recta duabus lineis rectis superuenerit/fueritq; angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito æqualis/aut duo anguli intrinseci ex vna parte duobus angulis rectis æquales: illæ duæ lineæ æquidistantes erunt.

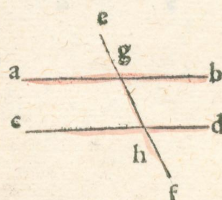
¶CAMPA. ¶Sit vt linea a b: secet duas lineas c d & e f, in pũctis g & h. sitq; angulus g extrinsecus/æqualis angulo h intrinseco ex eadẽ parte sumpto: aut duo anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti/ sint æquales duobus angulis rectis. Dico ꝙ duę lineæ c d & e f sunt ęqui distantes. Sit ergo primo angulus d g a æqualis angulo f h g. erit quoq; per 15 propositionem angulus c g h: æqualis eidem angulo f h g. quare per præmissam/c d & e f: sunt æquidistantes. Sint rursus duo anguli d g h & f h g: ęquales duobus rectis. & quia per 13 propositionẽ duo anguli d g h & c g h sunt similiter æquales duobus rectis: erit angulus c g h æqualis angulo f h g. quare per præmissam c d & e f: erunt æquidistantes. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19. propositio. 28.

28 ¶Si in binas rectas lineas recta incidens linea /exteriorem angulum interiori et opposito ad easdem partes æqualem fecerit/ aut interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales: parallelæ erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

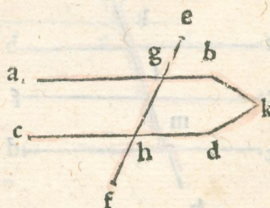
¶THEON ex Zamb. ¶In binas inquã rectas lineas a b & c d, recta linea incidens e f, angulum exteriorẽ e g b, angulo interiori g h d et opposito, æqualẽ efficiat: aut interiores & ad easdem partes/hoc est b g h, g h d, duobus rectis æquales. Dico ꝙ parallelus est a b: ipsi c d. Quoniã angulus e g b/per hypothesin æqualis est angulo g h d, & angulus e g b per 15 æqualis est ãgulo a g h: ãgulus igitur a g h æqualis ẽ ãgulo g h d. & sunt alterni. per 27 propositionem igitur parallelus est a b, ipsi c d. Rursus quoniã anguli b g h & g h d per hypothesin duobus rectis sunt æquales/& ãguli a g h et b g h p 13 propositionẽ duobus rectis sũt ęquales: anguli ergo a g h & b g h, angulis b g h & g h d sunt ęquales. Communis auferatur angulus b g h. reliquus igitur a g h: reliquo g h d est æqualis. & sunt alterni. Parallelus igitur est a b: ipsi c d. Si recta igitur linea in duas incidens: & quæ sequũtur reliqua. quod ostẽdendũ fuerat.

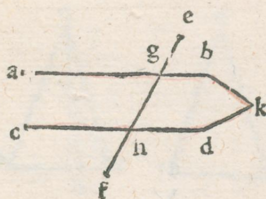


Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29 I duabus lineis æquidistantibus linea superuenerit: duo anguli coalterni æquales erunt/angulusq; extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito æqualis/ itemq; duo anguli intrinseci ex alterutra parte constituti duobus rectis angulis æquales.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineę a b & c d ęquidistantes: super quas cadat linea e f, secans eas in punctis g & h. dico ꝙ anguli g & h coalterni sunt ęquales, & ꝙ angulus g extrinsecus est ęqualis angulo h intrĩseco sibi opposito ex eadem parte sumpto, & ꝙ anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti sunt ęquales duobus rectis. Et hæc est conuersa duarũ præcedentium. Primum sic patet. Si enim angulus b g h non est æqualis angulo c h g: alter eorum erit maior. sit ergo maior angulus c h g. & quia duo ãguli c h g & g h d sunt æquales duobus rectis: ergo per 15 propositionem erũt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis. ergo per quartã petitionem/duæ lineę a b & c d si protrahantur: concurrẽt in parte b & d, ad punctum aliquem vt ad k. non ergo sunt æquidistantes per vltimam

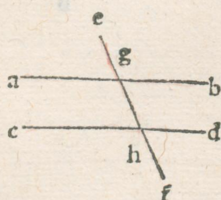




diffinitionẽ. quod eſt contra hypotheſin. & quia hoc eſt impoſſibile: erunt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales. quod eſt primum propoſitum. Ex hoc patet ſecundum. Eſt enim per 15 propoſitionem angulus b g h æqualis angulo a g e. ergo angulus a g e: erit æqualis angulo c h g, extrinſecus videlicet intrinſeco. quod eſt ſecundum propoſitũ. Ex hoc rurſus patet tertiũ. Sunt enim per 13 propoſitionẽ duo anguli a g e & a g h: æquales duobus rectis. ergo duo anguli a g h & c h g: erunt etiã æquales duobus rectis/ qui ſunt duo intrinſeci ex eadẽ parte ſumpti. quod eſt tertium propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20. propoſitio 29.

¶In parallelos rectas lineas recta incidens linea: & alternatim angulos adinuicem æquales/ & exteriorẽ interiori & oppoſito & ad eaſdem partes æqualem/ et interiores & ad eaſdem partes duobus rectis æquales efficit. 29

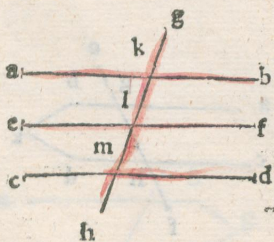


¶THEON ex Zamb. ¶In parallelos enim rectas lineas a b & c d: recta incidat linea e f. Dico ꝙ & alternos angulos a g h & g h d æquos efficit/ & exteriorem angulũ e g b interiori & oppoſito & ad eaſdẽ partes hoc eſt ipſi g h d æqualem/ & interiores & ad eaſdem partes hoc eſt b g h & g h d duobus rectis æquales. Si enim inæqualis eſt a g h ipſi g h d: alter eorum maior eſt. Sit maior a g h. Quoniam igitur a g h, maior eſt ipſo g h d: cõmunis ponatur angulus b g h. anguli ergo a g h & b g h: maiores ſunt ipſis b g h & g h d. Sed anguli a g h & h g b: per 13 propoſitionem/ duobus rectis ſunt æquales. anguli igitur b g h & g h d duobus rectis ſunt minores. quæ autẽ a minoribus duobus rectis producuntur in infinitum: concurrunt/ per primum poſtulatũ. Rectæ igitur lineæ a b & c d: in infinitum productæ/ concurrunt. non cõcurrunt autẽ: quoniam paralleli/ per hypotheſin. Angulus igitur a g h: angulo g h d inæqualis non eſt. æqualis igitur ſed angulus a g h: angulo e g b per 15 propoſitionem eſt æqualis. angulus igitur e g b: per 1 communem ſententiam/ angulo g h d eſt æqualis. cõmunis ponatur b g h. anguli e g b & b g h igitur: angulis b g h & g h d ſunt æquales. Sed anguli e g b & b g h: duobus rectis ſunt æquales/ per 13 propoſitionem. & anguli b g h & g h d: duobus rectis ſunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.



I fuerint duæ lineæ vni æquidiſtantes: eædem ſibi inuicem æquidiſtantes erunt. 30

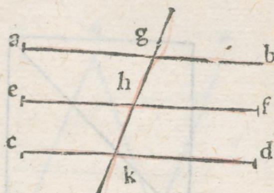


¶CAMP. ¶Sint duæ lineæ a b & c d: quarum vtraq; æquidiſtet lineæ e f. Dico illas duas videlicet a b & c d: eſſe æquidiſtantes. Hoc autẽ eſt vniuerſaliter verum: ſiue duę lineę a b & c d ſint in vna ſuperficie cum linea e f, ſiue non. hic tamen non intelligitur: niſi ſecundum ꝙ omnes ſunt in ſuperficie vna. ſecũdũ enĩ ꝙ ſunt in diuerſis ſuperficiebus: probatur in 9 vndecimi libri/ ꝙ ſũt ęquidiſtantes. Sint ergo omnes in ſuperficie vna. protraham autem lineam g h: ſecantem lineas a b, e f, & c d, in pũctis k, l, m. Et quia a b ęquidiſtat e f: erit angulus b k l ęqualis angulo e l k per primam partem pręcedẽtis/ cũ illi ſint coalterni. at quia c d æquidiſtat e f: erit angulus k l e extrinſecus æqualis angulo l m c intrinſeco/ per ſecundam partẽ pręcedentis. ergo angulus b k l: eſt ęqualis angulo c m l. qui cum ſint coalterni: erunt per 27/ lineę a b & c d æquidiſtantes. Quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 30.

¶Quæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem ſunt paralleli. 30

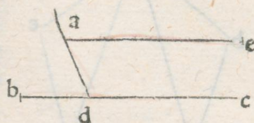
¶THEON ex Zã. ¶Sint a b & c d: ipſi e f paralleli. dico ꝙ a b: ipſi c d eſt parallelus. Incidat enim in eas: recta linea g h k. & quoniam in parallelos rectas lineas a b & e f, recta linea g h k incidit: æqualis eſt igitur a g h ipſi g h f, per 29 propoſitionem. Rurſus quoniam in parallelos rectas lineas e f & c d recta linea g k incidit: per eandem / æqualis eſt g h f ipſi g k d. patuit autem ꝙ a g h ipſi g h f eſt æqualis / & ꝙ g k d æqualis eſt ipſi g h f. & a g k igitur: ipſi g k d eſt æqualis / & ſunt alterni. parallelus igitur eſt a b: ipſi c d. Quod oſtendendum erat.



Eucli. ex Camp. propoſitio 31.

31 
A Puncto extra lineam dato: lineæ propoſitę æquidiſtantem ducere.

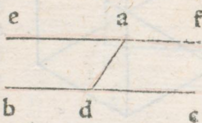
¶CAMPANVS. ¶Punctus extra lineam datus intelligitur: cum linea vtrinq; protracta / per ipſum non tranſit. Sit ergo punctus a: datus extra lineam b c. ab eodem puncto a, a quo oportet protrahere lineam æquidiſtantem ipſi b c: protraho lineam a d lineæ b c ſuperſtantem qualitercunq; contingat. & ſuper punctum a qui eſt extremitas lineæ a d / conſtituo angulum e a d per doctrinam 23 propoſitionis: æqualem angulo b d a ſibi coalterno. eritq; a e æquidiſtãs b c per 27 propoſitionem. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Problema 10. propoſitio 31.

31 ¶Per datum ſignum: datæ rectæ lineæ parallelum rectam lineam ducere.

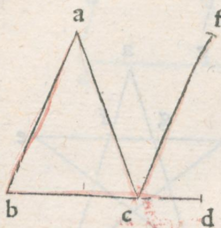
¶THE. ex Zãb. ¶Sit quidem datum ſignum / a: data vero recta linea / ſit b c. Oportet iam per datum ſignũ a: ipſi b c rectæ lineæ / parallelum rectam lineam ducere. Suſcipiatur in ipſa b c / contingens ſignum: ſitq; illud d. & connectãtur per primum poſtulatum: a d. & conſtituatur per 23 propoſitionem ad datam rectam lineam a d, ad datumq; in ea ſignum a: dato angulo a d c, æqualis angulus d a e. & producatur per 14. propoſitionem / in rectum ipſius e a: linea a f. Et quoniam in rectas lineas b c & e f, recta linea incidẽs a d, alternos angulos e a d & a d c æquales adinuicem fecit: parallelus eſt igitur e a f ipſi b c, per 27 propoſitionem. Per datum ergo ſignum a: datæ rectæ lineæ b c parallelus recta linea e a f ducta eſt. quod feciſſe oportuit.



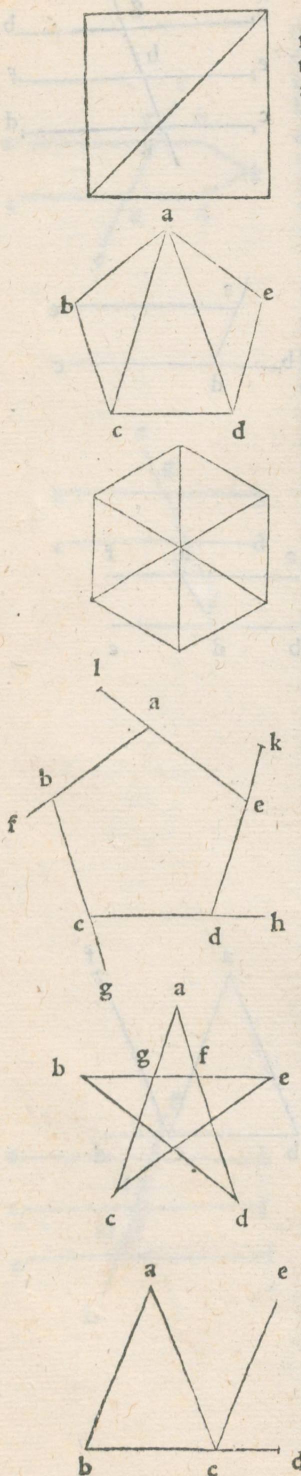
Eucli. ex Camp. propoſitio. 32.

32 
Omnis trianguli angulus extrinſecus: duobus itrinſecis ſibi oppoſitis eſt æqualis. Omnes autem tres angulos eius: duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt.

¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c: cuius latus b c protrahatur vſq; ad d. dico ꝙ ãgulus c extrinſecus: eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis ſimul iunctis. & ꝙ tres anguli triãguli a b c ſimul iuncti: ſunt æquales duobus rectis. A puncto c protrahã c f æquidiſtantem a b: ſecundum doctrinam præcedentis. eritq; angulus f c a, æqualis angulo a: quia ſunt coalterni per primam partem 29 propoſitionis. & angulus f c d extrinſecus: æqualis angulo b intrinſeco per ſecundam partem eiuſdem. quare totus a c d extrinſecus: eſt ęqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis. quod eſt primum. Et quia duo anguli a c b & a c d ſunt æquales duobus rectis per 13 propoſitionem: erunt tres anguli a, b, & c intrinſeci æquales duobus rectis. quod eſt ſecundum propoſitum.



¶CAMPANI additio. ¶Ex hac autem patet ꝙ omnis figuræ polygoniæ omnes anguli ſimul ſumpti tot rectis angulis ſunt æquales : quotus eſt numerus quo a prima deſtiterit / duplicatus. Verbi gratia. polygoniarũ figurarum: eſt triangula prima. quia ſi eſſet duarum linearum: cum figura ſit clauſio linearũ / tunc duæ lineæ rectæ includerent ſuperficiem. quod eſt



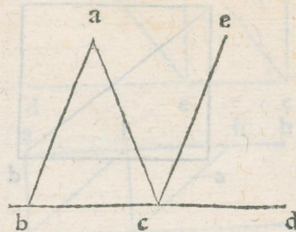
impossibile per vltimam petitionem. Quadrilatera: secunda. pentagona: tertia. Similiter autē quęlibet tota erit ī ordine: quotus erit numerus laterū aut angulorum eius/ inde dempto binario. Dico ergo q̄ trianguli (quę est prima) omnes anguli sunt ęquales duobus rectis. quadrilaterę (quę est secunda) erunt æquales quatuor rectis. & pentagonę (quę est tertia) erunt æquales sex rectis. Hoc autem inde manifestum est. quoniam cū quælibet talis figura sit in tot triangulos resolubilis quota ipsa fuerit a prima/ ductis rectis lineis a quouis angulorum eius ad omnes angulos oppositos/ sintq̃ omnes anguli omnis trianguli duobus rectis æquales: erunt omnis lateratæ figurę omnes anguli bis tot rectis æquales/ quota ipsa fuerit a prima. quod est propositum. Sit enim exempli gratia/ pentagonus a b c d e: a cuius angulo a, ducam lineas ad angulos c, d, ipsi oppositos. erit totus pētagonus resolutus in tres triāgulos a b c, a c d, & a d e: quorū cū cuiuslibet sint anguli æquales duobus rectis/ erunt pentagoni anguli æquales sex rectis. quod est duplū eius numeri quo a prima distat: siue duplū numeri āgulorū aut laterū eius/ īde dēpto binario. ¶Possumus quoq̃ & sic idem proponere. dicentes q̄ omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti sunt tot rectis āgulis æquales: quātus est numerus quem eius anguli duplicant/ inde demptis quatuor. puncto enim quouis intra figuram signato/ & ab eo ad singulos angulos lineis protractis: erit ipsa figura in tot triangulos resoluta quoti fuerint eius anguli. ideoq̃ omnes anguli omnium illorum triangulorum pariter accepti/ tot rectis angulis erunt æquales: quantus est numerus quem duplicant anguli propositæ figuræ. Cum itaq̃ sint omnes anguli triangulorū in quos ipsa resoluta est/ punctum medium circunstantes/ quatuor rectis æquales per 13 propositionem: manifestū cōstat propositum. ¶Similiter quoq̃ patet/ q̄ omnis figuræ polygoniæ anguli omnes extrinseci: quatuor rectis angulis sunt æquales. sunt enim intrinseci & extrinseci bis tot rectis æquales: quot habuerit angulos/ per 13 propositionem. Intrīseci autem sunt bis tot rectis æquales quot habuerit angulos demptis inde quatuor. ergo extrinseci sūt quatuor rectis ęquales. quod est propositum. Exempli gratia. propositi pentagoni latera protrahantur: vt fiāt anguli extrinseci. a b quidem protrahatur vsq̃ ad f. b c vsq̃ ad g. c d vsq̃ ad h. d e vsq̃ ad k. e a vsq̃ ad l. eruntq̃ per 13 propositionem duo anguli/ a intrinsecus & a extrinsecus: æquales duobus rectis. eadem autem ratione: duo anguli b intrinsecus & b extrinsecus. sic & cæteri. quare a, b, c, d, e, anguli intrinseci et extrinseci: decē rectis æquātur. demptis igitur intrinsecis qui sunt æquales sex rectis: erūt extrinseci videlicet. b a l, c b f, d c g, e d h, & a e k, æquales quatuor rectis. ¶Patet etiam q̄ omnis pētagonus cuius vnumquodq̃ latus duo secat ex reliquis habet 5 āgulos duobus rectis æquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e. & secet latus a c: latus b e in puncto g. & latus a d idem latus b e in puncto f. erit angulus a f g æqualis duobus angulis b & d: cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo f d b. Itemq̃ angulus f g a erit æqualis duobus angulis c & e: cū sit extrinsecus ad ipsos in triangulo g c e. sed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, sunt æquales duobus rectis. ergo quatuor anguli b, d & c, e: sunt cum angulo a æquales duobus rectis. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. propositio 32.

¶Omnis trianguli vno latere producto: exterior angulus binis interioribus & opposito est æqualis. Et trianguli tres interiores anguli: binis sunt rectis æquales.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit triangulum a b c. & producatur vnum illius latus (sitq̃ b c) vsq̃ in d. Dico q̄ exterior angulus a c d: ipsis c a b & a b c duobus interioribus & opposito/ est æqualis. et trianguli tres anguli interiores hoc est a b c b, c a, & c, a b: duobus rectis sunt æquales. Excitetur enim per præcedentem/ per signū c, ipsi a b rectæ lineæ parallelus c e.

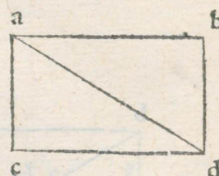
Et quoniam parallelus est a b ipsi c e, & in ipsas incidit linea a c: alterni anguli b a c & a c e, æquales sunt adinuicem. Rursus quoniam parallelus est a b ipsi c e, & in eas incidit recta linea b d: exterior angulus e c d, per vicesimamseptimam/ vicesimamoctauam/ & vicesimamnonã propositiones/ æqualis est angulo a b c interiori & opposito. patuit autẽ q̃ a c e: ipsi b a c est æqualis. Totus igitur exterior angulus a c d: æqualis est duobus interioribus & oppositis/ hoc est ipsis b a c & a b c. Communis ponatur: a c b angulus. igitur a c d & a c b: tribus angulis a b c, b c a & b a c, sunt æquales. Sed a c d & a c b: duobus rectis/ per 13 propositionẽ sunt æquales. ãguli a c b & c a b & c b a igitur: duobus rectis sunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. Quod oportuit ostendere.



Eucli. ex Camp. Propositio 33.

33 SI in summitatibus duarum linearum æquidistantium et æqualis quantitatis/ aliæ duæ lineæ coniũgantur: ipsæ quoq; æquales et æquidistãtes erunt.

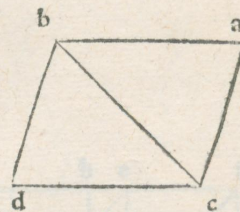
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidistantes: quarum extremitates coniungã per lineas a c & b d. Quas dico esse æquales & æquidistantes. protraham enim lineam a d. Et quia lineæ a b & c d sunt æquidistantes: erit angulus b a d æqualis angulo a d c, per primam partem vicesimænonæ propositionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d: æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a. & angulus a primi: æqualis angulo d secundi. ergo per quartã propositionẽ basis b d primi/ est æqualis basi a c secundi: & anguli a d b primi/ æqualis angulo d a c secundi. At quia ipsi anguli a d b & d a c sunt coalterni: erunt lineæ b d & a c æquidistantes/ per vicesimamseptimam. Et quia prius probatũ est ipsas esse æquales: patet propositum vtrumq;.



Eucli. ex Zamb. Theorema 23. propositio 33.

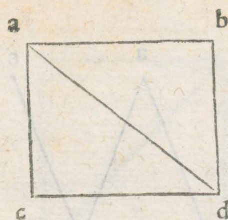
33 ¶Aequas et parallelos ad easdem partes/ rectæ linee coniũgentes: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æquales rectæ lineæ & paralleli: a b & c d. & ipsas coniungant ad easdem partes: rectę lineæ a c & b d. dico q̃ a c & b d: æquales & paralleli sunt. Connectatur enim per primum postulatum b c. Quoniam parallelus est a b ipsi c d, & in eas incidit b c: alterni anguli a b c & b c d adinuicem sunt æquales/ per vicesimamnonã propositionem. Et quoniam æqualis est a b ipsi c d, communis autem b c: duæ igitur a b & b c, duabus b c & c d sunt æquales. & angulus a b c: angulo b c d est æqualis. Basis igitur b d: per quartam propositionem basi a c est æqualis. & triangulum a b c: triangulo ei quod sub b c d, æquum est. & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales alter alteri/ sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur a c b: æqualis est ei qui sub c b d. & angulus b a c: ei qui sub b d c. Et quoniam in duas rectas lineas a c & b d, recta linea incidit b c, alternos angulos hoc est a c b & c b d æquales adinuicem efficiens: parallelus igitur est a c ipsi b d, per vicesimamseptimam propositionem. Ostensum autem est: q̃ & ei ęqualis est. Aequales igitur & parallelos ad easdem partes coniungentes lineæ rectę: & ipsæ ęquales & paralleli sunt. Quod oporuit demonstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 34.

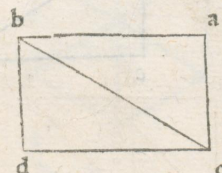
34 Mnis superficies æquidistantibus contenta lateribus: lineas atq; angulos ex aduerso collocatos habet æquales/ diametro diuidente eam per medium.



¶CAMPANVS. ¶Sit superficies a b c d æquidistantium laterum: ita q' linea a b ęquidistet c d, & a c ipsi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d: esse æquales. similiter dico angulum a esse ęqualem angulo d: & angulum b angulo c. Protraham diametrum a d: quæ etiam diuidet superficiem illam per medium. Cũ a b & c d sint ęquidistãtes: erunt anguli b a d & c d a, qui sunt coalterni: ęquales per vicesimam nonam. At quia etiam a c & d b sunt æquidistantes: erunt anguli c a d & b d a, qui sunt coalterni æquales per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c. & quia duo anguli a & d trianguli a d b, sunt ęquales duobus angulis d & a trianguli d a c, & latus a d super quod iacent illi anguli in vtroq; triangulo/ est commune: erit per vicesimam sextam propositionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet esse æqualem angulo d totali per secundam communem animi conceptionem: totum propositum cum correlario liquet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24. propositio 34.

¶Parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito/ & anguli: æqualia sunt adinuicem/ et dimetiens ea bifariã secat. 34

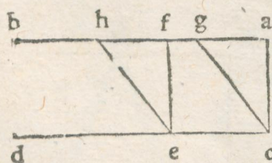


¶THEON ex Zam. ¶Sit parallelogrãmus locus a c d b: dimetiensq; illius esto b c. Dico q' parallelogrammi a c d b latera & anguli ex opposito/ adinuicem sunt æqualia: & illud/ dimetiẽs bifariam secat. Quoniã parallelus est a b ipsi c d, & in eas incidit recta linea b c: per 29 propositionem/ alterni anguli a b c & b c d sunt adinuicem æquales. Rursus quoniam parallelus est a c ipsi b d, & in eas incidit recta linea b c: ãguli alterni hoc est a c b & c b d æquales sunt adinuicẽ. Bina igitur triangula sunt a b c & b c d: duos angulos qui sub a b c & a c b, duobus angulis b c d & c b d æquales habentia alterum alteri & vnum latus vni lateri æquale ad angulos æquos / & commune eorum b c. & reliqua latera igitur per 26 propositionẽ / reliquis lateribus æqualia erunt alterum alteri: & reliquus angulus reliquo angulo æqualis. latus igitur a b est æquale lateri c d, & c a ipsi b d: & angulus b a c ãgulo b d c est æqualis. Et quoniã angulus a b c æqualis est angulo b c d, & angulus c b d ei qui sub a c b: totus igitur angulus a b d toti angulo a c d, per 2 communem sentẽtiam est æqualis. Ostensum est autem: q' angulus b a c angulo c d b est æqualis. Parallelogrammorum igitur locorum ãguli & latera ex opposito: adinuicem sunt æqualia. Dico etiam: q' dimetiens ea bifariam secat. Quoniam enim a b æquum est ipsi c d, & b c communis est: duæ igitur a b & b c, duabus b c & c d sunt altera alteri æquales. et angulus a b c angulo b c d est æqualis. basis igitur a c: per 4 propositionem basi b d est æqualis/ & triangulum a b c triangulo b c d est æquale. Dimetiens igitur b c: bifariam secat parallelogrammum a b c d. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propoitio. 35.

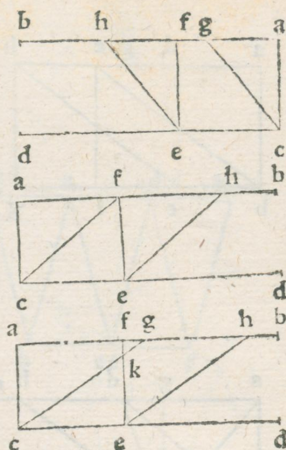


Mnes superficies æquidistantium laterum super vnam basin atq; in eisdem alternis lineis constitutæ: æquales esse probantur. 35



¶CAMPANVS. ¶Sint duę lineę a b & c d æquidistãtes. inter quas fiat a c f e superficies ęquidistantiũ laterum super basin c e. & super eandem basin/ et inter easdem lineas fiat alia superficies g c h e: similiter æquistantiũ laterum. dico duas prædictas superficies: esse æquales. Quod sic probatur. Aut enim linea c g secabit lineam a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. ¶Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f: vt in prima figuratione apparet.

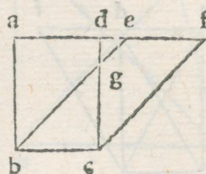
Et quia vtraq; duarum linearum a f & g h est æqualis lineæ c e per præcedentem: vna earum erit æqualis alteri. dempta ergo linea f g cõmu- ni: remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum est a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per secundam partem 29/ vide- licet extrinsecus intrinseco: erit per 4. triangulus a c g æqualis triangu- lo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera quæ est g c f e, addita vtriq;: erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e. quod est propositum. ¶ Secet secũdo modo linea c g lineã a b in puncto f: vt in secunda figura tione apparet. eruntq; simili argumẽtatione priori/ duo trianguli a c f & f c h: æquales. quare vtrobiq; addito triangulo f c e: patet propositũ. ¶ Se- cet tertio modo linea c g lineã a b inter duo pũcta, f, b: vt in tertia figura- tione apparet. secabitq; lineam f e. sit vt in puncto k. & quia simili argu mentatione priori/ linea a f est æqualis lineæ g h: facta communi linea g f, erit a g æqualis f h. & triangulus a g c: æqualis triãgulo f e h. Addito ergo vtriq;/ triangulo c k e, & detracto ab vtroq; triãgulo f k g: erit super- ficies a c f e æqualis superficiei g c h e. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 25. propositio 35.

35 ¶ Parallelogramma in eadẽ basi et in eisdem parallelis exi- stentia: adinuicem sunt æqualia.

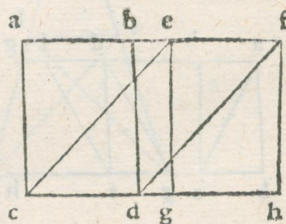
¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint parallelogrãma a b c d & e b c f: in eadẽ basi existẽtia hoc est b c, & in eisdẽ parallelis hoc est a f & b c. Dico q̃ pa rallelogrammum a b c d: æquale est parallelogrãmo e b c f. Quoniam eni parallelogrãmũ est a b c d: æqualis est a d ipsi b c p 34. propositionẽ. & id propterea igitur: & e f ipsi b c. quare & a d: ipsi e f est æqualis. & cõ munis d e. tota igitur a e: toti d f est æqualis. At a b: ipsi d c est æqualis. duæ igitur e a & a b: duabus f d & d c sunt altera alteri æquales. & angu lus f d c: angulo e a b est æqualis/ exterior interiori. Basis igitur e b: per quartam propositionem/ basi f c est æqualis. & triangulum e a b: triangu- lo f d c est æquale. Commune auferatur triangulum d g e. reliquũ igitur trapezium a b g d: trapezio e g c f est æquale. Commune autem ponatur triangulum g b c. totum igitur parallelogrammum a b c d: toti parallelo grammo e b c f est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur re- liqua. quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 36.

36 Mnia parallelogramma in basibus æqualibus atq; in eisdem lineis constituta: æqualia esse neces- se est.

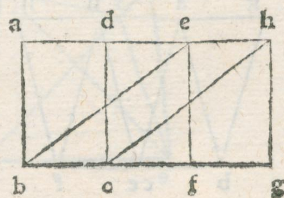
¶ CAMPANVS. ¶ Parallelogrammũ: dicitur superficies æquidistantium laterum. Sint duæ superficies a b c d & e f g h, æquidistantium laterum: constitutæ inter duas lineas æquidistantes quæ sunt a f & c h, & super æquales bases quę sunt c d & g h. dico eas esse æquales. nam protraham duas lineas c e & d f. eritq; per 33/ superficies c d e f, æquidistantium laterum: propter hoc q̃ e f est æqua lis & æquidistans c d. nam vtraq; earum est æqualis g h. Quia ergo per præmissam vtraq; duarũ superficierũ a b c d & e f g h est æqualis super- ficiei c d e f: ipsæ erunt sibi inuicem æquales. quod est propositum.

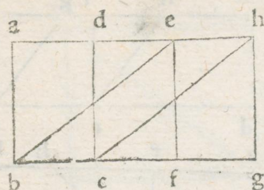


Eucli. ex Camp. Theorema 26. propositio 36.

36 ¶ Parallelogrãma in æqualibus basibus & in eisdem paral- lelis existentia: adinuicem sunt æqualia.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint parallelogrãma a b c d & e f g h: in æqua- libus basibus cõstituta hoc est b c & f g, & in eisdẽ parallelis hoc est a h & b g. Dico q̃ parallelogrãmum a b c d est æquale parallelogrãmo e f g h.

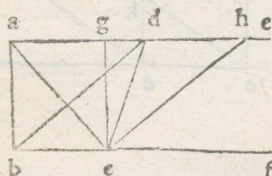




Connectatur enim b e & c h. Quoniã æqualis est b c ipsi f g, sed f g æqualis est ipsi c h: & b c quoq; ipsi e h est æqualis. sunt autem paralleli/ & coniungunt eas b e & c h. æquales autem et parallelos/ coniungentes lineę: æquales & paralleli sunt per 33 propositionẽ. Igitur e b, & h c: æquales & paralleli sunt. Parallelogrammũ igitur est e b c h: & est æquale parallelogrammo a b c d. basin enim eandem habet/ hoc est b c: & in eisdem est parallelis/ hoc est b c & e h. ac per hoc/ e f g h: ipsi e b c h est æquale. Quare parallelogrãmum a b c d parallelogrãmo e f g h est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua vt theoremate. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 37.

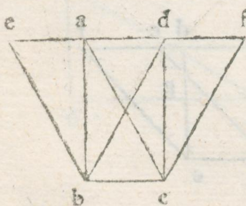




AEquales sunt sibi cuncti trianguli: qui super eandem basin/ atq; inter duas lineas æquidistantes sunt constituti. 37

¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c: inter duas lineas a e & b f, quæ sint æquidistantes. dico eos esse æquales. Protraham enim c g æquidistantem a b, & c h æquidistantem d b per 31. eruntq; duæ superficies a b c g & d b c h: æquales per 35. Et quia dicti triãguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis: ipsi erũt æquales per cõmunem scientiam quę est/ quorum tota sunt æqualia: & dimidia. sicq; patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27. propositio 37.

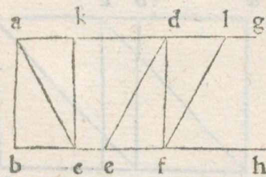


¶Triangula in eadem basi et in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia. 37

¶THEON ex Zam. ¶Sint triãgula a b c & d b c: in eadẽ basi b c, & in eisdem parallelis a d & b c constituta. Dico q; triangulum a b c: est ęquale triãgulo d b c. Producatur per secundum postulatum/ a d ex vtraq; parte: in e & f. & per b: ipsi c a per 31 propositionem excitetur parallelus b e. & per c: ipsi b d per eãdem parallelus excitetur c f. Parallelogramma igitur sunt: e b c a & d b c f. & parallelogrãmũ e b c a: per 35 propositionẽ æquale est ipsi d b c f parallelogrammo. in eadem enim sunt basi b c: & in eisdem parallelis b c & e f. At parallelogrammi e b c a, triangulum a b c: dimidium est per 34 propositionem. nam a b dimetiens: illud bifariam secat. parallelogrammi vero d b c f: per eandẽ/ triangulum d b c dimidium est. nam b c dimetiens illud bifariã secat. at quæ æqualium sunt dimidiũ: adinuicẽ sunt æqualia per 7 communem sententiam. triangulũ igitur a b c: triãgulo d b c est æquale. Triãgula igitur & quę sequũtur reliqua vt in theoremate. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 38.

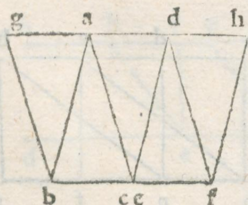




SI duo trianguli super bases ęquales atq; inter duas lineas æquidistãtes ceciderint: ęquales eos esse necesse est. 38

¶CAMPANVS. ¶Sint duo triãguli a b c & d e f: cõstituti super bases b c & e f ęquales/ et inter lineas a g & b h æquidistantes. dico eos esse æquales. Protrahã enim c k ęquidistantem a b: & f l æquidistantem. e d. erũtq; duæ superficies a b c k & d e f æquales per 36. & quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis: ipsi erunt æquales per antedictam communem scientiam.

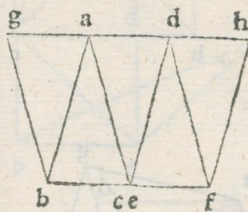
Eucli. ex Zamb. Theorema 28. propositio 38.



¶Triangula in æqualibus basibus & in eisdem parallelis cõstituta: adinuicem sunt æqualia. 38

¶THEON ex Zamb. ¶Sint triangula a b c & d e f: in æqualibus basibus constituta hoc est b c & e f, & in eisdem parallelis hoc est b f & a d.

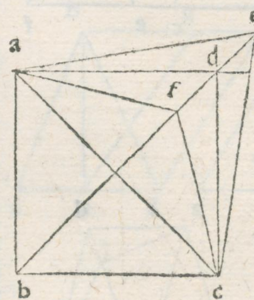
Dico ꝙ triangulum a b c: æquũ est triangulo d e f. Producatur enim per secundum postulatum / a d: ex vtraq; parte in g, h. & per b: ipsi c a per 31 propositionem parallelus excitetur b g. et per f: ipsi d e parallelus excitetur f h, per eandem. Parallelogrãmum igitur est: & g b c a & d e f h. At parallelogrammum g b c a: per 36 æquum est ipsi d e f h parallelogrammo. in æqualibus enim sunt basibus hoc est b c et e f: & in eisdem parallelis hoc est b f et g h. At parallelogrammi g b c a: per 34. propositionem triangulum a b c, medietas est. a b enim dimetiens: illud bifariam secat. et triangulum d e f: parallelogrammi d e f h, medietas est per eandem. nã dimetiẽs f d: illud secat bifariam. Aequalium vero ea quæ sunt dimidiũ: sibi inuicem sunt æqualia / per 7 communem sententiam. Triangulũ igitur a b c: triangulo d e f est æquale. Triangula igitur in æqualibus basibus et in eisdem parallelis constituta: sibi inuicem sunt æqualia. Quod
37 oportuit demonstrasse.



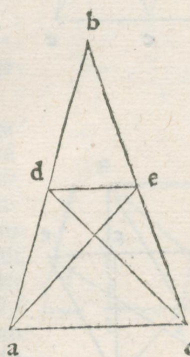
Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 Omnes duo trianguli æquales / si in eãdem basin et ex eadem parte ceciderint: inter duas lineas æquidistantes erunt.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c ex vna eadẽq; parte: sintq; æquales. dico eos esse inter lineas æquidistantes. Et hæc est conuersa 37. A puncto a, protraham lineam æquidistantem lineæ b c. quæ si pertransierit per punctum d: liquet propositũ. Sin autẽ: pertrãsibit supra aut infra. Transeat primo supra: et sit a e. producam b d: vsquequo secet lineã a e in puncto e. & pro-
37 traham lineam e c. Et quia triãgulus e b c est æqualis triãgulo a b c per 37 / & triangulus d b c positus est æqualis triangulo a b c: erit triangulus d b c æqualis triangulo e b c, pars toti. quod est impossibile. Non igitur pertransibit linea quæ a puncto a ducitur æquedistanter b c: supra d. Transeat ergo infra. et sit a f: secans lineam d b in puncto f. Protrahã ergo lineã f c. & quia per 37 / triangulus f b c est æqualis triangulo a b c: ipse etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti. quod est impossibile. Quia ergo a puncto a, æquidistans b c non transit nisi per punctum d: patet propositum.



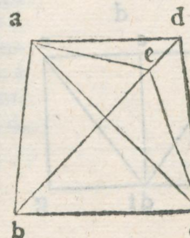
¶ CAMPANI additio. ¶ Ex hac autẽ & præmissa / nota ꝙ si aliqua linea recta duo alicuius triãguli latera per æqua secet vel secuerit: ipsa erit tertio æquidistãs. quod sic probatur. Sit triangulus a b c: cuius duo latera quæ sunt a b & b c, secet linea d e per æqualia. a b quidem in puncto d: et b c in puncto e. dico ꝙ linea d e est æquidistans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq; per 31 a pũcto e ipsi a b æquidistante: erit per 38 triãgulus a e d æqualis triãgulo d e b, propter id ꝙ linea a d basis triãguli a e d posita est æqualis lineæ d b basi trianguli d e b. Rursus quia ducta a puncto d per 31 ipsi b c æquidistante /
38 per eandem triangulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id ꝙ linea c e posita est æqualis lineę e b: triãgulus a e d est æqualis triangulo c e d. Quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basin videlicet lineam e d, et ex eadem parte: ipsi erunt per hanc 39 inter lineas æquedistantes. ergo linea d e: est æquidistãs lineæ a c. Quod quidem propositũ: ad quintam quarti tibi valebit.

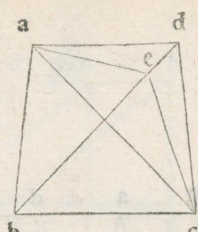


Eucli. ex Zamb. Theorema 29. propositio 39.

39 ¶ Triangula æqualia in eadem basi constituta / & ad easdẽ partes: & in eisdem sunt parallelis.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint bina triangula a b c & d c b: constitu-
38 ta in eadem basi b c, & ad easdẽ partes. dico ꝙ & in eisdẽ sunt parallelis. Cõnectatur a d. Dico ꝙ a d: ipsi b c est parallelus. Si autẽ nõ: excitetur per 31 propositionẽ / per a signũ: ipsi b c rectæ lineæ parallelus a e, & cõnectatur e c. Triangulum igitur a b c: per 37 propositionem æquale est tri-

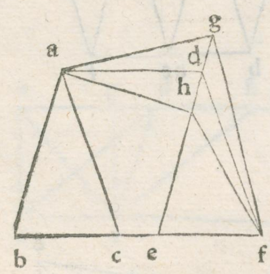




angulo a b c.in eadem enim ſunt baſi b c:in eiſdemq; parallelis a e & b c. At triangulum d b c:ipſi triangulo a b c eſt æquale/ per hypotheſin. Triangulum igitur d b c:triangulo e b c eſt æquale/ maius videlicet minori.quod eſt ĩpoſſibile.parallelus igitur minime eſt a e:ipſi b c. Similiterq; oſtendemus:nullam aliam præter a d.parallelus igitur eſt a d ipſi b c. Triangula igitur æqualia:& quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtẽdendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 40.

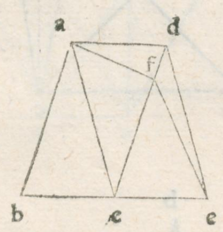
SI duo trianguli æquales ſuper æquales baſes vnius eiuſdemq; lineæ ex eadem parte fuerint conſti- 40
tuti : eos inter duas lineas æquediſtantes neceſſe eſt contineri.



¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c,d e f æquales:cõſtituti ſuper duas baſes quæ ſunt b c & e f,& ex eadem parte. dico eos eſſe inter duas lineas æquidiſtãtes.& hæc eſt conuerſa 38. Et probatur per ipſam: ſicut præcedẽs per 37 . A puncto a,ducatur linea æquidiſtans lineæ b f. quæ ſi tranſierit per punctum d:patet propoſitum.ſin autem:pertranſeat ſupra vt a g.& producatur e d vſq; ad ipſũ g , vt ſit e g:& ducatur linea g f. Erit per 38 triangulus a b c:æqualis triangulo g e f.quare & triangulus d e f:erit æqualis triangulo g e f,pars toti.quod eſt impoſſibile.non ergo tranſibit ſupra. Tranſeat ergo infra:ſecetq; lineam d e in puncto h. & ducatur linea f h.erit per 38 triangulus h e f:æqualis triangulo a b c. quare & triangulo d e f,pars toti.quod eſt impoſſibile. Quia ergo non tranſibit niſi per punctum d:patet propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30. propoſitio 40.

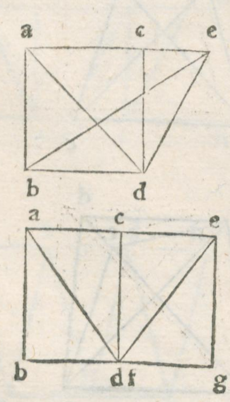
¶Triangula æqualia in æqualibus baſibus exiſtentia & ad 40
eaſdem partes:& in eiſdem ſunt parallelis.



¶THEON ex Zamb. ¶Sint triangula æqualia a b c & c d e:in æqualibus baſibus conſtituta hoc eſt b c & c e,& ad eaſdem partes a. Dico ꝙ & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur per 1 poſtulatum a d. Dico ꝙ a d:ipſi b e eſt parallelus. Si autem non: excitetur per 31 propoſitionẽ per a,ipſi b e parallelus a f.& connectatur f e. Triangulum igitur a b c:triangulo c f e eſt æquale per 38.in æqualibus enim ſunt baſibus conſtituta b c & c e:& in eiſdem parallelis b e,& a f.ſed triangulum a b c:triangulo d c e eſt æquale. Triangulum igitur d c e:æquum eſt triangulo f c e, maius minori.quod eſt impoſſibile . parallelus igitur minime eſt a f ipſi b e. Similiterq; oſtendemus ꝙ nulla præter a d. Parallelus igitur eſt a d ipſi b e. Quod oſtendere oportebat.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 41.

SI parallelogrammum triangulusq; in eadẽ baſi atq; 41
in eiſdem alternis lineis fuerint conſtituta:parallelogrammum triangulo duplum eſſe conueniet.

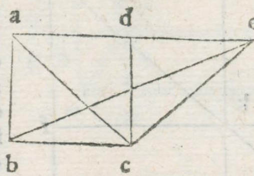


¶CAMPANVS. ¶Sit parallelogrammum a b c d, & triangulus e b d ſuper baſim b d,& inter lineas a e & b d quæ ſint æquidiſtantes. Dico parallelogrãmum:duplum eſſe triangulo . Protraham in parallelogrãmo diametrum a d.erit triangulus a b d:dimidium parallelogrãmi per correlariũ 34.& quia triangulus e b d eſt æqualis triãgulo a b d per 37:patet triãgulum e b d, eſſe dimidiũ parallelogrãmi a b c d. quod eſt propoſitũ. ¶Similiter quoq; poteſt probari/ ꝙ ſi parallelogrãmũ triangulusq; in æqualibus baſibus atq; inter lineas æquediſtantes fuerint conſtituta: parallelogrãmum duplum erit triangulo. Quod ideo non poſuit Euclides:quia leuiter patet ex hac pręcedente correlarium & 38/diuiſo parallelogrãmo per diametrum in duos triangulos/ vel ſuper baſin parallelogrãmi inter eaſdem lineas æquediſtantes triangulo conſtituto.ad quem

duplum erit parallelogrãmum per hanc præcedentem/ & ipse æqualis alteri dato triangulo per 38.

Eucli ex Zamb. Theorema.31. Propositio 41.

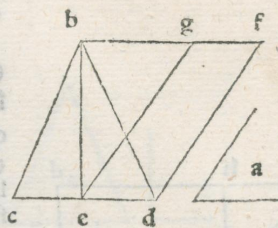
41 ¶Si parallelogrammum & triangulum eandẽ basin habuerint/in eisdemq; fuerint parallelis: trianguli parallelogrammum duplum erit.



¶THEON ex Zamb. ¶Parallelogrãmũ enim a b c d, & triangulum e b c: eandem habeant basin b c, in eisdemq; sint parallelis b c & a e. Dico q̃ parallelogrãmum a b c d: trianguli b e c duplum est. Connectatur enim per 1 postulatum: a c. Triangulum igitur a b c: per 37 æquale est triangulo e b c. in eadem enim sunt basi b c: & in eisdẽ parallelis b c & a e. Sed parallelogrãmum a b c d: duplum est ipsius trianguli a b c, per 34 propositionem. & enim dimetiens a c: illud bifariã secat. Quare parallelogrãmum a b c d: ipsius trianguli e b c duplum est. Si parallelogrãmum & triangulum igitur: & quod sequitur reliquum. Quod erat ostendendum.

Eucli ex Camp. Propositio 42.

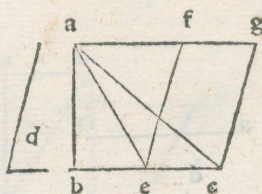
42 AEquidistantiũ laterũ superficiẽ designare: cuius angulus sit ãgulo assignato æqualis/ipsa vero superficies triangulo assignato æqualis.



¶CAMPANVS. ¶Sit assignatus angulus a: & assignatus triangulus b c d. volo describere superficiem æquidistantium laterum æqualem triangulo b c d: cuius vterq; duorum angulorũ ex aduerso positorum sit ęqualis a. Diuido basin c d per dimidium in puncto e: & protraho lineam b e. & a puncto b duco b f æquidistantem c d. eritq; per 38 triangulus b e d: æqualis triangulo b e c. quare triangulus b e d: est dimidium totalis trianguli b c d. Igitur super punctum e lineæ d e, constituo per 23 angulum d e g: æqualem angulo a. & perficio parallelogrammum g e d f. quod etiam quia per præcedentem est duplum ad triangulum b e d: erit etiam æquale triangulo b c d, per hanc cõmunem scientiam. quorum dimidia sunt æqualia: ipsa quoq; sunt æqualia. est enim triangulus b e d: vtriusq; dimidium. Quare descripsimus parallelogrammũ g e d f æquale triangulo b c d: cuius vterq; duorum angulorum g e d & d f g ex aduerso positorum est æqualis angulo a. quod fuit propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 11. propositio 42.

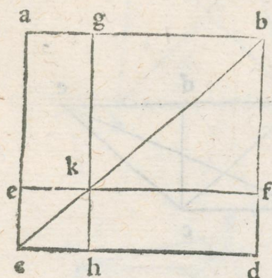
42 ¶Dato triangulo æquale parallelogrammum constituere: in dato angulo rectilineo.



¶THEON ex Zamb. ¶Sit datum triangulum a b c: datus vero angulus rectilineus sit d. oportet iam ipsi triangulo a b c æquale parallelogrãmum construere in angulo rectilineo æquali ipsi d. Secetur per 10 propositionem/linea b c bifariam: in signo e. & connectatur per 1 postulatum/a e. Constituaturq; per 23 propositionem/ad datam rectam lineam e c, ad datumq; in ea signum e, ipsi angulo d, æqualis angulus c e f. Et per 31 propositionem: per a, ipsi e c excitetur parallelus a g. & per eandẽ/ per c ipsi e f/ parallelus excitetur c g. parallelogrammum igitur: est f e c g. Et quoniam æqualis est b e ipsi e c: triangulum a b e per 38/triangulo a e c est æquale. in æqualibus enim sunt basibus b e & e c: & in eisdem parallelis b c & a g. Duplum igitur est triangulum a b c: triãguli a e c. Parallelogrammum autem f e c g: per 40 duplum est trianguli a e c. basin enim eandem habet: in eisdemq; parallelis est. parallelogrammum igitur f e c g æquum est ipsi triangulo a b c: & habet angulum c e f æqualem dato angulo d. Dato igitur triangnlo a b c, æquale constitutum est parallelogrammum f e c g: in angulo c e f qui æqualis est ipsi d. quod fecisse oportuit.

Eucli.ex Camp. propositio.43.

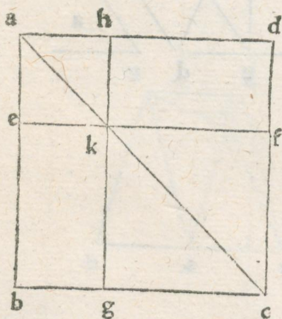
OMnis parallelogrãmi spacii/eorum quæ circa diame 43
trum sunt parallelogrã morum supplementa: æqua
sibi inuicem esse necesse est.



CAMPANVS. Sit parallelogrãmũ a b c d: in quo protraham diame
trum b c. & protraham e f æquidistantem vtriq; duorum laterũ a b & c d:
quæ secet diametrũ in puncto k. a quo ducam k g æquidistantem vtriq;
duorum laterum a c & b d: & producam eam quousq; secet vtrumq; latus
a b & c d, sitq; tota g k h. Erit totum parallelogrãmum a b c d diuisum in
quatuor parallelogrãma. quorum duo scilicet e c k h & g k b f dicuntur cõ
sistere circa c b: eo q; diameter transit per mediũ eorum/ et ideo sunt circa
diametrũ. reliqua duo scilicet a e g k & k h f d: dicũtur suppleměta. Hæc
duo supplementa: dicũtur esse æqualia. sunt enim duo triãguli a b c & c d
b: æquales per correl. 34 propositionis. similiter quoq; duo trianguli g
k b & f k b: sunt æquales per idẽ correlariũ. at duo trianguli c e k & k h c:
similiter sunt æquales per idem correlariũ. Demptis igitur duobus trian
gulis b g k & k c e de totali triangulo a b c, ac duobus triãgulis reliquis
b f k & k c h de totali triangulo reliquo c d b: erunt per 3 communem ani
mi conceptionem residua quæ sunt, duo dicta supleměta/ æqualia. quod
est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 32. propositio 43.

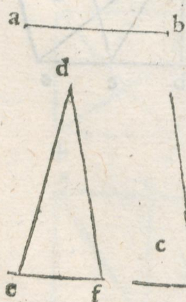
Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem 43
sunt parallelogrãmorum supplementa: sibi inuicem sunt æ
qualia.



THEON ex Zamb. Sit parallelogrãmum a b c d: dimetiens vero il
lius sit a c. circa vero a c, sint parallelogrãma e h & g f. suppleměta vero:
sint b k & k d. Dico q; supplementum b k: æquale est supplemento k d.
Quoniam parallelogrammum est a b c d, dimetiens vero illius est a c: tri
angulum a b c per 34 propositionem/ æquum est triangulo a d c. Rursus
quoniã parallelogrammum est a e k h, dimetiens vero illius est a k: trian
gulum igitur a e k per eandem æquũ est triangulo a h k. ac per hoc/ trian
gulum k f c: æquum est triangulo k g c. At quoniam triangulum a e k tri
angulo a h k est æquale, & triangulum k f c triangulo k g c est æquale:
triangula igitur a e k & k g c/ triangulis a h k & k f c sunt æqualia. est au
tem totum triangulum a b c: toti triangulo a d c æquale. reliquum igitur
supplementum b k: per 3 communem sententiam reliquo supplemento k
d est æquale. Omnis parallelogrãmi ergo: & quod sequitur reliquũ. quod
oportuit demonstrasse.

Eucli.ex Camp. Propositio 44.

PRoposita linea recta: super eam/ superficiem æqui 44
distantium laterum cuius angulus sit angulo assi
gnato æqualis/ ipsa vero superficies triãgulo assi-
gnato æqualis designare.



CAMPANVS. Designare superficiem æquidistantium laterũ super
lineam aliquam: est lineam ipsam facere latus vnũ ipsius superficiei. Sit
ergo data linea a b, & datus ãgulus c, & datus triangulus d e f. Super line
am a b volo designare superficiẽ vnã æquidistantium laterum/ ita q; linea
a b sit vnum ex lateribus eius: cuius vterq; duorum ãgulorum ex aduerso
positorum sit æqualis angulo c, & ipsa totalis superficies sit æqualis tri-
angulo d e f. Differt autem hęc a 42: quia hic datur latus vnius superfici-
ei describendæ scilicet linea a b, ibi autem nullũ. Cũ ergo hoc voluero fa
cere: adiungo lineam a g lineæ a b secundum rectitudinẽ/ quam pono æ
qualem lineæ e f basi trianguli dati. super quam constituo triangulũ vnũ

dato triangulo æqualẽ:& eidẽ æquilaterum.quod hoc modo facio.Consti
tuo angulum a g k æqualem angulo e: & angulum g a k æqualem angu
43 lo f,per 23.& quia g a posita fuerat æqualis e f:erit per 26 triãgulus g a k
æqualis& ęquilaterus triangulo c f d.Diuidã ergo g a per æqualia in pũ
cto h:& ꝓtraham k h.& producam a puncto k: lineam m k n æquidistan
tem lineæ g b.eritq; per 38 triangulus a h k:æqualis triãgulo g h k. Tunc
super punctum a lineę g a faciã angulum g a l per 23 ęqualem angulo c
dato.& complebo super basin a h,& inter lineas g b & m n æquidistan
tes/superficiem æquidistantium laterum m l h a: quæ per 41 dupla erit
ad triangulum h k a.æqualis igitur totali triangulo k g a. quare & trian
gulo d e f proposito.Protraham ergo b n æquidistantem a l. & producã
diametrũ n a:quam protraham quousq; concurrat cum m h producta in
puncto o.& cõplebo superficiem æquidistãtiũ laterũ m o n q.et protrahã
l a vsq; ad p punctum lineæ o q. eritq; per pręcedentem/supplementum
a b p q:æquale suppleměto m l h a.quare & triãgulo d e f. & quia per 15
angulus l a h est ęqualis ãgulo b a p,et ideo angulus b a p est æqualis ã
gulo c:patet super datam lineam a b descriptã esse superficiẽ æquidistãtiũ
laterum a b p q æqualem dato triangulo d e f,cuius vterq; duorum angu
lorum ex aduerso positorum qui sunt a & q,est æqualis dato angulo c.
quod fuit propositum.

Eucli.ex Zamb. Problema 12.Propositio 44.

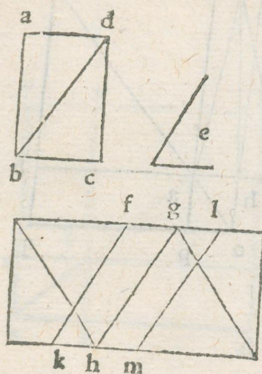
44 ¶Ad datam rectam lineã:dato triangulo æquale parallelo
grammum construere in dato angulo rectilineo.

¶THEON ex Zam. ¶Sit quidem data recta linea a b.datum vero trian
43 gulũ:sit c.datus autem angulus rectilineus sit d.oportet iam ad datam re
ctam lineam a b:dato triangulo c æquale parallelogrammum prætende-
re in angulo d. Constituatur per 42 ipsi c triangulo æquale parallelogrã
mũ b e f g:in angulo e b g qui ipsi d est æqualis. Et per 2 postulatum po
natur vt b e sit in rectum ipsi a b.et extendatur f g in h.& per a per 31 pro
positionẽ vtrisq; & b g & e f parallelus excitetur a h.& cõnectatur per pri
mum postulatum h b. Et quoniam in parallelos a h & e f recta linea inci
dit h f:anguli ergo a h f,h f e,per 29 propositionem duobus rectis sunt
æquales.anguli ergo b h g & g e:duobus rectis sunt minores.quæ autem
a minoribus duobus rectis in infinitum producuntur:per 5 postulatum
concurrũt.Lineę igitur h b & f e:in infinitum productæ concurrunt.pro
ducantur igitur:& concurrant in k.Et per 31 propositionem/per k signũ
vtrisq; e a & f h parallelus excitetur k l.& producantur per 2 postulatum li
neæ h a & g b ad l,m,signa.Parallelogrammum igitur est h l k f: illiusq;
dimetiens est h k. circa vero ipsum dimetientẽ h k parallelogrãma sunt
a g & m e.suppleměta vero:l b & b f.Igitur per 43 l b ipsi b f est æquale.
sed b f:per 42 ipsi triangulo c est æquale.igitur & l b:ipsi c est æquale.Et
quoniam angulus g b e per 15 angulo a b m est æqualis/sed angulus g b
e ipsi d est æqualis:angulus igitur a b m ipsi d est æqualis.Ad datam igi
4 tur rectã lineã a b: dato triangulo c æquale parallelogrãmũ pretenditur l
b,in angulo a b m qui ipsi d est æqualis.quod fecisse oportuit.

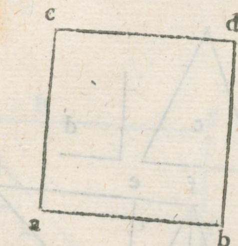
Eucli ex Zamb. Problema 13 propositio 45.

45 DAto rectilineo:æquale parallelogrammum constitu
ere in dato angulo rectilineo.

¶THEON ex Zã. ¶Sit datũ rectilineum a b c d:datus ve-
ro angulus rectilineus sit e.oportet iam ipsi a b c d rectilineo
æquale construere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Conne
ctatur per primum postulatum d b.& constituatur per 42 triangulo a d b
ęquale parallelogrãmum f h,in angulo h k f,qui ipsi e est æqualis.& præ
tendatur per 44 ad rectam lineam g h:triangulo d b c æquale parallelo-



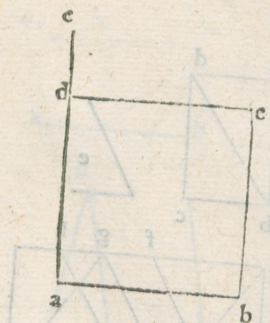
grãmũ g m, in angulo g h m qui ipsi e est æqualis. Et quoniã angulo e,
ãgulus h k f, et ãgulus g h m est æqualis: ãgulus igitur h k f, angulo g h m
æqualis. Communis ponatur angulus k h g. anguli ergo f k h & k h g: an
gulis k h g & g h m sunt æquales. Sed anguli f k h & k h g: per 29 pro
positionem duobus rectis sunt æquales. ã guli igitur k h g & g h m: duo
bus rectis sunt æquales. Ad aliquam rectam lineam g h per 14 proposi
tionem ad aliquodq; in ea signum h, binæ rectæ lineæ k h & h m non in
eisdem partibus existẽtes: vtrobiq; angulos binis rectis æquales efficiũt.
In rectum igitur est k h: ipsi h m. At quoniã in parallelos k m & f g recta
linea incidit h g: alterni anguli m h g & h g f per 29 propositionem si
bi inuicem sunt æquales. Communis ponatur angulus h g l. Anguli ergo
m h g & h g l: angulis h g f & h g l sunt æquales. Sed anguli m h g & h
g l: per eandem duobus rectis sunt æquales. In rectum est igitur linea f g:
lineæ g l. At quoniã f k ipsi h g per 34 æqualis est & parallelus, et ipsi h g
ipsa l m: igitur per 1 cõmunem sententiã f k ipsi l m æqualis est/& pa
rallelus per 30 propositionẽ. Sed eas coniungunt rectæ lineæ k m & f l:
quæ per 33 propositionẽ æquales & paralleli sunt. parallelogrãmum igi
tur est k f l m. Et quoniam per 42/triangulum a b d parallelogrãmo f h
est æquale/& triangulum d b c parallelogrãmo g m: totum igitur a b c d
rectilineum/toti k f l m parallelogrãmo est æquale. Dato igitur rectilineo
a b c d: æquum parallelogrãmum constituitur k f l m, in ãgulo f k m ip
si e dato æquali. quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 45

EX data linea: quadratum describere.

CAMPANVS. Sit data linea a b: ex qua volo quadra 45
tum describere. A punctis a & b lineæ a b educo per 11 li
neas a c & b d perpendiculares ad lineã a b: quæ erunt æ
quidistantes per vltimã partem 28. & pono vtramq; earum:
eidem a b per 3 æqualem. & protraho lineam c d: eritq; ipsa æqualis &
æquidistans lineæ a b per 33. Et quia vterq; duorum ãgulorum a & b est
rectus: erit vterq; duorum c & d rectus per vltimã partẽ 29. ergo per diffi
nitionem quadrati: a b c d est quadratũ. quod est propositum. Idem a
liter ostendere. Sit a c perpendicularis super lineã a b per 11: & sit ei
æqualis vt prius. & a puncto c per 31 ducatur c d æquidistans a b: & po
natur æqualis ei. & ducatur linea d b: quæ per 33 erit æqualis & æquidi
stans a c. & omnes anguli: recti/per vltimam partẽ 29. quare per diffini
tionem quadrati habemus propositum.



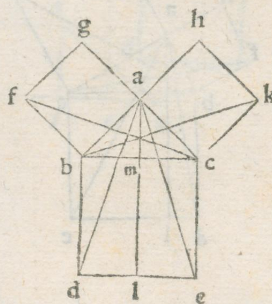
Eucli. ex Zamb. Problema 14 propositio 46.

Ex data recta linea: quadratum describere.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea a b. oportet ex a b recta li 46
nea: quadratum describere. Excitetur per 11 propositionẽ ipsi: rectæ lineę
a b, a dato signo a ad angulos rectos/a c. & ponatur per 3 propositionẽ:
ipsi a b æqualis a d. Et per 31 propositionẽ/per signum d: ipsi a b paral
lelus excitetur d e. & per eandem/per signum b: ipsi a d excitetur paral
lelus b e. æqualis igitur est a b ipsi d e: & a d ipsi b e. Sed a b: ipsi a d est
æqualis. quatuor igitur b a, a d, d e, & e b: sibi inuicem sunt æquales. æ
quilaterum igitur est a d e b parallelogrammum. Dico etiam q & rectã
gulum est. Quoniam in parallelos a b & d e, recta linea incidit a d: angu
li igitur b a d & a d e, per 29 propositionẽ duobus rectis sunt æquales.
angulus autem b a d est rectus. angulus igitur a d e: est etiam rectus. pa
rallelogrãmorum locorum autem latera & anguli ex opposito: sibi inuicẽ
sunt æqualia per 34 propositionem. Ex opposito igitur ambo & a b e &
b e d anguli: sunt recti. Rectangulum igitur est a b e d. ostensum autem
est q & æquilaterum. Quadratum igitur est: atq; ex data recta linea a b
descriptum. quod facere oportebat

Eucli. ex Camp. Propoſitio 46.

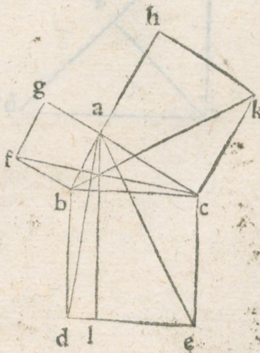
46 IN omni triangulo rectangulo/quadratum quod a latere recto angulo oppoſito in ſemetipſo ducto deſcribitur: æquum eſt duobus quadratis quæ ex duobus reliquis lateribus conſcribuntur.



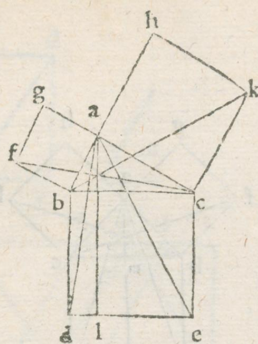
CAMPANVS. Sit triangulus a b c: cuius angulus a ſit rectus. Dico ꝙ quadratum lateris b c: æquum eſt quadrato lateris a b & quadrato lateris a c ſimul ſumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera: ſecundum doctrinam præcedentis. ſitq; quadratum b c: ſuperficies b c d e. & quadratum b a: ſuperficies b f g a. & quadratum a c: ſuperficies a c h k. Ab angulo a, recto: ducā ad baſin d e baſin maximi quadrati/tres lineas. ſcilicet a l ęquidiſtantem vtriq; lateri b d & c e: quę ſecet b c in puncto m. & hypothenuſas a d & a e. Itēq; a duobus reliquis āgulis triāguli/qui ſunt b & c: ducā ad duos āgulos duorum quadratorum minorū/duas lineas ſe interſecantes intra ipſum triangulum/quæ ſunt b k & c f. Et quia vterq; duorū angulorū b a c & b a g, eſt rectus: per 14 erit g c linea vna. eadē ratione erit b h, linea vna: quia vterq; duorū angulorum c a b & c a h eſt rectus. Quia ergo ſuper baſin b f, & īter duas lineas æquidiſtātes quæ ſunt c g & b f, cōſtituta ſunt parallelogrāmū b f g a & triāgulus b f c: erit per 41 parallelogrāmū b f g a duplū triāgulo b f c. ſed triangulus b f c eſt æqualis triāgulo b a d per 4: quia f b & b c latera primi ſunt æqualia a b & b d lateribus poſtremi/& āgulus b primi eſt æqualis āgulo b poſtremi/eo ꝙ vterq; conſtat ex angulo recto & angulo a b c cōmuni. ergo parallelogrammum b f g a: eſt duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrāmū b d l m eſt duplum ad eundem triangulum per 41: quia conſtituti ſunt ſuper eandem baſin ſcilicet b d, & inter lineas æquidiſtantes quæ ſunt b d & a l. ergo per communem ſcientiam quadratum a b f g & parallelogrammum b d l m ſunt æqualia: quia eorum dimidia videlicet prędicti trianguli ſunt æqualia. Eodem modo & per eaſdē propoſitiones mediantibus triangulis k b c et a e c probabimus quadratum a c h k eſſe æquale parallelogrammo c e l m. Quare patet propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 33. propoſitio 47.

47 In rectangulis triangulis quadratum quod a latere rectū angulum ſubtendente fit: æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulum continentibus.



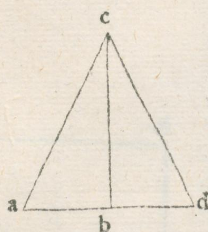
THEON ex Zamb. Sit triangulum rectangulū a b c: rectum habēs qui ſub b a c, angulum. Dico ꝙ quadratum quod fit ex b c: æquum eſt quadratis quæ fiūt ex b a & a c. Deſcribatur igitur per 46 ex b c: quadratum b d c e. & per eandem ex b a & a c: quadrata a b f g & a c k h. Et per a: ipſis b d & c e, per 31 propoſitionem parallelus excitetur a l. et connectantur per 1 poſtulatum: a d & c f. Et quoniam anguli b a c & b a g ſunt recti: ad aliquam rectam lineam b a ad datumq; in ea ſignum a, duæ rectæ lineæ a c & a g nō in eaſdē partes proiectæ/angulos vtrobiq; duobus rectis æquos efficiunt per 14 propoſitionem. in rectum igitur eſt a c: ipſi a g. Ac per hoc: & b a ipſi a h eſt in rectum. Et quoniā angulus d b c æqualis eſt angulo f b a, rectus enim vterq; eſt: communis ponatur angulus a b c. totus igitur d b a: toti f b c eſt æqualis. Et quoniā duæ a b & b d duabus f b & b c ſunt altera alteri æquales/& angulus d b a angulo f b c eſt æqualis: baſis igitur a d baſi f c per 4 propoſitionē eſt æqualis/& triangulum a b d triangulo f b e eſt æquale. Trianguli vero a b d: per 41/parallelogrammum b l duplū eſt. baſin enim habet eādem hoc eſt b d: in eiſdemq; eſt parallelis hoc eſt b d & a l. Et trianguli quoq; f b c: per eandem/quadratum g b duplum eſt. baſin namq; eandem habet hoc eſt b f: & in eiſdem eſt parallelis hoc eſt f b & g c. Quæ autem æqualium dupla ſunt: per 6 communem ſententiam adinuicem



sunt æqualia. parallelogrammum igitur b l: æquum est quadrato g b. Similiterque si connectantur per 1 postulatum a e & b k: ostendetur parallelogrammum c l, æquale esse quadrato h c. Totum igitur quadratum b d e c: duobus g b & h c quadratis æquum est. Et quadratum b d c c: est descriptum ex b c. at quadrata g b & h c: sunt descripta ex b a & a c. Quadratum igitur quod ex b c latere: æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus b a & a c. In rectangulis igitur triangulis, quadratum quod ex rectum angulum subtendente latere fit: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio. 47.

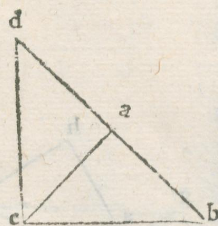
Si quod ab vno triãguli latere in seipsum ducto producitur/æquum fuerit duobus quadratis quæ a duobus reliquis lateribus describuntur: rectus est angulus cui latus illud opponitur. 47



¶CAMPANVS. ¶Lineam in seipsam ducere: est eius quadratum describere. ¶Sit triangulus a b c: sitque quadratum lateris a c: æquale quadratis duorum laterum a b & b c simul iunctis. dico angulum b cui latus a c opponitur: esse rectum. Et hæc est cõuersa prioris. A puncto b extraho lineam b d per 11 perpendicularem super lineam b c: quam pono æqualem a b. & produco lineam d c. erit per præcedentem/quadratum d c: æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c. & quia b d posita est æqualis b a: erunt per communem scientiã quæ est linearũ æqualium æqualia esse quadrata/ quadrata duarum linearum a b & b d æqualia. quapropter erit quadratũ d c: æquale quadrato a c. ergo per aliam cõmunem scientiam quæ est conuersa prioris/scilicet lineas quarum quadrata sunt æqualia esse æquales/erit d c æqualis a c. quare per 8 angulus b trianguli a b c: est rectus. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 48.

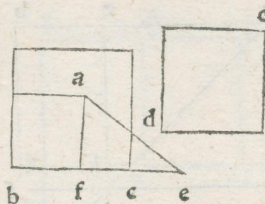
¶Si triãguli quod ab vno laterum quadratum/æquale fuerit eis quæ reliquis trianguli lateribus/quadratis: angulus cõprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus/rectus erit. 48



¶THEON ex Zã. ¶Trianguli nãque a b c, quod ex vno latere b c quadratum: æquum sit eis quæ ex b a, a c lateribus/quadratis. Dico quod angulus b a c: rectus est. Excitetur enim per 11 propositionem ab a, signo: ipsi a c rectæ lineæ ad angulos rectos a d. Et per 3 propositionem: ponatur ipsi a b, æqualis a d. & per 1 postulatum: cõnectatur d c. Et quoniam æqualis est d a ipsi a b: quadratum quod ex d a, æquum est quadrato quod ex a b. Commune apponatur quadratum quod ex a c. quadrata igitur quæ ex d a & a c: æqualia sunt eis quæ ex b a & a c quadratis. At per præcedentem quadratis quæ ex d a & a c: æquum est quadratũ quod ex d c. Rectus enim est angulus d a c. Quadratis autem ex b a & a c, per hypothesin æquum est quadratum quod ex b c. nam id receptum est. Quadratum igitur quod ex c d: æquum est quadrato quod ex b c. Quare latus d c: lateri b c est æquale. & quoniam d a, ipsi a b est æquale/communis autem a c: duæ igitur d a & a c, duabus b a et a c sunt æquales. & basis d c: basi b c æqualis. Angulus igitur d a c angulo b a c per 8 propositionem est æqualis. At angulus d a c: rectus est. rectus igitur est et angulus b a c. Si trianguli ergo/ quod ab vno laterum quadratum/æquum fuerit eis quæ a reliquis trianguli duobus lateribus/quadratis: angulus compræhensus sub reliquis duobus trianguli lateribus/rectus erit. Quod erat ostendendum.

CAMPANI additio.

¶Propositis quibuscunque quadratis: alteri illorum gnomonem reliquo æqualem describere.



¶ Proponantur ergo duo quadrata scilicet a b & c d. et sit propositum producere gnomonem circa quadratũ a b: æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; vnum latus quadrati a b ad æqualitatem vnius lateris quadrati c d in continuum et directum/ et sit f e: ita ꝙ f e sit æquale vni laterum quadrati c d. & ex e ducam lineam rectam ad a. fit ergo triangulus orthogonius: quia f est angulus rectus. Nectatur ergo sic argumẽtum: secũdum penultimã primi. quadratum e a est tantum: quantũ quadratum e f et quadratum f a. sed quadratum e f est æquale quadrato c d: et quadratum f a est æquale quadrato a b. ergo quadratum a e: est æquale quadratis a b et c d. Item e f a: est triangulus. ergo e f & f a latera: sũt longiora a e latere/ secundũ 20 primi. sed f a est æquale f b ratione quadraturæ. ergo e f & f b sunt lõgiora a e. ergo illa totalis linea scilicet e b: est maior a e. resecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c: ita ꝙ b c sit æquale a e. ergo quadratum b c est æquale quadrato a e. sed quadratum a e: vt prius probatum fuit/ est æquale quadratis a b & c d. ergo quadratum b c est æquale eisdem. Sed quadratum b c addit supra quadratum a b, gnomonem illum quem vides. ergo gnomo ille: est quadrato c d æqualis. quod erat probandum.

¶ EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elementorum primi libri
F I N I S.

¶ EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber secundus.

¶ Euclides ex Campano.



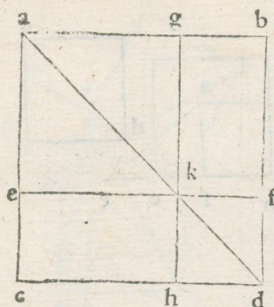
Omne parallelogrammũ rectãgulũ: sub duabus lineis angulum rectum ambientibus dicitur contineri.

¶ CAMPANVS ¶ Parallelogrammum: est superficies æquidistantiũ laterum.

¶ Parallelogrãmũ rectãgulũ: est superficies ęquidistantium laterũ habens omnes ãgulos rectos. et producitur ex vno duorum laterum eius ambientium vnum ex suis angulis/ ducto in reliquum. et ideo sub illis dicitur contineri.

¶ Omnis parallelogrãmi spacij ea quidẽ quę diameter secat per medium parallelogrãma: circa eandem diametrũ consistere dicuntur. Eorum vero parallelogrammorum quę circa eandem diametrum consistunt: quodlibet vna cum supplementis duobus /gnomo nominatur.

¶ CAMPANVS. Quę parallelogrãma dicuntur consistere circa diametrũ/ et quę sunt supplementa: expositum est supra in demonstratione 43



primi. ¶Sit enim parallelogrammum a b c d: cuius diametrū a d diuidāt duæ e f, g h, ductę lineæ æquidistāter lateribus oppositis dicti parallelogrāmi secantes se, super diametrum a d, in puncto k. erit ipsum parallelogrammum diuisum in 4. parallelogrāma. Et vnumquodqꝫ duorū parallelogrammorum quæ sunt a g e k & k f h d, quæ diameter secat per medium: dicitur consistere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non secat: dicuntur supplementa. quæ duo supplementa cum vtroqꝫ dictorum parallelogrammorum consistentium circa diametrum conponūt figuram quandā qui gnomo appellatur. cui deest ad cōplementū parallelogrāmi: parallelogrāmū vnū reliquū circa diametrū consistens. quod si addatur: supra diametrum totalis cōpositi consistet/ eritqꝫ simile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis crescat: minime tamen alteratur/ quemadmodum dixit Aristoteles in prædicamentis.

Eucli. ex Zamb. Parallelogrammum rectangulum.



Mne parallelogrammum rectangulum: sub duabus rectum angulum comprehendētibus rectis lineis dicitur contineri.

¶Quid gnomon.

¶Omnis parallelogrāmi loci eorum quæ circa dimetientem illius sunt parallelogrāmorū vnumquodqꝫ cum binis supplementis: gnomon vocetur.

Eucli. Camp. Propositio 1.

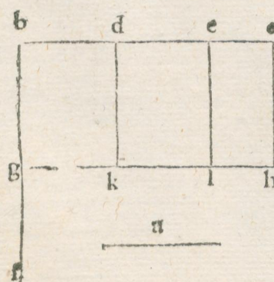


I fuerint duæ lineæ quarū vna in quotlibet partes diuidatur: illud quod ex ductu alterius in alteram fiet/ æquū erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuisæ in vnāquamqꝫ partem lineæ particulatim diuisæ rectangula producentur.

¶CAMPANVS. ¶Lineā in aliā lineam ducere: est supra terminos vnius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere/ et superficiem æquidistantium laterum rectangulā complere/ quę sub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. ¶Sint duæ lineæ a b et c: quarū vna scilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ sint a d & d e & e b. dico ꝙ illud quod fit ex ductu c in totum a b: æquū est illis parallelogrāmis rectāgulis simul iūctis quę fiūt ex c in a d & in d e et in e b. Super pūcta a, b, erigā lineas a f & b g perpendiculares super lineam a b: quarum vtraqꝫ sit æqualis lineæ c. & complebo rectangulam superficiem a f b g, ducta linea f g: quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & sub illis dicitur contineri. Protraham quoqꝫ per 31 primi a punctis d & e: lineas d h & e k æquidistantes lateribus a f & b g. eritqꝫ vtraqꝫ earum æqualis c per 34. primi: quoniam vtraqꝫ earum est æqualis a f. per diffinitionem igitur/ rectangulum a d f h producitur ex c in a d: & sub illis dicitur contineri. & rectangulum d h e k: ex c in d e. & rectangulum e k b g: ex c in e b. Et quia hæc rectangula simul iuncta sunt æqualia totali rectangulo a f b g: patet verum esse propositum.

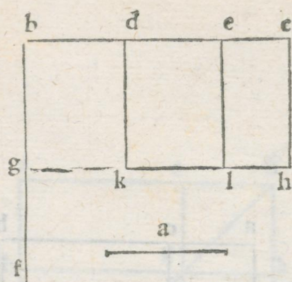
Eucli. ex Zamb. Theorema 1. propositio 1.

¶Si fuerint binæ rectæ lineæ/ seceturqꝫ ipsarū altera in quotcunqꝫ segmenta: rectangulum compræhensum sub duabus rectis lineis / æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis compræhenduntur.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ rectæ lineæ a & b c: seceturqꝫ earum altera b c vtcunqꝫ/ in d scilicet & e signa. Dico ꝙ rectangulum cōpræhensum sub a & b c: æquum est rectangulo comprahenso sub a & b

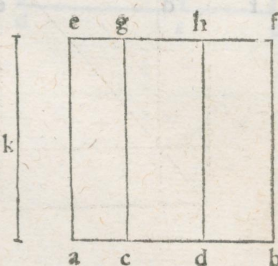
d, & ei quod sub a & d e, & etiã ei quod sub a & c c. Exciteturn nãq; per 11 propositionẽ primi ex b: ipsi b c ad angulos rectos b f. ponatur quoq; per 3 primi: ipsi a æqualis b g. & per g: ipsi b c per 31 primi parallelus excitetur g h. & per eandem: per d, e, c, ipsi b g excitẽtur paralleli d k, e l, c h. Aequum est iam b h ipsis b k, d l, & e h: & b h ei quod sub a & b c. compræhenditur enim sub g b & b c. æqualis autẽ est b g ipsi a. At b k: ei quod ex a & b d. compræhenditur nãq; sub g b & b d. æqualis autem est b g ipsi a. At d l ei quod sub a & d e. æqualis namq; est d k hoc est b g: ipsi a. Et insuper similiter e h: ei quod sub a & e c. Quod igitur sub a & b c compræhenditur: æquum est ei quod sub a & b d, & ei quod sub a & d e, & ei insuper quod sub a & e c. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ / secerturq; earum altera: & quæ sequuntur reliqua. quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. ¶Propositio 2.

2 SI fuerit linea in partes diuisa: illud quod ex ductu totius lineæ in seipsam fit / æquum erit ijs quę ex ductu eiusdem in omnes suas partes.

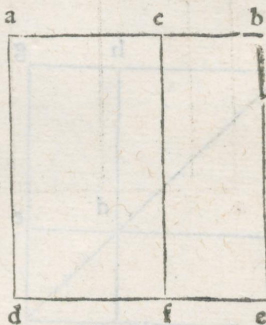
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuisa in a c & c d & d b. dico q; illud quod fit ex ductu totius a b in se quod sit a e b f: æquum est ijs quæ fiũt ex ipsa tota in vnamquamq; dictarum partium. quod palam patebit: ductis e g & d h æquidistãter a c & b f. ¶Aliter. Sumatur k æqualis a b. eritq; per præmissam quod fit ex ductu k in totam a b: æquum ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantum fit quantum ex a b in se / & ex k in omnes partes a b quantum ex a b in omnes partes eiusdem / propter id q; k & a b sunt æquales: patet verum esse propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2. propositio 2.

2 ¶Si recta linea secetur vtcũq;: quæ sub tota & quolibet segmentorum rectangula compræhenduntur / æqualia sunt ei quod ex tota est quadrato.

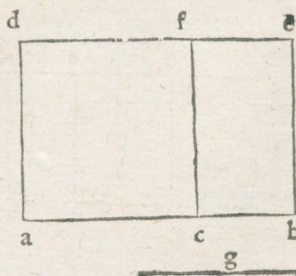
¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea a b, secetur vtcumq; in signo c. Dico q; rectangulum compræhensum sub a b & b c, cum rectangulo cõpræhenso sub b a & a c: æquum est quadrato quod ex a b. Describatur enim per 46 primi ex a b, quadratum a d e b. exciteturq; per 31 primi per c: vtriq; & a d & b e parallelus c f. æquum est igitur a e ipsis a f & c e. est autem a e: ex a b quadratum. Et a f: ex b a & a c rectangulum contentum. compræhenditur enim ex d a & a c. æqualis autem est a d ipsi a b. Et c e ei quod sub a b, b c. æqualis enim est b e ipsi a b. Quod igitur sub b a & a c cum eo quod sub a b & b c: æquum est quadrato quod ex a b. Si recta igitur linea / & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio. 3.

3 SI fuerit linea in duas partes diuisa: illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem / æquum erit ijs quæ ex ductu eiusdẽ partis in seipsam et alterius in alteram.

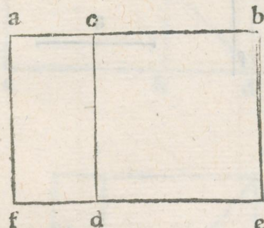
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuisa in a c & b c. dico q; illud quod fit ex tota a b in eius partem a c: æquum est quadrato eiusdem a c partis & ei quod fit ex eadem parte a c in b c. Fiat quadratum lineæ a c quod sit a c d f. & perficiatur superficies a b d e. patebitq; propositum. ¶Aliter. Sumatur g æqualis a c. Et quia b a in a c tantum est quantum a c in a b & econuerso, & a c in a b, itẽ & in c b & in seipsam quantum g in easdem / at g in totam a b quãtum in a c & in c b per primam huius: patet propositum scilicet q; tantũ erit a c in a b quantum in se & in c b. Quare



ecõuerso a b in a c quantũ a c in se & in c b. Quod volumus demõstrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. propositio 3.

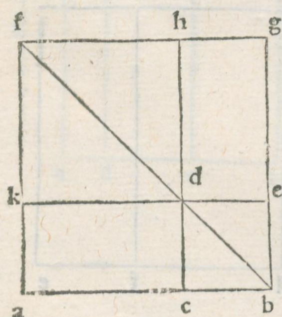
¶Si recta linea secetur vtcunqꝫ: rectangulum sub tota & vno segmentorum compræhensum/ æquum est ei quod sub segmentis compræhenditur rectangulo/ & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato. 3



¶THEON ex Zamberto. ¶Recta enim linea a b: secetur vtcunqꝫ in signo c. Dico ꝙ rectangulum compræhensum sub a b & b c: æquum est rectangulo compræhenso sub a c & c b, cum quadrato quod ex b c. Describatur enim per 46 primi ex b c, quadraum c d e b: & extendatur e d in f, per secundum postulatum. Et per a, vtriqꝫ c d & b e per 31 primi parallelus excitetur a f. Aequum iam est a e, ipsis a d & c e. estqꝫ a e rectangulum compræhensum sub a b & b c. compræhenditur etenim sub a b & b e. & æqualis est b e, ipsi b c. Et a d est quod sub a c & c b. æqualis enim est d c: ipsi c b. at d b quadratum est quod fit ex c b. Rectangulũ igitur contentum sub a b & b c, æquum est rectangulo compræhenso sub a c & c b cum quadrato quod ex b c. Si recta igitur linea secetur & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. Quod demonstrasse oportuit.

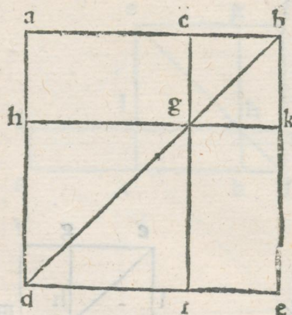
Eucli. ex Camp. Propositio 4.

SI fuerit linea in duas partes diuisa: illud quod ex ductu totius in seipsam fit/ æquum est ijs quæ ex ductu vtriusqꝫ partis in seipsam & alterius in alteram bis. 4
Ex hoc manifestum est ꝙ in omni quadrato duæ superficies quas diameter secat per medium: sunt ambæ quadratæ.



¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b: diuisa in a c & b c. dico ꝙ quadratum totius a b: æquum est duobus quadratis duarum linearum a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu vnius earum in alteram. Describam quadratum alterius partium: sitqꝫ c d b e, quadratum lineæ c b. cui adiungam gnomonem secundum ductum directiuum lineæ alterius scilicet a c: quem faciam hoc modo. In quadrato descripto protraham diametrum b d. & a puncto a educam perpendicularem super lineam a b: quæ sit a k. quam a k & diametrum b d: producam vsqꝫ quo per penultimam petitionem concurrant in puncto f. & a puncto f: procucam f h æquidistantem lineæ a b. quam f h & b e: producam vsqꝫ quo concurrant in puncto g. & producam c d vsqꝫ ad h: & e d vsqꝫ ad k. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b sunt æqualia: erunt per 5 primi/ duo anguli e d b & e b d æquales. & quia ãgulus e est rectus: erit per 32 primi vterqꝫ eorum medietas recti. eadem ratione vterqꝫ duorum ãgulorum c d b & c b d: erit medietas recti. Quare per secundam partem 29 primi & 15 eiusdẽ/ erit vnusquisqꝫ quatuor angulorũ qui sunt h f d & h d f & k f d & k d f: medietas recti. ergo per 6 primi: f g & g b sunt æquales. similiter quoqꝫ f a & a b. pari ratione f h & h d. itemqꝫ f k & k d. quare vtraqꝫ duarum superficierum a b g f & k d h f: est quadrata. Et quia totale quadratum a b f g quod est quadratum lineæ a b, constat ex duobus quadratis quæ consistunt circa diametrum quæ sunt quadrata duarum linearum a c & c b, & ex duobus supplementis quorum vnumquodqꝫ producitur ex a c in b c: patet propositum nostrum. ¶Aliter. Sit linea a b: vt prius diuisa in a c & c b. eritqꝫ per 2 huius quod fit ex tota a b in se: æquum ei quod fit ex ipsa in a c & c b. sed ex ipsa in a c tantum fit quantum ex a c in se & ex a c in b c, per 3 huius. Itemqꝫ ex ipsa a b tota in b c tantum fit quantum ex c b in se & ex c b in a c per eandẽ. ergo quod fit ex tota a b in se: æquum est ei quod fit ex a c in se & in c b, & ex c b in se & in a c. quod est propositum. Sed hac via non patet correlarium: sicut via præcedenti patet. vnde prima est auctori magis consona.

4 ¶Si recta linea ſecetur vtcunqꝫ:quadratum quod fit ex tota/ æqunm eſt quadratis quæ fiunt ex ſegmentis/& ei quod bis ſub ſegmentis compræhenditur rectangulo.



¶THEON ex Zã. ¶Recta enim linea a b:ſecetur vtcũqꝫ in ſigno c. Dico ꝙ quadratũ a b:æquũ eſt quadratis quæ fiũt ex a c & c b,& bis ſub a c & c b cõtẽto rectãgulo. Deſcribatur enim per 46 primi/ ex a b,quadratũ a d e b:& cõnectatur b d.& per 31 primi/per c:vtriſqꝫ a d & b e parallelus excitetur c f,diſpeſcẽs diametrũ b d in g ſigno.& p eãdẽ/per g:vtriſqꝫ a b & d e parallelus excitetur h k. Et quoniã parallelus eſt c f ipſi a d,& in eas incidit b d:per 28 & 29 primi/ãgulus exterior c g b æqualis eſt interiori & oppoſito a d b. Sed angulus a d b,ei qui ſub a b d,per 5 primi eſt æqualis: quoniam latus b a ,lateri a d eſt æquale . Igitur angulus c g b: ãgulo g b c eſt æqualis.quare per 6 primi & latus b c:lateri c g eſt ęquale. Sed c b ipſi g k eſt æquale:& c g ipſi k b.igitur g k:ipſi k b eſt æquale. Aequilaterũ igitur eſt:c g k b. Dico etiã ꝙ rectangulum. Quoniam parallelus eſt c g ipſi b k,& in eas incidit linea c b:anguli igitur k b c & g c b: per 29 primi duobus rectis ſunt æquales.angulus autem k b c rectus eſt. rectus igitur eſt & angulus b c g . Quare per 34 primi/& ex oppoſito ãguli c g k & g k b:ſunt recti. Rectangulum igitur eſt c g k b. Oſtenſum autem eſt ꝙ & æquilaterum.quadratum igitur eſt:eſtqꝫ ex b c.ac per hoc/h f quadratũ eſt:& eſt ex h g,hoc eſt a c. Quadrata igitur h f & c k:ſunt ex a c & c b. Et quoniam a g æquum eſt ipſi g e, eſtqꝫ a g id quod ſub a c & c b,æqualis namqꝫ eſt g c ipſi c b : igitur g e per 43 primi/ æquum eſt ei quod ſub a c & c b. Igitur & a g & g e : æqualia ſunt ei quod bis eſt ſub a c & c b. Quadrata autem h f & c k:ſunt ex a c & c b. Quatuor igitur h f, c k,a g,& g e:ſunt eis æqualia quæ fiunt ex a c & c b quadratis/& ei quod fit bis ſub a c & c b rectangulo. Sed h f,c k,a g,& g e:ſunt totum a d e b, quod eſt quadratum quod ex a b. Quadratum igitur quod fit ex a b:æquũ eſt eis quæ fiunt ex a c,& c b quadratis/& ei quod bis ſub a c & c b compræhenditur rectangulo. Si recta igitur linea ſecetur vtcunqꝫ:quadratum quod fit ex tota æquum eſt eis quæ ex ſectionibus fiunt quadratis / & ei quod bis compræhenditur ſub ſectionibus rectangulo, quod demonſtraſſe oportuit

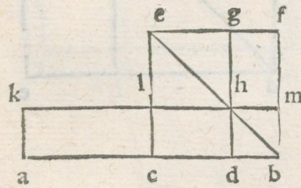
¶ALITER idem oſtendere. ¶Dico ꝙ quadratum a b:æquum eſt eis quæ fiunt ex a c & c b quadratis /& ei quod bis ſub a c & c b compræhẽditur rectangulo. In eadem enim deſcriptione/quoniam æquale eſt a b ipſi a d : æqualis eſt angulus a b d ei qui ſub a d b,per 5 primi. Et quoniã omnis trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales per 32 primi : trianguli a b d tres anguli a d b/d b a/& b a d/ duobus rectis ſunt æquales/ per eandem . Rectus autem eſt angulus b a d. reliqui ergo anguli a b d , & a d b:vni recto ſunt æquales. et ſunt æquales alter alteri . vterqꝫ igitur a b d & a d b:dimidium eſt recti. Angulus autem b c g,rectus eſt: æquus enĩ eſt ei qui ex oppoſito ad a per 29 primi. Reliquus igitur angulus c g b:dimidium eſt recti. Angulus igitur c g b:angulo c b g eſt æqualis.quare & latus b c:æquale eſt ipſi c g.ſed b c:ipſi g k eſt æquale.& c g igitur:ipſi b k eſt æquale. Aequilaterũ igitur eſt c k.habet autem & ãgulum c b k:rectũ.quadratũ eſt igitur c k,& eſt ex b c.& ob id/h f quadratum eſt: & æquum eſt ei quod ex a c . igitur c k & h f : ſunt quadrata /& æqualia ſunt eis quæ ex a & c b fiunt quadratis. Et quoniam æquum eſt a g ipſi e g, eſtqꝫ a g id quod ſub a c & c b,æqualis enĩ eſt c g ipſi c b:& e g igitur æquum eſt ei quod fit ſub a c & c b. igitur a g & e g:ſunt æqualia ei quod bis fit ex a c et c b. Sunt autem c k & h f:æqualia eis quæ fiunt ex a c & c b quadratis. Igitur c k,h f,a g,& g e:ſunt æqualia eis quæ ex a c & c b,& ei quod bis fit ſub a c æ c b. ſed c k,h f , a g, & g e: totum ſunt a

e quadratum quod fit ex a b. Quadratum igitur quod fit ex a b: æquũ est quadratis quæ fiunt ex a c & c b, & ei rectangulo quod bis cõpræhenditur sub a c & b c. quod ostendere oportuit.

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc manifestum est/ ꝙ in qnadratis areis parallelogramma quæ circa dimetientem: quadrata sunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

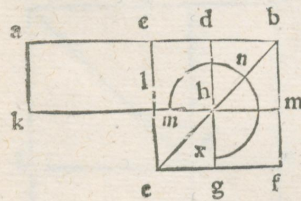
SI linea recta per duo æqualia duoq; inæqualia secetur: quod sub inæqualibus totius sectionis rectangulum continetur cum eo quadrato quod ab ea quæ inter vtrasq; est sectiones describitur/ æquum est ei quadrato quod a dimidio totius lineæ in se ducto describitur. 5



¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuisa per æqualia in puncto c: & per inæqualia in puncto d. dico quadratum c b: esse æquale ei quod fit ex a d in d b, & quadrato c d. Describam quadratum c b, quod sit c b f e: in quo protraham diametrum e b. & ducam d g æquidistantem b f: quæ secet diametrum e b in puncto h. & a puncto h educam æquidistantem lineæ a b: quæ sit h k, secans lineam b f in puncto m, & lineam c e in puncto l. & protraham a k: æquidistantem c e. Eritq; per correlarium præmissæ/ vtraq; duarum superficierum l g & d m: quadrata. & per 43 primi/ duo supplementa c h & h f: æqualia. Ergo addito quadrato d m, vtriq;: erit parallelogrammum c m æquale parallelogrammo d f. & quia a l est æquale c m per 36 primi: erit a h æquale gnomoni qui circunstat quadrato l g. ergo addito vtriq; / quadrato l g: erit a h cum quadrato l g æquale quadrato e f. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

¶Si recta linea secetur in æqualia et non æqualia: rectangulum compræhensum ab inæqualibus sectionibus totius vna cum quadrato quod a medio sectionũ/ æquum est ei quod a dimidia fit quadrato. 5



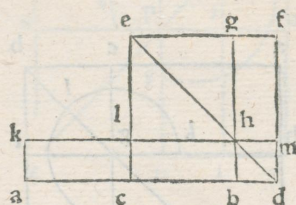
¶THEON ex Zamberto. ¶Recta enim linea quædam a b secetur quidem in æqualia in c: & in non æqualia in d. Dico ꝙ rectangulum cõpræhensum sub a d & d b vna cum quadrato quod ex c d: æquum est ei quod fit ex c b quadrato. Describatur enim per 46 primi/ ex c b: quadratum c e f b. & per primum postulatũ connectatur b e. & per 31 primi/ per d: vtrisq; & c e & b f parallelus excitetur d g, secans b e in puncto h. & per eandẽ/ per h: vtrisq; a b & e f parallelus excitetur k m æqualis ipsi a b. & rursus per eandem per a: vtrisq; c l & b m parallelus excitetur a k. Et quoniam per 43 primi/ supplementum c h æquum est supplemento h f: cõmune ponatur d m. totum igitur c m: toti d f est æquale. Sed c m ipsi a l est æquale: quoniam a c ipsi c b est æqualis. & a l igitur ipsi d f est æquale. Cõmune ponatur c h. totum igitur a h: ipsis d l & d f est æquale. Sed a h: æquum est ei quod sub a d & d b, æqualis enim est d h ipsi d b. & f d l est m n x gnomon. Gnomon igitur m n x: æqualis est ei quod sub a d & d b. Commune ponatur l g: quod æquum est ei quod fit sub c d. gnomon igitur m n x & l g: sunt æqualia rectangulo compræhenso sub a d & d b, & ei quod fit ex c d quadrato per 36 primi. Sed gnomon m n x & l g: totum sunt quadratum c e f b quod est ex b c. Rectangulum igitur compræhensum sub a d & d b vna cum quadrato quod ex c d fit: æquum est quadrato quod fit ex c b. Si recta igitur linea: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

SI recta linea in duo æqualia diuidatur/ alia vero ei 6
linea in longum addatur: quod ex ductu totius iam
compositę in eam quæ iam adiecta est/ cũ eo quod

ex ductu dimidię in ſeipſam/æquum eſt ei quadrato quod ab ea quæ conſtat ex adiecta & dimidia in ſeipſam ducta deſcribitur.

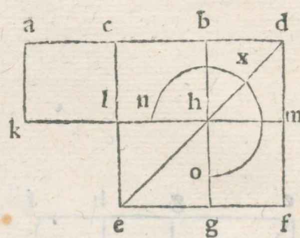
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per æqualia in pũcto c: eiq; addatur linea b d. dico ꝙ quadratum c d, quod ſit c d e f: æquale eſt ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prædicto e d, diametrum d e. & ducam lineam b g æquidiſtantem d f: quæ ſecet diametrum d e in puncto h. a quo h, producam æquidiſtantem lineæ a b: quæ ſit h k, ſecans d f in puncto m, & c e in puncto l. & producam a k: æquidiſtantem e l. eritq; per 36 primi/a l: æquale c h. At c h: erit æquale h f, per 43 primi. quare a l: eſt æquale h f. Ergo addito c m vtrobiq; : erit a m æquale toti gnomoni circunſtanti l g. quare l g addito vtrobiq;: erit a m cum l g, æquale toti quadrato c f. Et quia vtraq; duarum ſuperficierũ l g & b m eſt quadrata per correlarium 4 huius: patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 6. propoſitio 6

6 Si recta linea bifariam ſecetur/adijciaturq; ei aliqua recta linea in rectum: rectangulum comprænhenſum ſub tota cum appoſita & appoſita/vna cum quadrato quod fit a dimidia/æquum eſt ei quod fit ex coniecta ex dimidia & appoſita tãquam ex vna deſcripto quadrato.

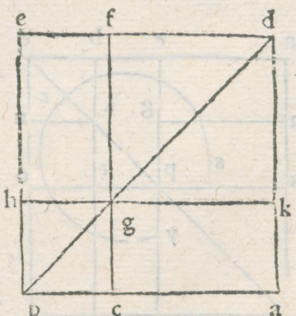
THEON ex Zamb. Recta enim linea a b ſecetur bifariam in ſigno c: apponaturq; ei aliqua recta linea in rectum/b d. Dico ꝙ rectãgulum comprænhenſum ſub a d & d b, vna cum quadrato quod fit ex b c: æquum eſt ei quod fit ex d c, quadrato. Deſcribatur per 46 primi/ex c d quadratum c e f d. & per 1 poſtulatum connectatur d e. & per 31 primi per b ſignum/vtriq; earum e c & d f: parallelus excitetur b g, ſecãs b e in puncto h. & per eandem per h ſignum/vtriq; earum a d & e f: parallelus excitetur k m. & inſuper per eandem per a, vtriq; earum c l & d m: parallelus excitetur a k. Quoniam igitur per 36 primi/æqualis eſt a c ipſi c b: æquum eſt a l ipſi c h. Sed per 43 primi/c h æquum eſt ipſi h f. Igitur & a l: ipſi h f per eandem eſt æquale. commune apponatur c m. totum igitur a m: gnomoni n x o eſt æquale. Sed a m: eſt id quod fit ſub a d & d b. æqualis enim eſt d m ipſi d b. & gnomon igitur n x o: æqualis eſt rectangulo comprænhẽſo ſub a d & d b. Commune apponatur l g: quod æquum eſt quadrato quod fit ex b c. Rectangulum igitur comprænhenſum ſub a d & d b, vna cum eo quod ex c b quadrato: æquũ eſt ipſi n x o gnomoni/& ipſi l g. ſed gnomon n x o, & l g: totum ſunt c e f d quadratum/quod fit ex c d. Rectangulum igitur comprænhenſum ſub a d & d b, vna cum quadrato quod ex b c: æquum eſt quadrato quod ex c d. Si recta igitur linea & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

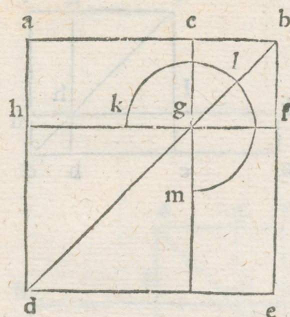
7 SI linea in duas partes diuidatur: quod fit ex ductu totius in ſeipſam cum eo quod eſt ex ductu alterius partis in ſeipſam/æquum eſt eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in ſeipſam.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in duas partes in puncto c. dico ꝙ quadratum totius a b cum quadrato b c: æquum eſt ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Deſcribatur quadratum totius: quod ſit a b d e. & ducatur diameter b d: & c f æquidiſtans. b e, ſecans diametrum in puncto g. & ducatur k g h æquidiſtans a b. Et quia quadratũ a e cũ quadrato c h tantum ſunt quantum quadratum k f cum duabus ſuperficiebus a h & c e: patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7. propositio 7.

¶Si recta linea secetur vtcunq; : quod a tota & ab vno segmentorum vtraq; fiunt quadrata/æqualia sunt rectangulo compræhenso bis sub tota et dicto segmento / & ei quod a reliquo segmento fit quadrato.

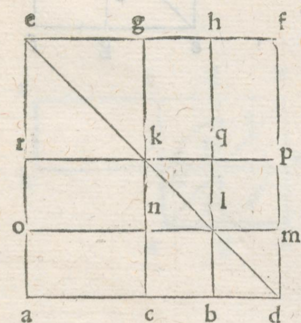


¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea a b: secetur vtcunq; in signo c. dico q quadrata ex a b & b c: æqua sunt rectãgulo cõtento bis sub a b & b c, & ei quod fit ex a c, quadrato. Describatur enim per 46 primi/ex a b: quadratum a d e b. describaturq; figura. Quoniam per 43 primi/æquũ est a g ipsi g e: commune apponatur c f. totum igitur a f: toti c e est æquale. Igitur a f & c e: duplum est ipsius a f. Sed a f & c e: sunt k l m gnomon/ & c f quadratũ. & k l m igitur gnomon & c f: duplum est ipsius a f. Est autem ipsius a f duplum: & bis illud quod ex a b & b c fit. æqualis enim est b f: ipsi b c. ergo k l m gnomon/ & quadratum c f: æquum est rectangulo contento bis sub a b & b c. commune apponatur d g: quod est quadratũ ex a c. gnomon igitur k l m, & b g & g d quadrata: æqualia sunt & ei q̃ bis sub a b & b c rectangulo continetur/ & ei quod ex a c fit quadrato. Sed k l m gnomon/ & quadrata b g & d g; totum sunt b a d e & c f, quæ sunt ex a b & b c quadrata. quadrata igitur ex a b, b c: æqualia sunt rectangulo bis sub a b & b c compræhenso/ cum eo quod fit ex a c quadrato. Si recta igitur linea: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod demõstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio. 8.



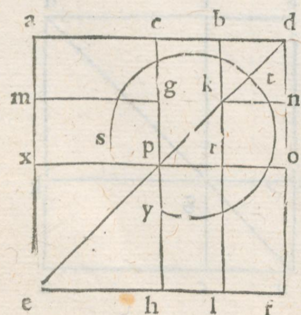
SI linea in duas partes diuidatur/ eiq; in lõgum æqualis vni diuidentium adiungatur: quod ex ductu totius iam cõpositæ in seipsam fiet / æquũ erit ijs quæ ex ductu prioris lineæ in eam adiectã quater/ & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.



¶CAMPANVS. ¶Sit a b diuisa in puncto c, qualitercunq; contingat: cui addatur b d æqualis c b. dico q quadratum totius a d quod sit a d e f: est æquale ei quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Hoc autẽ patebit: ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidistãtibus lineæ d f, & secantibus diametrum in punctis k, l, per quæ puncta ducantur p q k r, & m l n o, æquidistantes a d. Erit enim per correlarium 4 huius/ vnaquæq; superficierum r g, n q, & b m; quadrata. Et quia c b posita est æqualis b d: erit vtraq; superficierũ c l & l p, quadrata. Erũtq; quatuor quadrata diuidentia quadratũ c p: æqualia. & quia totus gnomo circunstans quadrato r g, est per 36 & 43 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad superficiem a l: patet propositum.

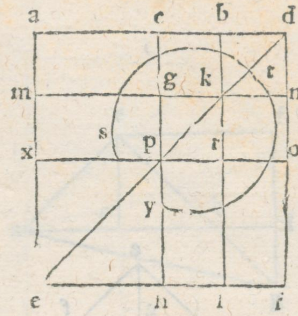
Eucli. ex Zamb. Theorema 8. propositio 8.

¶Si recta linea secetur vtcunq; : rectangulum compræhensum quater sub tota & vno segmentorum cum eo quod ex reliquo segmento est quadrato/ æquum est ei quod fit ex tota & prædicto segmento tanq̃ ab vna descripto quadrato.



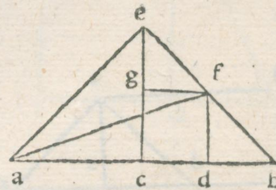
¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea quædam a b secetur vtcunq; in signo c. dico q quater sub a b & b c compræhensum rectangulum/ vna cum eo quod ex a c quadrato : æquum est ei quod fit ex a b & b c tanq̃ ab vna descripto quadrato. Producatur enim per 6 secundi/ in rectam lineã ipsi a b recta linea b d: & ponatur ipsi b c æqualis b d, per 3 primi. Et per 46 primi/ ex a d describatur quadratum a e f d: & describatur dupla figura. Quoniam igitur æqualis est c b ipsi b d, sed c b ipsi g k est æqualis/ & b d per tricesimam quartam primi ipsi k n est æqualis: & g k igitur ip-

si k n est æqualis. & perinde p r: ipsi r o est æqualis. Et quoniam æqualis est b c ipsi b d, & g k ipsi k n: æquū est igitur c k ipsi k d, & g r ipsi r n, per tricesimamsextam primi. Sed per 43 primi / c k: ipsi r n est æquale. supplementa enim sunt parallelogrāmi c o. & k d igitur: ipsi n r est æquale. Igitur d k, c k, g r, & r n: sibiinuicē sūt æqualia. ipsa quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius c k. Rursus quoniā æqualis est c b ipsi b d, sed b d quidem ipsi b k, hoc est ipsi c g est æqualis: & c b igitur hoc est g k, ipsi g p est æqualis. & c g igitur ipsi g p est æqualis. Et quoniam æqualis est c g ipsi g p, & p r ipsi r o: æquum est a g ipsi m p, & p l ipsi r f. sed m p: ipsi p l per 43 primi est æquale. supplemēta enim sunt parallelogrāmi m l. & a g igitur ipsi r f per 43 eiusdem est æquale. Quatuor igitur a g, m p, p l, & r f: sibi inuicem sunt æqualia. quatuor igitur: quadruplicata sunt ipsius a g. ostensum autem est quatuor c k, k d, g r, & r n: ipsius c k quadruplicata. octo igitur quæ gnomonem s t y complectuntur: quadruplicata sunt ipsius a k. Et quoniam a k est sub a b & b d, æqualis enim est b k ipsi b d: quod igitur quater est sub a b & b d, quadruplicatū est ipsius a k. ostensum est autem q; ipsius a k, quadruplicatum: est gnomon s t y. Igitur id quod quater est sub a b & b d: gnomoni s t y æquum est. Commune apponatur x h: quod æquum est quadrato quod ex a c. Rectāgulum igitur quater sub a b & b d comprætensum / cum quadrato quod ex a c: æquū est gnomoni s t y & ei quod est x h. Sed s t y gnomon & x h: totum sunt a e f d quadratum quod est sub a d. at id quod quater sub a b & b d, vna cum eo quod fit ex a c: æquum est ei quod fit sub a d quadrato. æqualis autem est b d ipsi b c. Rectangulum igitur comprætensum quater sub a b & b c / vna cum eo quod fit ex a c quadrato: æquū est ei quod fit ex a d, hoc est ei quod fit ex a b & b c tanquam ab vna descripto quadrato. Si recta igitur linea: & quæ sequuntur reliqua. quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio. 9.

SI linea in duo æqualia duoq; inæqualia diuiditur: quæ fiunt ex ductu vtriusq; inæqualiū sectionum in seipsam pariter accepta: duplum sunt vtrisq; pariter acceptis / quæ quidem ex dimidia eaq; quæ vtriq; sectioni interiacet quadratis describuntur.



¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuisa per æqualia in c: & per inæqualia in d. Dico q; quadratum a d & quadratū d b simul iuncta: dupla sunt quadrato a c & quadrato c d simul iunctis. Super lineam a b, erigo lineam c e: perpendicularem & æqualem vtriq; earum linearum a c & c b. & produco e a & e b. eritq; per 32 primi / vterq; angulorū a & b, & vterq; angulorum partialium qui sunt ad e: medietas recti / totusq; e, rectus. Et produco d f: æquidistantem c e, & perpendicularem super lineam a b. eritq; vterq; angulorū d, rectus: & angulus d f b, medietas recti per 32 primi siue per secundam partem 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b sunt æqualia. A puncto f duco f g: æquidistantē a b. eritq; per secundam partem 29 primi & per 32 eiusdem / vterq; angulorum g, rectus / & angulus e f g per 32 medietas recti. quare per 6 eiusdem: latera e g & g f, sunt æqualia. Et quia per penultimam eiusdem / quadratum e f est æquale quadrato e g & quadrato g f: ipsum erit duplum ad quadratum g f. quare ad quadratum c d. Item quia per eandē quadratū e a est æquale quadrato a c & quadrato c e: ipsum erit duplum ad quadratum a c. & quia quadratū a f est æquale quadrato e f & a e per eandem: ipsum erit duplum ad quadratum a c & ad quadratū c d. Sed quadratum a f: est iterum æquale per eādem quadrato a d & quadrato d f. ergo quadratum a d & quadratum d f: dupla sunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadra-

tum d f est æquale quadrato d b: erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dulpa quadratis duarum linearum quæ sunt a c & c d. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 9. propositio. 9.

¶ Si recta linea secetur in æqualia et nō æqualia: quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata / dupla sunt eius quod a dimidia et eius quod a medio sectionū fit / quadratorum.

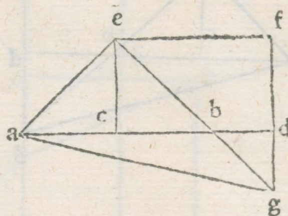
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Recta enim linea quædam a b: secetur in æqualia in signo c, & in non æqualia in d. Dico ꝙ quadrata ex a d & d b: dupla sunt eorum quæ ex a c & c d sunt quadratorū. Excitetur enim per 11 primi / ex c signo ipsius a b, ad angulos rectos c e: & ponatur per 3 primi / æqualis vtriq; ipsarum a c & c b. et per 1 postulatum connectantur a e & e b. Et per 31 primi / per d: ipsi e c, parallelus excitetur d f. & per eandem / per f: ipsi a b, parallelus excitetur f g. & per 1 postulatum connectatur a f. Et quoniam æqualis est a c ipsi c e: æqualis est per 5 primi / angulus e a c angulo c e a. Et quoniam rectus est angulus qui ad c: reliqui igitur anguli e a c & a e c, vni recto sunt æquales. vterq; igitur eorū qui sub a e c & e a c: recti dimidius est. Ob id quoq; & vterq; ipsorum e b c & c e b: recti dimidius est. Totus igitur a e b: rectus est. Et quoniā qui sub g e f recti dimidius est / rectus autem qui sub e g f, æqualis enim interiori est opposito per 29 primi / hoc est ipsi e c b: reliquus igitur qui sub e f g, recti dimidius est. Aequus igitur est per 6 communem sententiā qui sub g e f: ei qui sub e f g. quare per 6 primi / & latus g e: lateri g f est æquale. Rursus quoniā āgulus qui ad b, recti dimidius est / rectus autē est g sub f d b, æqualis enim rursus est interiori & opposito ipsi e c b per 29 primi: reliquus igitur qui sub b f d, recti dimidius est. Aequalis igitur est angulus qui ad b: ipsi d f b. Quare per 6 primi / & latus d f: lateri d b est æquale. Et quoniam a c æqualis est ipsi c e: & æquum est quod ex a c ei quod ex c e. quadrata igitur quæ sunt ex a c & c e: eius sunt dupla qđ est ex a c. At per 47 primi / eis quæ sunt ex a c & c e: æquum est quod ex e a fit quadratum. angulus enim qui sub a c e: rectus est. Igitur quod ex a e fit: eius quod est ex a c, duplū est. Rursus quoniā æqualis est e g ipsi g f: æquū est id quod ex e g / ei quod ex g f. quadrata igitur quę sunt ex g e & e f: dupla sunt quadrati quod ex g f. Quadratis autē quæ fiūt ex e g & g f: æquū est id quod ex e f / per 47 primi. quadratum igitur quod ex e f: duplum est eius quod ex g f. Aequalis autem est g f: ipsi c d. igitur quod ex e f: duplum est eius quod ex c d. Est autem & id quod ex a e: duplum eius quod fit ex a c. Quadrata igitur quæ ex a e & e f: quadratorū quæ fiunt ex a c & c d dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex a e & e f: æquum est id quod ex a f fit quadratum / per 47 primi. Quadratum igitur ex a f: eorum quæ ex a c & c d fiunt / duplum est. Ei autem quod fit ex a f: æqualia sunt ea quæ fiunt ex a d & d f / per 47 primi. rectus enim est angulus qui ad d. Ea igitur quæ ex a d & d f: dupla sunt eorum quæ ex a c & c d fiunt / quadratorū. Aequalis autē est d f: ipsi d b. quadrata igitur quæ ex a d & d b fiunt: dupla sunt eorum quæ ex a c & c d fiūt / quadratorum. Si recta igitur linea secetur in partes æquales & inæquales: quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata / dupla sunt eius quod ex dimidia & ex medio segmentornm fit / quadratorum. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

SI linea in duo æqualia diuidatur / eiq; in longum alia addatur: quadratum quod describitur a tota cū addita / et quadratū quod ab ea quæ addita est vtraq; quadrata pariter accepta / ei quadrato quod

a dimidia eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adie-ctaq; cōsistit vtrisq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

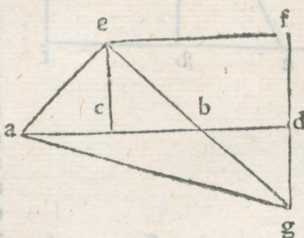
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuisa per æqualia in c: & addita sibi linea b d. dico q; duo quadrata duarum linearum a d & b d, pariter accepta: dupla sunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularem super lineam a b: & æqualem vtriq; linearū a c & c b. & perficio triangulū a e b: ductis lineis a e & e b. eritq; vt in præmissa vterq; angulorum a & b, & vterq; eorū qui sunt ad e: medietas recti per 32 primi/ totusq; e est rectus. A pūcto e, produco e f: æqualem & æquidistantē c d. & produco f d & e b: quousq; concurrāt in pūcto g. & produco lineam a g. Eritq; per vltimam partem 29 primi/ angulus c e f: rectus. sed angulus c e b: est medietas recti. ergo angulus b e f: est similiter medietas recti. & quia per 33 primi/ f d est æquidistans c e: erit per 34 eiusdem/ angulus f rectus. ergo per 32 eiusdem: erit angulus e g f medietas recti. item per eandem/ angulus d b g similiter medietas recti: propter id q; angulus b d g est rectus. ergo per 6 eiusdem/ duo latera e f & f g sunt æqualia: item duo latera d b & d g sunt æqualia. Ergo per penultimam eiusdem/ quadratum e g: duplum est ad quadratum e f. quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem/ quadratum a e: duplum est ad quadratum a c. Et quia quadratum a g est per eandem æquale quadratis a e & e g, similiter quoq; & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g est æquale quadrato b d: erunt duo quadrata duarum linearum a d & b d pariter accepta / dupla duobus quadratis duarū linearum a c & c d pariter acceptis. quod est propositum. Hæc autem/ & omnes præmissæ: veritatē habent in numeris sicut in lineis.

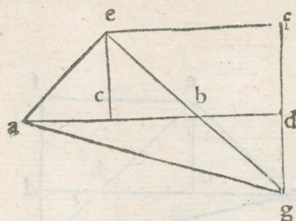


Eucli. ex Zamb. Theorema 10. propositio 10.

10 ¶Si recta linea secetur bifariam/ apponatur autē ei quæpiā recta linea in rectum: quod ex tota cum apposita et quod ex apposita vtraq; quadrata/ dupla sūt eius quod ex dimidia et eius quod ex adiacente dimidia et adiūcta tanq̄ ex vna/ descriptorum quadratorum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Recta enim quædam linea a b, secetur bifariam in c: apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectū, b d. Dico q; quadrata quæ ex a d & d b: dupla sunt quadratorum quæ fiunt ex a c & c d. Excitetur per vndecimam primi/ ab ipso c signo: ipsi a b ad angulos rectos c e. & ponatur per 3 primi/ æqualis vtriq; ipsarum a c & c b: & per primum postulatum connectantur e a & e b. Et per 31 primi/ per e: ipsi a d parallelus excitetur e f. & per eandem/ per d: ipsi c e parallelus excitetur d f. Et quoniā in parallelos rectas lineas c e & d f, recta quædam linea incidit e f: āguli igitur c e f & e f d, per 29 primi duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur f e b & e f d: duobus rectis sunt minores/ per eādem. Quæ autem a minoribus duobus rectis producuntur: per 5 postulatū coincidūt. igitur e b & f d productæ ad partes b, d: coincidūt. producantur: & coincidant in g. & per 1 postulatū cōnectatur a g. Et quoniā æqualis est a c ipsi c e: āgulus quoq; a e c āgulo e a c est æqualis per 5 primi. & rectus est qui ad c. dimidius ergo recti: est vterq; qui sub e a c & a e c. Et propterea vterq; etiā qui sub c e b & e b c: recti dimidius est. rectus igitur est q sub a e b. Et quoniā āgulus e b c recti dimidius est: & per 15 primi āgulus igitur d b g recti dimidius est. Angulus aūt b d g: rectus est. æqualis enī est ei qui sub d c e, alterni enī. reliquus igitur āgulus b g d: recti dimidius est. Igitur per 6 cōmunē sententiā primi/ āgulus d g b: ei qui sub d b g est æqualis. Quare per 6 primi/ & latus b d: lateri g d æquum est.



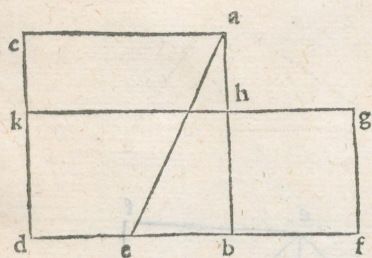


Rursus quoniam angulus e g f, recti dimidius est/rectus autem qui a d f: (æqualis enim per 34 primi ex opposito ei qui a d c) reliquus igitur angulus f e g, recti dimidius est. Angulus igitur e g f: angulo f e g est æqualis. Quare per 6 primi & latus f e: lateri f g est æquale. Et quoniam æqualis est e c ipsi c a: quadratum quoq; quod ex e c, ei quod est ex c a, quadrato æquum est. quadrata igitur quæ sunt ex c e & c a: dupla sunt eius quod fit ex a c, quadrati. Eis autem quæ fiunt ex e c & c a: per 47 primi/æquū est id quod ex e a. Quadratum igitur quod ex e a: duplum est eius quod fit ex a c. Rursus quoniam æqualis est g f ipsi e f: quadratum quod fit ex g f, æquum est ei quod fit ex e f, quadrato. quadrata igitur quæ ex g f & e f fiunt: eius quod fit ex e f, dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex g f & e f: per 47 primi/æquum est id quadratum quod fit ex e g. id igitur quod fit ex e g: duplum est eius quod fit ex e f. Aequalis autem est e f: ipsi c d. id igitur quod fit ex e g: duplum est eius quod fit ex c d. Patuit autem q & id quod fit ex e a: duplum est eius quod fit ex a c. Quadrata igitur quæ fiunt ex a e & e g: eorum quæ fiunt ex a c & c d quadratorum/dupla sunt. Quadratis autem quæ fiunt ex a e & e g: æquū est id quod fit ex a g quadratum/per 47 primi. Quadratum igitur quod fit ex a g: eorum quæ fiunt ex a c & c d, duplū est. Ei autem quod fit ex a g: æqualia sunt quadrata quæ fiunt ex a d & d g. Quadrata igitur quæ fiunt ex a d & d g: dupla sunt eorum quæ ex a c & c d fiunt, quadratorum. æqualis autem est d g: ipsi d b. Quadrata igitur quæ fiūt ex a d & d b: dupla sunt eorum quæ fiunt ex a c & c d quadratorū. Si recta igitur linea secetur bifariam: & quæ sequūtur reliqua vt in theoremate. quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.



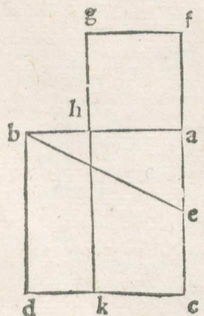
D Atam lineam sic secare: vt quod sub tota & vna portione rectangulum continetur/æquum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum.



¶CAMPANVS. ¶Sit linea data a b. quā volumus sic diuidere: vt quod ex tota & vna eius portione producitur/æquū sit quadrato alterius. Describo quadratū ipsius a b: quod sit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e: & produco a e. & e b produco vsq; ad f: ita q e f sit æqualis a e. Et ex b f portione extrinseca/describo quadratū quod ex latere a b resecat portionē æqualē b f, quæ sit b h: & quadratū descriptū sit b f h g. Dico q a b sic est diuisa in puncto h: q illud quod fit ex tota a b in eius portionē h a, est æquale quadrato h b. Produco g h vsq; ad k: quæ erit æquidistās a c. Quia ergo linea d b diuisa est per æqualia in e, & est sibi addita linea b f: erit per 6 huius quod fit ex d f in b f cum quadrato e b, æquale quadrato e f. quare & quadrato e a. quare per penultimam primi: quadratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab vtrisq; quadrato lineæ e b: erit quod fit ex d f in b f & ipsum est superficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab vtrisq; parallelogrammo h d: erit quadratum h f æquale parallelogrammo h c. Et quia quadratum h f est quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a quæ est æqualis a b, in a h: patet factū esse propositum. ¶Ad hoc autem faciendum in numeris/non labores: quia impossibile est numerum sic diuidi/vt hic vndecima proponit. sicut scies: sexti 26 te docente.

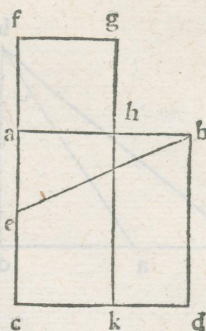
Eucli. ex Zamb. Problema 1. propositio 11.

¶Datam rectam lineam secare: vt quod ex tota & altero segmento compræhensum rectangulum/ æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento/ quadrato.



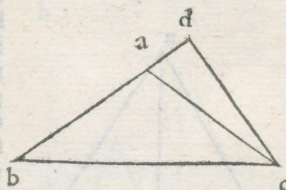
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea a b. oportet autem ipsam a b secare: vt quod ex tota & altero segmento compræhensum rectangulum/æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento/ quadrato. Describatur per 46 primi/ex a b: quadratum a b c d. & secetur per 10 primi/a c bi-

fariam: in e signo. & connectatur b e. Et extendatur per 2 postulatum: c a in f. & ponatur per 3 primi / ipsi b e: æqualis e f. Et per 46 primi / ex a f describatur quadratum f g a h: & extendatur per 2 postulatum / g h in k. Dico ꝙ a b secatur in h: vt quod ex a b & b h compræhensum rectangulum / æquum sit ei quod fit ex a h quadrato. Quoniam recta linea a c secta est bifariam in e, adiacet autem ei a f: igitur per 6 secundi / rectangulum compræhensum sub c f & f a, vna cum eo quod fit ex e a quadrato / æquũ est ei quod fit ex e f quadrato. æqualis autem est e f: ipsi e b. rectãgulũ igitur compræhensum sub c f & f a, vna cum eo quod fit ex e a quadrato: æquũ est ei quod fit ex e b quadrato. Sed ei quod fit ex e b: æqualia sunt per 47 primi / ea quæ fiunt ex b a & a e quadrata. rectus enim est angulus qui ad a. Quod autem fit sub c f & f a, cum eo quod fit ex a e: æquum est eis quæ fiunt ex b a & a e. Commune auferatur id quod ex a e. reliquum igitur rectangulum compræhensum sub c f & f a: æquum est ei quod fit ex a b quadrato. Et id quod fit sub c f & f a: est id quod f k. æqualis enim est f a: ipsi f g. Id autem quod fit ex a b: id est quod a d. Igitur f k: æquum est ipsi a d. Commune auferatur a k. reliquum igitur f h: ipsi h d est æquale. Est autem h d: id quod sub a b & b h. æqualis enim est b a: ipsi b d. At f h: id est quod ex a h. Rectangulum igitur compræhensum sub a b & b h: æquum est ei quod fit ex a h quadrato. Data igitur recta linea a b, in h disecta est: vt rectangulum sub a b & b h cõpræhensum / æquum sit ei quod ex a h fit quadrato. quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 N his triangulis qui obtusum habent angulum / tãto ea quæ obtusum subtendit angulum / ambobus reliquis lateribus quæ obtusum continent angulũ amplius potest: quantum est quod continetur bis sub vno eorũ atq; ea quæ ei directe iuncta ad obtusum angulum / a perpendiculari extra depræhenditur.

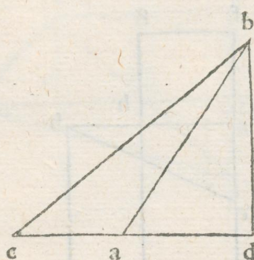


CAMPANVS. Sit triangulus a b c: habens ãgulum a, obtusum. A puncto c: ducatur linea perpendicularis ad lineam b a. quæ necessario cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtusus esset rectus aut minor recto per 16 primi. sit ergo c d perpendicularis super lineam a b productam vsq; ad d. Dico ꝙ quadratum lateris b c quod subtenditur angulo obtuso / tanto maius est duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipsum angulum obtusum: quantum est illud quod fit ex b a in a d bis. (Potentia enim lineæ: respectu quadrati sui est. vnde tantum dicitur posse linea quælibet: quantum in se ducta producit.) Erit enim per 4 huius / quadratum b d: æquale duobus quadratis duarũ linearũ b a & a d, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratũ b c per penultimã primi est æquale quadrato b d & quadrato d c: ipsum erit æquale quadratis trium linearum b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eãdẽ / quadratum a c: est æquale quadratis a d & d c. ergo quadratũ b c: est æquale quadratis duarũ linearum b a & c a, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Quare b c tãto ãplius potest duabus lineis b a, a c: quantum est duplũ eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus ꝙ tantũ dicitur posse linea quęlibet: quantum in se ducta / producit. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. propositio 12.

12 In obtusiangulis triangulis quod ab obtusum angulũ subtendente latere fit quadratum / maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum cõpręhendentibus lateribus / quadratis: compræhenso bis sub vno eorum qui sunt circa obtusum angulũ in quod protractum cadit perpendicularis / & assumpto ex-

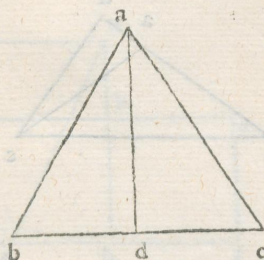
trinsecus sub perpendiculari ad obtusum angulum.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit obtusi anguli triangulũ a b c: obtusum habens angulum b a c. & ducatur ex b signo/in c a productam: per 12 primi/perpendicularis b d. Dico ꝙ quadratum quod ex b c, maius est eis quæ fiunt ex b a & a c quadratis: bis sub c a & a d compræhenso rectangulo. Quoniam enim secta linea c d, secta est vtcũq; in a, signo: igitur per 4 secundi/quod fit ex c d æquum est eis quæ fiunt ex c a & a d, quadratis/& bis sub c a & a d compræhenso rectangulo. Commune ponatur id quod ex d b. Ea igitur quæ sunt ex c d & d b: æqua sunt eis quæ fiunt ex c a & a d & d b quadratis/& bis sub c a & a d compræhenso rectãgulo. Sed eis quæ sunt ex c d & d b: æquum est id quod ex c b, per 47 primi. rectus enim est: angulus qui ad d. Eis autẽ quæ fiunt ex a d & d b: per eandẽ æquum est id quod fit ex a b. Quadratũ igitur quod fit ex c b: æquũ est eis quæ fiunt ex c a & a b quadratis per eandẽ/& bis sub c a & a d comprælẽso rectangulo. Quare quadratũ quod fit ex c b, eis quæ fiunt ex c a & a b maius est: bis sub c a & a d compræhenso rectangulo. In amblygonijs igitur triangulis quod ab obtusum angulũ subtendente latere fit quadratum: maius est & quæ sequuntur reliqua. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio. 13.

Mnis oxygonij tanto ea quæ acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quãtum est quod bis cõtinetur sub vno eorum cui perpendicularis intra superstat/eaq; sui parte quæ perpendiculari anguloq; acuto interiacet.



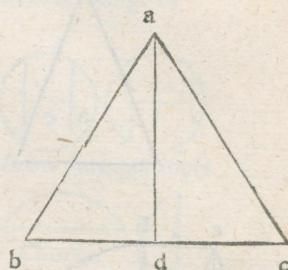
¶CAMPANVS. ¶Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxygonio: veritatẽ habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo/siue fiat orthogonius siue ãblygonius siue oxygonius. ¶Sit ergo in triangulo a b c, quicũq; triangulus fuerit: ãgulus c acutus. qui si fuerit oxygonius: ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a vel b, ad quamuis basin b c vel a c. quia cum sic fuerit: semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit amblygonius aut orthogonius: ab angulo obtuso vel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositũ/quam manifestũ est cadere intra triangulũ. Et vt simpliciter dicam/ cũ in omni triangulo sint duo acuti anguli: necessario erit alter reliquorum angulorũ qui sunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem: ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo vt trianguli a b c: angulus b etiam sit acutus. ducam ergo ad b c: perpendicularẽ quæ sit a d, quæ (vt dictum est) cadet intra triangulũ. Dico itaq; ꝙ quadratum lateris a b quod subtenditur angulo acuto c, tanto minus est duobus quadratis duarum linearũ a c & c b: quantum duplũ eius quod fit ex b c in d c. Vel dico ꝙ quadratum a c quod etiam subtenditur angulo b quem posuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus est duobus quadratis duarum linearum a b & b c: quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius/quadratum b c cum quadrato d c: æquale ei quod fit ex b c in d c bis/& quadrato alterius partis scilicet b d. quare addito vtriq;/quadrato a d: erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi/quadratum a c est æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarũ linearum a d & b d & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimam primi/quadratum a b: æquum est quadratis duarum linearum a d & b d. ergo quadratum b c cum quadrato a c: æquum est quadrato a b, & duplo eius quod fit ex b c in c d. quare tãto minus potest a b

duobus lateribus b c & a c: quantum eſt duplum eius quod fit ex b c in c d. quod eſt propoſitum. Simili modo probabis/latus a c quod ſubtenditur angulo b acuto/poſſe tanto minus duobus lateribus a b & b c: quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶Notandum autem per hãc & præcedentem & penultimam primi/ꝙ cognitis lateribus omnis triãguli: cognoſcitur area ipſius. et auxiliantibus tabulis de chorda & arcu: cognoſcitur omnis eius angulus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. propoſitio 13.

13 ¶In oxygonijs triangulis/quod ex acutum angulum ſubtẽdente fit quadratum/ minus eſt eis quæ ex acutum angulum compræhendentibus lateribus fiunt quadratis: compræhenſo bis ſub vno eorum quæ ſunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit/& ſumpto intus ſub perpendiculari ad acutum angulum.

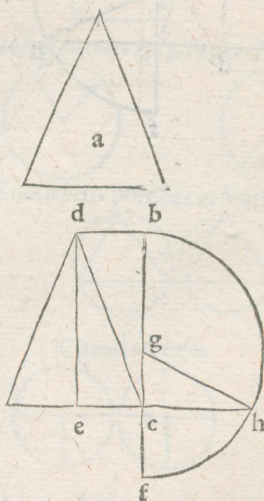
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit oxygonium triangulum a b c: acutũ habens angulum qui ad b. & per 12 primi ducatur ab a, ſigno: in b c, perpẽdicularis a d. Dico ꝙ quadratum ex a c, minus eſt quadratis quæ fiunt ex c b & b a: cõpræhenſo bis rectangulo ſub c b & b d. Quoniam enim recta linea b c diſecta eſt vtcunq; in d: igitur per 7 ſecundi quadrata/quæ ex c b & b d, æqualia ſunt bis ſub c b & b d cõpræhenſo rectãgulo/& ei quod fit ex c d quadrato. Commune apponatur quadratum quod ex d a. Igitur quadrata quæ ex c b, & b d, & d a: per 7 ſecundi æqualia ſũt rectangulo compræhenſo bis ſub c b & b d, & eis quæ fiunt ex a d & d c quadratis. Sed eis quæ fiunt ex b d & d a: æquũ eſt id quod fit ex a b. angulus enim qui ad d: rectus eſt. Eis autem quæ fiunt ex a d & d c: æquum eſt id quod ex a c per 47 primi. ea igitur quæ fiũt ex c b & b a: æqualia ſũt ei quod fit ex a c & ei quod bis fit ſub c b & b d. Quare ſolum quod fit ex a c, minus eſt eis quæ fiunt ex c b & b a quadratis: eo quod eſt bis ſub c b & b d compræhenſo rectangulo. In oxygonijs igitur triangulis: & quæ ſequuntur reliqua. quod oſtendere oportebat.

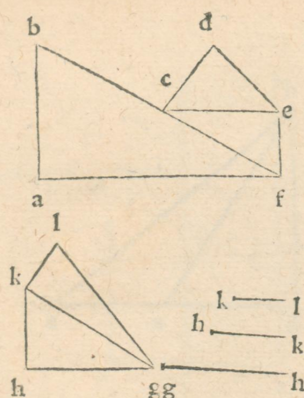


Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 Ato trigono: æquum quadratum deſcribere.

¶CAMPANVS. ¶Sit datus trigonus a: cui nos volumus æquum quadratum deſcribere. Deſignabo ſuperficiem æquidiſtantium laterum & rectorum angulorum æqualẽ trigono dato/ſecundum quod docet 42 primi: ſitq; ſuperficies illa b c d e. cuius ſi latera fuerint æqualia: habemus quod quærimus. ipſa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera ſint inæqualia: tũc adiungam minus ipſorum laterum maiori/ſecundum rectitudinem. ſitq; linea c f, æqualis minori duorum laterum quod eſt c e: adiuncta maiori quod eſt b c, ſecundum rectitudinem. Totã b f diuidam per æqualia: in puncto g. & facto g centro/ſuper lineam b f ſecundum quantitatem lineę g b: deſcribam ſemicirculum b h. & latus e c producam: vſquequo ſecet circunferentiam in puncto h. Dico ꝙ quadratum lineæ c h: eſt æquale trigono dato. Producam lineã g h. Et quia linea b f diuiſa eſt per æqualia in g, & per inæqualia in c: erit per 5 huius, quod fit ex ductu b c in c f cũ quadrato c g, æquale quadrato g f. quare & quadrato g h. quare per penultimã primi: & duobus quadratis duarum linearũ g c & c h. Ergo dẽpto vtrinq; quadrato c g: erit quod fit ex b c in c f, quod eſt æquale ſuperficiei b e eo ꝙ c f eſt æquale c e, æquale quadrato lineæ c h. quare

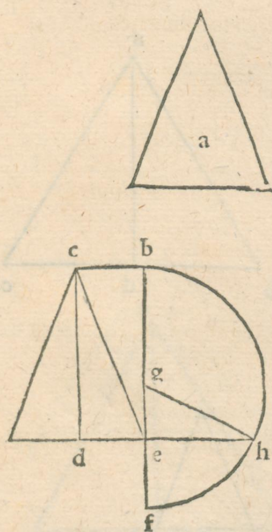




quadratum lineæ c h:est æquale trigono a.quod est propositum.
¶CAMPANI additio. ¶Et nota qꝫ per hoc iuuenitur latus tetragonicū
cuiuslibet altera parte longioris/& simpliciter omnis figuræ rectis line=
is contentæ:quæcunqꝫ fuerit.quoniam omnem figuram talem in triangu
los resoluemus:& cuiuslibet illorum triangulorum inueniemus tetrago=
nicum latus secundum doctrinam istius.& inueniemus per penultimam
primi/lineā vnam:quæ possit in omnia latera tetragonica inuenta.Ver=
bi gratia volo inuenire latus tetragonicum rectilineæ figuræ irregularis
a b c d e f.Resoluo eā in tres triāgulos qui sunt a b f, c d e,& c f e.Inue
nio quoqꝫ secundum doctrinam istius:tria latera tetragonica istorū trium
triangulorum/quæ sunt g h,h k,& k l.& erigo h k:pependiculariter su=
per g h. & produco g k.eritqꝫ per penultimam primi/quadratum g k:æ=
quale quadratis duarum linearum g h,& h k.& tertiū latus k l erigo per=
pendiculariter super lineam g k. & produco lineam g l.eritqꝫ per penul=
timam primi/g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propositæ.

Eucli.ex Zamb. Problema 2.Propositio 14.

¶Dato rectilineo:æquum quadratum constituere. 14



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datum rectilineum a.oportet ei rectili=
neo:æquum quadratum constituere . constituatur per 45 primi ipsi a re
ctilineo:æquum parallelogrammum rectāgulum b c d e . Si æqualis est
b e ipsi e d:factum iam est problema . constituitur enim ipsi rectilineo:
æquum quadratum b d.Si autem non:eorum alterū b e & e d,maius est.
Sit maius b e:& producatur in f.& ponatur ipsi e d:æqualis e f,per 3 pri
mi.& per 10 primi secetur b f bifariam in g.Et centro quidem g, spacio
vero aut g b aut g f: semicirculus describatur b h f.& per 2 postulatum
producatur d e in h:& per 1 postulatum connectatur g h. Quoniam igi=
tur recta linea b f secta est in æqualia in g,& in inæqualia in e:igitur per
5 secundi/rectangulum cōpræhensum sub b e & e f cum quadrato quod
fit ex e g æquum est ei quod ex g f quadrato.Aequalis autem est g f:ip=
si g h.rectangulum igitur compræhensum sub b e & e f,per 5 secundi cū
eo quod ex g e fit quadrato:æquum est ei quod fit ex g h.ei autem quod
fit ex g h:æqualia sunt ea quæ ex h e & g e fiunt quadratis per 47 primi.
Quod igitur fit sub b e & e f cum eo quod fit ex e g:æquum est eis quæ
fiunt ex h e & e g.commune auferatur quadratum quod ex e g.reliquum
igitur rectangulum compræhensum sub b e & e f:æquum est ei quod fit
ex e h quadrato. Sed id quod est ex b e & e f:id est quod b d. æqualis e=
nim est e f ipsi e d.parallelogrammum igitur b d : æquum est ei quod fit
ex h e quadrato.Sed b d:æquum est ipsi a rectilineo.& a igitur rectilineū
æquum est quadrato descripto ex e h.Dato igitur rectilineo a:æquū qua
dratum constitutum est/sub e h descriptum.quod fecisse oportuit.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elemento=
rum secundi li=
bri
F I N I S.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber tertius.

EX Campano. Diffinitiones.



1 Vorum diametri sunt æquales: ipsos circulos æquales esse. Maiores autem: quorũ maiores. Et minores: quorum minores.

2 Circulum linea cõtingere dicitur: quæ cũ circulũ tangat, in vtramq; partem eiecta circulum non secat.

3 Circuli sese contingere dicuntur: qui se tangentes, seinuicem non secant.

4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter distare dicuntur a centro: cũ a cẽtro ad ipsas ductæ perpẽdiculares, fuerint æquales.

5 Plus vero distare a centro dicitur: in quam perpendicularis longior cadit.

6 Recta linea portionẽ circuli cõtinens: chorda nominatur.

7 Portio vero circunferentiæ: arcus nuncupatur.

8 Angulus autem portionis: dicitur qui a chorda & arcu cõtinetur.

9 Supra arcum angulus consistere dicitur: qui a quolibet pũcto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeuntibus continetur.

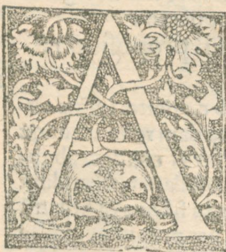
10 Sector circuli: est figura quæ sub duabus a centro ductis lineis & sub arcu qui ab eis compræhenditur continetur.

11 Angulus autem qui ab eis lineis ambitur: supra centrum consistere dicitur.

12 Similes circulorum portiones dicuntur: in quibus qui supra arcum consistunt anguli sibi inuicem sunt æquales.

13 Arcus quoq; similes sunt qui æquos ãgulos præ dicto modo suscipiunt.

EX Zamberto. Diffinitiones.

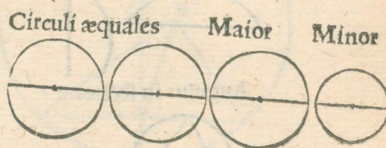


1 Equales circuli: sunt quorum dimetientes sunt æquales, vel quorum quæ ex centris sunt æquales.

2 Recta linea circulum tangere dicitur: quæ circulum tangens & eiecta, circulum non secat.

3 Circuli sese tangere adinuicem dicuntur: qui sese inuicem tangentes se non inuicem secant

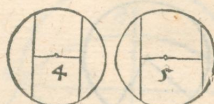
Circuli æquales Maior Minor



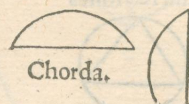
Linea circulũ cõtingens



Circuli se cõtingẽtes



Arcus Ang. portionis



Chorda.

Angulus super arcũ cõsistens



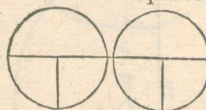
Sector circuli. Ang. super cẽtrũ cõsistẽs



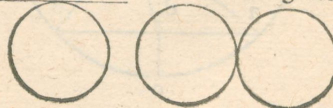
Similes cir. portiões et similes arcus.



Circuli æquales



Linea cir. tãgens. Circuli se tãgentes





Sectiocirculi. Sectionis ang.



Angulus in sectione



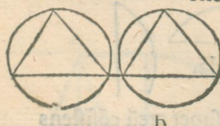
Angulus in circunferentia

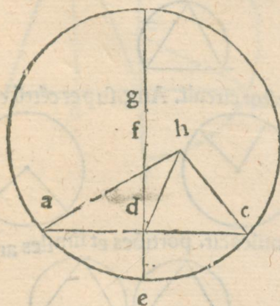


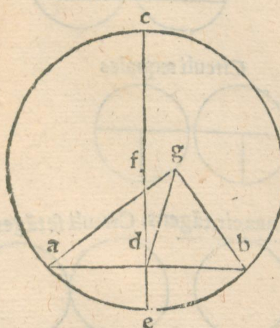
Sector circuli



Similes circuli sectiones







¶In circulo æqualiter distare a centro rectæ lineæ dicuntur: cum a centro in eas perpendiculares ductæ/sunt æquales. Magis autem distare dicitur: in quã maior perpẽdicularis cadit. 4

¶Sectio circuli: est figura compræhensa sub recta linea/ & circuli circunferentia. 5

¶Sectionis angulus: est qui sub recta linea/& circuli circunferentia compræhenditur. 6

¶In sectione autem ãgulus est: cum in circunferentia sectionis contingit aliquod signum/ & ab eo in rectæ lineæ fines quæ basis est sectionis rectæ lineæ coniunguntur. Contentus autem angulus: sub coniunctis rectis lineis est. 7

¶Cum vero compræhendentes angulum rectę lineæ/aliquã suscipiunt circunferentiam: in illa angulus esse dicitur. 8

¶Sector autem circuli: est cum ad centrum circuli steterit angulus compræhensa figura sub ãgulum compræhendẽtibus rectis lineis/& assumpta sub eis circunferentia. 9

¶Similes sectiones circuli: sunt quæ angulos æquos suscipiunt: vel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales. 10

Eucli ex Camp. Propositio 1.



Irculi propositi: centrum inuenire.
Vnde manifestum est q duabus rectis lineis in eodẽ circulo apud circunferentiam terminatis: neutra illarũ alteram per æqualia orthogonaliter secat: nisi ipsa super centrũ trãsierit. 1

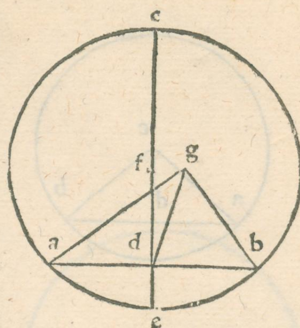
¶CAMPANVS. ¶Sit circulus propositus a b c: cuius volumus centrũ
inuenire. Duco in ipso circulo lineam a c qualitercunq; cõtingat: quam
diuido per æqualia in puncto d. a quo duco perpendicularem ad lineam
a c, quam applico circunferentiæ ex vtraq; parte : sitq; e d b. quam rur-
sus diuido per æqualia in puncto f: quem dico esse centrum circuli. Si e-
nim non est: erit autem alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b: nõ.
Si enim fuerit in ea vt in puncto g: erit linea e f maior linea e g, pars vi-
delicet toto. quod est impossibile. Quod si fuerit extra lineã e b. vt in pun
cto h: ducantur lineæ h a, h d, h c. Et quia latera h d & d a trianguli h d
a sunt æqualia lateribus h d & d c trianguli h d c, & basis h a basi h c: e-
rit per 8 primi/angulus a d h æqualis angulo c d h. quare vterq; rectus.
& quia angulus a d b fuit etiam rectus: erit a d h æqualis a d b per 3 peti-
tionem primi/ pars videlicet toti. quod est impossibile. Non est ergo cẽ-
trum dati circuli alicubi q̃ in puncto f. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. propositio 1.

¶Dati circuli: centrum inuenire.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c. oportet ipsius cir- 1
culi a b c, cẽtrum inuenire. Excitetur in eo linea quædam recta vtcunq;:
sitq; a b. Et per 10 primi: secetur bifariam in d: & per 11 eiusdem ab ip-
so d, ipsi a b excitetur d c ad angulos rectos. & per postulatum secundum
extendatur in e: seceturq; per 10 primi/ c e: bifariam in f. Dico q f: centrũ
est circuli a b c. Nõ enim. sed si possibile est/ sit g: & per primum postula-
tum connectãtur g a, g d, & g b. Et quoniam æqualis est a d ipsi d b,

communis autem d g. duæ igitur a d & d g: duabus g d & d b sunt æqua les altera alteri. & per 15 diffinitionem primi/ basis g a: basi g b est æqua lis, ex centro enim. Igitur per 8 primi/ angulus a d g: angulo b d g est æqualis. Cum autem recta linea super rectam consistens lineam/ vtrobiqꝫ angulos æquos adinuicem fecerit: eorum angulorum vterqꝫ per decimã primi diffinitionem/ rectus erit. Angulus igitur b d g: rectus est. at angu lus f d b: rectus est. Angulus igitur f d b: angulo b d g per 4 postulatum est æqualis/ maior minori. quod est impossibile. Igitur g: non est centrũ circuli a b c. Similiter ostendemus: ꝙ nullum aliud præter f. Igitur f: cen trum est circuli a b c. quod fecisse oportuit.

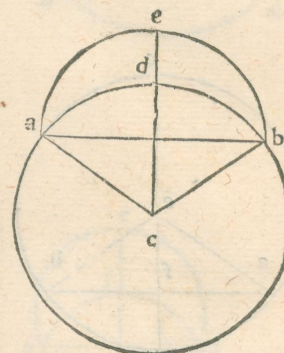


¶CORRELARIVM. ¶Hinc est manifestum/ ꝙ si in circulo recta li nea aliqua aliquam rectam lineam bifariam & ad angulos rectos dispe scit: in dispescente est centrum circuli.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 SVper circuli circunferẽtiam duobus punctis signatis: lineam rectam ductam ab altero ad alterum/ circu lum secare necesse est.

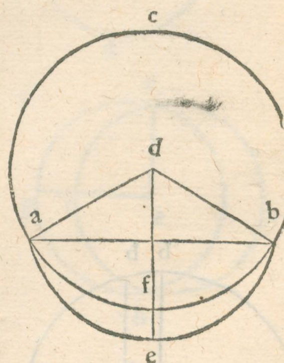
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circunferentia circuli a b, cuius centrum sit c: signata sint duo puncta/ quæ sunt a & b. Dico ꝙ linea recta coniungẽs vnum cum altero: secabit circulum. Alioqui: cadet extra circulum. sitqꝫ a e b linea recta: si possibile est. Producam lineas c a & c b. eruntqꝫ per 5 pri mi/ angulus c a b & c b a: æquales. protraham item lineam c e: quæ secet circunferentiam in puncto d. eritqꝫ per 16 primi/ angulus a e c: maior ã gulo c b e. quare maior angulo c a e. quare per 18 eiusdem/ latus a c: ma ius latere c e. & quia c d est æqualis c a: erit c d maior c e, pars toto. quod est impossibile. Quia ergo linea coniungens duo puncta a, b, non trãsi bit extra circulum: secabit ipsum. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1. propositio 2.

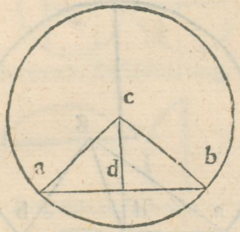
2 ¶Si in circuli circunferentia duo fuerint signa vtcunqꝫ con tingentia: ad ea signa applicata recta linea intra ipsum circu um cadit

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c: & in eius circunferentia sint vtcunqꝫ bina signa a, b. Dico ꝙ recta linea applicata ex a in b: intra ipsum circulum a b c cadit. Non enim. sed si possibile est: cadat extra/ a e b. Et contingat siue accipiatur centrum circuli: sitqꝫ illud per præceden tem/ d. & per 1 postulatum connectantur d a, d b: & extẽdatur d f e. Quo niam igitur æqualis est per 15 diffinitionem primi/ d a ipsi d b: æqualis est angulus d a e, angulo d b e. Et quoniam trianguli d a e, vnum latus producitur a e b: igitur per 16 primi/ angulus d e b, ãgulo d a e maior est. Aequalis autem est angulus d a e: ei qui sub d b e. Maior igitur est angu lus d e b: ãgulo d b e. sub maiori autem angulo: maius latus subtẽditur/ per 18 primi. maior igitur est d b: ipsa d e. Aequalis autem est per 15 dif finitionem primi/ d b: ipsi d f. maior igitur est d f: ipsa d e, minor maio re. quod est impossibile. Recta igitur linea extensa ex a in b: extra ipsum circulum non cadit. Similiter etiam demonstrabimus ꝙ neqꝫ in ipsa cir cunferentia. intra igitur. Si in circuli circunferentia igitur: & quæ sequũ tur reliqua vt in theoremate. quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 3.

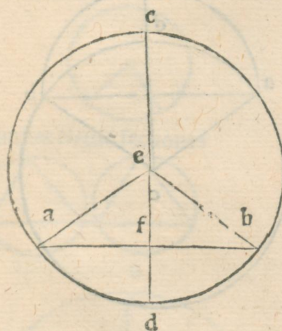
3 SIlineam intra circulum præter centrum collocatã alia a centro veniens per æqua secet: orthogonali ter super eam insistere: & si in eam orthogonaliter steterit: eam per æqualia diuidere: necesse est.



CCAMPANVS. CSit vt lineam a b collocatam intra circulum a b, cu-
ius centrum sit c: linea c d veniens a centro, diuidat per æqualia.
Dico q; diuidit eam orthogonaliter. & econuerso. videlicet si diuidit eam
orthogonaliter: diuidit eã per æquaila. Producam lineas c a & c b. & po-
nam primo q; diuidat eam per æqualia. erunt ergo duo latera c d & d a,
trianguli c d a: æqualia duobus lateribus c d & d b, trianguli c d b, & ba
sis c a basi c b. ergo per 8 primi/angulus d vnius; est æqualis angulo d al 4
terius. vterq; igitur est rectus. Quare c d est perpẽdicularis super a b.
quod est propositum. CPonam iterum q; c d sit perpendicularis super a
b: & ostendã q; ipsa diuidit a b per æqualia. erit enim propter hanc po-
sitionem: vterq; angulorum qui sunt ad d, rectus. quare vnus æqualis al-
teri. At quia per 5 primi ãgulus c a d est æqualis ãgulo c b d, et latus c a
æquale lateri c b: per 26 primi erit linea a d æqualis lineæ d b. quod est
propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. propositio 3.

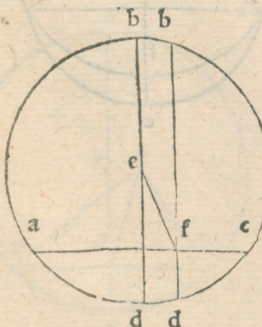
CSi in circulo recta linea quædam per centrũ extensa/ quã- 3
dam non per centrum extensam rectam lineam bifariam se-
cuerit: & ad angulos rectos ipsam dispescet. Et si ad angulos
rectos ipsam dispescet: bifariam quoq; ipsam secabit.



CTHEON ex Zamb. CSit circulus a b c: & in eo recta quædam linea
per centrum extensa c d, rectam lineam quandam non extensam per
centrum a b bifariam secet in signo f. Dico q; & ad angulos rectos eam
secat. Contingat siue accipiatur cẽtrum circuli a b c, per 1 tertii: sitq; illud
e. & per primum postulatum cõnectantur a e & e b. Et quoniam æqualis
est a f ipsi f b, communis autem f e: duæ igitur e f & f a duabus e f & f 5
b sunt æquales. Et basis e a basi e b per 15 diffinitionẽ primi est æqualis.
Igitur per 8 primi/angulus a f e: angulo b f e est æqualis. Cum autem re
cta linea super rectam lineam consistens / vtrobiq; angulos sibi inuicem
ęquos fecerit: per 10 diffinitionẽ primi/ vterq; ipsorum angulorum rectus
erit. vterq; igitur eorum qui sunt sub a f e & b f e: rectus est. Igitur c d per
cẽtrum directa/ipsam a b non per centrum extensam bifariã dispescens:
& ad angulos rectos secat. CSed secet c d ipsam a b: ad angulos rectos.
Aio q; & bifariã ipsam dispescit: hoc est q; æqualis est a f ipsi f b. Eisdẽ
namq; dispositis & constructis / quoniam æqualis est e a ipsi e b per 15
diffinitionem primi: æqualis est angulus e a f angulo e b f. Et angulus a
f e rectus: æqualis est per quartum postulatum/angulo recto qui est sub b
f e. Duo igitur triangula sunt e a f & e b f: duos angulos duobus angulis 5
æquales habentia & vnum latus vni lateri æquale per 26 primi/ commu
ne autem eorum e f explicatum sub vno æqualium angulorum/& reliqua
latera reliquis lateribus æqualia. æqualis igitur est a f ipsi f b. Si recta igi
tur linea: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod demonstrasse
oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.


I intra circulum duæ lineæ se inuicem secent/ & su 4
per centrum non transeant: nõ per æqualia eas se-
cari necesse est.

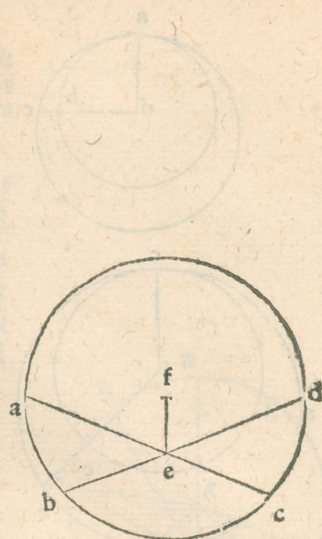


CCAMPANVS. CSit vt in circulo a b c d, cuius centrum
sit e, duæ lineæ a c & b d secent se in pũcto f: & vtraq; earum vel altera nõ
transeat per centrum. Dico q; ipsæ non diuidunt sese per æqualia: ita q;
vtraq; per æqualia diuidatur ab vtraq;. Q; si fuerit hoc possibile: pona-
tur. & sit primo: vt neutra transeat per cẽtrum. A centro e producam line
am e f. eritq; per primam partem præmissæ/ vnusquisq; quatuor angulo
rum qui sunt a f e, e f c, b f e & e f d: rectus. quod est impossibile. sic enim
rectus esset minor recto. Sit igitur vt altera earum transeat per centrum:
& altera non. sitq; b d trãsiens per centrum. adhuc dico q; non diuidunt

ſeſe per æqualia. Quod ſi ſic: tunc per primam partem præmiſſæ/ cum b d ducta a centro diuidat a c per æqualia/ diuidet eã orthogonaliter. quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipſam b d per æqualia vt ponit aduerſarius: ipſa tranſibit per centrum/ per correlarium primæ huius. Quare ambæ tranſeunt pee centrum. quod eſt contra hypotheſin.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. propoſitio 4.

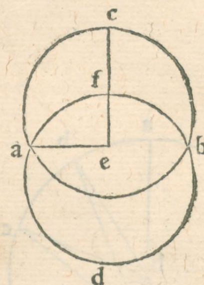
4 ¶Si in circulo binæ rectæ lineæ ſeſe inuicẽ ſecuerint non per centrum extenſæ: ſeſe inuicem bifariam non ſecabunt.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c d: & in eo binæ rectæ lineæ a c & b d: ſeſe inuicẽ ſecent in e, non per centrũ extenſæ. Dico ꝙ ſe bifariam non ſecant in e. Si enim eſt poſſibile: ſeſe inuicem ſecent bifariam. Quoniam a e æqualis eſt ipſi e c, & b e ipſi e d: ſit centrum circuli a b c d, ſitq; illud per primam tertij f, & per primũ poſtulatum connectatur f e. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extenſa f e, rectã aliquam lineã non per centrũ extenſã a c bifariã ſecat: & ad angulos rectos ipſã per 3 tertij diſpeſcit. Igitur angulus f e a: rectus eſt. Rurſus quoniam recta linea quædam f e, rectam quandam lineam non per centrum extenſam c d, bifariã ſecat: & per 3 tertij ad angulos rectos eam ſecat. Angulus igitur f e b: rectus eſt. patuit autem ꝙ angulus f e a: rectus eſt. Angulus igitur f e a: per quartum poſtulatum ãgulo f e b eſt æqualis, minor maiori. quod eſt impoſſibile. Rectæ igitur lineæ a c & b d: ſe ſe inuicem bifariam minime ſecant. Si in circulo igitur. & quæ ſequuntur reliqua. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

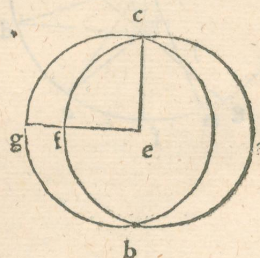
5 CIrculorum ſe inuicem ſecantium: centra diuerſa eſſe.



¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a c b, a d b: ſecãtes ſe ſuper duo pũcta a & b. Dico ꝙ eorũ ſunt diuerſa centra. Si enim haberent idem centrum: ipſum eſſet per diffinitionem/ in portione vtriq; circulo communi. ſitq; illud e. & ducantur lineæ e a & e f c. erũtq; per diffinitionem circuli/ duæ lineæ e a & e f: æquales. Itemq; per eandem diffinitionem/ duæ lineæ e a & e c: æquales. quare e f eſt æqualis e c, cũ vtraq; earum ſit æqualis e a: pars videlicet toti. quod eſt impoſſibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. propoſitio 5.

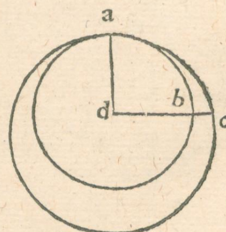
5 ¶Si bini circuli ſeſe inuicem ſecuerint: non erit eorum idem centrum.



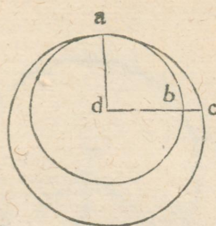
¶THEON ex Zamberto. ¶Duo inquam circuli a b c & c b g: ſeſe inuicẽ ſecent in ſignis c & b. Dico ꝙ eorum non eſt idem centrum. Si enim poſſibile: eſto e. & per primum poſtulatum connectatur e c. & extendatur e f g vtcunq;. Et quoniam e ſignum/ centrum eſt circuli a b c: æqualis eſt e c ipſi e f, per 15 diffinitionem primi. Rurſus quoniam e ſignum/ cẽtrum eſt circuli c b g: æqualis eſt per eandem diffinitionem/ e c ipſi e g. oſtenſum eſt autem: ꝙ e c ipſi e f eſt æqualis. & e f igitur: ipſi e g eſt æqualis/ minor maiori. quod eſt impoſſibile. Igitur e ſignum: centrum non eſt circulorum a b c & c b g. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ ſequuntur. quod demonſtrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

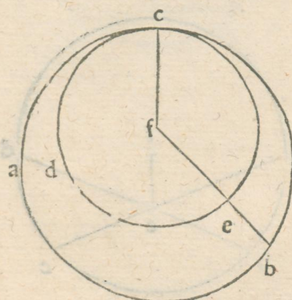
6 CIrculoum ſeſe contingentium: non idem centrum eſſe neceſſe eſt.



¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a b & a c: contingentes



se in pũcto a. Dico ꝙ eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idẽ centrum: erit per diffinitionem/ inter minorem eorum cum minor positus fuerit intra maiorem. sitqꝫ ipsum: d. & ducatur lineæ d a & d b c. eritqꝫ per diffinitionẽ circuli/ vtraqꝫ duarũ linearũ d b & d c: æqualis a d. quod est impossibile. ¶ De circulis autem se contingentibus extra / quorum scilicet vnus est extra alterum: manifestum est per diffinitionem centri/ ꝙ ipsi non habent idem centrum.



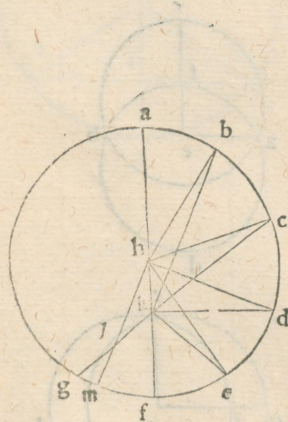
Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 6.

¶ Si duo circuli se adinuicem tetigerint: eorum non est idem centrum. 6

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duo inquam circuli a b c et c d e: sese inuicem tãgant in c signo. Dico ꝙ eorum non est idem centrum. Si enim possibile: sit f. & per primum postulatum/ connectatur f c: & extendatur vtcũqꝫ f e b. Quoniam igitur f signum/ centrum est circuli a b c: æqualis est per 15 primi diffinitionem/ f c ipsi f b. Rursus quoniam f signum/ centrum est circuli c d e: æqualis est f c ipsi f e, per eandẽ diffinitionẽ. Patuit autem ꝙ f c: ipsi f b est æqualis. igitur f e: ipsi f b est æqualis/ minor maiori. quod est impossibile. Igitur f signum/ non est cenrum orbium a b c & c d e. Si bini igitur orbes se adinuicem tetigerint: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

SI in diametro circuli punctus præter centrum signetur/ & ab eo ad circunferentiã lineæ plurimæ ducantur: quæ super centrum transierit/ omnium erit longissima. Quæ vero diametrũ perficiet: omnium erit breuissima. Quæ autem centro proximæ: cæteris longiores. Quanto vero a centro remotiores: tãto breuiores esse cõueniet. Duas quoqꝫ æquidistantes lineæ breuissimæ collaterales: æquales esse necesse est. 7

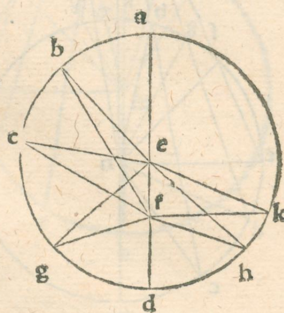


¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt in diametro a f, circuli a b c cuius centrum sit h: sit signatus punctus k præter centrum. a quo ducantur plurimæ lineæ quæ sunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g: ad circunferentiam. & transeat a k per centrum h: & k f sit complementum diametri. sitqꝫ vt k e & k g æquidistent k f: hoc est dicere, vt angulus e k f, sit æqualis angulo f k g. Dico ꝙ k a: est omniũ longissima. & k f: omnium breuissima. Aliæ vero tanto longiores: quanto centro propinquiores. vt k b: est longior k c. & k c: est longior k d. & k d: longior k e. Et k e & k g: sunt æquales. ¶ Quia enim in triangulo b k h, duo latera b h & h k per 20 primi sunt maiora latere b k, & ipsa sunt æqualia lineæ a k: erit a k maior b k. & eadẽ ratione: maior omnibus alijs. & hoc est primum. ¶ Item quia in triãgulo e h k, duo latera h k & k e per eandem sunt maiora latere h e quod est æquale lineæ h f: ipsa erũt maiora linea h f. ergo dempta communi linea quæ est h k: remanebit k e maior k f. eadem ratione: quælibet aliarum erit maior ipsa. & hoc est secundum. ¶ Itemqꝫ quia duo latera b h & h k, trianguli b h k sunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k est maior angulo c h k: erit per vicesimamquartam primi/ basis b k maior basi k c. eadem ratione: k c, maior erit k d. & k d: maior k e. & hoc est tertiũ. ¶ Quod si duæ lineæ k g & k e non sunt æquales: erit altera maior/ sitqꝫ k g. de qua sumam k l: æqualem k e. & producam h l: quousqꝫ secet circunferentiam in puncto m. Et quia per hypothesin angulus g k f est æqualis angulo f k e: erit per decimamtertiam primi: angulus l k h æqualis angulo e k h. & duo latera l k & k h, trianguli l k g, sunt æqua-

lia duobus lateribus e k & k h, trianguli e k h. ergo per 4. primi/ basis h l: est æqualis basi h e. & quia l m est æqualis h e: erit h m æqualis h l. quod est impossibile. Sunt ergo duæ lineæ k g & k e: æquales. quod est nostrum propositum quartum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 7.

7 ¶Si in diametro circuli aliquod contingat signum quod minime circuli centrum sit/ ab eoq; signo in circulum quædã rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum. minima vero: reliqua. aliarum vero semper propinquior ei quæ per centrum extenditur: remotiore maior est. Duæ autem solum rectæ lineæ æquales: ab eodem signo in circulum cadunt ad vtrasq; partes minimæ.

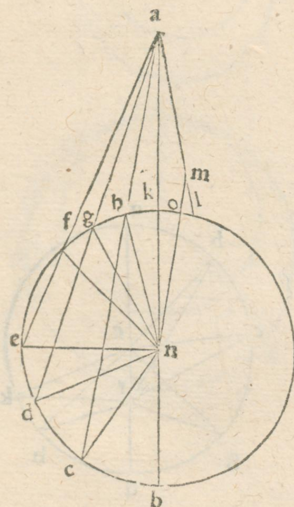


¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c d: eiusq; dimetiens sit a d. & in ipso a d, suscipiatur signum aliquod/ sitq; illud/ f: quod ipsius circuli centrum non sit. Centrum autẽ circuli: sit per primam tertij/ e. Et ab ipso f: in ipsum a b c d circulum procidant quædam rectæ lineæ f b, f c, f g. Dico q f a: maxima est. minima vero: f d. Aliarũ autẽ: f b, ipsa f c maior est. & f c: ipsa f g. Connectantur per primum postulatum: b e, c e, & e g. Et quoniam per 20 primi/ omnis trianguli duo letera reliquo sunt maiora: igitur e b & e f, reliquo f b sunt maiora. Aequalis autem est a e: ipsi b e, per 15 diffinitionem primi. Igitur b e & e f: ipsi a f sunt æquales. maior igitur est a f: ipsa b f. Rursus quoniam æqualis est b e ipsi c e per 15 diffinitionem primi/ cõmunis autem f e: duæ igitur b e & e f, duabus c e & e f sunt æquales. Sed angulus b e f: angulo c e f maior est. basis igitur b f: per 24 primi/ basi c f maior est. & ob id, c f: ipsa f g maior est. Rursus quoniã g f & f e, ipsa e g per 20 primi sunt maiores / æqualis autẽ est per 15 diffinitionẽ primi e g ipsi e d: igitur g f & f e, ipsa e d sunt maiores. cõmunis auferatur e f. reliqua igitur g f: reliqua f d maior est. Maxima igitur: est f a. minima vero: f d. maior est autem f b, ipsa f c: & f c, ipsa f g. ¶Dico etiã q ab eodẽ signo f: duæ tãtũ rectæ lineæ æquales/ in ipsũ circulum a b c d cadunt ad vtrasq; partes ipsius f d minimæ. Constituatur inquã per 23 primi/ ad datam rectã lineã e f, ad datumq; in ea signum e: ei qui sub g e f angulo æqualis angulus f e h. & per primum postulatum cõnectatur f h. Quoniã igitur æqualis est per 15 diffinitionẽ primi/ g e ipsi e h, cõmunis autẽ e f: duæ igitur g e & e f, duabus h e & e f sũt æquales. & per 8 primi/ ãgulus g e f: ãgulo h e f est æqualis. Igitur per 4. primi/ basis f g: basi f h est æqualis. ¶Dico insuper: q ipsi f g, alia nulla cadit in ipsum circulũ ab eodem signo f, æqualis. Si enim possibile: cadat f k. Et quoniam f k ipsi f g est æqualis/ sed f h ipsi f g est æqualis: igitur f k ipsi f h est æqualis. Quæ igitur propinquior est ei quæ per cẽtrum extẽditur: remotiori est æqualis. quod per prius ostensum est impossibile. ¶Vel etiã sic. Per primũ postulatũ: connectatur e k. & quoniam per 15 diffinitionẽ primi/ æqualis est g e ipsi e k, cõmunis autẽ f e, & basis g f basi f k est æqualis: igitur per 8 primi/ angulus g e f angulo k e f est æqualis. Sed angulus g e f: ei qui sub h e f est æqualis. Igitur per primam cõem sententiam/ ãgulus h e f: ei qui sub k e f est æqualis/ minor maiori. quod est impossibile. Igitur ab ipso f signo: nulla alia cadit in ipsum circulum ipsi g f æqualis. vna igitur sola. Si in dimetiente igitur circuli: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 8.

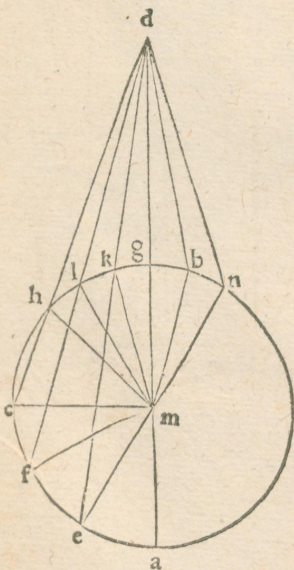
8 SI extra circulum puncto signato/ ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum secando: quæ super centrum transierit/ omnium erit longissima. Cẽtro autem propinquiores: cęteris remo

tioribus longiores. Linearũ vero partialiũ ad circunferentiam extrinsecus applicatarũ/ea quidẽ quæ diametro in directũ adiacet: omnium est minima. Eiqꝫ propinquiores: remotioribus breuiores. Duæ vero quæ lineæ breuissimæ vtrinqꝫ æque propinquant: æquales sunt.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt a puncto a, assignato extra circulum b c d, cuius centrum sit n: ducãtur plurimæ lineæ ad circunferentiam/secando circulum/quæ sint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico ꝙ a b transiens per centrum: omnium erit longissima. Et ꝙ a c: est maior a d. & a d: maior a e. Et ꝙ a k: est omniũ breuissima extrinsecarum. Et ꝙ a h: est minor a g. & a g: minor a f. Et dico ꝙ si ducatur a l, ita ꝙ ipsa & a h æqualiter distent ab a k, hoc est ꝙ angulus k a h sit æqualis angulo l a k: ipsæ erunt æquales. ¶Producam enim a cẽtro n: lineas n c, n d, n e, n f, n g, & n h. eruntqꝫ per 20 primi: duo latera a n & n c, trianguli a n c: maiora a c. & quia ipsa sunt æqualia lineæ a b: erit a b maior a c. eadem ratione erit maior omnibus alijs. quod est primum. ¶Et quia duo latera a n & n c, trianguli a n c sunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & ãgulus a n c est maior angulo a n d: erit per 24 primi/basis a c maior basi a d. & eadẽ rõne erit a d: maior a e. quod est secũdũ. ¶Itẽqꝫ quia in triãgulo a n h, duo latera a h & n h sũt maiora a n per 20 primi/& h n est æqualis n k: erit per cõmunẽ sciẽtiã/a h maior a k. eadẽratione quælibet extrinsecus applicatarũ: maior erit a k. qđ est tertiũ ¶Itẽ quia per 21 primi/duæ lineæ a h & h n sunt minores duabus lineis a g & g n, & h n est æqualis g n: erit per communẽ scientiã/a g maior a h. eadem ratione erit a f: maior a g. quod est quartum. ¶Q; si a l non sit æqualis a h: cum ipsæ sint æqualiter distantes ab a k, erit altera maior. sitqꝫ a l. Ponam ergo a m æqualem a h: & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, trianguli m a n sunt æqualia duobus lateribus h a & a n, trianguli h a n, & angulus m a n est æqualis angulo h a n: erit per 4 primi/basis m n æqualis basi n h. & quia n o est æqualis n h: erit n o æqualis n m, pars videlicet toti. quod est impossibile. & hoc est quintum.

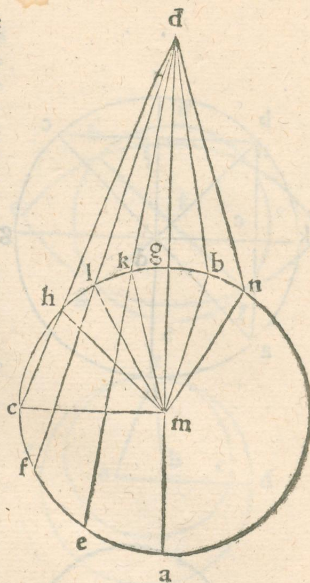
Eucli. ex Zamb. Theorema 7. propositio 8.



¶Si extra circulum suscipiatur aliquod signum / ab eoqꝫ signo ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ / quarum quidem vna per centrum extendatur reliquæ vero vtcunqꝫ: in conuexam circunferentiam cadentium rectarum linearũ maxima est quæ per centrum ducta est. aliarum autem/semper ei quæ per centrum transit propinquior: remotiore maior est. In curuam vero circunferentiam cadentium rectarum linearum minima est: quæ inter signum & dimetientem iacet. minimæ vero propinquior: semper remotiore minor est. Duæ autem tantum rectæ lineæ: ab eo signo cadunt æquales in ipsum circulum/ad vtrasqꝫ partes minimæ.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c. & extra ipsum a b c, suscipiatur signum d: & ab eodem ducãtur rectæ lineæ aliquæ in ipsum circulum/sintqꝫ d a, d e, d f, d c. sit autem d a: per centrũ extensa. Dico ꝙ in a e f c conuexã circunferentiam cadentium rectarum linearum maxima est: quæ per centrũ trãsit/ hoc est d a. minima vero: quæ inter d signũ/& diametrũ a g iacet. maior vero est d e ipsa d f: & d f ipsa d c. Cadẽtiũ vero rectarũ linearũ in h l k g curuã circũferentiã sẽper ipsi d g minimæ propinquior: remotiore minor est. hoc est d k ipsa d l: & d l ipsa d h. Suscipiatur per primã tertij/ centrũ circuli a b c: sitqꝫ illud m. & per 1 postulatũ

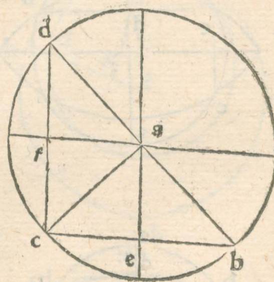
cõnectantur m e, m f, m c, m h, m l, & m k. Et quoniã per 15 diffinitionẽ primi/æqualis est a m ipsi e m: cõis apponatur m d. Igitur a d: ipsis e m & m d est æqualis. sed e m & m d: ipsa e d per 20 primi/sunt maiores. & a d igitur: ipsa e d maior est. Rursus quoniam per 15 diffinitionem primi/æqualis est m e ipsi m f: communis apponatur m d. Igitur e m & m d: ipsis f m & m d sunt æquales. & angulus qui sub e m d: angulo qui sub f m d maior est. Igitur per 24 primi/ basis e d: basi f d maior est. Similiter quoq; ostendemus: ꝙ f d, ipsa c d maior est. Maxima quidem d a. maior autẽ est d e: ipsa d f. & d f: ipsa d c. Et quoniam per 20 primi/m k & k d ipsam d sunt maiores, æqualis autẽ est per 15 diffinitionem primi m g ipsi m k: reliqua igitur k d, reliqua g d maior est. quare g d: ipsa k d minor est. Et quoniã triãguli m l d in vno latere m d, duæ rectæ lineæ introrsum constiterunt m k & k d: igitur per 21 primi m k & k d ipsis m l & l d sunt minores/quarum m k æqualis est ipsi m l. reliqua igitur d k: reliqua d l minor est. Similiter iam ostẽdemus: ꝙ & d l, ipsa d h minor est. minima autem: d g. ipsa vero d k, ipsa d l: & d l, ipsa d h minor est. ¶ Dico etiam ꝙ duæ tantum æquales/a signo d in ipsum circulum cadunt: ad vtrasque partes minimæ ipsius d g. Constituatur per 23 primi/ad rectam lineam m d & ad signum in ea m, angulo k m d æqualis angulus d m b. & per primum postulatum: connectatur d b. Et quoniã per 15 diffinitionem primi/æqualis est m b ipsi m k, cõmunis autem m d: duæ igitur m k & m d, duabus b m & m d sunt æquales altera alteri. & angulus k m d: per 23 primi angulo b m d est æqualis. Igitur per 4 primi/basis d k: basi d b est æqualis. Dico iam ꝙ rectæ lineæ d b, alia æqualis non cadit in ipsum circulum: a signo d. Si enim possibile: cadat/& sit d n. Quoniam igitur ipsi d k, d n est æqualis/sed ipsi d k, d b est æqualis: et d b igitur per primam cõmunem sentẽtiam ipsi d n est æqualis. propinquior igitur ipsi d g minimæ: remotiori est æqualis. quod iam ostẽsum est impossibile. ¶ Vel etiam aliter. Cõnectatur per primũ postulatum m n. Quoniam per 15 diffinitionem primi/ æqualis est k m ipsi m n, cõmunis autem m d, & basis d k basi d n est æqualis per hypothesin: igitur per octauã primi/ angulus k m d, angulo d m n est æqualis. Sed angulus qui sub k m d: ei qui sub b m d est æqualis. & qui sub b m d igitur: ei qui sub n m d est æqualis/ minor scilicet maiori. quod est impossibile. Igitur plures duabus rectis lineis/ æquales: in circulum a b c ab ipso d signo ad vtrasq; partes ipsius d g minimæ non cadunt. Si extra circulũ igitur suscipiatur signũ: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI intra circulum puncto signato/ab eo plures q̃ duæ lineæ ductæ ad circunferentiam / fuerint æquales: punctum illud/centrum circuli esse necesse est.

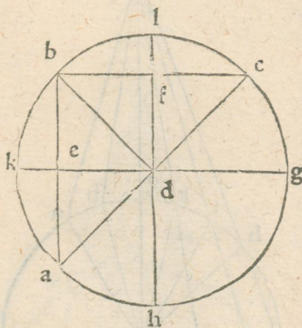
¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt a puncto a, signato intra circulum b c d, ductæ sint tres lineæ a b, a c, a d, ad circunferentiam: quas pono esse æquales. Dico punctũ a: esse centrũ circuli. Producã enim duas linas c b & d c: & diuidam vtramq; earum per æqualia. c b quidem in puncto e: & d c in puncto f. Et producam e a & f a: quas applico circũferentię ex vtraq; parte. eritq; per 8 primi/ vterq; angulorum qui sunt ad e: æqualis alteri. igitur per diffinitionem anguli recti: vterq; erit rectus. Similiter quoq; per eandem vterq; angulorum qui sunt ad f: rectus. ergo per correlarium primæ huius/ quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter: ipsa transit per centrum. similiter quoq; a f trãsit per centrum: quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter. quare a: est centrum. quod est propositum.



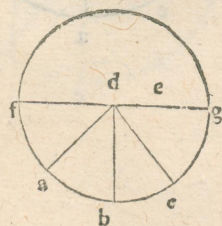
Eucli. ex Zamb. Theorema 8. propositio 9.

9 ¶ Si in circulo suscipiatur signũ aliquod/& ab eo signo ad cir

culum cadāt plures q̃ duæ rectæ lineæ æquales: susceptum
signum centrum ipsius est circuli.



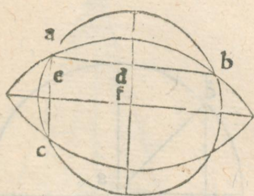
ℭTHEON ex Zamberto. ℭSit circulus a b c. intra ipsum: signum sit d.
& ab ipso d: in ipsum a b c circulum cadant plures q̃ duæ rectæ lineæ
æquales/hoc d a, d b, d c. Aio ꝙ d signũ: centrũ est circuli a b c. Coniun-
gantur enim per primum postulatum a b & b c. secenturq; per 10 primi/
bifariam in signis e & f: videlicet a b per e, & b c per f. & coniunctæ e d
& f d: per secundum postulatum extendantur vtrobiq; in g, k, & h, l, si-
gna. Quoniam igitur æqualis est a e ipsi e b, communis vero e d: duo
igitur latera a e & e d, duobus lateribus b e & e d sunt æqualia. & per
hypothesin basis d a: basi d b est æqualis. Angulus igitur a e d: angulo
b e d est æqualis per 8 primi. vterq; igitur ãgulorum a e d & b e d: rectus
est. Igitur g k: ipsam a b bifariam secat & ad angulos rectos per 3 tertij.
Et quoniam si in circulo recta linea quædam/rectam lineam quandam
bifariam & ad angulos rectos secabit/per correlarium primæ tertij in se-
cãte est centrũ circuli: igitur in g k per idem correlarium/est centrum ip-
sius circuli a b c. Ac per hoc in h l est centrum circuli a b c. & nullum ali
ud habent commune g k & h l rectæ lineæ præter d, signum. Igitur d si-
gnũ: centrum est circuli a b c. Si intra circulum igitur sumatur signum
aliquod/a signo autẽ ad circulũ incidant plures q̃ duæ rectæ lineæ æqua-
les: assumptum signum/centrum est circuli. quod ostendere oportebat.



ℭALITER idem ostendere. ℭIntra circulum enim a b c: suscipiatur
signum d. & ab ipso d, in circulum cadant plures q̃ benæ rectæ lineæ/æ-
quales: d a, d b, & d c. Dico ꝙ assumptum signum d: cẽtrum est circuli a
b c. Non enim. sed si possibile est: sit e. & connexa d e: extẽdatur in f, g, si
gna. Igitur f g: dimetiens est ipsius a b c circuli. Quoniam igitur circuli a
b c in dimetiẽte f g, assumptum est signum d quod ipsius circuli centrũ
non est: maxima quidem est d g per 7 tertij. maior autem est d c ipsa d
b, & d b ipsa d a. Sed & æqualis per hypothesin. quod est impossibile. Igi
tur e: non est centrum circuli a b c. Similiter osten demus ꝙ aliud nul-
lum præter d. Igitur d signum: centrum est circuli a b c.

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

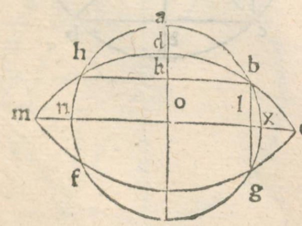
SI circulus circulum secet: in duobus tãtum locis se-
care necesse est.



ℭCAMPANVS. ℭSint si possibile est/ duo circuli: secãtes se
in pluribus q̃ in duobus locis/super tria pũcta a, b, c. producã
lineas a b & a c: quas diuidã per æqualia in punctis d & e. & producam
a puncto e, lineam e f: perpendicularem super lineam a c. & a puncto d,
lineæ d f: perpendiularem super lineam a b. & secent se duæ lineæ e f,
d f: in puncto f. eritq; per correlarium primæ huius/punctum f: centrum
circuli vtriusq;. quod est impossibile per 5 huius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. propositio 10.

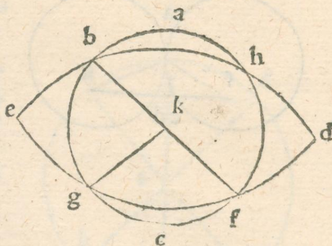
ℭCirculus: circulum in pluribus duobus signis non secat.



ℭTHEON ex Zamberto. ℭSi enim possibile: circulus a b c circulum
d e f in pluribus signis duobus secet/ hoc est in b, g, & h, f. & cõiũctæ b
g, b h: bifariam per 10 primi secentur in k, l, signis. Et per 11 primi/ab ip
sis k, l, ipsis b h & b g ad ãgulos rectos excitatæ k c & l n m: extẽdantur in
a & x, e, signa. Quoniã igitur ĩ circulo a b c, recta linea quædã a c, rectã li
neã quandã b h, bifariã & ad angulos rectos secat per 3 tertij: in ipsa igi-
tur a c centrũ est circuli a b c. Rursus quoniã in eodẽ circulo a b c recta li
nea n x hoc est m e, rectã lineã quãdã b g, bifatiã & ad ãgulos rectos per
3 tertij secat: igitur in ipsa n x cẽtrũ est circuli a b c per eãdẽ. ostẽsũ autẽ
est ꝙ & in a c. Et circa nullũ aliud cõcurrũt rectæ lineæ a c & n x ĩuicẽ: ni
si circa o. Igit̃ o cẽtrũ est circuli a b c. Similiter quoq; ostẽdemus ꝙ et cir-

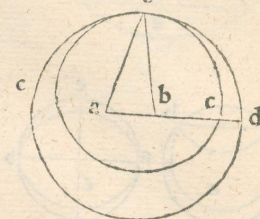
culi d e f: centrum est ipsum o. Duorum igitur circulorum sese adinuicem secantium a b c & d e f: idem est centrum, quod per 5 tertij est impossibile. Circulus igitur: circulum in pluribus duobus signis non secat, quod erat ostendendum.

¶ALITER idem ostendere. ¶Circulus enim rursus a b c: circulum d e f secet i pluribus q̃ in duobus signis/ hoc est in b, g, & f, h, & per primã tertij/ suscipiatur centrum circuli a b c: sitq; illud/ k. Et connectantur k b, k g, & k f. Quoniam igitur intra circulum d e f suscipitur signũ quoddã k, in ipsumq; d e f circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineę k b, g k, & k f: igitur per 9 tertij/ k signum/ centrum est circuli d e f. At circuli a b c: centrum est ipsum k. Duorum igitur circulorum sese inuicem secantium idem est centrum k, quod per 5 tertij est impossibile. Circulus igitur: circulum in pluribus q̃ duobus signis non secat, quod fuerat ostendendum.

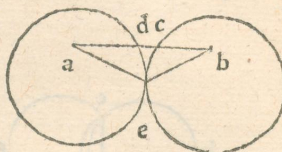


Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 SI circulus circulum contingat/ lineaq; per centra eorum transeat: ad punctum contactus eorum applicari necesse est.



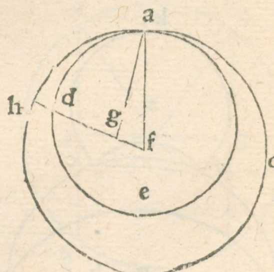
¶CAMPANVS. ¶Si enim linea transiens per centra duorum circulorũ c e & d e sese contingentium intra vel extra/ non vadit ad locum cõtactus: secet circũferentiam vtriusq;, sitq; a, per primam huius/ cẽtrum circuli e d: & b, centrum circuli e c. & ducatur linea recta a b c d: secans circunferentiam vtriusq;. & ducantur lineæ a puncto e qui sit locus contactus/ ad cẽtra: quæ sint e a, e b. eruntq; in contactu interiori/ per 20 primi duæ lineæ e b & b a: longiores e a. quare longiores a d. est enim a: centrũ circuli e d. et quoniam b c est æqualis e b, quoniam b est centrum circuli e c: erit c a longior a d. quod est impossibile. ¶In contactu vero exteriori erũt duæ lineæ a e & e b: longiores a b. quare a d & c b: maius erunt q̃ tota a b. quod est falsum.



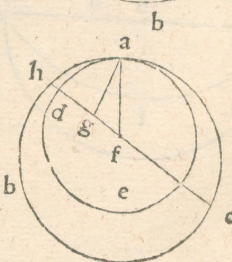
Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 11.

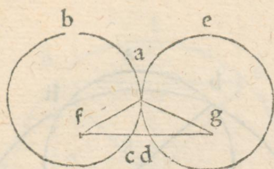
11 ¶Si bini orbes se introrsum adinuicem tetigerint/ suscipianturq; eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta/ in contactum circulorum cadit.

¶THEON ex ¶Zamberto. ¶Bini inquã circuli a b c & a d e: sese adinuicem tangãt introrsum in signo a. suscipiaturq; per primã tertij/ centrum circuli a b c: sitq; illud f. circuli autem a d e: sit g. Dico q; recta linea applicata ex f in g, & eiecta: in ipsum a signum cadit. Non enim. sed si possibile est: cadat sicut f g d h. & cõnectantur a f & a g. Quoniam igitur a g & g f, ipsa f a hoc est ipsa f h, p 20 primi sunt maiores: cõmunis auferatur g f. reliqua igitur a g: reliqua g h maior est. Aequalis autẽ est d g, ipsi g a, per 15 diffinitionẽ primi. et g d ipsa g h igitur maior est/ minor maiore. quod est impossibile. Recta igitur linea applicata ex f in g signũ: extra ipsum a signum contactus non cadit. in ipsum contactum igitur. Si bini circuli igitur sese inuicem introrsum tetigerint sumanturq; eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta/ in eorum circulorum cadit contactum. quod demonstrasse oportuit.



¶ALITER idem ostendere. ¶Sed iam cadat sicut g f c. & extendatur in rectas lineas/ c f g in h signum: & coniungantur a g & a f. Quoniam igitur a g & g f maiores sunt ipsa a f per 20 primi/ sed a f æqualis est ipsi c f hoc est ipsi f h: cõmunis auferatur f g. reliqua igitur a g: reliqua g h maior est/ hoc est g d ipsa g h, maiore minor. quod est impossibile. Similiter & si extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli: ostendemus impossibile.

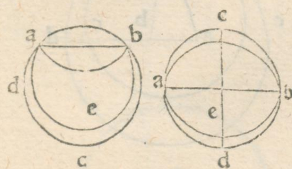




Eucli.ex Zamb. Theorema 11.propositio 12.

¶Si duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint:ad centra 12
eorum applicata recta linea/per contactum transiet.

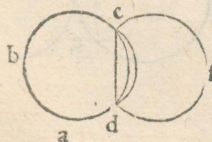
¶THEON ex Zamberto. ¶Duo enim circuli a b c & a d e: sese adin-uicem exterius tangant in signo a. Sumaturq; per primã tertij/ centrum circuli a b c:sitq; illud f.& circuli a d e:sit g.Dico q ex f in g applicata re cta linea:per ipsum a cõtactum trãsit.Non enim.sed si possibile est:trãs-eat sicut f c & d g. Et coniungantur a f a g. Quoniam igitur f signum/ centrum est circuli a b c:æqualis est f a ipsi f c.Rursus quoniam g signũ/ centrum est circuli a d e:æqualis est a g ipsi d g.Ostensum autem est q f a:ipsi f c est æqualis.Igitur f a & a g:ipsis f c & g d sunt æquales.quare tota f g:ipsis f a & a g maior est.sed & minor per 20 primi.quod est im-possibile.Igitur quæ ab f in g applicatur recta linea:per ipsum a conta-ctum trãsit.Si duo circuli igitur sese adinuicem exterius tetigerint:ad e-orum centra applicata recta linea per contactum veniet.



Eucli.ex Camp. Propositio 12.

SI circulus circulnm contingat siue intrinsecus siue 12
extrinsecus:in vno tantum loco contingere necesse est.

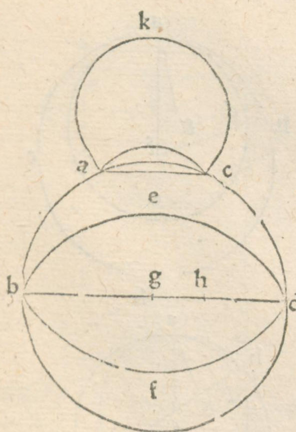
¶CAMPANVS. ¶Si enim fuerit possibile/vt circulus circu lum cõtingat in duobus locis intra vel extra:contingat circulum a b c d, circulus a b e interius in duobus punctis a,b. vel exterius/ circulus c d f:in duobus punctis c,d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab a ad b, si ipsa cadat extra circulum a b e interiorem:accidet contrarium secũdæ huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum: cum diuiserimus ipsam per æqua-lia/& eduxerimus a puncto diuisionis perpendicularem ad ipsam/ fue-ritq; applicata circũferentiæ ex vtraq; parte: ipsa transibit per centrum ãborum circulorum.quare accidet contrarium præmissæ. ¶In circulo ve-ro cõtingente exterius in punctis c,d, si ducamus lineam rectam a pun cto c ad puncti d: necesse est accidere contrarium secundæ huius. Quare vtrunq; impossibile.



Eucli.ex Zamb. Theorema 12.propositio 13.

¶Circulus circulum nõ tangit in pluribus signis vno:etsi ex- 13
tra/etsi intus tangat.

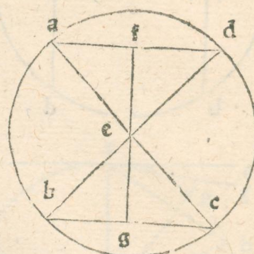
¶THEON ex Zamberto. ¶Si enim possibile:circulus a b c d,circulum e b f d tangat primum introrsum in pluribus signis vno/ hoc est in d,b. & sumatur quidem centrum ipsius circuli a b c d: sitq; illud g, per primã tertij.circuli autem e b f d:sit h. Igirur per 11 eiusdem/ recta linea appli cata ex g in h:cadit in signa b,d.cadat sicut b g h d.Et quoniam g signũ centrum est circuli a b c d:æqualis per diffinitionem 15 primi/ est b g ip si d g.Maior igitur est b g:ipsa h d.multo maior igitur b h:ipsa h d.Rur sus quoniam h signum/centrum est circuli e b f d:æqualis est per eandẽ/ b h ipsi h d.patuit autem q ea multo maior.quod est impossibile.Igitur circulus circulum introrsum non tangit:in pluribus signis vno. ¶Dico etiã q nec exterius.Si enim est possibile: circulus a c k circulum a b c d tãgat exterius in pluribus signus vno/videlicet in a,c.& coniungatur per primum postulatum/ a c.Quoniam igitur in circunferentia vtrorumq; circulorũ a b c d & a c k,suscepta sũt duo cõtingentia signa a & c:adiun-cta ad ea signa recta linea/ per 2 tertii intra vtrunq; cadit.Sed cadit in-tra ipsum circulum a b c d & extra circulum a c k. quod absurdum est. Circulus igitur circulum exterius nõ tanget:in pluribus signis vno.ostẽ-sum autem est q neq; introrsum. Circulus igitur circulum non tãget in pluribus signis vno:etsi exterius/etsi in terius tangat.quod demonstrasse oporruit.



Eucli ex Camp. Propositio 13.

13 RECtæ lineę in circulo si fuerint æquales: eas a centro æquidistare. & si a centro æquidistiterint: æquales esse necesse est.

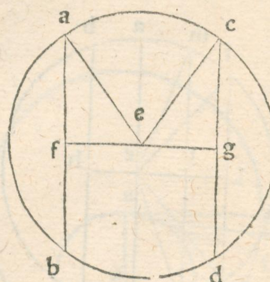
℄CAMPANVS. ℄Sit vt in circulo a b c d cuius centrũ sit e: duæ lineæ a d et b c sint æquales. dico q ipsæ æquidistant a centro. & econuerso. Producantur enim a centro e, lineę e f & e g: perpendiculares ad a d & b c. eritq; per 2 partem tertiæ huius/ a d diuisa per æqualia in f: & b c in g. Quia ergo duo latera e d & d a trianguli e d a sunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & basis e a basi e b: erit per 8 primi angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera e d & d f triãguli e d f, sunt æqualia duobus lateribus e c & c g trianguli e c g, nã d f est æqualis c g eo q tota a d posita est æqualis b c, & ãgulus d est æqualis angulo c: erit per 4 primi/ basis e f æqualis basi e g. Et quia illæ sunt perpendiculares veniẽtes ad eas a centro: patet per 4 diffinitionẽ siue 4 propositionem huius/ ipsas æqualiter distare a cẽtro. ℄Aliter idẽ. Quadratum enim e d: per penultimam primi/ valet quadrata duarum linearum e f & f d. & quadratum e c: quadrata duarum linearum quæ sunt e g & c g. & quia quadratum d e est æquale quadrato e c, & quadratum d f quadrato g c: erit quadratum e f æquale quadrato e g. quare e f: est æquale e g. sicq; patet idẽ. ℄Sit ergo e f æqualis e g: quod est eas/ a d scilicet & b c æqualiter distare a centro. Dico tunc q a d est æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearũ e d et e c æqualibus/ demptisq; quadratis duarum linearum e f & e g, æqualibus: remanẽt per penultimã primi/ quadrata duarum linearum f d & g c, quæ per tertiam communem sentẽtiam necesse est esse æqualia. quare f d: est æqualis g c. ergo duplum f d quod est a d: est æquale duplo g c quod est b c. Et hæc est secunda pars propositi.

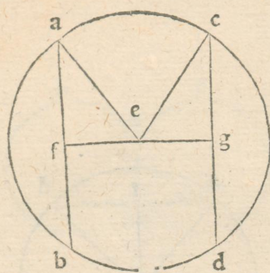


Eucli. ex Zamb. Theorema 13. propositio 14.

14 ℄In circulo rectæ lineæ sunt æquales: quæ æqualiter distant a centro. Et si æqualiter distant a centro: æquales adinuicem sunt.

℄THEON ex Zã. ℄Sit circulus a b c d: & in ea sint æquales rectę lineę a b & c d. Dico q æqualiter distãt a cẽtro. Suscipiatur enim per 1 tertii/ centrum circuli a b c d: sitq; illud e. Et ab ipso e: in ipsas a b & c d per 12 primi/ perpendiculares excitentur e f & e g. & coniungantur per primum postulatũ: a e & e c. Quoniã igitur per 3 tertij recta linea quædã per centrum extensa e f, rectam lineam quandam non extensam per centrum a b, ad angulos rectos & bifariam dispescit: æqualis est igitur a f: ipsi f b. Dupla igitur est a b: ipsius a f. et ob id / & c d: ipsius c g dupla est. Et est æqualis a b: ipsi c d. æqualis igitur est a f: ipsi c g. Et quoniam æqualis est a e ipsi e c, ex centro enim in circunferentiam: æquum est quadratum quod fit ex e c, ei quod fit ex a e quadrato. Sed ei quod fit ex a e quadrato: per 47 primi/ æqua sunt ea quæ fiunt ex a f & f e quadrata. rectus enim est angulus qui ad f. Ei autem quod fit ex e c: per eandem / æqua sunt ea quæ fiunt ex e g & g c. rectus enim est angulus qui ad g. Ea igitur quæ fiunt ex a f & f e quadrata: æqualia sunt eis quæ fiunt ex c g & g e quadratis. quorum id quod fit ex a f: æquum est ei quod fit ex c g. æqualis enim est a f ipsi c g. Reliquum igitur quod fit ex f e: reliquo quod fit ex e g per 3 communem sententiam est æquale. Aequalis igitur est e f ipsi e g. In circulo autẽ æqualiter rectæ lineæ distare dicũtur a centro: quãdo a cẽtris in ipsas/ perpendiculares ductæ sunt æquales / per diffinitionem 4 tertij. Igitur a b & c d: æqualiter distant a centro. ℄Sed iam a b & c d rectæ lineæ æqualiter distent a centro: hoc est æqualis sit e f ipsi e g. Dico q æqualis est a b ipsi c d. Eisdem enim constructis/ similiter ostendemus q a b dupla est ipsius a f: & c d ipsius c g. Et quoniam æqua

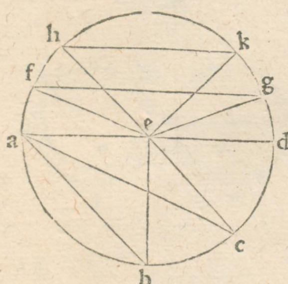




lis est a e ipsi c e, ex centro enim in circunferentiam: æquum est quadratū quod fit ex a e ei quod fit ex c e quadrato. Sed ei quod fit ex a e quadrato: æqualia sunt per 43 primi/ quæ fiunt ex e f & f a quadrata. Ei autem quod fit ex c e: æqualia sunt per eandem/ea quæ fiunt ex e g & g c. Ea igitur quæ fiunt ex e f & f a quadrata: æqualia sunt eis quæ fiunt ex e g & g c quadratis. Quorum quod fit ex e g: ei quod fit ex e f est æquale. æqualis enim est e f ipsi e g. Reliquum igitur quod fit ex a f: per 3 communem sententiam/ æquum est ei quod fit ex c g. æqualis igitur est a f ipsi c g. At ipsius a f: dupla est ipsa a b. ipsius vero c g: dupla est ipsa c d. Aequalis igitur est a b ipsi c d. In circulo igitur rectæ lineæ sunt æquales: quæ æqualiter distant a centro. & quæ æqualiter distant a centro: sibi inuicem sunt æquales. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

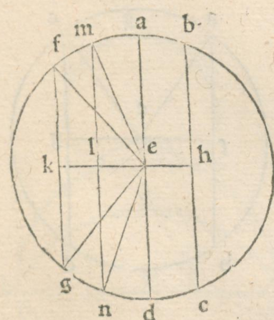
SI intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint: diametrum eius omnium lōgissimam/ eiqꝫ propinquiores remotioribus longiores esse necesse est. 14



¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circulo a b c cuius centrum e: cadant plurimæ lineę quæ sint a b, a c, a d, f g, h k. sitqꝫ a e d diameter. Dico ipsam esse longissimam: et alias tāto maiores quāto sunt ipsi propinquiores. Ducantur enim a centro e, lineæ ad extremitates omnium: quæ sint e b, e c, e f, e g, e h, & e k. eruntqꝫ per 20 primi/ duo latera e f & e g trianguli e f g: longiora f g. & quia ipsa sunt æqualia a d: erit a d maior f g. Eadem ratione maior erit q̄ a c: quia a e & e c sunt maiora a c, & æqualia a d. ergo a d maior est a c. Sic quoqꝫ est maior h k: et maior etiam q̄ a b. Qꝫ autem f g sit maior h k, & a c q̄ a b: patet. quia cum duo latera f e & e g triāguli f e g, sint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g maior angulo h e k: erit per 24 primi basis f g maior basi h k. Similiter quoqꝫ quia a e & e c sunt æqualia a e & e b, & angulus a e c maior āgulo a e b: erit basis a c per eandē maior basi a b. & sic est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. propositio 15.

¶In circulo: maximus quidem est dimetiens. aliarum autē semper propinquior centro: remotiore maior. 15



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c d dimetiens vero illius: sit a d. centrū autem: sit e. Et propinquior ipsi a d dimetienti: sit b c. remotior autem sit f g. Dico qꝫ a d: maxima est. maior autem b c: ipsa f g. Excitetur per 12 primi/ ab e centro in ipsas b c & f g: perpendiculares e h & e k. Et quoniam propinquior quidem centro est b c, remotior autem f g: maior est per 4 diffinitionē igitur e k, ipsa e h. Ponatur autē per 3 primi: æqualis e l ipsi e h. & per vndecimam primi/ per l ipsi e k ad rectos angulos excitata l m: extēdatur in n. Et per primum postulatum cōiunganturem, e n, e f, & e g. Et quoniam æqualis est e h ipsi e l: æqualis est per quartam tertij & diffinitionem quartam eiusdem/ b c ipsi m n. Rursus quoniam æqualis est a e ipsi e m, & e d ipsi e n: igitur a d ipsis m e & e n est æqualis. Sed m e & e n: per 20 primi/ ipsa m n maiores sunt. Igitur a d: ipsa m n maior est. Et quoniā duæ m e & e n, duabus f e & e g sunt æquales per 15 diffinitionem primi/ ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui sub m e n āgulo qui sub f e g maior est: basis igitur m n per 24 primi basi f g maior est. Sed m n: ipsi b c ostensa est æqualis. & b c igitur: ipsa f g maior est. Maxima igitur est a d dimetiens. maior autem b c: ipsa f g. In circulo igitur: dimetiens maximus est. aliarum autē semper propinquior centro: remotiore maior est. quod demonstrasse oportuit.

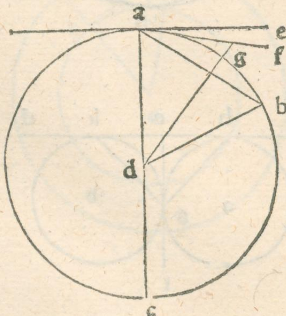
Eucli. ex Camp. Propositio 15.



SI ab altero terminorū diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur: extra circulū e- 15

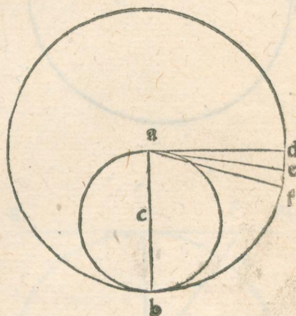
am cadere necesse est. Atq; inter illam & circulum: aliam lineam rectam capi impossibile est. Angulum autem ab illa et circunferẽtia contentum: omnium acutorum angulorum esse ãgustissimum. Angulum vero intrinsecum a diametro & circunferentia contentum: omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est.

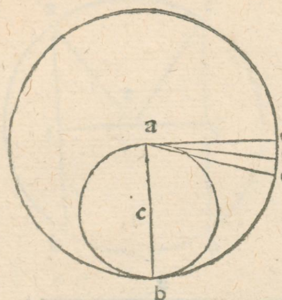
¶ Vnde etiam manifestum est: omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductã/ circulum ipsum contingere.



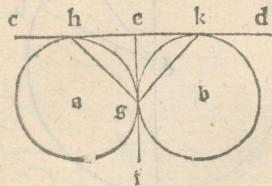
¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt a termino a, diametri a c, circuli a b c cuius cẽtrum d: ducatur linea orthogonaliter. dico q; ipsa cadit extra circulum. & q; inter lineam illã & circunferentiam: nulla alia recta linea intercipitur. & q; ãgulus quẽ ipsa & circunferentia continet: est minor omni ãgulo rectilineo/ qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. & q; angulus contentus a diametro & circunferentia: est maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a orthogonaliter super a c lineam/ potest cadere intra circulũ: sit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritq; per 5 primi/ angulus d a b: æqualis ãgulo d b a. & quia angulus d a b est rectus per hypothesin: habebit triãgulus a b d duos angulos rectos. quod est impossibile per 32 primi. Cadet ergo extra: sitq; a e. q; si inter ipsam & circũferentiam potest linea recta intercipi: sit illa a f. ad quã ducatur perpendicularis d g. & quia angulus d g a est rectus: erit per 18 primi/ linea a d longior linea d g. quod est impossibile. quare inter ipsam/ & circunferentiam: nulla linea recta intercipietur. ¶ Propter quod patet q; angulus contentus ab a e et circunferẽtia/ qui dicitur angulus contingentiæ: est minor omni angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentiæ æqualis/ aut eo minor: cũ omnis talis possit per æqualia diuidi secundum doctrinam 9 primi/ inter lineam a e & circunferentiam posset linea recta intercipi. quod monstrauimus esse non posse. Per quod patet angulum contentum a diametro & circunferentia: omnium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia nõ differt a recto: nisi in angulo contingentię quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. ¶ Correlariũ patet per primam partem. Cum enĩ linea a e in vtramq; partem eiecta non secet circulum/ et tangat ipsum in puncto a: ipsa est contingens per diffinitionem.

¶ CAMPANI additio. ¶ Ex hoc notandum/ q; non valet ista argumẽtatio. hoc transit a minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec ista. Contingit reperire maius hoc/ & minus eodem: ergo cõtingit reperire æquale. hoc autem sic patet. Sit circulus a b super centrũ c, cuius diameter a c b. & ducatur ab eius termino a: linea a d orthogonaliter. eritq; contingens circulum per correlarium huius. Describatur iterũ super punctum a secundum quantitatem diametri a b: circulus b e d. & imaginetur linea a b moueri super punctum a, per circunferentiam arcus b e d: ita q; punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quousq; perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipsam. Et quia angulus b a d est rectus: erit vt non sit sumere aliquem angulum acutum cui æqualẽ non fecerit linea a b cum diametro a c b minoris circuli. quia transiuit ad angulum rectum: dinumerans situm omnium angulorum acutorum. quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi: contento a semicircunferentia a b, & diametro a c b. & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico q; nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius: fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis: sit vt illum fecerit linea a b, cum punctus b fuit in puncto e arcus b e d. Quia ergo angulus e a b est æqualis angulo semicirculi prædicto/ angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per vltimam



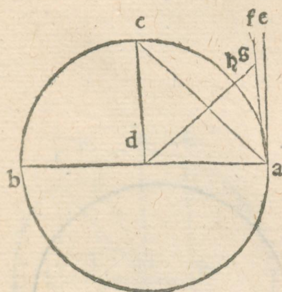


partem huius: erit angulus e a b ampliſſimus omniũ acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d ſicut propoſuit 9 primi/ per æqualia: ducta linea a f. eritq; per 9 conceptionem/ angulus f a b: amplior angulo e a b. quare erit aliquid: amplius ampliſſimo. quod eſt impoſſibile. ¶ Vel ſic. Cum angulus e a b ſit æqualis angulo ſemicirculi ſicut ponitur/ at angulus ſemicirculi cum angulo contingentię eſt æqualis vni recto/ ſimiliter quoq; angulus e a b cum angulo e a d eſt æqualis vni recto: erit angulus e a d æqualis angulo contingentię. & quia angulus contingentiæ eſt anguſtiſſimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit ſimiliter angulus e a d ei æqualis/ anguſtiſſimus omnium acutorum. ſed angulus e a f: eſt eo anguſtior/ per conceptionẽ. erit ergo aliquid: anguſtius anguſtiſſimo. quod eſt impoſſibile. Non ergo erit angulus rectilineus: æqualis angulo ſemicirculi. Et quia tranſitur a minori ad maius & non per æquale/ item quia eſt reperire minorẽ eo & maiorẽ: patet inſtantia contra vtranq; argumẽtationẽ prædictã. Vnde per interẽptionẽ ad illud eſt reſpõdendũ. ¶ Poſſet probari ꝙ angulus contingẽtiæ eſt diuiſibilis ſecũdũ lineam rectam vt conſtat per figurationem hic a latere poſitam. Certũ eſt ꝙ angulus qui cauſatur ex contactu duorũ circulorũ vel ſphęrarũ: eſt angulus contingẽtiæ. & talis diuidatur per lineã e g: quia hic habetur triangulus h g k, cuius baſis h k diuidatur per æqualia in pũcto e. & protrahatur verſus g cõtactũ. & arguitur per 4 primi/ deinde per 26 huius. & patet propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15. propoſitio 16.

¶ Quæ a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur: extra ipſum circulum cadit. & in locũ inter ipſam rectã lineam & circunferentiam: altera recta linea non cadet. & ſemicirculi angulus: omni angulo acuto rectilineo maior eſt. reliquus: autem minor.



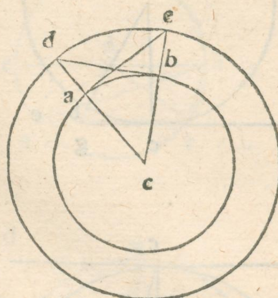
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c: circa centrũ d & dimetiẽtẽ a b. Dico ꝙ quæ ex a ipſi a b ad ãgulos rectos ducitur: extra ipſum circulũ cadit. Non enim. ſed ſi poſſibile eſt: cadat interius ſicut c a. & coniũgatur d c. Et quoniã æqualis eſt d a ipſi d c per 15 diffinitionẽ primi/ ex cẽtro enim in circũferentiã: æqualis eſt & ãgulus d a c angulo a c d. Angulus autẽ d a c: rectus eſt. rectus igitur eſt: & q ſub a c d. Anguli igitur qui ſub d a c & a c d: duobus rectis ſunt æquales. quod per 17 primi/ eſt ĩpoſſibile. Igitur ab a ſigno: ipſi a b ad ãgulos rectos ducta: intra ipſũ circulũ nõ cadit. Similiter quoq; oſtẽdemus: ꝙ neq; ĩ ipſã circũferẽtiã. extra igitur cadit ſicut a e. ¶ Dico ꝙ in locũ ĩter a e rectã lineã/ & c h a circũferẽtiã: alia recta linea non cadit. Si enĩ poſſibile eſt: cadat ſicut f a. & excitetur p 12 primi/ ab d ſigno: in ipſã f a perpẽdicularis d g. Et quoniã rectus eſt angulus a g d, minor recto autẽ qui ſub d a g: maior igitur eſt a d ipſa d g. Aequalis autẽ eſt d a: ipſi d h. ex centro enim in circunferentiam. maior per 19 primi/ igitur eſt d h: ipſa d g, minor maiore. quod eſt impoſſibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam: altera recta linea nõ cadet. ¶ Dico ꝙ & ſemicirculi ãgulus cõtẽtus ſub a b recta linea & c h a circunferentia: omni angulo acuto rectilineo maior eſt. Reliquus autem contentus ſub c h a circunferentia & a e recta linea: omni acuto angulo rectilineo minor eſt. Si enim aliquis eſt angulus rectilineus maior eo qui ſub b a recta linea & c h a circũferẽtia cõtinetur/ minor vero eo qui ſub c h a circũferẽtia & a e recta linea cõtinetur: in locũ inter c h a circũferẽtiã & a e rectã lineã recta linea cadet/ quæ efficiet maiorẽ quidẽ angulum contentum ſub rectis lineis eo qui ſub b a recta linea & c h a circunferentia cõtinetur/ minorẽ autẽ eo qui ſub c h a circũferentia & a e recta linea continetur. non cadit autem. Igitur per præoſtenſam impoſſibilitatẽ/ angulo contento ſub b a recta linea & c h a circunferentia: angulus acutus ſub rectis lineis contentus maior non eſt. neq; etiam minor contento ſub c h a circunferentia & a e recta linea.

¶CORRELARIVM. ¶Hinc manifestum est/ꝙ a diametri circuli extremitate ad ãgulos rectos ducta: ipsum circulum tangit. & ꝙ recta linea circulum in vno signo tantũ tangit: quoniam ostensum est per 2 tertij/ ꝙ in duo signa missa ei/ intra ipsum cadit. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio. 16

16 Dato puncto: ad datum circulum lineam contingentem ducere.

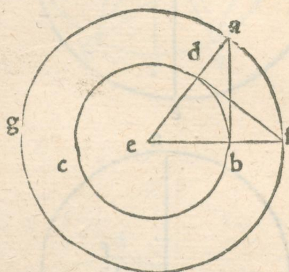
¶CAMPANVS. ¶Sit circulus datus a b cuius centrum c: punctusq; datus d. volo ergo a puncto d: ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineam d c secantem circunferentiam circuli a b in puncto a: super quam describo circulum d e secundum quantitatem lineæ d c, concentricum circulo a b. & a puncto a, produco lineam a e perpẽdicularem ad lineã d c: quæ secet circunferẽtiam circuli d e in puncto e. & produco lineam e c: secãtem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b: quæ erit contingens circulũ a b. Quia enim duo latera a c & c e trianguli a c e sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c est cõmunis vtriq;: erit per 4 primi/ angulus e a c æqualis angulo d b c. angulus autẽ e a c: est rectus. quare angulus d b c: est rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b: contingens circulum a b. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 17.

17 ¶A dato signo: dato circulo contingentem rectam lineam ducere.

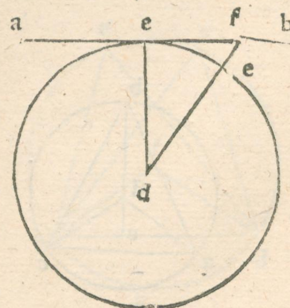
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit quidem datũ signũ a: datus autem circulus sit b c d. oportet iam a dato signo a: dato circulo b c d contingentẽ rectam lineam ducere. Suscipiatur enim per primam tertij/ centrum circuli: sitq; illud/ e. & cõiungatur per primũ postulatũ a d e. Et centro quidem e spacio vero e a: per tertiũ postulatũ circulus describatur a f g. & ab ipso d: ipsi e a ad angulos rectos excitetur d f/ per 11 primi. et coniungantur per primum postulatũ e b f & a b. Dico ꝙ ab a signo: circulo b c d cõtingens ducitur a b. Quoniam enim e signum/ centrum est circulorum b c d & a f g: æqualis est e a ipsi e f, & e d ipsi e b. ex cẽtro enim in circũferentiam. Duæ igitur a e & e b: duabus e f & e d sunt æquales. & angulũ communem habent qui ad e. basis igitur d f: per 4 primi/ basi a b est æqualis. & triangulum d e f: triãgulo e b a est æquale. & reliqui anguli: reliquis angulis. æqualis igitur est angulus e d f: angulo e b a. rectus est autem qui sub e d f. rectus igitur est & qui sub e b a. et est e b ex centro. Quę autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur: ipsum tangit circulum. per correlarium 16 tertij. Igitur a b: ipsum circulum b c d tangit. A dato igitur signo a, dato circulo b c d, cõtingens recta linea ducitur a b. quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio. 17.

17 I circulum linea recta contingat/ a contactu vero ad centrum linea recta ducatur: necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

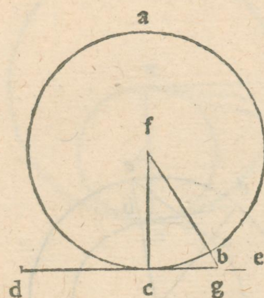
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b, contingens circulum c e cuius centrũ sit d, in puncto c qui iungatur cũm centro per lineam c d. Dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpẽdicularis ad ipsam: sit ergo d f perpendicularis ad eandem/ quæ secet circunferentiam circuli in puncto e. eritq; vterq; ãgulorum qui sunt ad f: rectus. igitur per 18 primi/ linea c d: est maior linea d f. quod est impossibile. Constat itaq; d c esse perpendicularẽ super a b. quod est propositum.



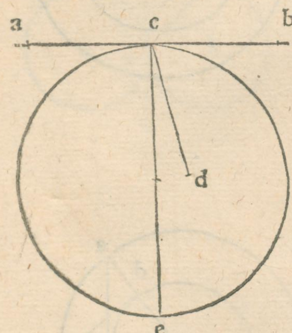
Eucli. ex Zamb. Theorema. 16 Propostio. 18

18 ¶Si circulum tetigerit aliqua recta linea/ a centro autem in

contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: cõiuncta/ perpendicularis erit in contingente.



¶THEON ex Zamberto. ¶Circulum enim a b c: tangat recta linea quædam d e, in c signo. & sumatur per 1 tertij/ centrum circuli a b c: sitq; illud/ f. Et ab f in c: coniungatur per primum postulatum f c. Dico q; f c: perpendicularis est in d e. Si enim nõ: excitetur per 12 primi ab f, in ipsã d e, perpendicularis f g. Quoniam igitur angulus f g c rectus est: angulus igitur qui sub g c f, est acutus. maior igitur est angulus f g c: angulo f c g. sub maiori autem angulo: per 19 primi/ maius latus subtenditur. maior igitur est f c: ipsa f g. Aequalis autem est f c: ipsi f b. ex centro enim in circunferentiam. maior igitur est f b: ipsa f g, minor maiore. quod est impossibile. Igitur f g: in ipsa d e, non est perpendicularis. Similiter quoq; ostendemus: q; nulla alia præter f c. Igitur f c: perpendicularis est in ipsa d e. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. quod demonstrasse oportuit.



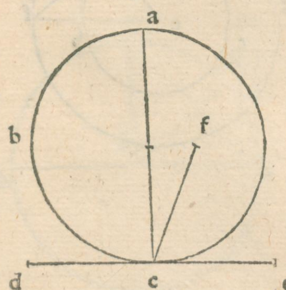
Eucli. ex Camp. Propositio 18.

I circulum linea recta cõtingat/ et a contactu in circulum linea qnædã orthogonaliter ducatur: in eadẽ centrum esse necesse est.

¶CAMPANVS. ¶Sit vt prius linea a b cõtingens circulũ c e in puncto c: et a contactu ducatur linea intra ciculum/ c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico q; centrum circuli est in linea c e. Hæc est conuersa prioris. Si enim non fuerit cẽtrum in linea c e: sit alibi vbicunq; contingat/ sitq; d. & producatur d c. eritq; d c per præmissã perpendicularis ad lineam a b. quod est impossibile: cum e c posita sit perpendicularis ad ipsã.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. propositio 19.

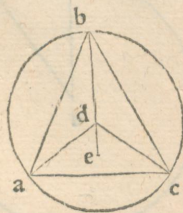
¶Si circulum tetigerit aliqua recta linea/ a contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli.



¶THEON ex Zamberto. ¶Circulum enim a b c: tãgat recta linea quædam d e, in signo c. & ab ipso c: ipsi d e per 11 primi excitetur ad angulos rectos c a. Dico q; in ipsa c a: est centrum circuli. Non enim. sed si possibile est: sit f. & per primum postulatum coniungatur c f. Quoniam igitur circulum a b c, recta linea quædam d e tangit/ a centro autem in contactum cõiungitur f c: igitur f c, per 18 perpẽdicularis est ipsi d e. Rectus igitur est angulus f c e. at angulus a c e: rectus est. æqualis igitur est angulus f c e: ei qui sub a c e, minor maiori. quod est impossibile. Igitur f: centrum circuli a b c non est. Similiter quoq; ostendemus: q; nec alibi præter q̈ in a c. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit/ a contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur: in excitata erit centrum circuli. quod demonstrasse oportuit.

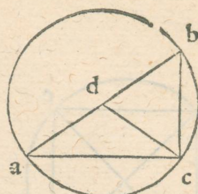
Eucli. ex Camp. Propositio 19.

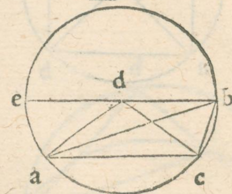
I intra circulum angulus supra centrum consistat/ alius vero angulus supra circunferentiam consistens eandẽ basin habeat: interior superiori duplus erit.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circulo a b c cuius cẽtrum d, fiat angulus a d c supra centrum, et angulus a b c super circunferentiam: sitq; vtriusq; anguli eadem basis quæ sit arcus a c. Dico angulum a d c: duplum esse ad angulum a b c. Quod sic probatur. Aut enim duæ lineæ a b et c b includunt duas lineas a d et d c, aut altera earum sit linea vna cum altera reliquarum/ aut etiã altera primarũ secat alteram postremarũ. ¶Sit ergo primo vt includant eas vt in prima figuratione apparet: et producatur linea b d e. eritq; per 32 primi/ angulus a d e extrinsecus: æqualis duobus intrinsecis qui sunt b a d & a b d anguli. Et quia ipsi sunt æquales per

quintam eiusdem: erit angulus a d e duplus ad angulum a b d. Similiquoq; modo erit angulus e d c duplus ad angulum d b c. quare totus angulus a d c: duplus erit ad totum angulũ a b c. quod est propositum. ¶Q; si altera duarum linearum a b & b c fuerit linea vna cum altera duarũ quę sunt a d & b d, vt in secũda figuratione apparet: per easdem per quas prius & simili modo liquet propositum. ¶Q; si altera duarum linearum primarum secet alteram duarum postremarum/ vt in tertia figuratione apparet vbi linea a b secat lineam d c: producatur linea b d e. Erit per easdem quas a principio assumpsimus & simili modo/ e d a duplus ad ãgulũ d b a: & totus angulus e d c duplus ad totum angulum d b c. quare angulus a d c: duplus est ad angulum a b c. Quod est propositum.

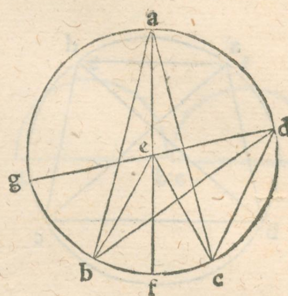




Eucli. ex Zamb. Theorema 18. propositio 20.

20 ¶In circulo angulus qui ad centrum/ duplus est eius qui ad circunferentiam; quando anguli eandem circunferentiam habuerint.

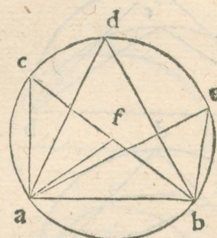
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c. & ad eius centrum: sit angulus b e c. ad circunferentiam vero: angulus b a c. habeant autem eandem basin: circunferentiam b c. Dico q; duplus est angulus b e c: anguli b a c. Coniuncta enim a e: per 2 postulatũ extendatur in f. Quoniã enim æqualis est a e ipsi e b, ex centro enim in circunferentiam: æqualis est ãgulus e a b ei qui sub e b a. Anguli igitur e a b & e b a: per 5 primi eius qui est sub e a b dupli sunt. æqualis autem est qui sub b e f: per 32 eiusdẽ eis qui sub e a b & e b a. Angulus igitur b e f: ipsius e a b duplus est. Et perinde angulus f e c: eius qui sub e a c per eandem duplus est. Totus igitur b e c: totius qui sub b a c est anguli/ duplus est. Rursus constituatur. & sit alter angulus b d c. & coniungatur per 1 postulatum d e. extendaturq; per 2 postulatum in g. Similiter quoq; ostendemus q; duplus est g e c angulus: eius qui sub e d c est anguli. Quorum qui sub g e b: duplus est eius qui sub e d b. Reliquus igitur qui sub b e c: eius qui est sub b d c duplus est. In circulo igitur angulus qui ad centrum/ duplus est eius qui ad circunferentiam; quando eandem circunferentiam basin habuerint ipsi anguli. quod oportuit demonstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 SI in vna circuli portione/ anguli super arcum consistant: angulos quoslibet æquales esse necesse est.

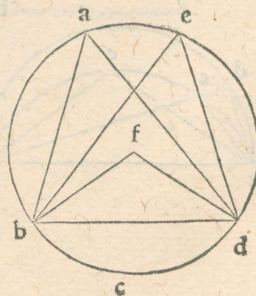
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in portione a d b, circuli a b c cuius centrum sit f: consistant quotlibet anguli super arcum a d b, qui sunt e, d, c. Dico eos esse æquales. Protrahatur enim chorda a b: & ab eius extremitatibus ducãtur in centrũ/ lineæ a f & b f. eritq; per præmissam angulus f consistens supra centrum: ad vnũquẽq; eorum duplus. Quare ipsi sunt æquales. quod est propositum.



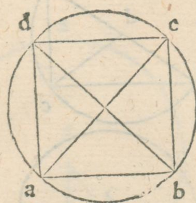
Eucli. ex Zamb. Theorema 19. propositio 21.

21 ¶In circulo/ qui in eodem segmento sunt anguli: sibi inuicẽ sunt æquales.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint in segmento b a e d, circuli a b c d: anguli qui sub b a d & b e d. Dico q; anguli b a d & b e d: sibi inuicem sunt æquales. Suscipiatur enim per primam tertij/ centrum circuli a b c d: sitq; illud/ f. Et coniungantur per primum postulatum b f, f d. Et quoniã angulus b f d est ad centrũ/ ãgulus autem qui sub b a d ad circunferentiã/ & eãdẽ habent basin circũferẽtiã b c d: ãgulus igitur b f d, per præcedentem duplus est eius qui sub b a d. & per hoc: angulus b f d duplus est eius qui sub b e d. Aequalis igitur est per communem sententiam dicentem quæ eiusdem sunt dimidium adinuicem sunt æqualia: angulus b a d angulo b e d. In circulo igitur/ qui in eodem segmento sunt anguli: sibi inuicem snnt æquales. quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 21.

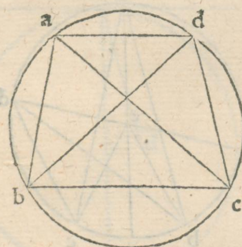


SI intra circulum quadrilaterũ describatur: quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos/ duobus rectis angulis æquos esse necesse est.

CAMPANVS. Sit quadrilaterum a b c d: inscriptum circulo a b c d. Dico quosqꝫ eius duos angulos oppositos: esse æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero: diametri a c, b d. eritqꝫ per præmissam/ angulus c b d æqualis angulo c a d: & angulus a b d æqualis angulo a c d. quare totus a b c: æqualis erit duobus angulis qui sunt a c d & c a d. Et quia ipsi cum angulo a d c sunt æquales duobus rectis per 32 primi: erũt & anguli b totalis & d totalis/ æquales duobus rectis. quod est propositũ. Similiter quoqꝫ probabo angulos a & c totales: esse æquales duobus rectis.

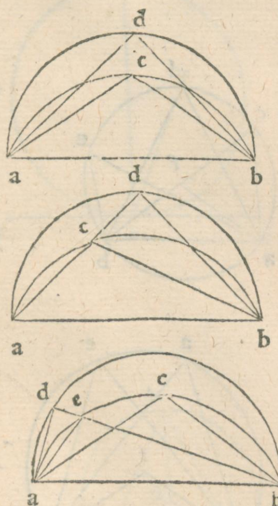
Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22.

In circulis quadrilaterorum existentium anguli qui ex opposito: duobus rectis sunt æquales.



THEON ex Zamberto. Sit circulus a b c d. & in eo quadrilaterum sit a b c d. Dico ꝙ anguli qui ex opposito: duobus rectis sunt æquales. Coniungantur per primũ postulatum: a c & b d. Quoniam igitur per 32 primi/ omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales: trianguli igitur a b c, tres ãguli c a b, a b c, & b c a, duobus rectis sunt æquales. Angulus autẽ c a b: angulo b d c est æqualis per 21 tertij. in eodẽ enim sunt segmẽto b a d c. Angulus vero a c b: per eandem angulo a d b. in eodem enim sunt segmẽto a d c b. Totus igitur qui sub a d c: eis qui sub b a c & a c b est æqualis. Communis apponatur angulus a b c. Anguli igitur qui sub a b c, b a c & a c b: eis qui sunt sub a b c & a d c sunt æquales. Sed qui sub a b c, b a c, & a c b: duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur a b c & a d c: duobus rectis sunt æquales. Similiter iam ostendemus: ꝙ & anguli b a d & d c b duobus rectis sunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum existentium anguli ex opposito: duobus rectis sunt æquales. quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 22.



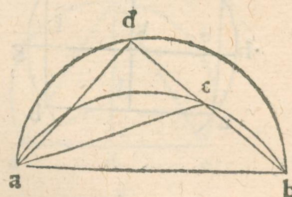
DVas similes circuli portiones inæquales: supra vnã rectam lineam assignatam ex eadem parte cadere impossibile est.

CAMPANVS. Sit recta linea a b: super quam fiat portio circuli/ a c b. Dico ꝙ super eãdem lineam ex eadem parte nõ fiet alia portio quæ sit similis huic: et ea maior aut minor. Quod si fuerit possibile: fiat ergo portio a d b: maior ea. quæ cum sit similis ei: stat ergo angulus a c b in portione minori/ et ãgulus a d b in maiori. Erit ergo vt lineæ a d & d b includãt lineas a c & c b: vt in figuratione prima apparet. Aut altera primarũ/ vna fiat cũ altera postremarũ: vt in secunda. Aut vt altera secet alterã: vt in tertia. Qz si fuerit primo modo: erit p 21 primi ãgulus c maior angulo d. nõ ergo portiones similes per diffinitionẽ. Qz si secũdo modo: erit adhuc angulus c maior angulo d per decimãsextam primi. nõ igitur erũt portiones similes. Si autẽ tertio modo: sit vt linea b d secet lineam a c. et secet circunferentiam portionis minoris in puncto e: et ducatur linea e a. Eritqꝫ per eandem decimãsextã primi/ angulus a e b consisteus in portione a c b: maior angulo d. quare nullomodo sunt portiones similes. Simili quoqꝫ modo probabis/ ꝙ sup eandẽ lineã nõ fiet portio similis portioni a c b minor ea: posito c in loco d et d in loco c in figura cum omnibus prædictis. erit enim per præmissas et per 21 primi & per 16 eiusdem et præmisso modo/ angulus d omniũ figurationum: maior angulo c. quare portiones non erunt similes. Et nota/ ꝙ licet pro

ponatur super lineam vnam non posse fieri portiones similes inæquales ex eadem parte: verum est tamē ꝙ neq; ex diuersis partibus. Quod libet probare: minore quæ est ex vna parte superposita maiori quæ est ex altera. Necesse enim erit per communem scientiam/ipsam a maiori excedi. non ergo sunt similes per hanc 22.

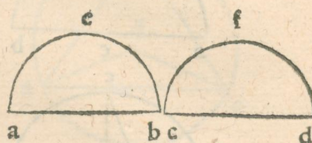
Eucli. ex Zamb. Theorema 21. propositio 23.

23 ¶Super eadem recta linea: duæ sectiones circulorum similes & inæquales non constituentur ad easdem partes.



¶THEON ex Zamberto. ¶Si enim possibile: super eadem recta linea a b, duæ circulorum sectiones similes & inæquales cōstituentur ad easdē partes a c b & a d b. & extēdatur per primū postulatū a c d. & cōiungātur per 2 postulatum c b & d b. Quoniam igitur segmentum a c b simile est segmento a d b, similesq; circulorū sectiones sunt quæ æquales angulos suscipiunt/per diffinitionē 10 tertij: angulus igitur a c b angulo a d b est equalis/exterior interiori. quod per 16 primi est impossibile. Super eadē igitur recta linea: duæ circuli sectiones similes & inæquales non constituentur ad easdem partes, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 23.

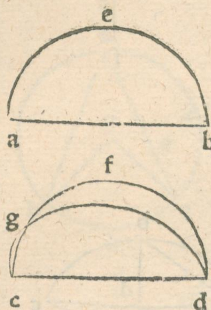


23 SI circulorum similes portiones supra lineas æquas fuerint: ipsas portiones æquas esse oportet.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d æquales: super quas sunt duæ portiones circulorum a c b, c f d quæ sunt similes. Dico ꝙ ipsæ sunt æquales. Si enim nō sunt æquales: altera earum superposita alteri/excedet maior minorem. Sed linea a b non excedet lineam c b nec excedetur ab ea: cum sint æquales. Quare accidet contrarium præmissæ. quod est impossibile. Erit enim a b & c d linea vna.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. propositio 24.

24 ¶Super æqualibus rectis lineis similes circulorum sectiones constitutæ sibi inuicem sunt æquales.

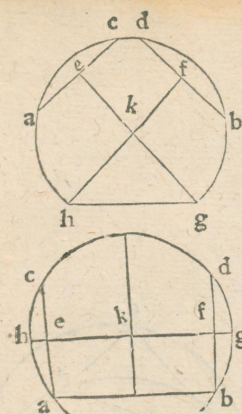


¶THEON ex Zamberto. ¶Super æqualibus inquam rectis lineis a b & c d: similes circulorum sectiones a e b & c f d constituantur. Dico ꝙ æquum est segmentum a e b: segmēto c f d. Congruente namq; segmēto a e b ipsi c f d segmēto/& posito signo a super signo c, recta vero linea a b ipsi rectæ lineæ c d congruēte: & b signum congruet ipsi d signo/ quoniam æqualis est a b ipsi c d. Congruente autem a b recta linea ipsi c d, congruit a e b segmentum ipsi c f d. Si enim a b recta linea ipsi c d congruit/ segmentū autē a e b ipsi c f d non congruit sed differt sicut c g d, circulus autem circulum per vicesimam tertij nō secat in pluribus signis duobus. Sed c g d ipsum c f d in pluribus duobus signis hoc est c g d secat. quod per eandem est impossibile. Non igitur/congruente a b recta linea ipsi c d non congruit quoq; & segmentum a e b segmēto c f d. Congruit igitur & ei est æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis similes circulorum sectiones constitutæ: sibi inuicem sunt æquales, quod erat demonstrandum.

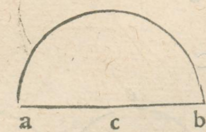
Eucli. ex Camp. Propositio 24.

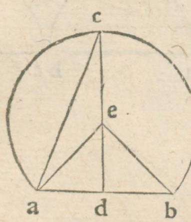
24 DAti semicirculi/siue semicirculo maioris siue minoris portionis: circulum perficere.

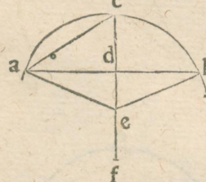
¶CAMPANVS. ¶Intentio per hanc cōclusionem/est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data: ciculum



perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo volo perficere circulum. Protrahã in eo duas lineas qualitercũq; contingat / quæ sint a c, & b d: quas diuidam per æqualia. a c quidem in puncto e: & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularem ad a c, & f h perpẽdicularem ad b d: quę secent se in puncto k. Eritq; per correllarium primæ huius / centrũ circuli in vtraq; linearum e g & f h. Quare centrum est punctum k. Si autẽ e g non secet f h, sed sint linea vna / queãdmodum erit si duæ lineæ a c & b d sint æquidistantes: tunc ipsa applicabitur circũferentiæ dati arcus ex vtraq; parte. ipsa igitur diuisa per medium in puncto k: erit ibi centrum circuli per idem correllarium. Aequidistantes autem non erunt e g & f h. quia cum in vtraq; sit centrum circuli per dictũ correllarium essent eiusdem circuli duo cẽtra. Sic potest de omni arcu siue de omni portione communiter demonstrari: qualiter inde circulus perficiatur. ¶ Quia tamen auctor videtur hanc conclusionẽ variare secundum diuersas species arcuum / omnium portionum enumerãdo species: demõstrabimus diuisim per species / qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. 25 Sit ergo primũ a b portio data: semicirculus. eritq; per diffinitionem semicirculi / linea a b diameter. ea igitur diuisa per medium in puncto c: erit c centrum circuli. ¶ Sit rursus portio a c b semicirculo maior / cuius chorda sit a b. quã diuido per æqualia in pũcto d, a quo duco d c perpẽdicularẽ ad ipsam: quæ transibit per centrũ / per correllariũ primę huius. & protraho lineam a c. Et quia linea a b est minor diametro cum sit a c b portio maior semicirculo: erit a d minor semidiametro. sed d c est maior semidiametro. ergo d c est maior q̃ a d. ergo per 19 primi ãgulus e a d est maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi: angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ secet lineam c d in puncto e. eritq; per sextã primi / linea a e æqualis lineæ e c. producatur igitur linea e b. eritq; per 4 primi / linea e b æqualis lineæ a e. quare tres lineæ e a, e b, e c, sunt æquales. ergo per 6 huius e est centrum curculi. ¶ Sit iterum a c b portio minor semicirculo: cuius chorda sit a c quã diuido per æqualia in pũcto d, a quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b: quæ secet circunferentiam in puncto c. hanc manifestum est transire per centrum per correllarium primę huius. Produco iterũ lineã a c: eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si est æqualis: erit portio a c b semicirculus. & si minor: erit maior semicirculo. positũ est autẽ ꝙ sit minor. Produco igitur lineã a e quæ cum linea a c faciat angulum æqualẽ angulo c & secet lineã c f in puncto e. & manifestũ est ꝙ punctũ e, cadat extra datam portionẽ. 26 & produco lineã e b & quia angulus a totalis est æqualis angulo c, erit p 6 primi / linea e a æqualis lineæ e c. & quia per 4 primi / linea e b est æqualis lineæ e a: erit per 9 huius pũctũ e, cẽtrũ circuli. quare patet propositum: secundũ omnes species portionum circuli.



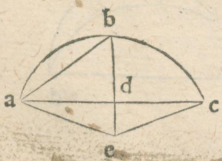




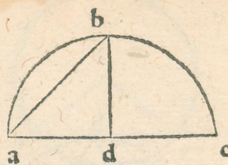
Eucli. ex Zamb. Problema 3. propositio 25.

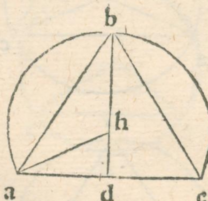
¶ Circuli sectione data: describere circulum cuius est sectio.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit data sectio circuli: a b c. Oportet iam sectionis a b c: circulum cuius est sectio describere. Secetur enim per 10 primi a c bifariam in d. Exciteturq; per 11 eiusdem / a signo d: ipsi a c ad ãgulos rectos b d. & coniungatur per primum postulatum a b. Angulus igitur a b d, angulo b a d comparatus: aut eo est maior / aut ei æqualis / aut eo minor. Sit prius maior. & constituatur per 23 eiusdem / ad ipsam b a rectam lineam ad signũq; in ea a: ipsi angulo a b d æqualis angulus b a e. Et extendatur per 2 postulatũ / b d in e. Et coniũgatur per 1 postulatũ e c. quoniã igitur ãgulus a b e ęqualis est ãgulo b a e: æqualis igitur est per 6 primi / recta linea e b ipsi a e. Et quoniã æqualis est a d ipsi d c, cõmunis autem d e: duæ igitur a d & d e / duabus c d, & d e sunt æquales altera alteri. Et angulus a d e: per quartum postulatum / angulo c d e est æqualis. rectus enim vterq;. Et basis igitur a e: per quartam primi / basi c e est æqualis. Sed a e: ipsi b e ostensa æqualis est. igitur b e: ipsi c e est æqualis. Tres igitur a e, e b, & e c: sibi inuicem sunt æquales.



Centro igitur e, spacio autem per 3 postulatum aut a e aut e b aut e c: circulus descriptus per reliqua signa veniet/ & descriptus erit. Circuli igitur sectione data: circulus describitur. & manifestum est/ q; sectio a b c minor est semicirculo: quoniã e centrum extra ipsam cadit. ¶ Similiter quoq; ostendemus: & si angulus a b d ęqualis fuerit angulo b a d. Si a d æqualis est vtriq; ipsarum b d & d c: tres d a, d b & d c sibi inuicem sunt æquales. Et sit centrũ d completi circuli. & erit quoq; semicirculus a b c. ¶ Si autẽ a b d minor fuerit b a d: cõstituamus per 23 primi ad b a rectã lineam & ad signum in ea a, angulo a b d æqualem introrsum ipsum a b c. Segmẽti centrum cadet super d b vt h. & erit videlicet segmẽtum a b c: maius semicirculo. Dato igitur segmẽto: describitur circulus cuius est sectio. Quod fecisse oportuit.

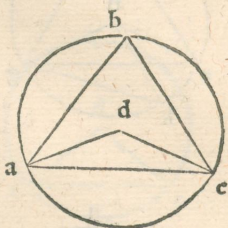


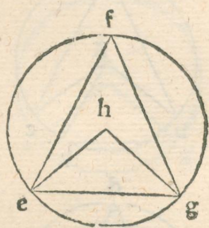


Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 SI in æquis circulis seu super centra seu super circunferentias/ æquales anguli consistant: super æquos arcus eos cadere necesse est.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo circuli æquales: a b c cuius centrũ d, & e f g cuius centrum h. & fiant supra centra eorum/ duo ãguli a d c & e h g: qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c & e f g: esse æquales. Protrahantur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circũferentiis ipsorum/ consistentes supra prædictos arcus: qui sint angulus a b c & ãgulus e f g. Quia ergo circuli sunt æquales: erũt per diffinitionẽ æqualiũ circulorũ semidiametri æquales. & quia duo ãguli d & h sunt æquales: erit p 4 primi/ linea a c æqualis lineæ e g. & per 19 huius/ erit ãgulus b, ęqualis angulo f: cum d ãgulus sit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem similium portionũ duæ portiones a b c & e f g: sunt similes. & quia ipsæ sunt super lineas a c & e g æquales: ipsæ erunt æquales per 23 huius. quare arcus a b c & e f g sunt æquales. Q; si anguli b & f qui sunt in circunferẽtia/ ponantur æquales: erunt per diffinitionem/ portiones similes/ & anguli d & h æquales per 19 huius. Et quia circuli sunt ęquales per positionem: erunt per 4 primi/ duæ lineæ a c & e g æquales. quare vt prius/ portiones æquales per 23 huius: cum sint similes & super æquales lineas. igitur & arcus æquales. Quod est propositum.

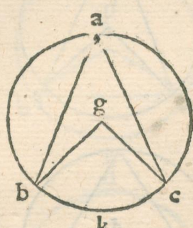




Eucli. ex Zamb. Theorema 23. propositio 26.

26 ¶ In æqualibus circulis æquales anguli in æqualibus circunferentijs subtenduntur: & si ad centra; & si ad circunferentias deducti fuerint.

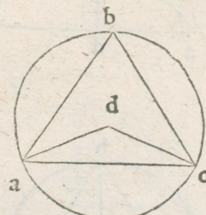
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint æquales circuli: a b c & d e f. & in eis sint anguli æquales ad centra quidem: qui sub b g c & e h f. ad circũferẽtias autem: qui sub b a c & e d f. Dico q; circunferentia b k c: æqualis est circunferentiæ e l f. Coniungantur per primum postulatum b c & e f. Et quoniam circuli a b c & d e f sunt æquales: & quæ ex centris/ sunt æquales per primam diffinitionem tertij. Duæ igitur b g & g c: duabus e h & h f sunt æquales. Et ãgulus qui ad g: ãgulo qui ad h est æqualis. Basis igitur b c per 4 primi/ basi e f est æqualis. Et quoniam angulus qui ad a æqualis est ãgulo qui ad d: segmẽtum igitur b a c per 24 tertij/ simile est segmẽto e d f. & sunt in æqualibus rectis lineis b c & e f. Super æqualibus autem rectis lineis per 24 eandem similes circulorum sectiones existẽtes: inuicẽ sunt æquales. Sectio igitur b a c: æqualis est ipsi e d f sectioni. Est autem totus circulus a b c: æqualis toti circulo d e f. Reliqua igitur b k c circunferentia per 3 communẽ sentẽtiam reliquæ e l f: circunferentiæ est æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales ãguli in æqualibus circunferentiis subtenduntur: & si ad circunferentias/ & si ad centra fuerint deducti. quod demonstrasse oportuit.



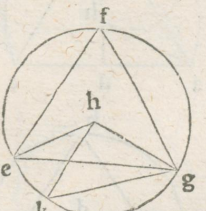


Eucli. ex Camp. Propoſitio 26

SI in æquis circulis æqui ſumantur arcus: infra illos/ formatos angulos qui ſupra centra eorum ſeu ſupra circunferentias conſtituantur/ æquos eſſe neceſſe eſt.

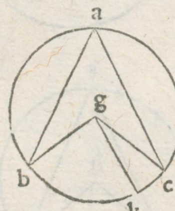


¶CAMPANVS. ¶Sint vt prius duo circuli æquales: a b c cuius centrū d, & e f g cuius centrum h. ſintqȝ duo arcus a b c & e f g æquales. fiantqȝ ſuper ipſos arcus/ duo anguli in cētro qui ſint d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemqȝ ſuper eoſdem arcus fiant duo alii āguli in circunferentia/ qui ſint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, adinuicem eſſe æquales: itemqȝ duos b & f: adinuicem eſſe æquales. Et eſt hęc conuerſa prioris. Si enim non ſunt d & h anguli adinuicem æquales: ſit ergo h maior. a quo abſcindatur angulus k h g: qui ſit æqualis angulo d. eritqȝ per præmiſſam/ arcus k e f g: æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g: poſiti ſunt æquales. accidet ergo partē eſſe æqualē toti. Quod eſt impoſſibile. Quare anguli d & h totales: ſunt æquales. ¶Simili quoqȝ modo probabis āgulos b & f: eſſe æquales. vel ſi mauis/ probato ꝙ āguli d & h ſint æquales: ſequitur b & f eſſe æquales per 19 huius. & econuerſo.



Eucli. ex Zamb. Theo. 24 Propo. 27. Cōuerſa præcedētis.

¶In æqualibus circulis anguli qui ſuper æquales circunferentias deducuntur/ ſibi inuicem ſunt æquales: & ſi ad centra et ſi ad circunferentias fuerint deducti.

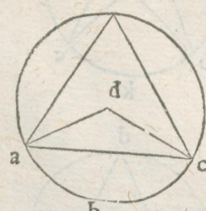


¶THEON ex Zamberto. ¶In æqualibus enim circulis a b c & d e f, ſuper æqualibus circunferentijs b c & e f, ad centra quidem g h: āguli deducantur b g c & e h f. ad circunferentias autem: b a c & e d f. Dico ꝙ āgulus b g c æqualis eſt angulo e h f: & angulus b a c æquus eſt angulo e d f. Si quidem angulus b g c æquus eſt angulo e h f: manifeſtum eſt ꝙ angulus b a c æquus eſt angulo e d f per 20 tertii. Si vero non: alter eorū maior eſt. ſit maior angulus b g c. & conſtituatur per 23 primi ad rectam lineam b g ad datumqȝ in ea ſignum g: angulo e h f æqualis angulus b g k. Anguli autem æquales. ſuper æqualibus circunferentiis deducuntur per 26 tertii/ quando ad centra fuerint. æqualis igitur eſt circunferentia b k: circunferentiæ e f. Sed e f: ipſi b c eſt æqualis. & b k igitur: ipſi b c eſt æqualis/ minor maiori. quod eſt impoſſibile. Angulus igitur b g c: angulo e h f inæqualis non eſt. æqualis igitur. Et eſt ipſius quidem anguli b g c: dimidius āgulus qui ad a, per 20 tertii. Ipſius autem e h f: dimidius āgulus qui ad d/ per eādē. Aequalis igitur eſt āgulus a: āgulo d. In æqualibus igitur circulis āguli ſuper æqualibus circūferentijs deducti/ ſibi inuicē ſunt æquales: & ſi ad centra/ & ſi ad circūferētias fuerint deducti. quod demōſtraſſe oportuit.

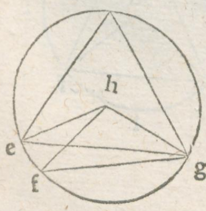


Eucli. ex Camp. Propoſitio 27.

SI in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus reſecent: arcus quoqȝ æquos eſſe. ſi autē lineæ inæquales fuerint: arcus quoqȝ inæquales/ & a maiore linea maiorē arcū/ a minore vero minorem abſcindi neceſſarium eſt.

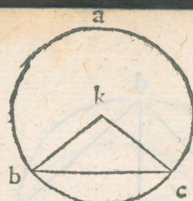


¶CAMP. ¶Sint duo circuli ęquales: a b c cuius cētrū d, & e f g cuius cētrū h. ſitqȝ chorda a c: æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g quos prædictæ chordę ex prędictis circulis reſecāt: eſſe ęquales. Qz ſi chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcū e f g eſſe maiorem arcu a b c. ¶Primū quidē ſic probatur. Ducātur a cētris/ lineæ ad extremitates chordarū: quæ ſint d a, d c, h e, h g. & qa circuli poſiti ſunt fore æquales: erunt hæ ſemidiametri æquales. & quia linea a c poſita eſt æqualis lineæ e g: erit per 8 primi/ āgulus d æqualis āgulo h totali. quare per 25 huius/ erit arcui a b c: æqualis arcui e f g. ſicqȝ patet primū. ¶Secūdū ſic. Sit e g maior a c. eritqȝ per 25 primi/ āgulus h: maior āgulo d. Fiat ergo āgulus f h g æqualis āgulo d. eritqȝ per 25 huius/ arcus f g: æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g: eſt maior arcu a b c. Quod eſt ſecundum propoſitum.

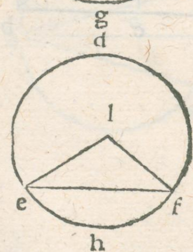


Eucli. ex Zamb. Theorema 25, propositio 28.

28 ¶In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ/æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori/minorẽ autem minori.

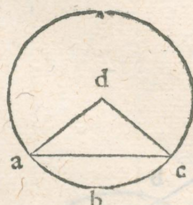


¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æquales circuli a b c & d e f. & in eis sint æquales rectæ lineæ b c & e f: circũferentias b a c & e d f maiores auferentes, circunferentias autem b g c & e h f minores. Dico ꝙ circunferẽtia b a c maior: æqualis est circunferentiæ e d f maiori. circunferentia vero b g c minor: æqualis est circunferentiæ e h f minori. Suscipiãtur enim circulorum centra per primam tertij: sintq; k, l. & coniungantur k b, k c, l e & l f. Et quoniam circuli sunt æquales: æquales quoq; sunt quæ ex cẽtris/per primam diffinitionem tertij. Duæ igitur b k & k c: duabus e l & l f sunt æquales. Et basis b c per hypothesin basi e f est æqualis. Angulus igitur b k c: per 8 primi/ãgulo e l f est æqualis. æquales autẽ ãguli per 26 tertii/ in æqualibus circunferentiis deducuntur: etiam quando ad centra fuerint deducti. Circunferentia igitur b g c: æqualis est circunferentiæ e h f. est autẽ totus circulus a b c: toti circulo d e f æqualis. Reliqua igitur circunferentia b a c: per 3 communem sententiam/reliquæ circunferentiæ e d f est æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ/ æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori/minorem autem minori. quod demonstrasse oportuit.

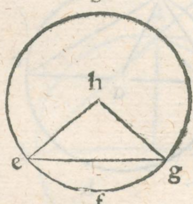


Eucli. ex Camp. Propositio 28.

28 Circulorum æqualium æquos arcus: æquas chordas habere necesse est.



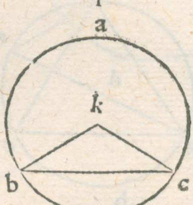
¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli æquales: a b c cuius cẽtrum d, & e f g cuius centrum h. sitq; arcus a b c: æqualis arcui e f g. Dico ꝙ chorda a c: est æqualis chordæ e g. Et est hæc conuersa primæ partis præmissæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g. eruntq; per 26 huius/anguli d & h: æquales. Quare per quartã primi/ erit a c: æqualis e g. quod est propositũ. Quæcũq; autẽ probatæ sunt passiones de diuersis circulis æqualibus: intellige multo fortius veras esse de eodẽ.



Eucli. ex Zam. Theo 26. prop 29. Cõuersa præcedentis.

29 ¶In æqualibus circulis: sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æquales circuli a b c & d e f. & in eis æquales sumãtur circũferentiæ b g c & e h f: coniungãturq; b c & e f rectę lineę. Dico ꝙ ęqualis est recta linea b c ipsi e f rectę lineę. Sumãtur enim per 1 tertii/circulorũ centra: sintq; k & l. & coniungãtur k b & k c, l e & l f. Quoniã circũferentia b g c æqualis est ipsi e h f circunferentiæ: æqualis est angulus b k c angulo e l f per 10 diffinitionẽ tertii. Et quoniã circuli a b c & d e f sunt æquales: & quæ ex centris quoq; sunt æquales per 1 eiusdẽ diffinitionẽ. Duæ igitur b k & k c/duabus e l & l f sunt æquales: & angulos cõpræhendũt æquales. Basis igitur b c: per 4 primi/ basi e f est æqualis. In æqualibus igitur circulis: sub ęqualibus circũferẽtiis æquales rectæ lineæ subtenduntur. quod demonstrasse oportuit.

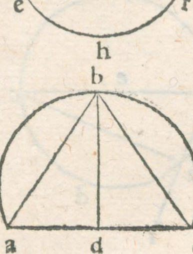




Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29 Datum arcum: per æqualia diuidere.

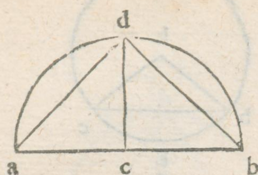
¶CAMPANVS. ¶Sit datus arcus a b c cui subtẽdatur chorda a c: quæ diuidatur per æqualia in puncto d. a quo ducatur perpendicularis ad ipsam/quæ sit d b: secans circunferentiam dati arcus in puncto b. quã dico diuidere datũ arcum per æqualia. Ducãtur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primã partem 27 huius/arcus a b: erit æqualis arcui b c. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 4. propositio 30.

30 ¶Datam circunferentiam: bifariam discindere.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data circũferentia a d b. oportet iam ip



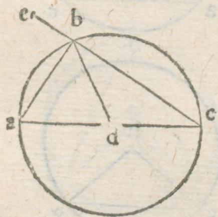
ſam circũferentiam a d b: biſariam diſcindere. Coniũgatur a b: ſeceturq́ per 10 primi/ biſariam in c ſigno. & ab ipſo c: ipſi a b rectæ lineæ per 11 primi ad angulos rectos excitetur c d. & coniungãtur a d & d b. Et quoniam æqualis eſt a c ipſi c b, communis autem c d: duæ igitur a c & c d, duabus b c & c d ſunt æquales. & angulus a c d: per 4 poſtulatum angulo b c d eſt æqualis. rectus enim vterq́ eſt. Baſis igitur a d: per 4 primi/ baſi d b eſt æqualis. Aequales autem rectæ lineæ: æquales circunferentias auferũt/ maiorem maiori/ minorem autẽ minori/ per 28 tertij. Et vtraq́ ipſarum circunferentiarum a d & d b: ſemicirculo minor eſt. æqualis igitur eſt circunferentia a d: ipſi d b circunferentiæ. Data igitur circunferentia: biſariam diſcinditur. quod feciſſe oportuit.

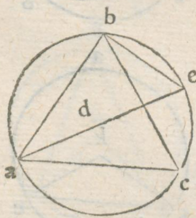
Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.

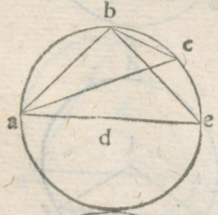


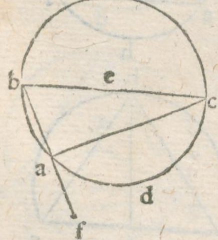
SI rectilineus angulus in ſemicirculo ſupra arcum conſiſtat: rectus eſt. Si vero in portione ſemicirculo minore: recto maior. Si autem in portione ſemicirculo maiore: recto minor. ¶ Itemq́ omnis portionis angulus ſemicirculo maioris/ recto maior: minoris vero/ recto minor de neceſſitate erit.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit in circulo a b c cuius centrum d & diameter a d c, ſemicirculus a b c: in cuius ſemicirculi circunferentia fiat ãgulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum eſſe rectum. Protrahatur ab ipſo angulo in centrũ: linea b d. eritq́ per 5 primi/ angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b eſt æqualis duobus angulis d b a, & a per 32 primi: ipſe erit duplus ad angulum d b a. Eadem ratione angulus a d b: duplus erit ad angulum d b c. ergo duo anguli c d b & a d b: dupli ſunt ad totalem angulum a b c. ſed ipſi: ſunt æquales duobus rectis per 13 primi. erit igitur angulus a b c totalis: medietas duorũ rectorũ. quare rectus. Quod eſt primum propoſitũ. ¶ IDEM aliter. Protrahatur c b vſq́ ad e. eritq́ per 32 primi/ angulus a b e: æqualis duobus angulis a & c. & quia angulus a eſt æqualis angulo a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c. ergo vterq́ eorum eſt rectus per diffinitionem. ¶ Secundum ſic patet. Sit in circulo a b c cuius cẽtrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior ſemicirculo: & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum eſſe minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b. eritq́ per primam partem huius/ b totalis: rectus. quare angulus a b c: erit minor recto per 9 cõmunem ſcientiã/ cum ſit pars eius. ſicq́ patet ſecundum. ¶ Tertium ſic. Sit rurſus in circulo a b e cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c: quæ ſit ſemicirculo minor. & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c: ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum eſſe maiorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea b e. eritq́ per primam partem huius / angulus a b e: rectus. quare ãgulus a b c: erit maior recto. quod eſt tertium propoſitum. ¶ Quartũ & quintũ ſic. Sint in circulo a b c d cuius cẽtrũ e, portio a b c cuius chorda a c, maior ſemicirculo: & portio a d c cuius eadẽ chorda a c, minor ſemicirculo. Dico ãgulũ cõtentũ ab arcu c b a & chorda a c, eſſe maiorẽ recto: & ãgulum cõtentũ ab arcu c d a & chorda a c, eſſe minorẽ recto. Producaẽ diameter c e b: & linea b a, vſq́ ad f. eritq́ per primã partẽ huius/ angulus b a c: rectus. quare per 13 primi/ ãgulus f a c: eſt ſimiliter rectus. Quia igitur angulus rectus eſt pars primi/ & ſecundus pars recti: euidenter patet vtrunq́. quare tota liquet hæc pentamembris concluſio. ¶ CAMPANI additio. ¶ Ex iſtis duabus vltimis partibus/ nota ĩ ſtãtiã cõtra illas duas argumẽtationes: ad quas tulimus inſtãtiam in 15 huius. Tranſitur enim ab angulo portionis ſemicirculo minoris qui eſt minor recto per vltimam partem huius/ ad angulum portionis ſemicirculo maioris qui eſt maior recto per penultimam partem huius: non tamen per

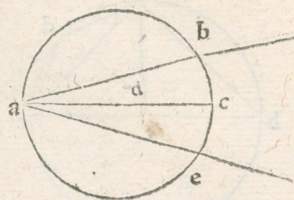








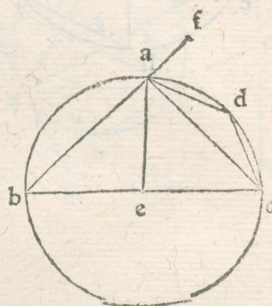
æquale. Cũ enim omnis portio circuli sit aut semicirculus aut maior semicirculo aut minor / sit autem tam angulus semicirculi per secundam partem 15 q̃ angulus portionis minoris per ultimam partem huius minor recto / portionis vero maioris sit maior recto : non tamen erit alicuius portionis angulus / nec simpliciter aliquis contentus a circunferentia & linea recta / aut rectus aut æqualis recto. Quod ut clarius pateat: sit in circulo a b c cuius centrum d, linea a b cui non sit determinatus finis ex parte b, secans ex ipso b portionem semicirculo minorem, eritq; per ultimam partem huius: minor recto. Huius circuli sit diameter a d c. & imaginetur linea a b: moueri ad partem c super punctum a. quæ quandiu fuerit citra c, vel in ipso c cooperiens diametrum a d c: faciet cum arcu angulũ minorem recto. In omni autem puncto ultra c, velut in e: faciet per penultimam partem huius / angulum maiorem recto. Transitur ergo a minori ad maius: non per æquale. Et sicut in rectilineis angulis est reperire maiorem angulo semicirculi & minorem / non tamen æqualem ut demõstratum est in 15 huius: sic in angulis portionis est reperire maiorem recto & minorem / non tamen æqualem, ut patet ex ista demonstratione.

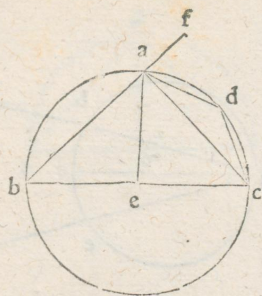


Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 31.

31 ¶In circulo angulus qui in semicirculo est: rectus est. qui autẽ in minori segmẽto: minor recto. qui vero in minori segmẽto: maior est recto. Et insuper angulus maioris segmẽti: recto quidem maior est. minoris autem segmenti angulus: minor est recto.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c d. dimetiens autem eius sit b c. centrum vero e. Sumaturq; in semicirculo signum utcunq; / sitq; illud d & coniungantur b a, a c, a d & d c. Dico q; angulus in b a c semicirculo: rectus est. Angulus autem in a b c segmento maiore semicirculo / qui est sub a b c: recto minor est. Angulus vero in a d c minore semicirculo segmẽto / qui est sub a d c: recto maior est. ¶Cõiungatur a e: & extendatur b a in f. Et quoniam æqualis est b e ipsi e a, ex centro enim in circũferentiã: æqualis est angulus e a b angulo e b a, per 5 primi. Rursus quoniam æqualis est a e ipsi e c: æqualis est per eandem / angulus qui sub a c e ei qui sub c a e. Totus igitur angulus b a c: duobus ãgulis a b c & a c b est æqualis. Angulus autem qui sub f a c extra ipsum triãgulum a b c: duobus angulis a b c & a c b est æqualis / per 32 primi. Aequalis igitur est ãgulus b a c: angulo f a c. rectus igitur uterq; est. In semicirculo igitur b a c: angulus qui sub b a c, rectus est. ¶Et quoniã trianguli a b c, duo anguli a b c & b a c per 17 primi duobus rectis sunt minores / angulus autẽ b a c rectus est: angulus igitur qui sub a b c, recto minor est. & est in segmẽto a b c maiore semicirculo. ¶Et quoniã in circulo inest quadrilaterũ a b c d, in circulis autem quadrilaterorum consistentium / per 22 tertij ãguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales: anguli igitur a b c & a d c, per eandẽ duobus rectis sunt æquales. At ãgulus a b c: recto minor est. Reliquus igitur ãgulus a d c: maior est recto / & in segmẽto minore semicirculo est. ¶Dico iã etiã q; ãgulus segmenti maioris / cõpræhensus sub a b c circũferentia & a c recta linea: recto maior est. ãgulus autẽ minoris segmẽti cõpræhensus sub a d c circũferẽtia & a c recta linea: recto est minor. manifestoq; illinc est. Quoniã enim ãgulus cõpræhensus sub b a & a c rectis lineis / rectus est: ãgulus igitur cõpræhẽsus sub a b c circũferẽtia & a c recta linea / maior est recto. quoniã totũ: sua parte maius est per 9 cõmunẽ sentẽtiã. Rursus quoniã ãgulus cõpræhensus sub a c & a f rectis lineis / rectus est: ãgulus igitur sub c a recta linea & a d c circũferentia cõpræhẽsus / recto minor est. In circulo igitur / ãgulus in semicirculo existẽs: rectus est. qui vero in maiori segmento: recto est minor. in minori autẽ: recto est maior. Et insuper ãgulus maioris segmenti: maior est recto. minoris autẽ segmẽti: recto minor. quod demonstrasse oportuit.



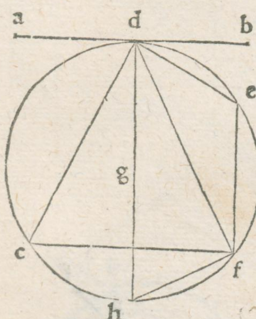


¶ALIA oſtenſio: ꝙ angulus qui ſub b a c, rectus eſt. Quoniam angulus a e c eius qui ſub b a e duplus eſt per 32 primi / æqualis nãqꝫ eſt duobus interioribus & oppoſito / interiores autem per 5 ſunt æquales / ãgulus autem a e b eius qui ſub c a e duplus eſt: anguli igitur a e b & a e c, ipſius b a c dupli ſunt. Sed ãguli a e b & a e c: duobus rectis ſunt æquales. Angulus igitur qui ſub b a c: rectus eſt. quod erat demonſtrandum.

¶CORRELARIVM. ¶Hinc manifeſtum eſt / ꝙ ſi trianguli angulus vnus reliquis duobus æqualis fuerit: rectus eſt. & quoniam ille vtrobiqꝫ eiſdem eſt æqualis: quando vtrobiqꝫ æquales fuerint / recti erunt.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 31.

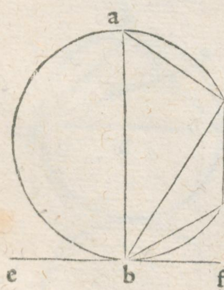
I circulum linea recta contingat / & a cõtactu in circulum quædam circulum ſecãs recta linea præter centrum ducatur: quoſcunqꝫ duos angulos cum contingente facit / duobus angulis qui in alternatis circuli ſuper arcus conſiſtunt portionibus / æquales ſunt. 31



¶CAMPANVS. ¶Si recta linea a b: contingens circulum c d e f cuius centrum g, in puncto d. a quo d ducatur in circulum præter centrum / linea d f: ſecans ipſum. fiantqꝫ angulus d c f conſiſtens ſuper arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f conſiſtens ſuper arcũ portionis d c f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, eſſe æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim: diameter d g h & linea f h. eritqꝫ per 17 huius / d h, perpendicularis ſuper a b: & per primã partem præmiſſæ / angulus d f h, rectus. Quare duo ãguli a d h & d f h: ſunt æquales. Poſito ergo communi angulo h d f: erit angulus a d f, æqualis duobus angulis qui ſunt d f h & h d f. ſed hi duo cum angulo h: ſunt æquales duobus rectis per 32 primi. ergo angulus a d f cum angulo h: æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: æquiualet duobus rectis per 13 primi. ergo angulus b d f: eſt æqualis angulo h. ergo & ãgulo c: per 20 huius. & hoc eſt primũ. ¶Et quia duo ãguli c & e ſunt æquales duobus rectis per 21 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f. Quod eſt ſecundum. Vel illud ſecũdum ſic. Angulus a d f cum angulo h æquiualet duobus rectis: vt præmonſtratum eſt. ſed angulus e cum angulo h: æquiualet duobus rectis per 21 huius. ergo angulus e eſt æqualis angulo a d f. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. propoſitio 32.

¶Si circulum tetigerit aliqua recta linea / a contactu autem extendatur quædam recta linea circulum diſpeſcens: anguli quos efficit ad tangentem / æquales ſunt eis qui alterni in circuli ſegmentis conſiſtunt / angulis. 31



¶THEON ex Zamberto. ¶Circulum enim a b c d: tangat recta linea quædam e f in b ſigno. & a ſigno b, extẽdatur recta linea quædam in circulum a b c d, eum ſecans: ſitqꝫ b d. Aio ꝙ anguli quos b d ſimul cum e f tangente conficit: angulis alternis qui ſunt in ſegmentis circuli ſunt æquales. hoc eſt ꝙ angulus f b d: æqualis eſt ãgulo exiſtẽti in b a d ſegmẽto. & angulus e b d: æqualis eſt angulo exiſtenti in b c d ſegmento. Excitetur enim per 11 primi / ab ipſo b: ipſi e f ad rectos angulos b a. Sumaturqꝫ in b d circunferentia / ſignum vtcunqꝫ: ſitqꝫ illud / c. & connectãtur a d, d c & c, b. Et quoniam circulum a b c d, quędam recta linea tãgit e f in b, & ex b contactu excitatur ipſi contingenti ad angulos rectos b a: in ipſa b a igitur centrum eſt orbis a b c d, per 19 tertij. Angulus igitur a d b in ſemicirculo exiſtens: per 31 eiuſdem rectus eſt. Reliqui igitur anguli b a d & a b d: vni recto ſunt æquales. Angulus autẽ a b f: rectus eſt. Angulus igitur q ſub a b f: eſt æqualis eis qui ſunt ſub b a d & a b d ãgulis. Cõmunis auferatur angulus a b d. Reliquus igitur angulus d b f: æqualis eſt angulo b a d exiſtenti in alterno ſegmento circuli. Et quoniam in circulo

quadrilaterum est a b c d, & anguli ex opposito duobus rectis sunt æquales per 22 tertij: anguli igitur d b f & d b e, eis qui sunt sub b a d & b c d angulis sunt æquales. Quorum angulus b a d: ostẽsum est ꝙ æqualis est ipsi d b f angulo. Reliquus igitur angulus qui sub d b e, angulo d c b alteri in segmento d c b existenti est æqualis. Si circulũ igitur tetigerit aliqua recta linea/a cõtactu autẽ in circulum extendatur aliqua recta linea circulum discidens: anguli quos efficit ad tangentem/alternis in circuli segmẽtis angulis consistentibus sunt æquales. quod erat demonstrandũ.

Eucli. ex Camp. Propositio. 32

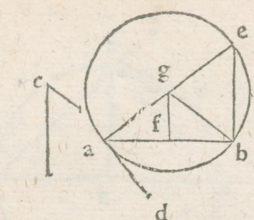
32 SVper datam lineam / circuli portionem describere: capientem ãgulum dato ãgulo æqualem/ seu rectũ/ seu maiorem/ seu minorem recto.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit a b linea data: & c datus angulus. Super lineam a b volo describere vnam circuli portionem; recipientem in circunferentia rectilineum angulum æqualem angulo c. ¶ Si igitur fuerit ãgulus c, rectus: diuisa a b per medium/ describã super eam semicirculum/ factũqꝫ erit propositum/ per primam partẽ 30 huius. ¶ Si autem sit obtusus: ducam lineam d a cum linea b a, continentem æqualem angulum ãgulo c. & a puncto a ducam lineam a e: perpendicularem super lineã a d. Et super punctum b faciam angulum per 23 primi/ æqualem angulo e a b in quo obtusus excedit rectum: ducta linea b f vsqꝫ ad perpendicularem a e. eruntqꝫ per 6 primi/ lineæ f a & f b: æquales. Facto itaqꝫ pũcto f centro circuli: describam secundum quantitatem lineæ f a, circulum a h b. eritqꝫ per correlarium 15 huius/ linea a d: contingens circulum. quare per præmissam/ angulus qui fit in portione a h b: est æqualis d a b. quare & angulo c. Quod est propositum. ¶ Si autem angulus c sit acutus: producam lineam a g, continentem cum linea a b, angulum æqualem angulo c. & a puncto a ducam a e: perpendicularem ad lineam a g. & super punctũ b faciam angulum æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum: ducta linea b f vsqꝫ ad perpendicularem a e. eruntqꝫ per 6 primi / lineæ f a & f b: æquales. Facto itaqꝫ puncto f, centro circuli: describam secũdũ quantitatem lineæ f a, circulum a k b. eritqꝫ per correlarium 15 huius/ linea a g: contingens circulũ. quare per præmissam/ angulus qui fit in portione a k b: est æqualis angulo g a b. quare & angulo c. quod est propositum.

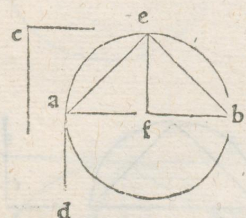
Eucli. ex Zamb. Problema 5. propositio 33.

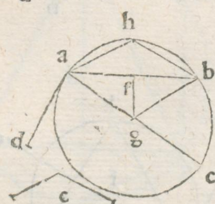
33 ¶ Super data recta linea: describere sectionem circuli capientem angulum æqualem dato angulo rectilineo.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit data recta linea a b: datus vero angulus rectilineus sit c. oportet iam super data recta linea a b: describere sectionẽ circuli suscipientem ãgulum æqualem ipsi angulo qui ad c. Angulus igitur qui ad c: aut est acutus, aut rectus/ aut obtusus. Sit primum acutus: sicut in prima descriptione. & constituatur per 23 primi/ ad a b rectam lineã & ad a in ea signũ: ipsi angulo c æqualis angulus d a b. Angulus igitur d a b: acutus est. Excitetur per 11 eiusdem igitur: ipsi a d ad ãgulos rectos a e. seceturqꝫ per 10 eiusdem/ bifariam a b: in signo f. Et a signo f: ipsi a b ad angulos rectos excitetur f g, per 11 eiusdem. & connectatur g b. Et quoniam æqualis est a f ipsi f b, communis autem f g: duæ igitur a f & f g, duabus f b & f g sunt æquales. & angulus qui sub a f g: per 4 postulatum/ æqualis est ei qui sub g f. Basis igitur a g: per 4 eiusdem/ basi g b est æqualis. Centro igitur g, spacio vero g a, per 3 postulatũ circulus descriptus: veniet etiam per b. describatur: & sit a b e. & cõnectatur e b. Quoniam igitur ab extremitate ipsius a e diametri/ ab a signo ipsi a e ad angulos rectos est a d: igitur a d tangit orbẽ a b e, per correlarium 16 tertii. Et quoniam orbem a b e tãgit quædam recta linea a d, & ab a contactu in ipsum orbem a b e extenditur recta linea quædam a b: angulus igitur



d a b, per 32 eiuſdem angulo a e b exiſtenti in alterno circuli ſegmento/
eſt æqualis . Sed angulus d a b: ei qui eſt ad c angulo eſt æqualis. Angu-
lus igitur qui ad c: æqualis eſt ei qui ſub a e b eſt angulo. Super data igi-
tur recta linea a b: ſectio orbis deſcribitur ſuſcipiens angulum a e b æqua- 34
lem dato angulo qui ad c. ¶Sed iam rectus ſit angulus qui ad c. & opor-
tunum ſit: rurſus ſuper a b deſcribere ſegmentum circuli ſuſcipiens angu
lum æqualem ei qui eſt ad c recto. Conſtituatur enim rurſus ad ipſam a b
rectam lineam/ ad ſignumq; in ea a: dato angulo rectilineo c æqualis an-
gulus qui ſub b a d per 23 primi ſicut in ſecunda habetur deſcriptione.
Seceturq; per 10 eiuſdem/ a b: bifariam in f. & cētro f, ſpacio vero f a aut
f b: orbis deſcribatur a e b, per 3 poſtulatū. Tangit igitur recta linea a d,
circulum a e b: quoniam angulus qui ad a, rectus eſt. Et ãgulus b a d æ-
qualis eſt angulo qui eſt in ſegmento a e b. rectus etenim & ipſe eſt qui
in ſemicirculo exiſtit per 31 tertij. Sed angulus b a d: ei qui ad c eſt angu
lo æqualis eſt. Deſcribitur igitur iterum ſuper a b: ſegmentum circuli a
e b, capiens angulum æqualem ei qui ad c eſt angulo. ¶Sed iam eſto ã-
gulus qui ad c: obtuſus. & conſtituatur ei iterum ad a b rectam lineam &
ad a ſignum: æqualis angulus b a d, per 23 primi/ ſicut habet tertia de-
ſcriptio. & ipſi a d: ad angulos rectos per 11 eiuſdē excitetur a e. ſeceturq;
rurſus a b bifariam in ſigno f, per 10 eiuſdem. & ipſi a b ad angulos re-
ctos excitetur f g per 11 eiuſdem. & connectatur g b. Et rurſus quoniam
æqualis eſt a f ipſi f b, & communis f g: duæ igitur a f & f g, duabus b f
& f g ſunt æquales. & angulus a f g: per 4 poſtulatū angulo b f g eſt æ-
lis. baſis igitur a g: per 4 eiuſdem/ baſi b g eſt æqualis. Centro igitur g,
ſpacio autem g a per 3 poſtulatum circulus deſcriptus: tranſiet per b. trã-
ſeat ſicut a b e. Et quoniã ab extremitate a e dimetientis / ad angulos
rectos excitata eſt a d: igitur per correlarium 16 tertij/ a d tãgit ipſum cir
culum a e b & a contactu a extenditur a b. Angulus igitur b a d: per 32 e-
iuſdem/ æqualis eſt angulo a h b exiſtenti in alterno ſegmēto circuli. Sed
angulus b a d: ei qui eſt ad c, eſt æqualis. Igitur angulus qui eſt in a h b
ſegmento: æqualis eſt ei qui eſt ad c angulo. Super data igitur recta linea
a b: deſcribitur ſegmentum circuli a h b capiens angulū æqualem ei qui
ad c eſt angulo. quod feciſſe oportuit.

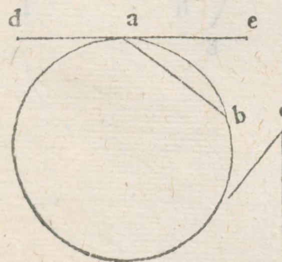




Eucli. ex Camp. Propoſitio 33.

Dato circulo: dato angulo æquum angulum ca-
pientem portionem abſcindere.

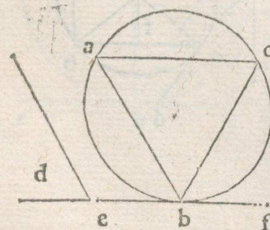
¶CAMPANVS. ¶Sit a b datus circulus: & c datus ãgu
lus. volo ergo a circulo a b: abſcindere portionem vnã ca-
pientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a
e: contingentem datum circulum in puncto a. a quo duco in circulum/ li-
neam a b: continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c. eritq;
per 31 huius/ portio a b exiſtens a parte lineæ a d: recipiens angulum æ-
qualem angulo c. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Problema 6. propoſitio 34.

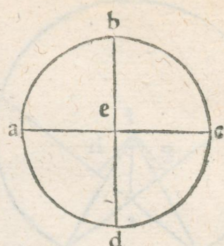
¶A dato circulo: ſegmentum abſcindere capiens angulum
æqualem dato angulo rectilineo.

¶THEON ex Zamberto. ¶Eſto datus circulus a b c. datus vero angu- 35
lus rectilineus qui ad d. oportet iam ab a b c circulo: ſegmentum abſcin-
dere capiens angulū æqualem ei qui ad d eſt angulo. Excitetur enim per
17 tertii/ linea tangens circulum: ſitq; illa e f. & tangat per b ſignum. Et
conſtituatur per 23 primi/ ipſi e f rectæ lineæ & in ea ſigno b: angulo qui
ad d, æqualis angulus f b c. Quoniam igitur circulum a b c tangit quedã
recta linea e f & in b, & a contactu b extenditur b c: angulus igitur f b c
per 32 tertii æqualis eſt angulo b a c conſiſtenti in alterno ſegmento. Sed
angulus f b c: ei qui eſt ad d eſt æqualis. Igitur angulus exiſtens in b a c
ſegmento: æqualis eſt ei qui eſt ad d angulo. A dato igitur circulo a b c



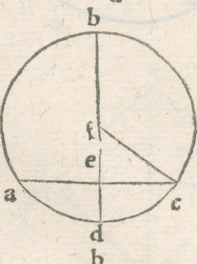
segmentum abscinditur b a c capiens angulum æqualem dato ãgulo rectilineo, quod fecisse oportuit.

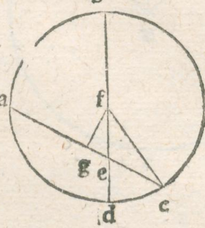
Eucli. ex Camp. Propositio 34.

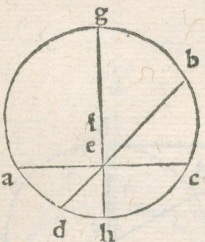


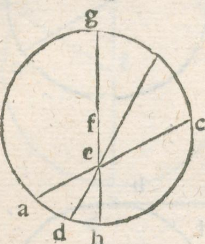
34 SI intra circulum duæ rectæ lineæ sese inuicem secet: quod sub duabus partibus vnius earum procedit/ æquum est ei rectangulo quod sub duabus alterius lineæ partibus continetur.

CCAMPANVS. Sint duæ lineæ a c & b d, secantes se in circulo a b c d. super punctum e. Dico q illud rectangulum quod fit ex a e in e c: æquũ est ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d trãsibunt per centrum circuli: aut altera tantum/ aut neutra. Qz si ambæ trãseant per centrum; erit e centrum circuli/ omnesq; quatuor lineæ æquales. quare liquet propositum. Qz si altera earum tantum transit per centrum: sit illa b d, centrũq; circuli sit f. Aut ergo b d secabit a c per æqualia; aut per inæqualia. Secet ergo primo per æqualia. eritq; per primam partem tertij huius/ secans eam orthogonaliter. Ducatur itaq; linea f c. eritq; per 5 secundi/ quod fit ex b e in e d cum quadrato e f: æquale quadrato lineæ f d. quare & quadrato lineæ f c. ergo per penultimam primi/ & quadratis duarum linearum f e & e c. Dempto ergo vtrinq;/ quadrato e f: erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c. & quia e c est æqualis a e: per 46 primi patet propositũ. Qz si b d transiens per centrum/ secat a c per inæqualia: a centro f ducatur f g perpẽdicularis ad a c. eritq; per secundam partem tertij huius/ a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq; per 5 secundi/ quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (& ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearũ f g & g e propter id q angulus f g e est rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c. propter quod: per penultimam primi & quadratis duarũ linearũ f g & g c. Dempto ergo vtrinq; quadrato lineæ f g, erit quod fit ex b e in e d cũ quadrato lineæ g e: æquale quadrato lineæ g c. sed per 5 secundi/ quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e: est æquum ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur vtrinq; quadrato lineæ g e, erit quod fit ex b e in e d: æquale ei quod fit ex a e in e c. quod est propositum. Qz si neutra earũ transit per centrũ/ siue altera diuidat alterã per æqualia siue per inæqualia: producam lineã g f e h diametrum circuli/ transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram per æqualia vt b d ipsam a c: tunc g h diuidit etiam ac per æqualia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per secundum modum huius conclusionis/ quod fit ex g e in e h: æquum est ei quod fit ex a e in e c. & per tertium modũ huius/ quod fit ex g e in e h: ęquũ est ei quod fit ex b e in e d. ergo quod fit ex a e in e c: æquum est ei quod fit ex b e in e d. quod est propositum. At si neutra diuidat alteram per æqualia: erit per tertium modum huius conclusionis/ quod fit ex g e in e h, æquale vtriq; eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare vnum eorũ erit æquale alteri, quod est propositum.



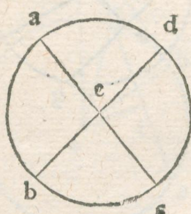




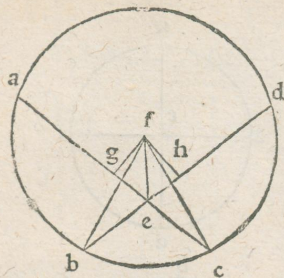


Eucli. ex Zamb. Theorema 29. propositio 35.

35 Si in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicẽ secuerint: rectangulum compræhensum sub sectionibus vnius/ æquum est ei quod sub segmentis alterius compræhenditur rectangulo.



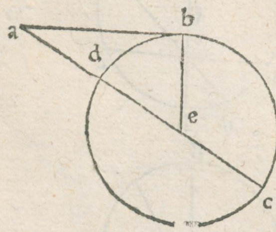
CTHEON ex Zamberto. In circulo enim a b c d: duæ rectæ lineæ a c & b d sese inuicẽ secent in signo e. Dico q rectangulum compræhensum sub a e & e c: æquum est rectangulo compræhenso sub d e & e b. Si enim a c & b d per centrum sunt/ vt e centrum sit circuli a b c d: manifestum est q si a e, e c, d e & e b sunt æquales/ rectangulum compræhensum sub a e & e c æquum est ei quod compræhenditur sub d e & e b rectangulo.



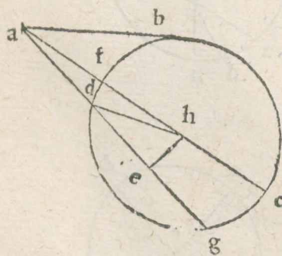
Sint iã a c & d b: nõ extenſæ per centrũ. & ſit centrũ circuli a b c d: ſitq
illud f, per primã tertii. & ab f in a c & d b rectas lineas: excitentur per 1
primi perpẽdiculares f g & f h: & cõnectãtur f b, f c, & f e. Et quoniã pe
3 tertii/ recta linea quædã per centrum extenſa f g, quandam rectam line
am nõ per centrum tranſeuntem a c ad angulos rectos ſecat: & bifariam
eam diſcindit. æqualis igitur eſt a g ipſi g c. Et quoniam recta linea a
diſcinditur in æqualia in g, in inæqualia autẽ in e: rectangulũ igitur cõ
præhenſũ ſub a e & e c vna cũ eo quod fit ex e g per 5 ſecundi quadrato
æquum eſt ei quod fit ex g c. Cõmune apponatur id quod fit ex g f. Quod
fit igitur ſub a e & e c vna cũ eo quod fit ex e g & g f: æquum eſt eis qu
fiunt ex c g & g f. Sed eis quæ fiunt ex e g & g f: æquum eſt id quod fit e
f e per 47 primi. eis autem quæ fiunt ex c g & g f: æquum eſt id quod fi
ex f c per eandẽ. Quod igitur fit ſub a e & e c vna cũ eo quod fit ex f e
æquum eſt ei quod fit ex f c. Aequalis autem eſt f c ipſi f b. Ex centro
enim in circunferentiam. Quod fit igitur ſub a e & e c vna cum eo quod
fit ex e f: æquũ eſt ei quod fit ex f b. Et per hoc quod fit ſub d e & e b v
na cum eo quod fit ex f e: æquum eſt ei quod fit ex f b. Oſtenſum autem
ꝙ id quod fit ſub a e & e c vna cum eo quod fit ex f e: æquum eſt ei quod
fit ex f b. Quod fit igitur ſub a e & e c, vna cũ eo quod fit ex f e: æquum eſt
ei quod fit ſub d e & e b vna cum eo quod fit ex f e. Commune auferatu
id quod fit ex f e. Reliquum igitur rectangulum compræhenſum ſub a
e & e c: æquum eſt rectangulo compræhenſo ſub d e & e b. Si in circulo
igitur duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: rectangulum compræhẽ
ſum ſub ſectionibus vnius / æquum eſt rectangulo compræhenſo ſub ſe
ctionibus alterius. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 35.

SI extra circulum punctus ſignetur/ ab eo autem ad
circulum alia linea ſecãs/ alia contingẽs duæ recta
lineæ ducantur: quod ſub tota ſecãte atqꝫ parte ſu
extrinſeca continetur/ æquũ eſt ei quadrato quod
ex contingente linea deſcribitur.

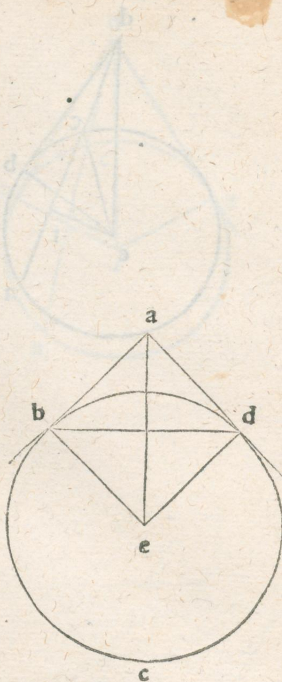


CAMPANVS. Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d cuius
centrum e. a quo ducantur ad circulum: duæ lineæ a b contingens & a d
c ſecans. Dico ꝙ illud quod fit ex a c in d a: æquum eſt quadrato lineæ a
b. Aut enim a d c tranſit per centrum: aut non. Tranſeat ergo primo pe
centrum/ quod eſt e: & ducatur linea e b, quæ per 17 huius/ perpẽdicula
ris erit ſuper lineam a b. Et quia linea d c diuiſa eſt per æqualia in pun
cto e, & eſt ei addita linea d a: erit per ſextã ſecũdi/ quod fit ex c a & a d
cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadra
to lineæ e a, & ideo per penultimam primi/ æquale quadratis duarum li
nearum e b & b a, propter id ꝙ angulus b eſt rectus. Dempto ergo v
trinqꝫ quadrato e b: erit quod fit ex c a in a d, ęquale quadrato lineæ a b.
quod eſt propoſitum. Q2 ſi linea a d c non tranſit per centrum: ſuma
tur a f e g tranſiens per centrũ. & ducantur lineæ e d & e h. & ſit e h: per
pendicularis ad a d c. eritqꝫ per 3 huius/ d h: æqualis h c. Quia ergo linea
d c diuiſa eſt per æqualia in puncto h, & addita ſibi linea a d: erit per 6
ſecundi/ quod fit ex c a in a d cum quadrato d h, æquale quadrato lineæ
a h. Ergo addito vtrinqꝫ quadrato h e, erit quod fit ex c a in a d cũ qua
dratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum
quadrato d e propter id quod angulus h eſt rectus/ & ideo cum quadrato
e f propter id quod e d & e f ſunt æquales: æquale quadratis duarum li
nearum a h & h e, & ideo per penultimã primi quadrato lineæ a e. Sed
per ſextam ſecundi / quod fit ex g a in a f cum quadrato f e, æquale eſt
quadrato lineæ a e. Quia ergo vtrunqꝫ eorũ quæ fiunt ex c a in a d & ex g
a in a f, cum quadrato lineæ f e eſt æquale quadrato lineæ a e: ipſa erũt
inter ſe æqualia. Dempto ergo vtrinqꝫ quadrato lineæ e f: erit quod fit ex



c a in a d, æquale ei quod fit ex g a in a f. Sed id quod fit ex g a in a f: eſt æquale quadrato lineæ a b, per præmiſſum modum huius. Ergo quod fit ex c a in a d: eſt æquale quadrato lineæ a b. Quod eſt propoſitum.

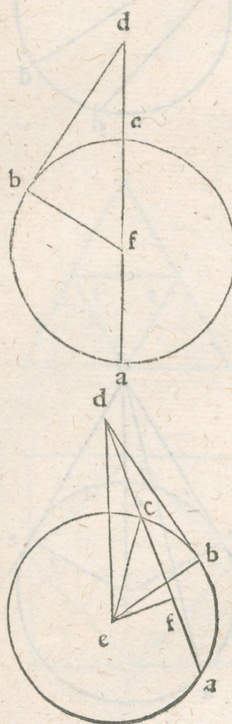
¶ CAMPANI additio. ¶ Et ex hac nota / ꝙ pũcto extra circulum ſignato / ſi ab ipſo ad circulum quotlibet ſecantes lineæ ducantur / rectangula quæ continentur ſub totis & earum portionibus extrinſecis / adinuicem ſunt æqualia: quoniam omnia ſunt æqualia quadrato lineæ contingentis. ¶ Nota etiam ꝙ ſi a quolibet puncto extra circulum ſignato duæ lineæ contingentes ad circulum ipſum ducantur: ipſæ erũt adinuicem æquales. Erit enim quadratum vtriuſq; earum: æquale ei quod fit ex linea ſecante ab ipſo puncto ducta in circulum in partem eius extrinſecã. Hoc autem euidẽtius patet per penultimã primi. ¶ Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d cuius centrum e. & ab ipſo a ducantur duæ lineæ a b & a d: contingentes circulum in punctis b, d. Dico ipſas eſſe æquales. Producam enim lineas e a, e b & e d. eritq; per 17 huius / vterq; angulorum b & d: rectus. Quare per penultimam primi / quadratũ a e: erit æquale duobus quadratis duarũ linearum a b & b e, ſimiliter quoq; & duobus duarum a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e: ſunt æqualia quadratis duarum a d & d e. Et quia quadrata duarũ quæ ſunt b e & e d ſunt æqualia: erunt quadrata duarum quæ ſunt a b & a d, æqualia. ergo eſt a b: æqualis a d. quod eſt propoſitum. ¶ Aliter etiam. Ducatur linea b d. eritq; per 5 primi / ãgulus e b d, æqualis angulo e d b: propter id quod linea e b eſt æqualis lineæ e d. Et quia vterq; duorum angulorum b & d eſt rectus: erit per communem ſcientiam angulus a b d reſiduus / æqualis angulo a d b reſiduo. per ſextam ergo primi / eſt linea a b: æqualis lineæ a d.

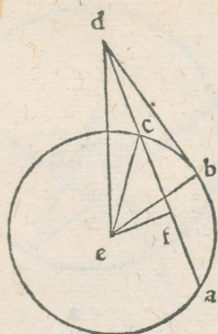


Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 36.

¶ Si extra circulum ſumatur ſignum aliquod / ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ lineæ / & earum altera circulum diſpeſcat altera vero tangat: quod ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiam compræhenditur rectangulum / æquum eſt ei quod fit ex tangente quadrato.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Extra circulum igitur a b c: ſumatur ſignũ aliquod / ſitq; illud d. & ab ipſo d: in circulum a b c cadant duæ rectæ lineæ d c a & d b. ſecet autem circulum a b c, recta linea d c a: & b d tãgat. Dico ꝙ rectangulum compræhẽſum ſub a d & d c: æquum eſt ei quod fit ex b d quadrato. Recta linea d c a: aut eſt per centrum extenſa / aut non. Sit primum extenſa per centrum. ſitq; per primam tertij / f: centrum circuli a b c. & coniungatur f b. Angulus igitur f b d: rectus eſt. Et quoniam recta linea a c bifariam diſcinditur in f, adiacetq; ei recta linea c d: quod fit igitur per 6 ſecundi / ſub a d & d c vna cum eo quod fit ex f c, æquum eſt ei quod fit ex f d. Aequalis autẽ eſt f c: ipſi f b. ex centro enim in circunferentiam. Quod fit igitur ſub a d & d c vna cum eo quod fit ex f b: æquum eſt ei quod fit ex f d. Aequum autẽ eſt id quod fit ex f d: eis quæ fiunt ex f b & b d per 47 primi. rectus enim eſt angulus qui eſt ſub f b d. Quod igitur fit ſub a d & d c vna cum eo quod fit ex f b: æquum eſt eis quæ fiũt ex f b & b d. Commune auferatur id quod fit ex f b. Reliquum igitur quod fit ſub a d & d c: æquũ eſt ei quod fit ex d b tangente. ¶ Sed recta linea d c a: non ſit extenſa per centrum circuli a b c. Sitq; per primã tertij / e: centrum circuli a b c. & ab e in a c: per 12 primi perpendicularis excitetur e f. & cõnectantur e b, e c, & e d. rectus igitur eſt angulus e f d. Et quoniam recta linea quædam per centrum extenſa e f, per 3 tertii rectã lineam quandam non extenſam per cẽtrum a c ad angulos rectos ſecat: & bifariam eam ſecat. Igitur a f: ipſi f c eſt æqualis. Et quoniam recta linea a c bifariam diuiditur in f ſigno adiacet autem ei c d: quod igitur fit

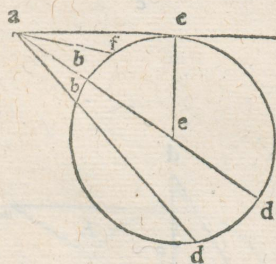




ſub a d & d c vna cum eo quod fit ſub f c , æquũ eſt ei quod fit ex f d per 6 ſecundi. Commune apponatur quod fit ex f e. Quod igitur fit ſub d a & d c vna cum eis quæ fiunt ex c f & f e: æqualia ſunt eis quæ fiunt ex f d & f e. Eis autem quæ fiunt ex f d & f e:æquum eſt id quod fit ex e d per 47 primi. angulus namqꝫ qui eſt ſub e f d:rectus eſt. Eis vero quæ fiunt ex c f & f e:per eandem/æquum eſt id quod fit ex c e. Quod igitur fit ſub a d & d e vna cum eo quod fit ex e c:æquum eſt eſt ei quod fit ex e d. Aequalis autem eſt e c ipſi e b. ex centro enim in circunferentiam. Quod igitur fit ſub a d & d c vna cũ eo quod fit ex e b : æquum eſt ei quod fit ex e d. Ei autem quod fit ex e d:per 47 primi/ æqualia ſunt quæ fiunt ex e b & b d. angulus enim qui ſub e b d:rectus eſt. Quod igitur fit ſub a d & d c vna cum eo quod fit ex e b: æquum eſt eis quæ fiunt ex e b & b d. Cõmune auferatur quod fit ex e b. reliquum igitur quod fit ſub a d & d c:æquum eſt ei quod fit ex d b. Si extra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod:& quæ ſequuntur reliqua. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 36.

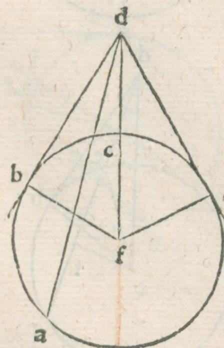

SI fuerit pũctus extra circulum ſignatus a quo duę lineæ ad circunferentiam ducãtur altera ſecans altera circunferentiæ applicata/ fueritqꝫ quod ex ductu totius ſecantis in partẽ ſui extrinſecam æquum ei quod ex ductu applicatę in ſeipſam fit:erit linea applicata ex neceſſitate circulum contingens. 36



¶CAMPANVS. ¶Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d cuius centrum e, a quo ducantur ad circulum linea a b d ſecans ipſum/& linea a c applicata circunferentiæ:& eſto vt quod ſit ex d a in a b, ſit æquale quadrato a c. Dico lineam a c: eſſe contingentem. Et eſt hæc: conuerſa prioris. Si enim non eſt contingens:ſit ergo contingens linea a f. eritqꝫ per præmiſſam quod fit ex d a in a b : æquale quadrato lineæ a f. quare quadratũ lineæ a f:eſt ęquale quadrato lineæ a c. ergo a c:eſt æqualis a f. quod eſt impoſſibile per 8 huius. Erit ergo a c:cõtingẽs. quod eſt propoſitũ. ¶Idẽ oſtẽſiue probabitur. Maneat prior diſpoſitio & hypotheſis. Et ſi linea a b d trãſit per cẽtrũ : ducatur linea c e. eritqꝫ per 6 ſecũdi/quod fit ex d a in a b cũ quadrato e b, & ideo cum quadrato e c:ęquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a b:poſitum eſt æquale quadrato a c. ergo quadratum a c cum quadrato c e:eſt æquale quadrato a e. ergo per vltimam primi/ãgulus c eſt rectus. Ergo per correlarium 15 huius/linea a c:eſt cõtingens circulum. quod eſt propoſitum. ¶Si autem a b d non tranſit per centrum:ducatur a puncto a, linea tranſiens per centrum. Et quia quod fit ex hac tota in eius partẽ extrinſecam/eſt æquale ei quod fit ex d a in a b per præmiſſam: ipſum erit æquale quadraro lineæ a c. quare vt prius a c:erit contingens circulum.

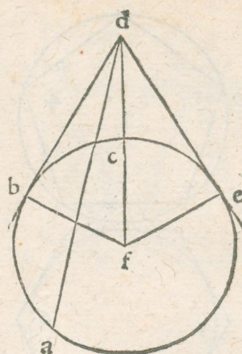
Eucli. ex Zamb. Theo. 31. prop. 37. Cõuerſa præcedentis.

¶Si extra circulum ſumatur ſignum aliquod/& ab eo ſigno in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint/& earum altera circulum ſecet altera vero cadat / ſit autem quod fit ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiam æquale ei quod fit ex cadente:cadens circulum tanget. 37



¶THEON ex Zamberto. ¶Extra circulũ igitur a b c:ſumatur ſignum ſitqꝫ illud d. & ab ipſo d: in circulum a b c incidant duæ rectæ lineæ d c a & d b. & d c a quidem circulum ſecet: & d b incidat. Sit autem quod fit ſub a d & d c:æquum ei quod fit ex d b. Dico q̃ d b:ipſum tangit circulum a b c. Excitetur enim per 17 tertij recta linea contingens circulum a b c:ſitqꝫ illa d e. Sitqꝫ per primam eiuſdem/f:centrum circuli a b c. et

connectantur f e, f b, & f d. Angulus igitur f e d rectus est. Et quoniã recta linea d e ipsum circulum a b c tangit, & recta linea d c a secat: quod fit igitur sub a d & d c, æquum est ei quod fit ex d e per præcedentẽ. Recipitur autẽ ꝙ id quod fit sub a d & d c æquũ sit ei quod fit ex d b. Quod igitur fit ex d e: æquum est ei quod fit ex d b. Aequalis igitur est d e: ipsi d b. Est autem & f e: æqualis ipsi f b. ex centro enim in circunferentiam. Duæ iam d e & e f: duabus d b & b f sutnæquales. & basis earum communis est f d. Angulus igitur d e f: per 8 primi, ãgulo d b f est æqualis. Rectus autẽ est angulus d e f. rectus igitur est, & qui sub d b f. Et f b eiecta: dimetiens est. quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur: circulum tangit per 16 tertij. Recta linea igitur d b: circulũ a b c tangit. Similiterq́ꝫ ostendetur: si centrum super a c contingat. Si extra circulum igitur sumatur signum aliquod: & reliqua quæ sequuntur. quod demonstrasse oportuit.



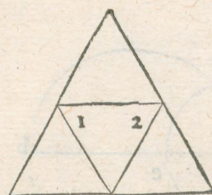
ℂEVCLIDIS MEGARENSIS Geometricorum elementorum tertij libri FINIS.

ℂEVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq́ꝫ facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber quartus.

EX Campano. Diffinitiones.



1 Igura intra figuram dicitur inscribi quãdo ea quæ inscribitur eius in qua iscribitur latera vno quoq́ꝫ suorum angulorũ ab interiore parte contingit.

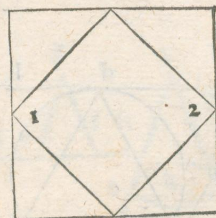


2 ℂCircunscribi vero figura figuræ perhibetur: quoties ea quidem figura, eius cui circunscribitus omnibus omnes angulos contingit.

EX Zamberto. Diffinitiones.



1 Igura rectilinea in figura rectilinea describi dicitur: quãdo vnusquisq́ꝫ inscriptæ figuræ ãgulus, vnumquodq́ꝫ latus eius in qua describitur tangit.

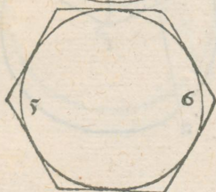


2 ℂFigura autem similiter circa figurã describi dicitur: quando vnumquodq́ꝫ latus circunscriptæ, vnũquenq́ꝫ angulum eius circum quem describitur tangit.



¶Figura rectilinea in circulo describi dicitur: quando vnus- 3
quisq; angulus inscriptæ/circuli circunferentiam tangit.

¶Circulus vero circa figuram rectilineam describi dicitur: 4
quando circuli circunferentia vnumquemq; eius circum quã describitur/angulum tangit.



¶Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur: quan- 5
do circuli circunferentia vnumquodq; latus eius in qua describitur/tangit.

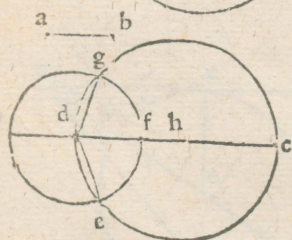
¶Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur: quã- 6
do vnumquodq; latus circunscriptæ/circuli circunferentiã tangit.



¶Recta linea in circulo congruere dicitur: quando eius ex- 7
trema in circuli circunferentiam cadunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 1.

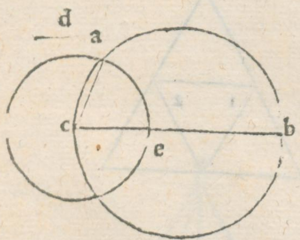
INtra datum circulum: datæ lineæ rectæ quæ 1
diametro minime maior existat/æquam rectã lineam coaptare.



¶CAMPANVS. ¶Sit linea data a b, circulusq; datus c d e cuius diameter c d, qua non est maior linea a b. volo intra datum circulum: coaptare lineam æqualem a b. quæ si fuerit æqualis diametro: constat propositum. Si autem minor: ex diametro sumatur d f: ei æqualis. & super punctum d secundum quantitatem lineæ d f: describatur circulus f e g, secans datum circulum in punctis g & e. ad alterum quorum: ducatur linea a puncto d, vt d e vel d g. eritq; vtralibet earum æqualis lineæ a b, eo q᷑ vtraq; earum est æqualis lineæ d f per diffinitionem circuli. quare habemus propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. propositio 1.

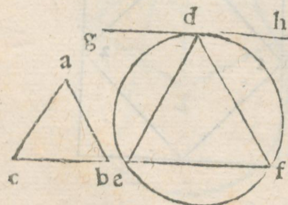
¶In dato circulo/ datæ rectæ lineæ minime maiori circuli 1
diametro existenti: æqualem rectam lineam coaptare.



¶THEON ex Zamberto. ¶Esto datus circulus a b c. data vero recta linea non maior circuli diametro: esto d. oportet iam in dato circulo a b c: ipsi d rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli a b c, dimetiẽs: sitq; b c. Si b c æqualis est ipsi d: iam factum est id quod proponitur. in dato enim circulo a b c, coaptatur recta linea b c: æqualis ipsi d. Si autem maior est b c, ipsa d: ponatur per 2 primi/ ipsi d æqualis c e. Et cẽtro quidem c, spacio vero c e: per 3 postulatum/ circulus describatur e a f. & connectatur c a. Quoniam igitur centrum circuli e a f, est signum c: per 15 diffinitionẽ primi/ æqualis est c a ipsi c e. Sed ipsi d: æqualis est ipsa c e. Igitur per primã cõmunem sententiam & d: æqualis est ipsi a c. In dato circulo igitur a b c, datæ rectæ lineæ d: æqualis aptatur c a. quod oportebat facere.

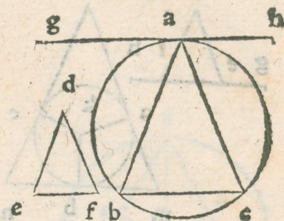
Eucli. ex Camp. Propositio 2.

INtra assignatũ circulum: triangulum triangulo 2
assignato æquiangulum collocare.



¶CAMPANVS. ¶Sit assignatus triãgulus a b c: assignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum: collocare vnũ triangulum æquiangulũ triangulo a b c. æquilaterum enim non est necessarium esse: sed est possibile. Produco g d h: cõtingẽtem circulum in puncto d. super quem facio angulũ h d f, ducta linea d f, æqualem angulo c: & angulum g d e, ducta linea d e, æqualẽ angulo b, & protraho lineã e f, eritq; per 31 tertij/ ãgulus e, æqualis ãgulo c; quia vterq;

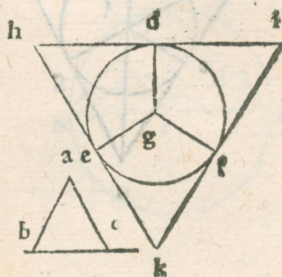
est æqualis angulo h d f.c quidem: per positionem. e vero: per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f: æqualis angulo b. quare per 32 primi/d tertius: erit æqualis a, tertio. quare habemus propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. propositio 2.

2 ¶In dato circulo: dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

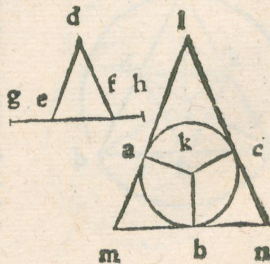
¶THEON ex Zamb. ¶ Sit datus orbis a b c: datũ autem triangulũ d e f. oportet iam in dato circulo a b c: ipsĩ d e f triangulo æquiangulum triangulum describere. Excitetur inquã per 17 tertij/recta linea tangens ipsum orbẽ a b c, sitq; g a h: & tangat in a. & cõstituatur per 23 primi/ad rectam lineã a h & ad signum in ea a: ei angulo qui est sub d e f ęqualis angulus h a c. ad rectã vero lineã a g & ad signũ in ca a: ei qui est sub d f e angulo: æqualis angulus g a b, per eandem. & cõtiũgantur b c. Quoniã circulum a b c tangit quædam recta linea g a h, & ab a contactu in circulum ducitur recta linea a c: angulus igitur qui est sub h a c, per 32 tertij/æqualis est ei qui sub alterno est circuli segmento/a b c angulo. Sed ãgulus h a c: ei qui est sub d e f, est æqualis. ãgulus igitur a b c: ei q sub d e f est ãgulo est æqualis. Et per hoc/angulus a c b: ei q est sub d f e angulo/est ęqualis. Et reliquus igitur angulus b a c: reliquo e d f est ęqualis. Aequiãgulum igitur est triangulũ a b c, ipsi d e f triangulo: & describitur in dato circulo a b c. In dato igitur circulo: dato triangulo æquiangulum triangulum describitur. quod facere oportebat,



Eucli. ex Camp. Propositio 3.

3 CIrca assignatum circulum: assignato triangulo triangulum ęquiangulum describere.

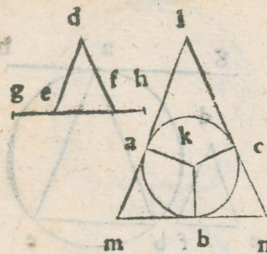
¶CAMP. ¶Sint vt prius/assignatus triãgulus a b c: assignatusq; circulus d e f, cuius cẽtrũ g. circa hũc circulũ: volo describere vnũ triangulũ æqangulũ triangulo a b c. æqlaterũ enĩ nõ est necessariũ: sed ẽ possibile. Producã basin b c in vtrãq; partẽ: vt fiãt duo ãguli extrĩseci. & a cẽtro g: ꝑducã lineã g d ad circũferẽtiã. & cõstituã ãgulũ d g e, ducta linea g e: ęqualẽ ãgulo b extrĩseco. & d g f, ducta linea g f: æqualẽ c extrinseco. & a pũctis d, e, f, producã in vtrãq; partẽ lineas orthogonaliter: q̃ ꝑ correlariũ 15 tertij/erũt cõtigẽtes circulũ. quas protrahã quousq; cõcurrant in punctis h, k, l. Necesse est enim ipsas cõcurrere. cũ enĩ vterq; ãgulorũ q sũt ad d, & vterq; eorũ q sũt ad e, sit rect9: si itelligatur protrahi linea d e, erũt duo ãguli q sunt ad partẽ h minores duobus rectis. quare ꝑ penultimã petitionẽ/in partẽ illã protractę: cõcurrent lineæ l d h, k e h. Eadẽ rõne cõcurrẽt duæ lineę h d l, k f l: cũ vterq; angulorũ q sũt ad f, sit etiã rectus. Quia ergo in quadrilatero h d e g, duo anguli d & e sũt recti: erũt duo anguli g & h æquales duob9 rectis. cuiuslibet enĩ quadrilateri quatuor anguli: sũt æquales quatuor rectis: vt mõstratũ ẽ/supra 32 primi. Et qa duo anguli b intrĩsec9 & extrĩsec9 sũt similiter æquales duob9 rectis ꝑ 13 primi/at vero b extrĩsec9 positus ẽ ęqlis d g e: erit itrinsec9 b, ęqualis h. Simili quoq; rõne erit c itrinsec9: æqualis l. Et qa duo anguli b & c intrĩseci sũt minores duob9 rectis ꝑ 17 primi: erũt similiter duo anguli h & l minores duob9 rectis. quare ꝑ penultimã petitionẽ/duę lineę h e & l f protractę: cõcurrẽt ĩ pũcto k. fietq; triãgul9 h k l. & quia angul9 h ẽ æqualis angulo b intrĩseco/& angul9 l angulo c intrĩseco: erit ꝑ 32 primi/angul9 k æqualis angulo a. quare habem9 propositũ.



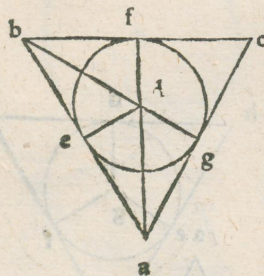
Eucli. ex Zamb. Problema 3. propositio 3.

3 ¶Circa datum circulum: dato triangulo ęquiangulum triãgulum describere.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c: datum autem triangulum sit d e f. oportet circa a b c circulum: ipsi d e f triangulo æquiangulum triangulum describere. Extendatur e f ex vtraq; parte: in g, h, signa. Et sumatur per primam tertij/centrum circuli a b c: sitq;



illud k. Et ducatur vtcumqꝫ recta linea k b. Et constituatur per 23 primi/ ad k b rectã lineam, ad signumqꝫ in ea k: angulo qui est sub d e g, ęqualis angulus b k a angulos autem d f h: æqualis angulus b k c. Et per signa a, b, c, per 17 tertij / excitentur rectę lineæ tangentes circulum a b c: sintqꝫ l a m, m b n, n c l. Et quoniam rectæ lineæ l m, m n, & n l tangunt circulum a b c in signis a, b, c, & a centro k in a, b, c, signa coniunctę sunt k a, k b, & k c: anguli igitur qui sunt ad signa a, b, c, recti sunt. Et quoniam quadrilateri a m b k, quatuor anguli quatuor rectis sunt æquales / & quoniam quadrilaterum a m b k in duo triangula diuiditur quorum anguli k a m & k b m duo recti sunt: reliqui igitur ãguli a k b & a m b duobus rectis sunt æquales. Anguli autem d e g & d e f: per 13 primi/ duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur a k b & a m b, anguli d e g & d e f sunt æquales. quorum angulus a k b: angulo d e g est æqualis. reliquus igitur angulus a m b: reliquo angulo d e f est æqualis. Similiter quoqꝫ ostendetur: ꝙ & angulus l n m angulo d f e est æqualis. & reliquus igitur angulus m l n: reliquo ãgulo e d f est æqualis. æqãgulũ igitur est triãgulũ l m n ipsi d e f triãgulo: & describitur circa circulũ a b c. Circa circulũ igitur datum: dato triangulo æquiangulũ descriptũ est. quod facere oportebat.

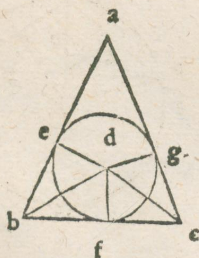


Eucli. ex Camp. Propositio 4.



Ntra datum triangulum: circulum describere. 4

❡CAMPANVS. ❡ Sit assignatus triangulus a b c. Volo intra ipsum: circulum describere. Hæc est quasi conuersa secundę. Diuido enim duos eius angulos a & b: per æqualia. a quidem: ducta linea a d. b vero: ducta linea b d. quæ concurrent in puncto d: a quo ducã perpendiculares ad tria latera ipsius trianguli. d e quidem: ad a b. d f: ad b c. & d g: ad a c. Et quia duorum triãgulorum e a d & g a d, angulus a vnius / est æqualis angulo a alterius / & vterqꝫ angulorum e & g rectus / & latus a d cõmune: erit per 26 primi / linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cum duorum triangulorum e b d & f b d angulus b vnius / sit æqualis angulo b alterius / & vterqꝫ angulorum e & f rectus / latus quoqꝫ d b commune: erit per eandem / linea e d æqualis lineæ d f. quare tres lineæ d e, d f, d g: sunt ęquales. Posito ergo cẽtro in d, descriptus circulus secũdũ quãtitatẽ vnius earũ: trãsibit per 9 tertij per reliquarũ duarũ extremitates. Et qa ꝑ correlariũ 15 tertij / vnaquaqꝫ linearũ a b, b c, c a, erit cõtingẽs circulũ: patet ꝑfectũ esse propositũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 4. propositio 4.

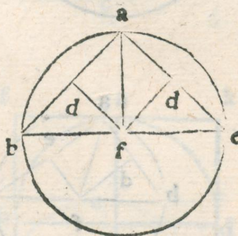
❡In dato triangulo: circulum describere.

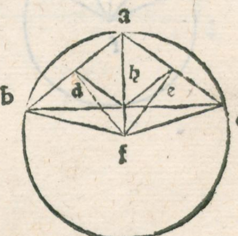
❡THEON ex Zamberto. ❡Sit datum triãgulum a b c. oportet iam in triãgulo a b c: circulũ describere. Secẽtur ꝑ 9 primi / ãguli a b c & a c b bifariã: sub rectis lineis b d & c d q̃ cõcurrãt adinuicẽ ĩ signo d. Excitenturqꝫ ꝑ 12 primi / ab ipso d, in ipsas a b, b c, & c a rectas lineas: perpẽdiculares d e, d f & d g. Et qm̃ ęqualis ẽ ãgulus a b d ãgulo c b d, & ãgulus b e d rectus ęqualis est ãgulo b f d recto: duo iã triãgula sũt e b d, f b d, duos ãgulos duobus ãgulis habẽtia ęquales / & vnũ latus vni lateri ęquale explicatũ sub vno ęq̃liũ ãgulorũ eorũ / cõe autẽ b d. & reliqua igit̃ latera per 26 primi / reliqs lateribꝰ ęq̃lia habebũt. ęqualis igit̃ ẽ d e: ipsi d f. & ꝑ hoc iã & d g: ipsi d f ẽ ęqualis. quare & d e ipsi d g ẽ ęqualis. tres igit̃ d e, d f & d g: sibi inuicẽ sũt ęquales per primã cõmunẽ sentẽtiã. Cẽtro igit̃ d, spatio vero aut d e aut d f aut d g, circulus descriptus: per reliqua signa trãsiet. & tãget rectas lineas a b, b c & c a: qm̃ ãguli ĩ e, f, g, signis existẽtes / recti sũt. Si enĩ eas secat: erit ab extremitate diametri circuli ad ãgulos rectos excitata / ĩ circulũ cadẽs. qd̃ esse ĩpossibile: patuit ꝑ 16 tertij. Circulus igitur descriptus cẽtro d, spatio vero aut d e aut d f aut d g: rectas lineas a b, b c & c a non secat. tanget igitur eas per correlarium eiusdem. & erit circulus descriptus in triangulo a b c. In dato triangulo igitur a b c: circulus descriptus est e f g. Quod facere oportebat.

5 Irca trigonum assignatum/ siue illud sit orthogo
nium/siue amblygonium/siue oxygonium:circu
lum describere.

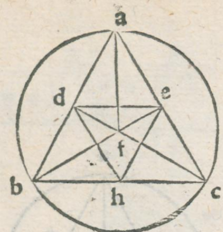


CAMPANVS. ¶ Sit trigonus assignatus a b c. Volo cir
ca ipsū: describere circulū. Hęc est quasi conuersa tertię. Diuido duo eius
latera a b & a c: per æqualia. a b qdē: in pūcto d. & a c: i pūcto e. a quibus
punctis produco perpendiculares ad lineas a b & a c: quas protraho quo-
usqꝫ concurrant in puncto f. sintqꝫ d f & e f. Concurrent enim. quoniam
cum vterqꝫ angulorū d & e sit rectus/si intelligatur protrahi linea d e: fi-
ent duo anguli ad partem in quam prohahunt/minores duobus rectis.
quare concurrent per penultimam petitionem. igitur a puncto f qui est
punctus concursus/quem dico esse centrum circuli quæsiti/ protraho li-
neas ad singulos angulos: quæ sunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d
f, duo latera a d & d f sunt æqualia duobus lateribus b d & d f triangu
li b d f, & angulus d vnius angulo d alterius/quia vterqꝫ rectus: erit per
4 primi f a æq̄lis f b. Eadē ratione erit f a æq̄lis f c: cōparatis lateribus
angulis duorum triangulorum a c f & c e f. ergo per 9 tertij/punctum f:
erit centrum circuli quæsiti. Hæc est vniuersalis demonstratio ad omnes
species trigoni. ¶ Quia tamen auctor videtur velle medium variare di-
stinguendo inter orthogonium/amblygonium & oxygonium: de quoli-
bet eorum sigillatim est demonstrandum. ¶ Sit ergo trigonus proposi-
tus orthogonius: sitqꝫ angulus a, rectus. Latus b c a respiciens hunc an
gulum rectum/ diuido per æqualia in f: a quo puncto quem dico esse cen-
trum circuli/ad medium punctum vtriusqꝫ duorum reliquorum laterum
qui sit d, duco lineā f d. Et quia linea f d diuidit duo latera a b & b c tri
anguli a b c per æqualia: ipsa erit æquidistans tertio/ videlicet lineæ a c.
hoc enim demonstratum est: supra 39 primi. Et quia angulus a positus
est rectus: erit per secundam partem & per tertiam 29 primi/ vterqꝫ an-
gulorum qui sunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a. eritqꝫ per 4
primi/linea a f æqualis lineæ b f: comparatis adinuicem lateribus &
angulis triangulorum a d f, b d f. Et quia linea b f est æqualis lineæ
c f: erunt tres lineæ b f, a f, c f adinuicem æquales. quare per 9 tertij/
erit f: centrum circuli quæsiti. ¶ Sit rursus trigonus a b c, amblygonius:
sitqꝫ angulus a, obtusus. Latus b c respiciens hunc angulum obtusum/
diuido per æqualia in puncto h: a quo ad media puncta duorum reli-
quorum laterum/quæ sunt d & e: duco lineas h d & h e. eritqꝫ d h
æquidistans a c, & e h æquidistans a b: propter id quod demonstra-
tum est/supra 39 primi. videlicet ꝙ linea secans duo latera alicuius
trianguli per æqualia: tertio est æquidistans. quare per secundam partem
29 primi/erit vterqꝫ duorū angulorū b d h & c e h: æqualis angulo a.
& ideo vterqꝫ obtusus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineam
a b, et e f ad lineam a c, quousqꝫ concurrant in puncto f quem di-
co esse centrum circuli (manifestum est enim eas concurrere: propter
causam prius dictam) secabit vtraqꝫ earum/ lineam b c quæ respicit
obtusum/& concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui
est punctus cōcursus earum/produco lineas f a, f b, f c: quæ per 4 pri-
mi bis assumptam erunt æquales/comparatis primo lateribus & an-
gulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorum a
e f, c e f. quare per 9 tertij/f: est centrum circuli quæsiti. ¶ Esto ite-
rum vt trigonus a b c: sit oxygonius. Diuisis omnibus eius late-
ribus per æqualia/ videlicet latere a b in puncto d, et latere a c in
puncto e, & b c in puncto h: protraho lineas d e, d h & e h. eritqꝫ
d h æquidistans a c, & e b ipsi a b: propter id quod demonstratum
est/ super trigesimanonā primi. quare per secundam partem 29 primi/



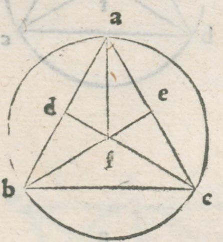






vterq; angulorum b d h, c e h erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineã a b, & e f ad lineam a c: manifestum est eas concurrere intra triangulũ a b c. sitq; punctus concursus/ f: quem dico esse centrum circuli. produco enim lineas f a, f b, f c: quę per 4 primi bis assumptam vt prius/ erunt æquales. quare per 9 tertij/ erit f: centrum circuli quæsiti.

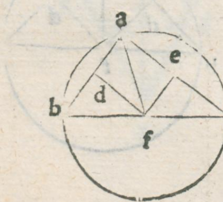
¶CORRELARIVM. ¶ Per prædicta patet/ ꝙ si triãgulus fuerit orthogonius: centrum circuli circunscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit amblygonius: centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius: cadet intra triangulum.

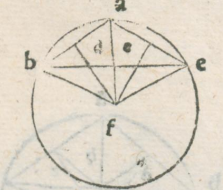


Eucli. ex Zamb. Problema 5. propositio 5.

¶Circa datum triangulum: circulum describere. 5

¶THEON ex Zamb. ¶Sit datum triangulum a b c. oportet iam circa datum triangulum a b c: circulum describere. Secẽtur enim per 10 primi/ a b & a c rectę lineæ bifariam: in d & e signis. & ab ipsis d, e, signis: ipsis a b & a c per 11 primi ad angulos rectos excitentur d f & e f. Concurrunt autem: aut intra ipsum triãgulũ a b c, aut in ipsa recta linea b c, aut extra rectam lineam b c. Concurrant igitur primũ intra ipsum triangulum: in f signo. connectanturq; per primum postulatum: f b, f c & f a. Et quoniam æqualis est a d ipsi d b, cõmunis autem d f & ad angulos rectos: basis igitur a f per 4 primi/ basi f b est æqualis. Similiter iam ostendemus: ꝙ & c f ipsi a f est æqualis. quare f b: ipsi f c est æqualis. Tres igitur f a, f b & f c: sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur f, spatio vero aut f a aut f b aut f c, circulus descriptus/ transiet per reliqua signa: & erit circulus descriptus circa triangulum a b c. describatur iam sicut a b c. ¶ Sed rectæ lineę d f & e f: concurrant super b c recta linea in signo f, sicut secũda habet descriptio. & connectatur a f. similiter quoq; ostendemus ꝙ f signum: centrũ est circuli descripti circa a b c triangulum. ¶ Sed iam d f & e f rectæ lineæ: concurrant extra ipsum triangulum a b c in signo f. Rursus sicut habet tertia descriptio: coniũgãtur a f, f b & f c rectæ lineæ. & quoniam rursus ęqualis est a d ipsi d b, cõmunis autem d f: basis igitur a f per 4 primi/ basi b f est æqualis. Similiter quoq; ostẽdemus: ꝙ & c f ipsi a f est æqualis. Centro rursus igitur f, spatio vero aut f a aut f b aut f c, circulus descriptus/ transiet per reliqua signa: & erit descriptus circa a b c triãgulum. describatur sicut a b c. Circa datum igitur triangulum descriptus circulus est. quod facere oportebat.





¶CORRELARIVM. ¶Et manifestum est ꝙ quando introrsum trianguli/ cadit centrum circuli: angulus b a c existens in maiori circuli segmẽto/ recto minor est. Quando autem in b c rectam lineam: in semicirculo existens angulus/ rectus est. Quãdo vero extra ipsam b c rectam lineam/ centrum cadit: angulus b a c existens in minore circuli segmento / recto maior est. Quare & quando minor recto contingit datus angulus: introrsum ipsius trianguli concurrunt d f & e f rectæ lineæ. Quando autem rectus: super b c. Quando vero maior recto: extra ipsam b c. quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 6.



Ntra datum circulum: quadratum describere. 6

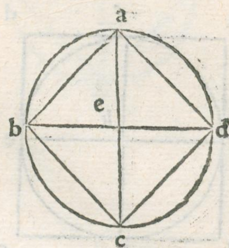
¶CAMPANVS ¶Sit datus circulus a b c d: cuius centrũ e. volo intra ipsum describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros a c & b d: secantes se orthogonaliter supra centrum e. quarum extremitates cõiungo: protractis lineis

a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratum quæsitum. ipsę enim erunt æquales adinuicem per 4. primi ter assumptam: propter id quod quatuor lineæ e a, e b, e c, & e d sunt æquales/& quatuor anguli qui sunt ad e, recti. sed vnusquisq; quatuor angulorũ a, b, c, & d est rectus/per primam partem 30 tertij: propter id quod quilibet eorum est in semicirculo. erit igitur a b c d: quadratum per diffinitionem. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 6. propositio 6.

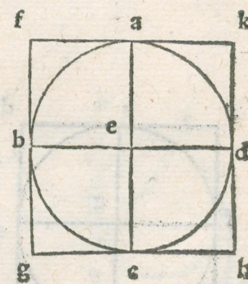
6 ¶ In dato circulo: quadratum describere.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datus circulus a b c d. oportet iam in circulo a b c d: quadratum describere. Excitentur enim ipsius circuli a b c d, diametri ad angulos rectos adinuicem: sintq; a c & b d. et coniungãtur a b, b c, c d, & d a. Et quoniam æqualis est b e ipsi e d per diffinitionẽ 15 primi/centrum vero est e, cõmunis autẽ et ad angulos rectos e a: basis igitur a b, per 4. primi basi a d est ęqualis. et per hoc/iam vtraq; ipsarum b c & c d: vtriq; ipsarum a b & a d est æqualis. æquilaterum igitur: est quadrilaterum a b c d. Dico etiam q̃ & rectangulum. quoniam enim recta linea b d, dimetiens est circuli a b c d: semicirculus igitur est b a d. rectus igitur est ãgulus b a d: per 31 tertij/& per hoc iam & vnusquisq; angulorum contentorum sub a b c, b c d, & c d a: rectus est. Rectangulum igitur: est quadrilaterum a b c d. ostensum autem est q̃ & ęquilaterũ. quadratum igitur est: per 27 diffinitionem primi. et describitur in circulo a b c d. quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 7.

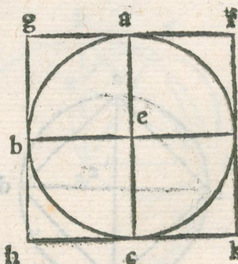
7 CIrca propositũ circulum: quadratum describere. ¶ CAMP. ¶ Sit propositus circulus a b c d: cuius centrum e. volo circa ipsum: describere quadratũ. Protraho in ipso duas diametros a c et b d: secantes se orthogonaliter super centrum e. a quarum extremitatibus duco in vtramq; partẽ lineas orthogonaliter: quousq; quælibet earũ concurrat cũ duabus lateralibus. sintq; puncta cõcursus earum: f, g, h, k. eritq; per correlarium 15 tertij/vterq; angulorum qui sunt ad vnumquemq; quatuor punctorum, a, b, c, d: rectus. quia ergo in quadrilatero a f b e tres ãguli a, b & e sunt recti: erit quartus angulus qui est f, rectus. habet enim quodlibet quadrilaterum/quatuor angulos æquales quatuor rectis: vt demonstratum est/supra 32 primi. Eadem ratione quilibet angulorum g, h, & k: erit rectus. ergo per secundam partem 28 primi/duæ lineæ f g & k h, itemq; duæ f k et g h: sunt æqdistãtes. ergo per 34 primi/f k est æqualis g h: et f g ipsi k h. Et quia per eãdẽ/f k est ęqualis b d, et f g ipsi a c, at vero b d est ęqualis a c: erũt quatuor lineæ f k, g h, f g, et k h, æquales. Sed & quatuor anguli f, g, k, h sunt recti: vt probatum est prius. ergo f g k h est quadratũ per diffinitionem. Quod est propositum.

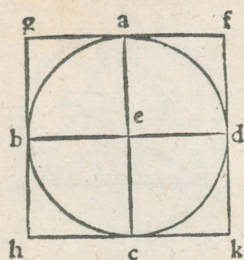


Eucli. ex Zamb. Problema 7. propositio 7.

7 ¶ Circa datum circulum: quadratum describere.

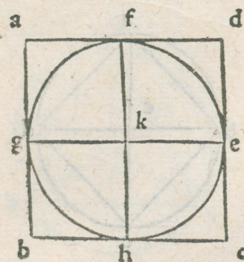
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datus circulus a b c d. Oportet iam circa ipsum a b c d circulum: quadratum describere. Excitentur ipsius circuli a b c d, duæ diametri ad angulos rectos adinuicem/sintq; a c et b d: et per signa a, b, c, d, excitentur per 17 tertij/rectæ lineæ tangentes circulum a b c d, sintq; f g, g h, h k, et k f. Quoniam igitur recta linea f g, ipsũ circulum a b c d tangit in signo a, & ab e centro in ipsum a contactũ coniungitur recta linea e a: anguli igitur qui sunt ad a, sunt recti per 18 eiusdem. & ob id iam et anguli qui ad b, c, d, signa: sunt recti. Et quoniam angulus a e b rectus est/& angulus qui sub e b g quoq; rectus est: parallelus igitur ẽ g h ipsi a c per 28 primi. & ob id quoq;, a c ipsi f k parallelus est. Similiter quoq; iam ostendemus: q̃ & vtraq; ipsarum g f & h k, ipsi b e d parallelus est. parallelogrãma igitur sunt g d, g c, a k, f b, & b k. æqualis igitur est g f ipsi h k: & g h ipsi f k per 34 primi. Et qm̃





æqualis est a c ipsi b d, sed a c vtriq; ipsarum g h & f k est æqualis/& b d vtrisq; ipsarum g f & h k est æqualis: vtraq; igitur ipsarum g h & f k, vtriq; ipsarum g f & h k est æqualis. æquilaterum igitur est: f g h k quadrilaterum. Dico q & rectangulum. Quoniam parallelogrammum est g b e a, & angulus a e b rectus est: rectus igitur est & qui sub a g b est ãgulus/ per 34 primi. similiter quoq; ostendemus q & qui ad h, k, f, anguli consistunt: recti sunt. Rectangulũ igitur est. & circa a b c d circuculum: descriptum est. Circa datum igitur circulum: quadratũ describitur. quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propositio 8.

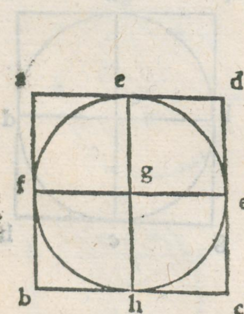



Ntra quadratũ assignatum: circulum describere. 8

CAMPANVS. Sit quadratum assignatum a b c d. Volo intra ipsum: describere circulum. Hæc est quasi cõuersa 6. Diuido vnumquodq; latus eius per æqualia: a d quidem in pũcto f, b a in puncto g, c b in pũcto h, & d c in pũcto e. & produco lineas e g & f h, secantes se in puncto k: quem dico esse centrum circuli. erit enim f h æquidistans & æqualis a b, per 33 primi: propter id quod a f & b h sunt æquales & æquidistantes. Similiter per eandem & d c ipsi a b. & quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem æquales: erũt per 34 primi quatuor lineæ k e, k f, k g, & k h, æquales. ergo per 9 tertij/ k: est centrum circuli quæsiti.

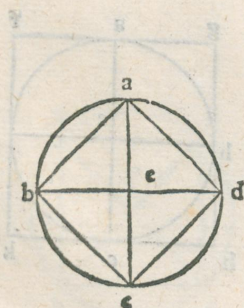
Eucli. ex Zamb. Problema 8. propositio 8.

In dato quadrato: circulum describere. 8



THEON ex Zamberto. Esto datum quadratum a b c d. Oportet iã in a b c d quadrato: circulum describere. secetur per 10 primi/ vtraq; ipsarum a b & a d: bifariam in e, f, signis. & per e: vtriq; ipsarum a b, & d c, per 31 primi/ parallelus excitetur e h. & per f: vtriq; ipsarum a d & b c, per 31 primi/ parallelus excitetur f k. Parallelogrammum igitur est vnumquodq; ipsorũ: a k, k b, a h, h d, a g, g c, b g, & g d. & eorum latera/ videlicet quæ ex opposito/ sunt æqualia: per 34 primi. & quoniam ęqualis est a d ipsi a b, & ipsius a d dimidium ẽ a e, & ipsius a b dimidium est a f: æqualis igitur est a e: ipsi a f. quare & quæ ex opposito: per eandem sunt æquales. æqualis igitur est f g: ipsi e g. Similiter quoq; ostendemus q & vtraq; ipsarum g h, & g k: vtriq; ipsarum f g, et g e est æqualis. Quatuor igitur g e, g f, g h, & g k: sibi inuicem sunt æquales/ per primam communem scientiam. Centro igitur g, spacio vero aut g e, aut g f, aut g h, aut g k, circulus descriptus: transiet etiam per reliqua signa. & tanget a b, b c, c d, & d a rectas lineas: quoniam anguli qui sunt ad signa e, f, h, k, recti sunt. Si enim circulus/ rectas lineas a b, b c, c d, & d a secat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos/ introrsum ipsius circuli cadit. quod est impossibile: per 16 tertij. Cẽtro igitur g, spatio autem aut g e, aut g f, aut g h, aut g k circulus descriptus: ipsas rectas lineas a b, b c, c d, & a d non secat. tangit igitur eas per correlarium eiusdem: & descriptus est. In dato quadrato igitur: & reliqua quæ sequũtur. quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

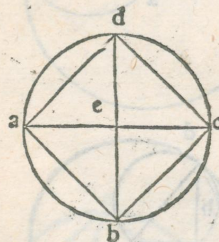
Irca assignatum quadratum: circulum describere. 9

CAMPANVS. Sit quadratum a b c d. Volo circa ipsũ: circulum describere. Hęc ẽ quasi cõuersa 7. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se in puncto e: quẽ dico esse centrũ circuli. Cũ enĩ lineæ a d, & a b sint æquales: erũt per 5 primi/ anguli a d b & a b d æquales. & quia ãgulus a totalis est rectus: erit per 32 primi vterq; eorum medietas recti. simili quoq; modo probabitur quemlibet partialium angulorum a prædictis diametris & lateribus quadrati propositi contentorum: esse medietatem recti. Quia igitur angulus e a d est æqualis angulo e d a: erit per 6 primi/ linea e a

æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b: & e c æqualis e d. quare/ quia quatuor lineæ e a, e b, e c, c d, ſunt æquales: erit per 9 tertij/ e centrum circuli quæſiti. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema 9. propoſitio 9.

9 ¶ Circa datum quadratum: circulum deſcribere.

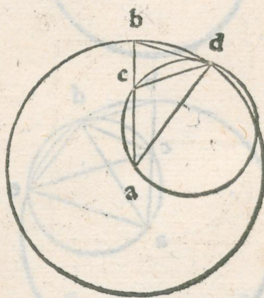


¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datũ quadratum a b c d. oportet iam circa a b c d quadratum: circulum deſcribere. Coniunctæ rectæ lineæ a c & d b: ſeſe inuicem ſecent in e. Et quoniam æqualis eſt d a ipſi a b, communis autem a c: duę igitur d a & a c, duabus b a & a c ſunt ęquales/ altera alteri. & baſis d c: per 4 primi/ baſi b c eſt ęqualis. angulus igitur d a c: per 8 primi/ ei qui ſub b a c eſt angulo æqualis eſt. Angulus igitur d a b: bifariam diuiditur ſub a c. Similiter iam oſtendemus ꝙ & vnuſquiſq; angulorum qui ſunt ſub a b c, b c d, & c d a: bifariam diuiditur ſub a c & d b rectis lineis. Et quoniam angulus d a b æqualis eſt angulo a b c, & anguli d a b angulus e a b dimidiũ eſt/ & anguli a b c dimidium eſt angulus e b a: angulus igitur e a b angulo e b a eſt æqualis. quare per 6 primi: & latus e a: lateri e b eſt æquale. Similiter iã oſtẽdemus ꝙ & vtraq; ipſarum e a & e b rectarum linearum: vtriq; ipſarum e c & e d eſt æqualis. Igitur e a, e b, e c, & e d: ſibi inuicem ſunt æquales. Cẽtro igitur e, ſpacio vero aut e a, aut e b, aut e c, aut e d, circulus deſcriptus: tranſiet per reliqua ſigna/ & erit deſcriptus circa a b c d quadratum. deſcribatur ſicut a b c d. Circa datum igitur quadratum; circulus deſcribitur: quod feciſſe oportuit.

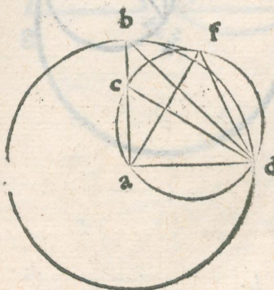
Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

10 

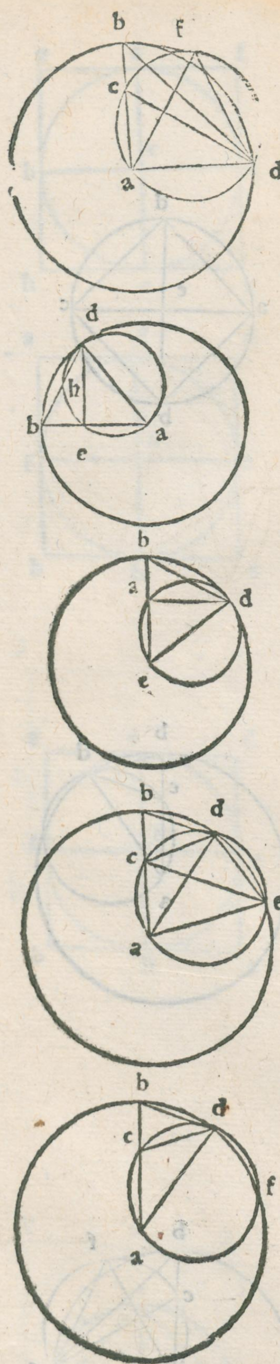
Vum æqualium laterum triangulum deſignare: cuius vterq; duorum angulorum quos baſis obtinet/ reliquo duplus exiſtat.



¶ CAMPANVS. ¶ Intentio eſt deſcribere vnum triangulũ duũ æqualiũ laterũ & tertij inęqualis: cuius vterq; angulorũ qui ſuper latus quod eſt reliquis inæquale/ exiſtunt/ ad tertium duplus exiſtat. Ad hoc autem faciendum: ſumatur linea quęlibet quæ ſit a b. quæ diuidatur ſecundum quod docet 11 ſecũdi in puncto c: ita ꝙ illud quod fit ex a b in b c ſit æquale quadrato a c. Factoq; puncto a centro: ſecundum ipſius quãtitatem deſcribatur circulus b d e, intra quem per primam huius coaptetur linea b d æqualis lineæ a c. & producãtur duæ lineæ: d a, d c. Dico triangulum a b d: eſſe qualis proponitur. Circunſcribatur circulus qui ſit d c a, per h huius: triangulo d c a. Quia ergo linea d b eſt æqualis lineæ a c: erit quod fit ex a b in b c æquale quadrato lineæ b d. quare per vltimam tertij/ b d linea: eſt contingẽs circulum d c a. & per 31 eiuſdem/ ãgulus c d b: eſt æqualis angulo c a d. Poſito ergo communi angulo c d a: erit totus angulus b d a æqualis duobus angulis c a d, c d a. ſed per 32 primi/ angulus b c d eſt ęqualis eiſdem: quia extriſecus ad ipſos. ergo b d a: eſt æqualis angulo b c d. & quia angulus a d b eſt æqualis angulo a b d per 5 primi/ eo ꝙ latera a b & a d ſunt æqualia: erit angulus b c d æqualis angulo c b d. ergo per 6 primi/ linea c d: eſt æqualis lineæ b d. quare & lineæ c a. ergo per 5 primi/ angulus c a d: eſt æqualis angulo c d a. Quia ergo vterq; angulorum c d b & c d a eſt æqualis angulo c a d: erit totus angulus b d a duplus ad angulũ d a b. & ideo angulus a b d ſibi æqualis: duplus eſt etiam ad angulum b a d. quod eſt propoſitum.



¶ CAMPANI additio. ¶ Forſan dicet aduerſarius circulum d c a circunſcriptum trigono partiali: ſecare circulum b d e in aliquo puncto arcus b d. ita ꝙ ſimul ſecabit lineam b d. vnde ipſa non erit circulo applicata ſicut in demonſtratione ſupponitur: ſed ipſum ſecans. Sit ergo ſi poſſibile eſt: vt ponit aduerſarius. & a puncto b ducatur ad ipſum circulum minorẽ/ contingens b f: & ducãtur lineæ f a, f d. eritq;



per penultimã tertij/qđ fit ex a b in b c:ęq̃le quadrato b f.ergo b f est ęq̃lis b d.quare per 5 primi/ãgulus b f d est:ęqualis ãgulo b d f.& quia per 31 tertij/ãgulus b f a:ẽ ęq̃lis ãgulo a d f:erit ãgulus b d f maior ãgulo a d f.qđ ẽ ĩpossibile:cũ ipse sit pars eius. ¶Aliter possumus illud refellere:& ostẽdere q̃ ille minor circulus nullo modo secabit lineã b d.Forsan enim diceret:q̃ secaret eam/non secando arcum d b maioris circuli.Si enim possibile est q̃ secet eam:sit hoc in puncto h.eritq; quod fit ex a b in b c: æquale ei quod fit ex d b in b h.Monstratum est enim/supra penultimam tertij q̃ si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet lineæ secantes ad circulum ducantur:quę sub totis & earum portionibus extrinsecis continẽtur/ æqualia suut adinuicẽ.& quia quod fit ex a b in b c est ęquale quadrato b d:erit quod fit ex d b in b h æquale quadrato d b.quod est impossibile:per secundam secundi.quare constat propositum. ¶Et nota q̃ minor circulus necessario secabit maiorem:& abscindet ab eo arcum vnum æqualem arcui b d.& maior abscindet similiter ab eodem vnũ arcum æqualem arcui d c. Quod sic probatur.Si enim minor non secat maiorem:contingit ergo ipsum in puncto d.Et quia per 11 tertij circulorum se contingentiũ centra & punctus contactus sunt in linea vna:erit cẽtrũ minoris circuli in linea a d,propter hoc q̃ in ea est cẽtrũ maioris & pũctus cõtactus.ergo p 30 tertij/ãgulus a c d:est rectus. quare & ãgulus a d b:est rectus.similiter & ãgulus a b d sibi ęq̃lis:est rectus.qđ est ĩpossibile per 32 primi. ¶Secet ergo ipsũ in pũctis e,d.dico arcũ e d maioris/esse ęqualẽ arcui d b:et arcũ e d minoris/esse ęqualẽ arcui d c.Produco lineas d e,c e et e a.eritq; per 26 tertij/vnusquisq; quatuor angulorũ qui sũt d e c, c e a,d a c et a d c,æqualis alij: propter id q̃ duo arcus d c & c a sunt æquales per 27 eiusdem. quare totalis angulus a e d:duplus est ad angulum b a d.& ideo æqualis vtriq; angulorum a b d & a d b.Et quia angulus a e d est æqualis ãgulo a d e per 5 primi/propter id q̃ a e & a d sũt æquales/a cẽtro enĩ ad circunferentiã:erunt duo anguli e,d,trianguli a e d æquales duobus angulis d & b trianguli a d b.ergo per 32 primi/reliquus angulus a vnius:est æqualis reliquo angulo a alterius.Ergo per 25 tertij/arcus e d maioris/est æqualis arcui d b: & per eãdem/arcus e d minoris/est æqualis arcui d c.& hoc est quod proposuimus.

Eucli.ex Zamb. Problema 10.propositio.10.

¶Isosceles triangulum constituere: habens vnumquẽq; eo- 10
rum qui ad basin sunt angulorum duplum reliqui.

¶THEON ex Zamb. ¶Ponatur quædam recta linea a b:seceturq; per 11 secundi in c signo vt sub a b & b c cõpręhensum rectangulũ æquũ sit ei qđ fit ex c a quadrato.& cẽtro a,spacio vero a b:p 3 postulatũ circulus describatur b d e.Appliceturq; in circulo b d e ipsi a c rectę lineæ nec maiori existẽti diametro ipsius circuli b d e,ęqualis recta linea b d/per 1 quarti:& connectantur a d & d c.describaturq; per 5 eiusdem/circa a c d triãgulum:circulus a c d f.Et quoniã quod fit sub a b & b c rectangulũ ęquũ est ei quod fit ex a c quadrato(id enim receptum est)æqualis autem est a c ipsi b d:quod igitur fit sub a b & b c/æquum est ei quod fit ex b d.Et quoniam extra circulum a c d f suscipitur signum aliquod b ,& ab ipso b in circulum a c d f ceciderunt duæ rectæ lineæ b c a & b d,& earum vna secat & altera cadit/& id quod fit sub a b & b c æquum est ei quod fit ex b d: igitur per 37 tertij/b d tangit circulũ a c d f. Quoniam igitur b d tangit in d signo/ab ipso autem d contactu dirigitur d c:ãgulus igitur b d c per 32 eiusdem æqualis est ei qui in alterno est circuli segmento/angulo qui sub d a c.Quoniam igitur æqualis est angulus b d c angulo d a c: cõmunis apponatur angulus c d a.Totus igitur angulus b d a:ęqualis est duobus qui sub c d a & d a c sunt angulis.Sed eis qui sunt sub c d a & d a c æqualis est angulus exterior b c d,per 32 primi.& angulus igitur b d a: æquus est angulo b c d.Sed angulus b d a ei qui sub c b d per 5 primi est æqualis:quoniam latus a d per 15 diffinitionem primi lateri a b est

æquale. quare & angulus d b a; per 1 communem scientiam angulo b c d est æqualis. Tres igitur anguli b d a, d b a, & b c d: sibi inuicē sunt æquales. Et quoniam æqualis est angulus d b c angulo b c d: æquale est & latus b d lateri d c. Sed b d: ipsi c a est æqualis per hypothesin. & a c igitur: ipsi c d est æqualis. Quare & angulus c d a; per 5 primi angulo d a c est æqualis. Igitur anguli qui sūt sub c d a & d a c: eius qui sūt sub c a d dupli sunt. Angulus autem sub b c d: angulis qui sunt sub c d a & d a c est æqualis. Et angulus igitur b c d: eius qui est sub c a d anguli duplus est. Aequalis autem est angulus b c d: vtriq; ipsorum sub b d a & d b a angulorum. Et vterq; igitur eorum qui sunt sub b d a & d b a āgulorū: eius qui est sub d a b duplus est. Isosceles igitur triangulum constituitur a b d: habens vnumquemq; eorum qui ad basin d b sunt angulorum/duplicem reliqui. quod fecisse oportuit.

11 Eucli. ex Camp. Propositio. 11.

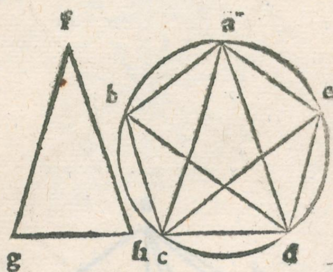

Ntra datum circulum: ęquilaterum atq; æquiangulum pentagonum describere.



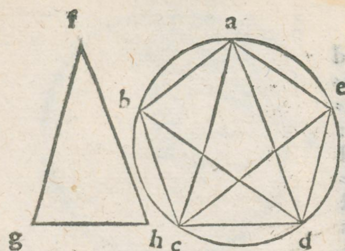
¶CAMPANVS. ¶Sit datus circulus a b c. Volo intra ipsū describere pentagonum vnum ęquilaterū atq; æquiangulū. Designo triangulum vnum qualem præmissa proponit: qui sit 2. cui alium æquiangulum intra datum circulum describo sicut docet 2 huius: qui sit a b c. sitq; vterq; angulorum a b c & a c b: duplus ad angulum c a b. Vtrumq; eorum diuido per æqualia: ductis lineis b e & c d. eruntq; per 25 tertij/quinq; arcus in quos quinq; puncta a, d, b, c, e, diuidunt circulū/adinuicem æquales: propter id q; quinq; anguli qui in dictos arcus cadunt/sunt adinuicem æquales. Continuatis igitur illis quinq; punctis per lineas rectas quæ sunt a d, d b, b c, c e & e a: erit pētagonus a d b c e inscriptus dato circulo qualis proponitur. Est enim æquilaterus per 28 tertij: cum quinq; arcus quorum eius quinq; latera sūt chordæ/sint adinuicem æquales. Et etiam æquiangulus per 26 eiusdem: eo q; quinq; arcus d a e, a e c, e c b, c b d, & b d a, in quos anguli ipsius pentagoni cadunt/sunt adinuicem æquales. Sicq; constat propositum.

11 Eucli. ex Zamb. Problema. 11. propositio. 11.

¶In dato circulo: pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



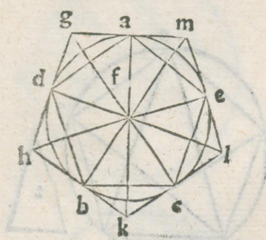
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c d e. oportet iam in a b c d e circulo: pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Ponatur per præcedentem/triangulum isosceles sitq; illud f g h: duplū habens vnumquemq; eorum qui sunt ad g, h, angulorum/reliqui hoc est eius qui est ad f. Et describatur per 2 quarti/in circulo a b c d e: triangulo f g h, æquiangulum triangulum a c d. Quoniam angulo qui ad f, angulus qui est sub c a d est æqualis/& vterq; eorum qui ad g, h, sunt angulorum/vtriq; eorum angulorum qui sunt sub a c d & c d a est æqualis: & vterq; igitur eorum qui sunt sub a c d & c d a/eius qui est sub c a d duplus est. Secetur per 9 primi/vterq; eorum qui sunt sub a c d & c d a angulorum/bifariam sub c e, d b rectis lineis: & coniungantur a b, b c, d e, & e a. Quoniam igitur vterq; angulorum qui sunt sub a c d & c d a eius qui sub c a d est anguli duplus est, & dissecti sunt bifariam sub rectis lineis c e & d b: quinq; igitur anguli qui sunt sub d a c, a c e, e c d, c d b, & b d a, sibi inuicem sunt æquales. Sed anguli æquales: in æqualibus circunferentijs deducuntur per 26 tertij. quinq; igitur circunferentiæ a b, b c, c d, d e, & e a: sibi inuicem sunt æquales. Sed sub æqualibus circunferentijs: per 29 eiusdem, æquales rectæ lineæ subtenduntur. quinq; igitur rectæ lineæ a b, b c, c d, d e & e a: sibi inuicem sunt æquales. æquilaterum igitur est pentagonum a b c d e. Dico iam q; & ęquiangulum. Quoniam enim circunferentia a b, circunferentiæ d e est æqualis: communis apponatur b c d. tota igitur circunferentia a b c d: toti circunferen-



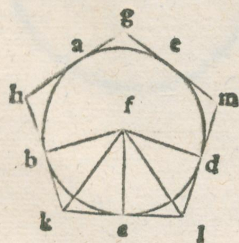
tię e d c b est æqualis.& deducitur quidem super a b c d circunferētia/ angulus a e d:& super e d c b circunferētia/deducitur angulus b a e.& angulus igitur qui sub b a e: ei qui sub a e d est angulo/æqualis est.& ob id vnusquisq; eorum qui sunt sub a b c & b c d & c d e angulorum: vnicuiq; eorum qui sunt sub b a e & a e d angulorum est æqualis. Aequiangulum igitur est: pentagonum a b c d e. ostensum autem est ꝙ & æquilaterum. In dato circulo igitur: pentagonum æquilaterum & æquianglum descriptum est. quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

CIrca propositum circulum :pentagonum ęquilaterum atq; ęquiangulum designare. 11



¶CAMPANVS. ¶Sit propositus circulus a b c: cuius centrū f. Volo circa ipsū designare pētagonū: æqlaterū atq; æquiangulū. Supra circūferētiā ipsius circuli (quasi secūdū doctrinā premissę sibi inscripsissē pentagonū) quinq; pūcta angularia notabo: q̄ sint a, d, b, c, e: ad quæ a centro ducā lineas f a, f d, f b, f c, f e. & ab eisdē punctis educam perpendiculares ad istas lineas in vtranq; partem: quousq; concurrant in punctis g, h, k, l, m. eruntq; hę lineę: contingētes circulum/ per correlarium 15 tertij. Et ad ista puncta cōcursus: ducam a cētro lineas f g, f h, f k, f l, f m. Et quia monstratū est super penultimam tertij/ ꝙ si ab aliquo puncto extra circulum signato duæ lineæ contingētes ad ipsum circulū ducātur/ ꝙ ipsę erunt æquales: erit linea g a æqualis lineę g d, & h d ipsi h b. & sic de cæteris. At quoniā quiq; arcus in quos quinq; puncta a, d, b, c, e, diuidunt circulum/ sunt adinuicem æquales: erunt ꝑ 26 tertij/ quinq; anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, consistentes super hos arcus in centro f, sibi inuicē æquales. Sunt autem duo latera a g & f a, triāguli f g a: ęqualia duobus lateribus d g & f d, trianguli f g d. & latus g f: cōmune. ergo per 8 primi/ duo anguli eorū qui sunt ad f, itēq; duo anguli qui sunt ad g: sunt adinuicem æquales. eadem ratione duo anguli qui sunt ad f in triāgulis d f h & h f b, itemq; duo qui sunt ad h: sunt adinuicem ęquales. Similiter quoq; singuli triū reliquorum angulorum qui sunt b f c, c f e, e f a, & singuli trium qui sunt k, l, m: diuidantur per æqualia. primi quidem: per lineam f k. secundi: per lineā f l. tertij vero: per lineam f m. Et quia hi tres anguli qui sunt b f c, c f e, e f a, sunt sibi iuicem æquales/ & alijs duobus qui sunt a f d & d f b æquales: erunt eorū dimidia quæ sunt decē anguli facti in centro f, adinuicē æqualia. Quia igitur duo āguli a & f triāguli g a f sūt ęquales duob9 āgulis a & f triāguli m a f, & latus a f cōmune; erit ꝑ 26 primi āgul9 g vnius ęqualis āgulo m alterius/ & latus g a æquale lateri a m. Eadem ratione erit āgulus g m triangulo g f d æqualis angulo h in triangulo d f h: & latus g d æquale lateri d h. Quare/ quia g a est dimidiū g m, & g d dimidium g h, & g a & g d sunt æqualia: erunt per communem scientiam g m & g h eorum dupla/ æqualia. Similiter quoq; probabimus g m esse æquale m l: & m l ipsi l k, & l k ipsi k h. quare pentagonus g h k l m est æquilaterus. Sed & ęquiangulus. Cū enim duo anguli qui sunt ad g/ sint adinuicem æquales/ & duo qui sunt ad m similiter adinuicem æquales/ & g partialis sit æqualis m partiali (vtrumq; enī probatum est prius) erit per eandem cōmunem scientiā/ g totalis ęqualis m totali. & eadem ratione probabis æqualitatē in cæteris angulis. quare est æquiangulus. Sicq; constat propositum. 13

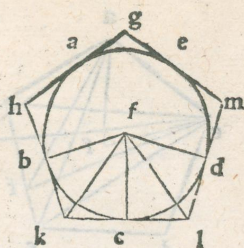


Eucli. ex Zamb. Problema 12. propositio. 12

¶Circa datum circulum: pentagonum ęquilaterum & ęquiangulum describere. 11

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c d e. oportet iam circa a b c d e circulum: pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Intelligantur descripti per præcedentem pentagoni angulorum si-

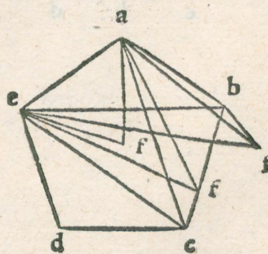
gna, a, b, c, d, e: eo quia per præcedentem a b, b c, c d, d e, & e a circunferentiæ sunt æquales. & per a, b, c, d, e, excitatæ sint per 17 tertij/ipsum circulum tangentes rectæ lineæ: g h, h k, k l, l m, & m g. Sumatur centrum circuli a b c d e: sitqꝫ per primã tertij/illud f. & connectantur rectę lineæ f b, f k, f c, f l, & f d. Et quoniam k l recta linea circulum ipsum a b c d e tangit in signo c, & a centro f in ipsum c contactum annectitur f c: igitur per 18 tertij/f c super k l perpendicularis est. rectus igitur est vterqꝫ eorum qui ad c sunt angulorum. Et per hoc anguli qui sũt ad d, b, signa: recti sunt. Et quoniam angulus qui sub f c k rectus est: quod fit igitur ex f k, æquum est eis quæ fiunt ex f c & c k, per 47 primi. & per hoc/eis etiã quæ fiunt ex f b & b k: æquum est id quod fit ex f k per eãdem. Quæ fiunt igitur ex f c & c k: eis quæ fiunt ex f b & b k sunt æqualia. quorum quod fit ex f c: æquum est ei quod fit ex f b. Reliquum igitur quod fit ex c k: reliquo quod fit ex b k, est ęquale. ęqualis igitur est b k: ipsi c k. Et quoniam æqualis est f b ipsi f c, & communis f k: duę igitur b k & f k, duabus c f & f k sunt æquales. Et basis b k: basi c k est æqualis. Angulus igitur b f k: per 8 primi/ angulo k f c est æqualis. & angulus b k f: per 4 primi/angulo f k c. Duplus igitur est angulus b f c, eius qui sub k f c est anguli: & angulus b k c, eius qui est sub f k c. Et ob id iam & angulus c f d, eius qui est sub c f l duplus est: & angulus d l c, eius q sub f l c. Et quoniam circunferentia b c æqualis est circũferentiæ c d: æqualis est per 27 tertij/ãgulus b f c angulo c f d. & angulus quidem b f c, eius qui est sub k f c duplus est: & qui sub d f c, eius qui sub l f c. angulus igitur k f c: angulo l f c, est æqualis. Duo igitur iã triangula sunt f k c & f l c: duos angulos duobus angulis æquales habentia/& vnum latus vni lateri æquale per 26 primi/& eorum cõmune f c. & reliqua igitur latera/reliquis lateribus æqualia habebunt: & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur est k c recta linea ipsi c l: & angulus f k c, angulo f l c. Et quoniam æqualis est k c ipsi c l: dupla igitur est k l ipsius k c. & per hoc igitur ostendetur: ꝙ h k: ipsius b k, dupla est. Et quoniam ostensum est ꝙ b k ipsi k c est æqualis/& k l ipsius k c dupla est/& h k ipsius b k: igitur h k ipsi k l est æqualis. Similiter iam ostendetur: ꝙ vnaquæqꝫ ipsarum g h, g m, & m l, vnicuiqꝫ ipsarum h k & k l est æqualis. æquilaterũ igitur: est pentagonum g h k l m. Aio etiam ꝙ & æquiangulum. quoniam æqualis est angulus f k c angulo f l c, & ostensum est ipsius quidem anguli f k c duplum eum esse qui est sub h k l, eius autem qui est sub f l c duplũ eum esse qui est sub k l m: angulus igitur qui est sub h k l, angulo qui est sub k l m est æqualis. Similiter iam ostendetur etiam: ꝙ vnusquisqꝫ eorũ qui sunt sub k h g, & h g m, & g m l, vnicuiqꝫ eorũ qui sũt sub h k l, & k l m est æqualis. Quinqꝫ igitur anguli qui sunt sub g h k, h k l, k l m, l m g, & m g h: sibi inuicem sunt æquales. Aequiangulum igitur: est pẽtagonũ g h k l m. ostensum autem est ꝙ & æquilaterum. et describitur circa circulum a b c d e. quod fecisse oportuit.

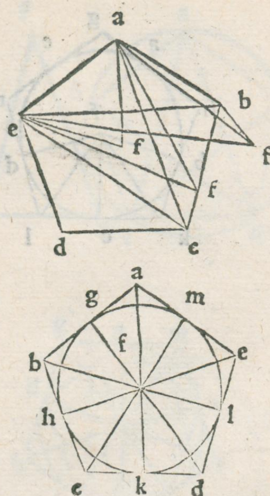


Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 INtra æquilaterum atqꝫ æquiangulum pentagonum assignatum: circulum describere.

¶CAMPANVS. ¶ Sit assignatus pentagonus æquilaterus atqꝫ æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e. Volo ei ĩscribere circulũ. Hęc est quasi cõuersa 11. Duos eius propiquos ãgulos qui sũt a & e/diuido per ęqualia: ductis lineis a f, & e f, donec concurrant in pũcto f intra ipsum pẽtagonum, quem dico esse centrũ circuli. Concurrent enim: propter id ꝙ dimidium totalis anguli a & similiter totalis ãguli c, minus est angulo recto. Si enim intra pentagonum non concurrent: aut extra ipsum pentagonum/aut in latere pentagoni/aut in eius angulo qui vtriqꝫ angulorũ diuersorũ opponitur. Concurrant ergo primo extra in pũcto f: & ducatur linea b f. Et quia duo latera c a, & a f, trianguli e a f sunt ęqualia duobus

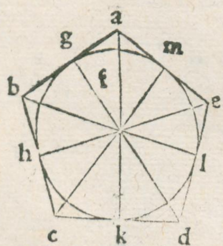




lateribus b a & a f triãguli b a f,& angulus a vnius angulo a alterius:erit
per 4 primi/basis e f æqualis basi f b.& quia angulus a partialis est æqua-
lis angulo e partiali,propter id quod a totalis e totali:erit per 6 primi/f
a æqualis f e.quare f a:est æqualis f b.ergo per 5 primi/duo anguli b to-
talis & a partialis:sunt æquales.Quare a partialis est æqualis vel maior
a totali.quod est impossibile.Concurrãt ergo in puncto f super latus b c.
eritq; arguendo per præmissas & præmisso modo/angulus a partialis:
æqualis angulo a totali. quod est impossibile. Q; si forsan concurrant
in angulo c:erit per easdem & eodem modo c b ęqualis c a.& ideo adhuc
vt prius angulus a partialis:æqualis angulo a totali. ℂ Quod quia esse
non potest:sit ergo punctus concursus qui est f,infra pentagonum. a quo
duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ sint f g,f h,f k,
f l,f m.& ad duos eius angulos propinquos altrinsecus ãgulis per ęqua-
lia diuisis/qui sunt b & d:duco lineas f b,f d.Et quia duo anguli a & m,
triãguli a f m sunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g,et latus
a f cõmune:erit per 26 primi/f m æqualis f g.Per eandem quoq; proba
bis f l æqualem f m:sumptis duobus triangulis e f m & e f l.Quia ite- 14
rum duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus
a f & a e trianguli a f e,et angulus a vnius angulo a alterius: erit per
4 primi/angulus b partialis/æqualis angulo e partiali.et quia b totalis
ęqualis est e totali/et e totalis diuisus est per æqualia:erit etiam b totalis
diuisus per ęqualia.Eodem modo probabis d totalẽ diuisum per æqua-
lia/propter æqualitatem d partialis et a partialis:sumptis triangulis e a
f & e d f.Quia ergo duo anguli g et b trianguli g f b sunt æquales duo-
bus angulis h et b trianguli h f b,et latus f b cõmune:erit per 26 primi/
f h æqualis f g.Eodem modo probabis f k,æqualem f l:sumptis trian-
gulis l f d,k f d.Quoniam igitur quinq; lineæ f g,f h,f k,f l,et f m sunt
æquales:erit f,centrum circuli per 9 tertij.Quem circulum describemus
secũdũ quantitatẽ vnius earum.& tanget omnia latera pentagoni: pro-
pter æqualitatem linearum.et nullum eorum secabit:per primam partem
15 tertij.sicq; constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 13. propositio 13.

ℂIn dato pentagono æquilatero & æquiangulo : circulum 13
describere.



ℂTHEON ex Zamberto. ℂ Sit datum pentagonum æquilaterum & 14
æquiangulum a b c d e.oportet iam in pentagono a b c d e:circulum de-
scribere.Secetur per 9 primi/vterq; eorum qui sunt sub b c d & c d e an-
gulorum bifariam: sub rectis lineis c f & f d.et ab f signo in quo concur-
runt adinuicem ipsæ rectæ lineæ c f & d f:coniungantur rectæ lineæ f b,f
a,& f e.Et qm̃ æqualis est b c ipsi c d,cõmunis autem c f:duæ iam b c &
c f,duabus d c & c f sunt æquales.et angulus b c f:angulo d c f est æqua-
lis.basis igitur b f:per 4 primi/basi d f est æqualis.& triangulum b c f:
triangulo d c f æquale.& reliqui anguli reliquis angulis sunt ęquales:sub
quibus æqualia latera subtenduntur.Aequalis igitur est angulus c b f:an
gulo c d f.Et quoniam angulus c d e,eius qui sub c d f est anguli duplus
est/æqualis autẽ est angulus c d e ei qui sub a b c est angulo/et angulus
c d f angulo c b f:angulus igitur c b a,anguli c b f duplus est.æqualis igi
tur est angulus a b f:angulo f b c.Angulus igitur a b c: bifariam discin-
ditur sub b f recta linea.Similiter quoq; ostendetur q̃ et vterq; eorum qui
sunt sub b a e et a e d angulorum:bifariam discinditur sub vtraq; rectarũ
linearum f a et f e.Excitentur per 12 primi/ab f signo in a b,b c,c d,d e,
& e a rectas lineas: perpendiculares f g,f h,f k,f l,& f m. Et quoniam
æqualis est angulus h c f angulo k c f,est autem angulus f h c rectus an-
gulo f k c recto æqualis/duo autem sunt triangula f h c & f k c duos ãgu-
los duobus angulis æquales habentia alterum alteri/& vnum latus vni 15
lateri æquum/cõmune enim eorum f c subtensum sub vno æqualium an-
gulorum:et reliqua igitur latera reliquis lateribus per 26 primi/æqualia

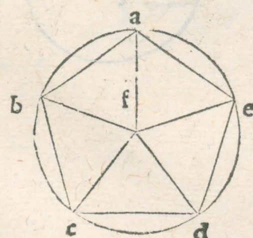
habebunt. æqualis igitur est perpendicularis f h: ipsi f k perpendiculari. Similiter quoqꝫ ostendetur: ꝙ & vnaquæqꝫ ipsarũ f l, f m & f g, vnicuiqꝫ ipsarum f h & f k est æqualis. Quinqꝫ igitur rectæ lineæ f g, f h, f k, f l, & f m: sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur f, spatio vero aut f g aut f h aut f k aut f l aut f m, circulus descriptus: per reliqua quoqꝫ veniet signa. Et tanget rectas lineas a b, b c, c d, d e, & e a per correlarium 16 tertij: quoniã anguli qui sunt in g, h, k, l, m, signis, recti sunt. Si enim nõ tanget eas, sed secabit: continget ꝙ a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta, intra ipsum circulũ cadet. quod esse impossibile: ostẽsum est per 16 tertij. Igitur cẽtro f, spatio vero vno ipsorum g, h, k, l, m, signorum descriptus circulus: rectas lineas a b, b c, c d, d e, & e a, minime secabit. tanget igitur eas per correlarium 16 tertij. describatur sicut g h k l m. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo: circulus descriptus est. quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.



14 Circa datum pentagonum quod sit æquilaterum atqꝫ æquiangulum: circulum describere.

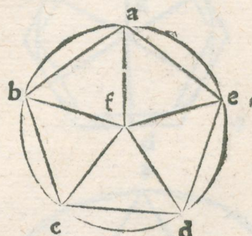
CAMPANVS. Sit vt prius datus pentagonus: ęquilaterus atqꝫ æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e. volo circa ipsum: describere circulum. Hęc est quasi conuersa 12. Duos eius propinquos angulos qui sũt a & e, diuido per æqualia: ductis lineis a f & f e quousqꝫ concurrant intra ipsum pentagonum in puncto f. concurrent enim & intra pentagonũ: vt probatum est in præmissa. Et a puncto concursus: duco ad reliquos angulos, lineas quæ sint f b, f c, f d. & quia duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a vnius angulo a alterius: erit per 4 primi, f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis est æqualis a totali, & e totalis diuisus est per æqualia: erit similiter b totalis diuisus per æqualia. Hoc quoqꝫ modo probabis vtrumqꝫ angulorum c & d, diuisum esse per æqualia: & quinqꝫ lineas f a, f b, f c, f d, f e, esse æquales. quare per 9 tertij erit centrum circuli. Sicqꝫ patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 14. propositio 14.

14 Circa datum pentagonum ęquilaterum & ęquiangulum: circulum describere

THEON ex Zamberto. Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum: a b c d e. oportet iam circa pentagonum a b c d e: circulũ describere. Secetur iam per 9 primi, vterqꝫ eorum qui sunt sub b c d & c d e ãgulorum bifariam: sub vtraqꝫ ipsarum c f & d f. Et ab f signo in quo concurrunt ipsæ rectæ lineæ: ad signa b, a, e, coniungantur rectæ lineæ f b, f a & f e. Similiter ex præcedente ostendetur: ꝙ & vnusquisqꝫ eorũ qui sunt sub c b a, b a e & a e d angulorum, bifariam secatur sub vnaquaqꝫ ipsarum f b, f a, & f e rectis lineis. Et quoniam æqualis est angulus b c d angulo c d e, & anguli b c d dimidium est angulus f c d, anguli autem c d e dimidiũ est angulus c d f: & angulus f c d igitur ãgulo f d c est ęqualis. Quare & latus f c: lateri f d est æquale. Similiter iam ostendetur: ꝙ & vnaquæqꝫ ipsarum f b, f a, & f e, vtriqꝫ ipsarũ f c & f d est æqualis. Quiqꝫ igitur rectæ lineæ f a, f b, f c, f d & f e: sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur f, & spatio aut f a aut f b aut f c aut f d aut f e, circulus descriptus: veniet per reliqua signa, & descriptus erit. Describatur & sit a b c d e. Circa datũ igitur pentagonũ quod est æquiangulum & æquilaterum: circulus descriptus est. quod facere oportebat.

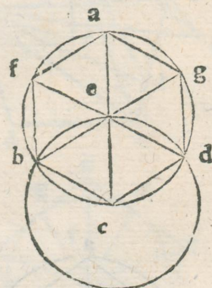




15 Eucli. ex Camp. Propositio 15.

Intra propositum circulum: hexagonum æquilaterum atqꝫ æquiangulum describere.

¶Ex hoc itaq; manifestum est ꝙ latus hexagoni: æquũ est dimidio diametri circuli cui inscribitur.

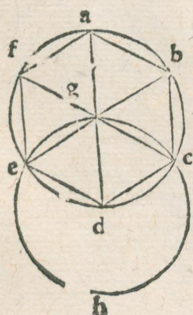


¶CAMPANVS. ¶Sit propositus circulus a b c d: cuius centrum e, volo sibi inscribere hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum. Produco diametrum a e c. & secundum quantitatem semidiamerri e c: facto centro puncto c, describo circulum e b d, secantem priorem in duobus punctis b, d. a quibus produco duas diametros in circulo primo: quæ sint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo sex lineis quæ sunt a f, f b, b c, c d, d g & g a: quas dico continere hexagonum quęsitum. Erit enim vt demonstrat prima primi / vterq; triangulorum b e c, c e d: æquilaterus. quare et æquiangulus per 5 eiusdem. ergo per 32 primi / duo ãguli b e c & c e d cum vno æquali vni eorũ / sunt æquales duobus rectis: propter id ꝙ quisq; eorũ est tertia duorum rectorum. sed ipsi per 13 eiusdem / cum angulo d e g: sunt æquales duobus rectis. ergo angulus d e g: est æqualis vtriq; eorum. quare per 15 eiusdem / sex anguli qui sunt ad e: sunt adinuicẽ æquales. ergo per 25 tertij / arcus in quos cadũt: sunt æquales. quare & eorum chordæ per 28 eiusdem: quæ sunt latera ipsius hexagoni. Aequilaterus igitur est. Sed & æquiangulus per 26 tertij: propter id quod sex arcus in quos angularia puncta hexagoni diuidũt circulũ: bini & bini sumpti sunt adinuicem ęquales. vt arcus a f b: arcui f b c. & ideo angulus f qui cõsistit in primo: est equalis angulo b qui cõsistit in secundo. idem in ceteris. quare constat propositum. ¶Correlarium ex hoc patet: ꝙ dimidium diametri & latus hexagoni / sunt latera eiusdem tranguli æquilari. vt e c & c b & c d.

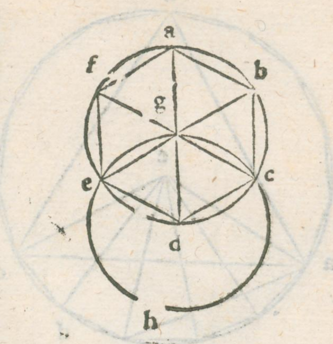
¶CAMPANI additio. ¶Et nota ꝙ non proponitur circa propositum circulum / hexagonum æquilaterum atq; æquiãgulum designare. Nec intra talem hexagonum aut circa talem circulum describere quẽadmodum fecit de triangulo / quadrato / & pantagono. non quia non sit necessarium hoc esse possibile: sed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo / & in omni figura æquilatera atq; æquiangula quæcunq; fuerit. Vnde quamcũq; figuram æquilateram & æquiangulam scimus circulo inscribere: eandem circulo / extra et circulum sibi intra & extra / eisdem medijs / per quæ hoc in pentagęno fecimus. describemus. ¶Nota etiã ꝙ omnis figura æquilatera circulo inscripta aut circũscripta est etiam necessario æquiangula. de inscripta patet per 27 & 26 tertij sumptis arcubus circuli / quibus latera inscriptæ figuræ chordæ sunt / binis & binis. In hos enim arcus / ipsius figuræ anguli cadunt. De circũscripta autem ductis a circuli centro lineis ad omnes eius augulos. & ad loca contactus / facile probabis: si plene intellectæ demonstrationi 13 huius diligens intellectus accesserit. erit enim: vt omnes ipsius figuræ angulos / lineæ a centro venientes per æqualia diuidant. sumptis itaq; quibuslibet duobus eius ꝓximis lateribus cum linea ad angulũ ab eis contentum / & cum duobus ad eorum extremitates a centro venientibus: duos triangulos ab eis contentos / æquiangulos adinuicem per 4 primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus: patebit eos esse æquiangulos per hanc communem scientiam / quorum dimidia sunt æqualia tota quoq; esse æqualia. 16

Eucli. ex Zamb. Problema. 15 Propositio 15.

¶In dato circulo: hexagenum æquilaterum & æquiangulum describere.

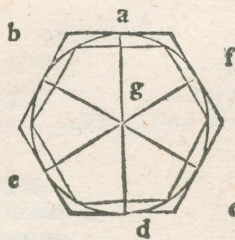


¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c d e f. oportet iã in dato circulo a b c d e f: hexagonum æquilaterũ æquiangulumq; describere. Excitet̃ ipsius a b c d e f circuli dimetiens: sitq; illud / a d. Sumaturq; per 1 tertij / centrum circuli: sitq; illud d. & centro g, spacio vero d g: ꝑ tertium postulatum circulus describatur c g e h. & coniunctæ rectæ e g & c g extẽdãtur in b, f, signa: & cõnectãtur a b, b c, c d, d e, e f, & f a. Dico ꝙ a b c d e f: hexagonum æquilaterum est & æquiangulum. Quoniam



g signum/centrum est circuli a b c d e f: æqualis est per diffinitionē 15 primi g e ipsi g d. Rursus quoniā d signum/centrum est circuli c g e h: æqualis est per eandē/d e ipsi d g. Sed g e ipsi g d ostēsum est q; est æqualis. Igitur g e: ipsi e d est æqualis/per primam communem sententiam. Aequilaterum igitur: est e g d triāgulum. & tres igitur eius anguli/e g d scilicet/g d e et d e g: sibi inuicem sunt æquales. Quoniā p 5 primi/isoscelium triangulorum anguli qui ad basin sibi inuicem sunt æquales/& trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales per 32 primi: angulus igitur e g d, duorum rectorum tertium est. Similiter quoq; ostēdemus: q; & angulus d g c, duorum rectorum tertiū est. Et quoniā recta linea c g sup e b stās/p 13 primi vtrobiq; āgulos e g c & c g b duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus c g b, tertium est duorum rectorum. anguli igitur e g d, d g c & c g b: sibi inuicem sunt æquales. Quare anguli qui advерticem/hoc est b g a, a g f & f g e: eisdē e g d, d g c & c g b sunt æquales per 15 primi. Sex igitur āguli e g d, d g c, c g b, b g a, a g f, & f g e: sibi inuicem sunt æquales. Aequales autem anguli: super æqualibus circunferentiis subtenduntur/per 26 tertij. Sex igitur circunferētiæ a b, b c, c d, d e, e f, & f a: sibi inuicē sūt æquales. At sub æqualibus circūferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur per 29 eiusdem. Sex igitur rectæ lineæ a b, b c, c d, d e, e f, & f a: sibi inuicem sunt æquales. equilaterum igitur est a b c d e f hexagonum. Aio quoq; q; & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia a f æqualis est circunferentiæ e d: cōmunis apponatur circunferētia a b c d. Tota igitur f a b c d: toti e d c b a est æqualis. Et super circunferentia f a b c d: subtenditur angulus f e d. super autem e d c b a circunferētia: subtenditur angulus a f e. Aequalis igitur est angulus a f e: angulo d e f. Similiter quoq; ostendetur q; & reliqui anguli ipsius a b c d e f hexagoni/hoc est vnusquisq; eorum qui sūt sub f a b, a b c, b c d, & c d e, vnicuiq; eorum qui sunt sub a e f & f e d angulorum: sunt æquales. Aequiangulum igitur est hexagonum a b c d e f. Ostensum autē est q; & æquilaterū: & descriptū est in circulo a b c d e f. In dato circulo igitur a b c d e f: hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.

¶CORRELARIVM. ¶Hic manifestū est q; hexagoni latus ei q̄ est ex cētro circuli est æquale. et si per signa a, b, c, d, e, f, circulū tāgentes ducamus rectas lineas: describetur circa circulum/hexagonum æquilaterum & æquiangulum consequenter ex p̄dictis in pētagono. Et insuper p ea quæ similiter in pentagono dicta sunt: in dato hexagono circulū describemus & circunscribemus. quod facere oportebat.

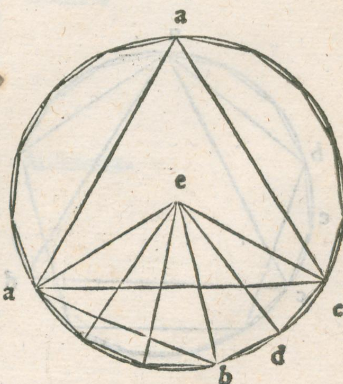


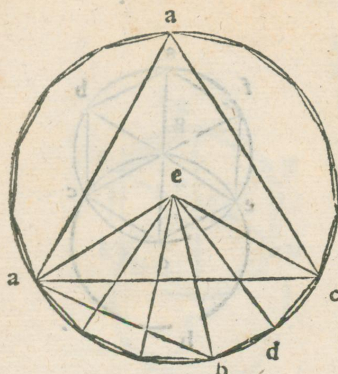
Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 INtra datum circulum: quindecagonum æquilaterum atq; æquiangulum designare.

¶Deinde circa quēlibet circulum assignatum/quīdecagonum æquilaterum atq; æquiangulum: atq; intra datum quindecagonum/circulum describere.

¶CAMPANVS. ¶Sit datus circulus a b c. volo sibi inscribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum: deinde etiam circūscribere. atq; intra talem quindecagonum propositum: circulum describere. Non proponit autem/circa talem quindecagonum/circulum describere: quia hoc satis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam secundæ huius/protraho latus trianguli æquilateri: quod sit a c. & iuxta doctrinam 11 huius latus pētagoni æquilateri atq; æquiāguli: quod sit a b. Et quia arcus a c, est totius circūferentiæ tertia/cuius arcus a b est quinta: erit superfluum inter eos quod est arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, vel duę quitę arcus a c, siue duæ quintædecimæ totius circunferentiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintā in duabus tertijs ipsius quintæ/vel in duabus quintis ipsius tertiæ/siue in duabus quin-





tisdecimis totius. Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15. eius enim tertia quę est 5: excedit eius quintã quæ est 3 in duabus vnitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta / vel duę quintę ipsius quinarij qui est tertia / siue duæ quintædecimæ ipsius 15 q est totũ. Diuiso igitur arcu b c per æqualia in d: patet vtrumq; duorum arcuum c d, & d b, esse tertiam arcus a b, vel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtensis igitur eis / chordis c d, & d b, coaptatisq; continue intra datũ circulum sibi æqualibus per primam huius: complebitur figura proposita. Cętera vero duo quæ proponit cum tertio quod dat intelligere / videlicet quindecagonum circulo circunscribere / ac circulum quindecagono inscribere / ac etiam circunscribere: ex 12, 13 & 14 huius plene intellectis facile perficies.

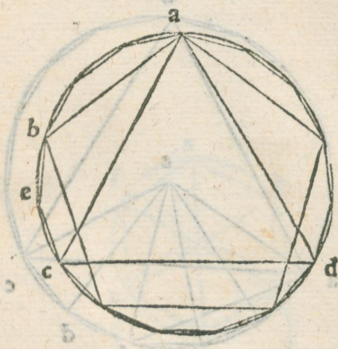
¶CAMPANI additio. ¶Et nota q̄ quamcunq; figuram æquilateram circulo scimus inscribere: duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circunscribere / & ipsi circulum. Diuisis enim arcubus quibus latera eius quę scitur inscribi subtendũtur / per æqualia / & a punctis medijs ad extremitates laterum ipsius figurę ductis lineis: fiet intra circulum figura duplo plurium laterum quæ erit æquilatera per 28 tertij / ergo & æquiangula. Hoc enim demonstratum est / supra 15 huius: q̄ omnis figura æquilatera circulo inscripta est etiam æquiãgula. Et quia hãc circulo scimus inscribere: sciemus cętera tria per 12, 13 & 14 huius.

¶Quia igitur scimus inscribere triangulum æquilaterum: sciemus per hoc & hexagonum / & per hexagonum / dodecagonum / ac per dodecagonum figuram 24 laterum. & sic in infinitum duplando. Et licet p triãgulum possit vt diximus inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissimũ perutile. Et similiter quia scimus & ĩscribere quadratum sciemus per hoc inscribere oẽm figurã cuius laterũ numer9 ẽ piter par: p pẽtagonũ quoq; sciem9 decagonũ & figurã 20 laterũ. sicq; cõtinue duplãdo. Idẽ quoq; intellige de qndecagono. p ipm̃ enĩ scienẽ figurę 30 & 60 & oĩm cõtinue duplatorũ laterũ.

¶Cęterarũ aũt figurarũ de qb9 ista nõ docet / vel q̃ p has nõ hñtur: difficilis ẽ scia & parũ vtilis. vt sũt heptagona / ennagona / hẽdecagona. Qđ si sciem9 triãgulũ duũ æq̃liũ laterũ designare cui9 vterq; angulorũ ad basin tripl9 eẽt ad reliquũ: scirem9 heptagonũ vt supra pẽtagonũ circulo ĩscribere. q̄ si vterq; quadrupl9 eẽt ad reliquũ: scirem9 nonagonũ. & si quintuplus. hendecagonũ. Idẽq; in cęteris figuris imparium laterum: posito vtroq; angulorũ ad basin multiplici ad reliquũ / per eũ numerũ qui ẽ medietas maximi paris sub ĩpari numero laterum ipsius figuræ contenti.

Eucli. ex Zamb. Problema 16. propositio 16. 16

¶In dato circulo: quintidecagonũ æquilaterum & æquiangulum describere.



¶THEON ex Zamb. ¶Sit dat9 circul9 a b c d. oportet iã in a b c d, circulo: qntidecagonũ ęquilaterũ & ęqangulũ describere. Describatẽ ĩ circulo a b c d, triãguli æq̃lateri lat9 a c, pẽtagoni vero æqlateri lat9 a b ĩ arcu a c. Qualiũ igiẽ ẽ circul9 a b c d, æqualiũ segmẽtorũ quĩdeci: taliũ quidẽ circũferẽtia a b c, tertiũ existẽs ipsi9 circuli / erit quĩq;. Circũferentia autẽ a b, existẽs quĩtũ circuli: erit triũ: reliq̃ igiẽ b c: duorũ eq̃liũ. Seceẽ p 30 tertij b c: bifariã ĩ e. vtraq; igiẽ ĩparũ b c, & e c, circũferẽtiarũ: qntũdecimũ erit ipius a b c d, circuli. Si igiẽ cõiũgẽtes rectas lineas b e & e c, ipsis æq̃les ĩ cõtinuũ rectas lineas p 1 q̃rti coaptem9 ĩ circulo a b c d: erit ĩ eo descriptũ qntidecagonũ æqlaterũ & æqangulũ: qđ facere oportebat. Similiter aũt vt ĩ pẽtagono si p circuli diuisiões / tãgẽtes circulũ ducem9: describeẽ circa circulũ / qntidecagonũ æqlateꝝ & æquiãgulũ. & p ostensionẽ similiter in pẽtagonis / & in dato qntidecagono æquilatero & ęquiangulo: circulum describemus & circunscribemus.

QVARTI LIBRI FINIS.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis: primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zãberto Veneto, Geometricorum elementorum Liber Quintus.

Euclides ex Campano. Diffinitiones.



1 Ars: est quantitas quantitatis minor maioris / cum minor maiorem numerat.

¶CAMPANVS. ¶Pars: quãdoq; sumitur proprie. & hæc est quæ aliquoties sumpta / suum totum præcise constituit: sine diminutione vel augmento. & dicitur suum totum numerare per illum numerũ: secundũ quem sumitur ad ipsius totius constitutionẽ. talẽ autem partem quã multiplicatiuã dicimus: hic diffinit. Quandoq; sumitur cõmuniter. & hæc est quælibet quantitas minor: quæ quotiescunq; sumpta / suo toto minus aut maius constituit. quã aggregatiuam dicimus: eo q cum alia quantitate diuersa totum suum cõstituat / per se autem quotiescunq; sumpta fuerit / non producat.

2 ¶Multiplex: est maior minoris quãdo eam minor metitur.

¶CAMPANVS. ¶Pars: relatiue dicitur ad totũ. & in istis duobus extremis: consistit eorum adinuicem relatio. & ideo diffinito minori extremo: diffinit hic maius. vocat autẽ ipsum / multiplex: propter hoc q minus aliquoties sumptum / ipsum constituat. erunt igitur relatiue dicta adinuicem: pars & multiplex. Nam omnis pars / submultiplex: vt patet per eius diffinitionem.

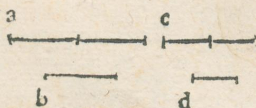
3 ¶Proportio: est duarum quantæcunq; sint eiusdem generis quantitatum / certa alterius ad alteram habitudo.

¶CAMPANVS. ¶Proportio: est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem / in eo q earum altera maior aut minor est reliqua vel sibi æqualis. Non enim solum in quantitatibus reperitur proportio: sed in ponderibus / potentijs & sonis. In ponderibus quidem & potentijs / vult Plato in Timæo esse proportionem: vbi elementorũ numerũ ostẽdit. In sonis autem esse proportionem: liquet ex musica. Nam (vt vult Boetius in quarto) si quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur: erit ipsarum partium suorũq; sonorum / eadem conuerso modo proportio. Sed in quibuscunq; proportio reperitur: ea participant naturam proprietatemq; quantitatis. non enim reperitur in aliquibus rebus duabus: nisi in eo q earum vna est reliqua maior / aut minor / aut ei æqualis. ¶Quantitatis autẽ proprium: est secundum ipsam æquale vel inęquale dici / vt vult Aristoteles in prędicamẽtis. vnde liquet proportionẽ primo ĩ quantitate reperiri / & per ipsam in omnibus alijs: nec esse in aliquibus rebus proportionem / cui similis non sit in aliquibus quantitatibus. propter quod bene dixit Euclides / proportionẽ simipliciter esse in quantitate: cum eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiusdẽ generis adinuicẽ. ¶Cuius diffinitionis intellectus est / q proportio est habitudo duarum quãtitatum adinuicem: quæ attẽditur in eo q vna earũ est maior aut minor alia / vel ei æqualis. per qd patet: q oportet eas esse eiusdem generis / vt duos numeros / aut duas lineas / aut duas supeficies / aut duo corpora / aut duo loca / aut duo tempora. Nõ enĩ potest dici linea: maior aut minor superficie / aut corpore. nec tẽpus: loco. sed linea:

Plato. Timæus Boetius.

Aristoteles.

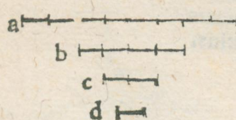
linea.& superficies: superficie. Sola enim vniuoca: comparabilia sunt. ¶Quod autem dicit certa habitudo/non sic intelligas quasi nota vel scita: sed quasi determinata/vt sit sensus. Proportio: est determinata habitudo duarum quantitatum. ita inquã determinata: q̄ hæc & non alia. Non enim est necessarium: vt omnis habitudo duarum quantitatum sit scita a nobis/nec etiam a natura. Nam proportio quædã est discretorum vt numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem/minor: est pars aut partes maioris/vt demonstratur in septimo. quare & in eis omnibus est habitudo certa & nota. At vero in cõtinuis: est proportio magis larga. est enim in eis/vbi minor quãtitas est pars aut partes maioris. & talium omniũ: mediantibus numeris est proportio nota/quæ & rationalis dicitur. Dicũturq; omnes tales quantitates/cõmunicãtes: quia eas vna & eadem necessario metitur. vnde & omnes numeri: sunt communicantes. omnes enim ipsos metitur vnitas. Est etiam: vbi minor non est pars aut partes maioris. & in talibus: nõ est nota proportio nec nobis nec naturæ. Diciturq; hæc proportio/irrationalis: & hæ quantitates/incommunicantes. vnde fit vt quæcunq; proportio reperitur in numeris/reperiatur in omni genere continuorum/vt in lineis/superficiebus/corporibus/& temporibus: non autem econuerso. infinitæ enim sunt proportiones in continuis repertæ: quas numerorum natura non sustinet. Sed quęcunq; proportio reperitur in vno genere continuorum: eadem reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercunq; se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quælibet superficies ad aliquã aliam/& quodlibet corpus ad aliquod aliud/similiter & tempus. sed nõ sic: quilibet numerus ad aliquem alium. vnde magis est larga proportio in continuis: q̄ in discretis. Ex quo manifestum est proportionẽ geometricam esse maioris abstractionis: q̄ proportionem arithmeticam. omnis enim proportio circa quam arithmetica versatur: rationalis est. geometria vero: rationales & irrationales æqualiter consyderat.



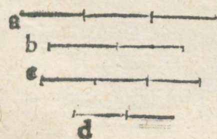
¶Proportionalitas: est similitudo proportionum. 4

¶CAMPANVS. ¶Vt si dicamus q̄ quę est proportio a ad b, ea est etiã c ad d: proportio quæ est inter a & b, similis est illi quæ est inter c & d. Hæc autem similitudo quæ ex istis proportionibus resultat: dicitur proportionalitas.

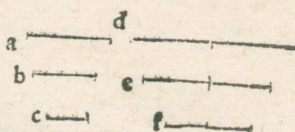
¶Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem: sunt quarum æque multiplicia aut æqua sunt/aut æque sibi sine interruptione addunt aut minuunt. 5



¶CAMPANVS ¶Supposita diuisione proportionalitatis per cõtinuã & discontinuam: diffinit membra diuidentia/& primo continuam. Immo (vt verius dicã) supposita diuisione proportionaliũ per cõtinue proportionalia & incontinue: diffinit nõ cõtinuã proportionalitatẽ nec cõtinuã/sed cõtinue proportionalia & icõtinue. diffinitio autẽ cõtinuę proportionalitatis & incõtinuæ: satis patet per diffinitionẽ cõtinue proportionalium & incontinue. ¶Continua autẽ proportionalitas: est cum quotlibet quantitatum eiusdem generis in qua proportione prima antecedit secundam/in eadem quælibet aliarum antecedit proximo consequentem. vt cum dicimus/sicut se habet a ad b: ita b ad c, & c ad d. eritq; quælibet earum/antecedens & consequens: excepta prima quæ est solum antecedens/& vltima quę est tantum consequens. Et in hac quidẽ proportionalitate necesse est omnes quãtitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum: eo q̄ non sit proportio inter quantitates quę sũt generum diuersorum. & hæc erit ad minus in tribus terminis constituta. ¶Incontinua autẽ proportionalitas: est cũ quatuor quãtitatum siue omnes fuerint eiusdem generis/siue duæ primæ vnius & duæ postremæ alterius/in qua proportione prima antecedit secundam in eadem tertia antecedit quartam. vt cum dicimus/sicut se habet a ad b: ita c ad d. eritq; earum quælibet: aut tantũ antecedẽs aut tantum

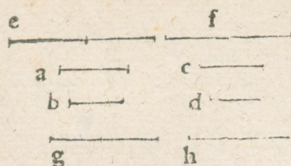


cõsequẽs. nec est necesse vt sint õnes quatuor eiusdẽ generis sicut erat in proportionalitate continua: eo q consequens primæ proportionis non continuatur antecedenti secundæ. sed possibile est vt sint eiusdem generis: & possibile est/ vt sint diuersorum. Sicut enim contingit lineam reperiri duplam ad lineam/ aut triplam: ita superficiem ad superficiem/ & corpus ad corpus/ & tempus ad tempus/ & numerum ad numerum. ¶ Viso quid sit continua proportionalitas/ & quid incõtinua: explanemus diffinitionem continue proportionalium præmissam. Quantitates (inquit) proportionales continue: sunt quarũ æque multiplicia aut sibi sunt æqualia/ aut æque sibi sine interruptione addunt/ aut minuunt. verbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis a, b, c: ad quas sumantur d, e, f, æque multiplicia. vt sicut d est multiplex ad a: ita e sit multiplex ad b, & f ad c. eruntq; omnes in eodẽ genere. multiplicia enim & submultiplicia: in eodẽ sũt genere. sitq; vt d, e, f aut sint æqualia adinuicem: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. ita q sicut d addit super e aut minuit ab ipso: ita e addat super f aut minuat ab ipso. Cum hæc inquã multiplicia sic se habuerint: erunt tres quantitates a, b, c, continue proportionales. Multiplicia autẽ non intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo/ quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem. aliter enim diffinitio esset falsa. Nam quarumlibet quantitatum eiusdem generis æquis se differentijs excedentium: æque multiplicia accepta æquis etiam differentijs se excedunt. Vnde similiter se habẽt in addendo & minuendo quantum ad quantitatem excessus: nec tamen priores quantitates sunt continue proportionales. imo minorum est semper maior proportio. Hoc autem ideo euenit/ quoniam earum multiplicia non similiter se excedunt quantum ad proportionem: sed solum quãtum ad quantitatem excessus. est enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio. verbi gratia. sumantur tres numeri æquis differentijs se excedẽtes: in medietate videlicet arithmetica/ vt 2, 3, 4. horum trium omnes æque multiplices æqualiter se excedunt. dupli quidẽ binario: tripli ternario. & sic de cæteris. non tamen sunt 2, 3, 4 continue proportionalia: imo minorum est maior propositio. est enim ipsorum proportio sesquialtera: & maiorum sesquitertia. quia ergo inter eos non est similitudo proportionum: non erit inter eos proportionalitas. & ideo neq; continua neq; incontinua. Patet ergo similitudinem illam additionis aut diminutionis/ nõ intelligi quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem. erit itaq; sensus diffinitionis præmissæ. Continue proportionalia: sunt quorum omnia multiplicia æqualia/ sunt cõtinue proportionalia. Sed noluit ipsam diffinitionem proponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem. apertæ tamen rei est istud cum sua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a, b, c oportet esse eiusdem generis: ad hoc vt earum multiplicia sibi inuicem æqualia sint/ aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si enim a, & b essent diuersorum generum: essent etiam d & e ipsarũ a & b multiplicia/ eorũdẽ diuersorũ generum/ propter hoc q multiplicia & submultiplicia eiusdẽ sunt generis. quare d non esset æqualis e: nec ea maior aut minor. nã quãtitates diuersorum generum: non sunt adinuicem comparabiles.



6 ¶ Quantitates quæ dicuntur esse secundum proportionem vnam/ prima ad secundam & tertia ad quartam: sunt quarũ primæ & tertiæ multiplices æquales/ multiplicibus secundæ & quartæ æqualibus fuerint similes vel additione vel diminutione vel æqualitate eodem ordine sumptæ.

¶ CAMPANVS. ¶ Posita superius diffinitione quantitatum continue proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium. & est q quarũlibet 4. quantitatũ quarũ primæ & tertiæ æque multiplicia sumpta fuerint/ itemq; secundæ & quartæ æque multiplicia/ fueritq; multiplex primæ sic se habens ad multiplex secundæ quantum ad additio-



nem aut diminutionem aut æqualitatem ſicut multiplex tertiæ admultiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad ſecundam: ſicut tertiæ ad quartam. verbi gratia. Sint quatuor quantitates a, b, c, d. ſumanturq́ʒ ad primam & ad tertiam quæ ſunt a & c: æque multiplicia vtpote dupla quæ ſint e & f. Itemq́ʒ ad ſecundam & quartam quę ſunt b & d: ſumãtur alia æque multiplicia vtpote tripla/ quæ ſint g & h. ſitqʒ vt hæc 4 multiplicia ſic ſumpta comparata adinuicem ſecundum ordinem primarum quatuor quantitatum/ ita videlicet ꝙ e comparetur ad g & f ad h/ nõ autem e ad f aut g ad h: ſint ſimilia in additione/ diminutione & æqualitate. videlicet ꝙ ſi e addit ſupra g & ſimiliter f addat ſupra h, aut ſi e minuit a g & f ſimiliter minuat ab h, aut ſi e eſt æqualis g & ſimiliter f ſit ęqualis h: tunc proportio a ad b eſt ſicut c ad d/ ſimilitudo autem in addẽdo aut diminuendo: intelligatur hic ſicut in diffinitione continue proportionalium/ videlicet non quantum ad quantitatem exceſſus/ ſed quãtum ad proportionem. Qđ autem dicit eodem ordine ſumptæ: intelligatur ſicut expoſitum eſt. videlicet vt multiplicia non referẽtur adinuicã ſecundũ ordinem earum quantitatũ: quibus æque multiplicia aſſumuntur. vt multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ/ aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: ſed referatur ſecundũ primum ordinem ipſarum 4 quantitatum/ videlicet multiplex primæ ad multiplex ſecundæ/ & multiplex tertię ad multiplex quartę. Erit itaq́ʒ ſenſus iſtius diffinitionis. Incontinue proportionales: ſunt quatuor quantitates. & proportio primę ad ſecũdam eſt ſicut tertiæ ad quartam; cum ſumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam/ itemq́ʒ æque multiplicibus ad ſecũdã & quartam/ erit proportio multiplicis primæ ad multiplex ſecundæ/ ſicut multiplicis tertię ad multiplex quartę. Sed nõ diffiniuit ſub hac forma: propter cauſam prędictam. licet a parte rei idem ſit. Non eſt autẽ neceſſarium vt quatuor quantitates a, b, c, d ſint eiuſdem generis / eo ꝙ b non continuatur in proportione cum c; ſed poſſunt eſſe duæ primæ vnius generis/ & duæ ſequentes alterius. Per quod patet ꝙ neceſſe eſt referri multiplex primæ ad multiplex ſecundæ/ & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ/ non autem multiplex primę ad multiplex tertiæ/ aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: quia non ſemper ſunt eiuſdem generis multiplex primæ & tertiæ/ nec multiplex ſecũdæ & quartæ. fuit autem neceſſe ſumere ęque multiplices ad primam & tertiam/ itemq́ʒ æque multiplices ad ſecundam & quartam/ & non æque multiplices ad primam & ſecundam/ & itẽ non æque ad tertiam & quartam: quia niſi per multiplicium ſumptionẽ continuentur termini primæ proportionis cum terminis ſecundæ/ non erit per quid ſit proportio a ad b ſicut c ad d.

¶Quantitates quarum proportio eſt vna: proportionales nominantur. 7

¶CAMPANVS. ¶Poſtq̃ diffiniuit quantitates continue proportionales & incontinue: diffinit quantitates proportionales ſimpliciter: & patet diffinitio.

¶Cũ fuerint primæ & tertiæ æquemultiplices/ itemq́ʒ ſecũdę & quartæ æque multiplices/ addetq́ʒ multiplex primæ ſuper multiplicẽ ſecundæ / non addet autẽ multiplex tertiæ ſuper multiplicem quartæ: dicetur prima maioris proportionis ad ſecundam/ q̃ tertia ad quartam. 8

¶CAMPANVS. ¶Diffinitis quantitatibus proportionalibus: diffinit quantitates improportionales. Sunt autem improportionales: inter quas non eſt ſimilitudo proportionum. quod contingit dupliciter. aut quia maior ẽ proportio primæ ad ſecundã q̃ tertiæ ad quartam: aut quia minor. & ideo eius ſunt duæ ſpecies. Prima: quando maior eſt proportio primi ad ſecundum/ q̃ tertij ad quartum. & dicitur hoc: maior improportionalitas

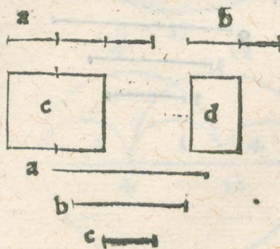
Secunda vero: quando minor est proportio primi ad secundum/q̃ tertij ad quartum. & dicitur minor improportionalitas. diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartam: quæ est maior improportionalitas. diffinitionem autem earum inter quas est minor proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartã/non ponit: quia ipsa patet ex alia. Cum igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam sumpta sint æque multiplicia/& ad secundam & quartam æque multiplicia/& multiplicia primæ & secundæ relata adinuicẽ nõ se habebũt similiter multiplicibus tertiæ & quartæ relatis adinuicẽ in additione/diminutione & ęqualitate: illę 4 quãtitates erũt ĩproportionales. Qd̃ si ita fuerit ꝙ multiplex p̃mę sit ęquale multiplici secũdę/multiplex vero tertiæ sit minus multiplici quartæ: aut ꝙ multiplex primæ sit maius multiplici secundę/multiplex autem tertię sit ęquale aut minus multiplici quartæ: aut ꝙ multiplex primæ sit maius multiplici secundæ & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ/ veruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus multiplex primæ multiplex secundæ q̃ multiplex tertiæ multiplex quartæ: aut ꝙ multiplex primæ sit minus multiplici secundæ & similiter multiplex tertiæ multiplici quartę/ veruntamen minus minuit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus/ multiplex primæ multiplici secundæ: q̃ multiplex tertiæ a multiplici quartæ: erit quolibet istorum 4 modorum maior proportio primæ ad secundã/q̃ tertiæ ad quartam. Quartuor autem modis istis oppositis erit minor proportio primæ ad secundam: q̃ tertiæ ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumentur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ super multiplex secundæ/non autem multiplicis tertiæ super multiplex quartæ/de qua loquitur author in diffinitione: latitudinem habet ad istos 4 modos prędictos/& ipsos compræhendit. Vnde sensus istius diffinitionis est. cum sumptis sic multiplicibus vt proponit / fuerit maior proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ q̃ multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartam. non diffiniuit autem sub hac forma: propter communem causam prius dictam. Vel possumus dicere: ꝙ additio multiplicis primæ super multiplex secundę & non multiplicis tertiæ super multiplex quartæ/de qua loquitur in pręmissa diffinitione maioris improportionalitatis/próprie accipitur prout verba diffinitionis sonant. & non se extendit nisi ad secundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorũ quatuor modorũ sit maior proportio primæ ad secundã q̃ tertię ad quartã. vnde sensus illius diffinitionis ẽ. cũ sumptis sic multiplicibus vt proponit/si multiplici primæ existente maiori multiplici secũdæ/nõ sit necessariũ ꝙ multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ: tũc erit maior proportio primæ ad secũdã q̃ tertiæ ad quartã. propter hoc autẽ non posuit reliquos tres additionis modos in prędicta diffinitione: quia iste est illis omnibus magis planus/& ad dictã diffinitionẽ sufficiẽs. Nusq̃ enĩ est maior proportio primæ 4 quãtitatũ ad secũdã q̃ tertię ad quartã: quin contingat aliqua æque multiplicia ad primã & tertiã reperiri. quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secũdæ & quartæ: inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secũdæ/non autẽ multiplex tertię super multiplex quartæ. Nec vsq̃ cõtingit hoc reperire: quin sit maior proportio primæ ad secũdã q̃ tertiæ ad quartã. vt demõstrabimus infra supra decimã huius. Possunt autẽ esse hæ quãtitates ĩproportionales diuersorũ generũ/sicut & quãtitates incõtinue proportionales: si ĩter eas fuerit incontinua improportionalitas. vt si dicatur maior est proportio a ad b, q̃ c ad d. Si autem fuerit continua ĩproportionalitas: erunt omnes eiusdem generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. vt si dicatur maior est proportio a ad b, q̃ b ad c.

1		16		18
	1	8	3	9
	2	4	4	6
		16		24

2		18		16		24		18
	1	9	3	8	1	8	3	6
	2	3	4	4	2	4	4	5
		12		16		16		20

3		10		14
	1	5	3	7
	2	3	4	4
		9		12

4		16		14
	1	8	3	7
	2	6	4	5
		18		15



9 ¶ Est autem proportionalitas: ad minus inter tres terminos constituta.

CAMPANVS. Postq̃ author diffiniuit proportionem / proportionalitatẽ/ & quãtitates proportionales & ĩproportionales: ostendit quis sit minimus numerus terminorũ inter quos proportionalitas potest cõsiste re. maximũ autẽ non ponit: quia illũ non cõtingit sumere. potest enĩ proportio quælibet cõtinuari in terminis infinitis/ siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatẽ autem exiguntur ad minus duæ proportiones similes: eo q, proportionalitas sit similitudo proportionum. Quęlibet autẽ proportio: habet antecedẽs & consequens. ergo quęlibet proportionalitas: habet ad minus duo antecedentia & duo cõsequẽtia. hoc est impossibile fieri in paucioribus q̃ tribus terminis: in quibus medius eorũ/ antecedens est & consequens. & ideo proportionalitas erit continua. quare in tribus terminis adminus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem non erit in paucioribus q̃ in 4: eo q in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequẽs. idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. Si enim fuerit continua: erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua: ad minus inter quatuor.

Si fuerint tres quantitates continue proportionales: dicetur proportio primæ ad tertiam/ proportio primæ ad secundam duplicata. 10

CAMPANVS. Diffinit proportionẽ quæ est inter extremos terminos cõtinuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ. & dicit q si fuerit proportio primi ad secũdũ sicut secundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata/ hoc est ex duabus talibus cõposita. siue (quod idem est) erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata/ hoc est in se multiplicata. verbi gratia in numeris. Sint tres numeri continue propotionales: sintq; continue dupli/ vt 2, 4, 8. proportio autem primi ad tertium: erit sicut proportio primi ad secundũ in se multiplicata. proportio autẽ primi ad secũdum: est dupla. dupla vero in se multiplicata: producit quadruplã. vnde proportio extremorum: est quadrupla/ videlicet duplum dupli. vel secundũ priorem expositionem/ proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundum duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

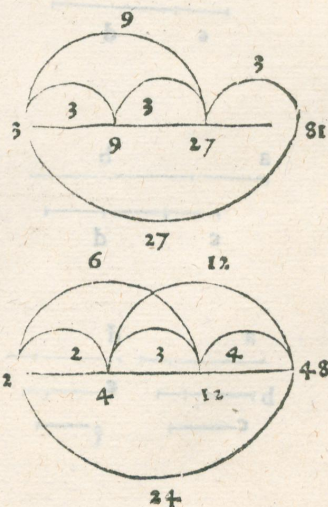
8
4
2

Cum fuerint quatuor quantitates continue proporrionales: proportio primæ ad quartam/ dicetur proportio primæ ad secundam triplicata. 11

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ est inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis constitutæ. & dicit si fuerint quatuor quantitates continue proportionales: erit proportio primæ ad quartam sicut proportio primæ ad secundam triplicata. hoc est ex tribus talibus composita: quoniam tres tales inueniũtur in ea. siue (qđ idẽ est) erit proportio primæ ad quartã sicut primæ ad secundã triplicata hoc est ĩ se/ postea in productũ multiplicata. Verbi gratia ĩ numeris. Sint quatuor numeri cõtinue proportionales: sintq; cõtinue tripli. vt sint 1, 3, 9, 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secũdũ in se/ postea in productũ multiplicata. proportio autẽ primi ad secũdũ: ẽ tripla. tripla vero in se multiplicata: producit nõcuplã. & triplaĩ nõcuplã: producit vigincuplãseptuplã. erit itaq; proportio extremorũ vigincuplaseptupla. qđ est triplũ tripli. Vel secũdũ priorẽ expositionẽ/ proportio extremorũ est sicut proportio primi ad secundũ triplicata: quia vigincuplaseptupla cõstat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuę proportionalitatis inter plures q̃ quatuor terminos constitutę: propter id q dimẽsiones ĩ rebus naturalibus repertæ: non excedũt ternariũ. Denominatio autem proportionis duarũ quãtitatũ quibus nullum interponitur mediũ: habet naturã lineæ. Earum vero quibus interponitur vnum medium in continua proportionalitate: ha-

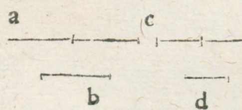
27
9
3
1

bet naturam superficiei/eoquod fit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in se. Omne autem qđ ex multiplicatione lineæ in lineam producitur: naturam habet superficiei. si in se quidem/quadrati: si vero in alteram/parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitatum denominatio quibus in continua proportione duo media interponuntur: naturam habet solidi. quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primo in se/ex qua multiplicatione producitur superficies: deinde in productum/ex qua multiplicatione prouenit solidum siue corpus. omne etenim quod ex multiplicatione lineæ in superficiem producitur: crescit in solidum. ¶ Est ergo acsi diceret/proportio duarum quantitatum: est simplex interuallum / & habens naturam simplicis dimensionis vt lineæ. proportionalitas autem trium: est duplex interuallum/& habens naturam duplicis dimensionis vt superficiei. proportionalitas autem quatuor: est triplex interuallum/ & habens naturam trinæ dimensionis vt solidi. Et quia dimensiones vlterius non procedunt: ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis / aut pluribus constitutæ. vel non diffiniuit proportionem in his: quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportione primorum duplicata/& in quatuor terminis constat ex eadem triplicata: in quinq; terminis constat ex eadem quadruplicata/& in sex ex eadem quincuplicata. vnde quemadmodũ in tribus terminis continue proportionalibus proportio extremorum continet proportionem primorũ bis/& in 4 terminis ter: sic in quinq; terminis continebit quater/& in sex quinquies/& ita deinceps. vt semper proportio extremorum in terminis continue proportionalibus toties contineat proportionem primorum: quot sunt omnes termini minus vno. Similiter quoq; si proportio extremorũ continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ/est ea quæ producitur ex proportione primorum in se semel multiplicata/& in quatuor in se bis multiplicata: in quinq; terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in se ter multiplicata/& in sex terminis quater/& sic semper vt termini fuerint duobus plures multiplicationibus/siue vt multiplicationes sint equales medijs extremis interpositis. Et nota ꝙ etiam in proportionalitate continua extremorũ: proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs: vt ex prędictis apparet. & ꝙ proportio extremorum cõtinuę proportionalitatis in tribus terminis constitutæ denominatur a quadrato/in quatuor vero terminis constitutæ denominatur a cubo: quorum quidẽ quadrati & cubi latus est denominatio proportionis primi ad secundum. verbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales qui sint continue tripli: 3, 9, 27, 81. proportio primi ad secũdum: denominatur a ternario. est enim tripla. primi vero ad tertium: a nouenario qui est quadratus ternarij. nam ipsa est nõcupla. At vero proportio primi ad quartum: denominatur a 27 qui est cubus denominationis proportionis primi ad secũdũ videlicet ternarij. ipsa eni ẽ vigincuplaseptupla. Et proportio extremorum in proportionalitatis continuæ in tribus terminis constitutæ: denominatur a superficiali non quadrato/cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum. in quatuor vero terminis constitutæ: denominatur a solido non cubo/cuius tria latera sunt denominationes triũ proportionum. qđ etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continue ĩproportionales / qui sint 2, 4, 12, 48: ĩ quibus proportio primi ad secundum est dupla/secundi ad tertium tripla/& ideo primi ad tertium sexcupla. tertij vero ad quartũ q̃drupla: & ideo primi ad quartũ vigincupla q̃drupla. Senarius ergo q est denominatio proportionis primi ad tertium: est superficialis/cuius latera sunt 2 & 3 quæ sunt denominationes duarum primarum proportionũ. 24 vero qui est denominatio proportionis primi ad quartũ: est solidus cuius latera sũt 2, 3, & 4, quę sunt denominationes triũ proportionũ inter illos quatuor terminos existentiũ.

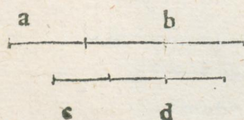


¶Quātitates quæ sunt in proportione vna/antecedens ad consequentem et antecedens ad consequentem: dicetur ecōtrario sicut consequens ad antecedentem/ sic consequens ad antecedentem. Itemq́ permutatim sicut antecedens ad antecedentem: sic etiam consequens ad consequentem. 12

¶CAMPANVS. ¶Diffinit species proportionalitatis: quæ sunt sex. videlicet conuersa/permutata/disiuncta/euersa/& æqua. Sunt autem hæ species: quasi quidam modi arguēdi. Diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem & permutatam: in quibus manent antecedentia & consequentia eadem secundū substantiam (quod nō est in disiuncta/cōiuncta aut euersa) & in quibus nihil extra sumitur vt in æqua. Vocat autē antecedens: primum extremum proportionis. consequens vero: vocat secūdum. Vult itaq́ per hanc diffinitionem/ q̄ si fuerit proportio a ad b sicut c ad d, & ex hoc ergo concludam ergo b ad a sicut d ad c, videlicet vt faciam de antecedentibus consequentia & de consequentibus antecedentia: q̄ iste modus arguendi vocetur proportionalitas econtrario siue cōuersa. Si autem sic arguam a ad b sicut c ad d/ergo a ad c sicut b ad d, videlicet vt ambo extrema primę proportionis fiant antecedētia/ambo extrema secūdæ/consequentia: vult q̄ iste modus arguēdi vocetur proportionalitas permutata. & in isto modo arguendi fit antecedens secundæ proportionis/consequens primæ: & cōsequens primæ/antecedens secundæ.

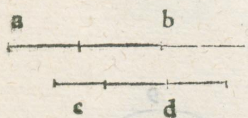


¶Cōiuncta vero proportionalitas: dicitur quoties sicut antecedens cum consequente ad consequens/ sic etiam antecedens cum consequente ad consequens. 13



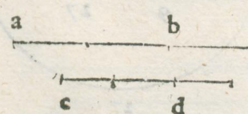
¶CAMPANVS. ¶Diffinit coniunctam/disiunctam/& euersam: in quibus etiam nihil extra sumitur/ sed termini nō manent in ipsis iidem secundum substantiam. & vult q̄ si ita fuerit vt sit a ad b sicut c ad d/& ego ex hoc concludam ergo totius a b ad b sicut totius c d ad d: q̄ iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

¶Disiuncta vero proportionalitas: dicitur augmentorū antecedentium supra consequentia æqua comparatio. 14



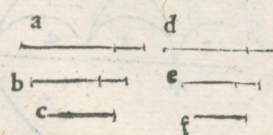
¶CAMPANVS. ¶Vult q̄ si fuerit proportio totius a b ad b sicut totius c d ad d, & ex hoc ego concludam ergo a ad b sicut c ad d: q̄ iste modus arguendi vocetur disiuncta proportionalitas.

¶Euersa proportionalitas: dicitur quorumlibet antecedentium ad augmenta sui supra consequentia sua similitudo proportionum. 15



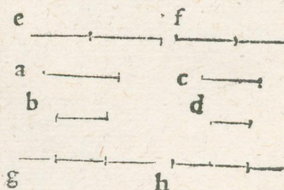
¶CAMPANVS. ¶Vult q̄ si fuerit a b ad b sicut c d ad d/& ex hoc ego concludam ergo a b ad a sicut c d ad c: q̄ iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

¶Aequa proportionalitas: dicitur quantitatibus plurimis propositis/aliisq́ secūdū eundē numerum in vna proportione applicatis/mediorum æquali numero remoto/vtrorumq́ summorum similitudo proportionum. 16



¶CAMPANVS. ¶Diffinit æquam proportionalitatem: quę ad probādum propositum ad extra sumitur. & vult q̄ si sumantur quotlibet quātitates vt a, b, c, itēq́ totidē aliæ siue sint eiusdem generis cum primis siue alterius vt d, e, f, fuerintq́ secundæ in proportione primarū siue eodē ordine vt si dicatr̄ a ad b sicut d ad e & b ad c sicut e ad f, siue ordine cōuerso vt si dicatur a ad b sicut e ad f & b ad c sicut d ad e, & ex hoc cōcludatr̄ ergo a ad c sicut d ad f: q̄ iste modꝰ arguēdi vocetr̄ ęq̄ ꝑportiona

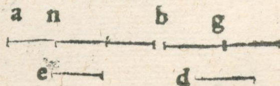
litas. ¶Horũ autem sex modorũ arguẽdi qui dicuntur species proportionalitatis: quatuor probat author in littera infra in isto quĩto. Permutatam quidem proportionalitatem: probat in 16 huius. disiunctam vero: in 17. coniunctam: in 18. æquam vero proportionalitatem: demonstrat in 22 & 23. sed in 22: cum quantitates duorum ordinum eodem ordine sũt proportionales. in 23 vero: cũ et sũt ꝓportionales ordĩe cõuerso. Cõuersã vero ꝓportionalitatẽ aut euersã non demonstrat: eo ꝙ conuersa patet ex diffinitione quantitatum incontinue proportionalium. Euersa autẽ patet ex permutata adiuuante 19 vt super eadẽ 19 sumus dicturi. ¶Qualiter autem conuersa proportionalitas ex diuisione quantitatum incontinue proportionalium manifesta sit: demonstremus nunc. Sit ergo proportio a ad b: sicut c ad d. volo ergo demonstrare ꝙ erit b ad a: sicut d ad c. Sumant̃ e ad a, & f ad c, æque multiplicia: similiter quoq; g ad b, & h ad d, æque multiplicia. eritq; per conuersionem diffinitionis quantitatum incontinue proportionalium: vt e & g itemq; f & h similiter se habeant in additione/diminutione & æqualitate. intelligo tunc b primum/a secundum/d tertium/c quartum. sumptaq; sunt ad primũ & tertium: g & h æque multiplicia. Itemq; ad secundum & quartum: e & f æq̃ multiplicia. Et quia multiplicia primi & secundi quæ sunt g & e similiter se habent multiplicibus tertij & quarti quæ sunt h & f adinuicem in additione/diminutione & æqualitate: erit per dictam diffinitionẽ/proportio b primi ad a secundum sicut c tertij ad d quartum. quod est ꝓpositum. Cõstat itaq; modus arguendi qui dicitur conuersa proportionalitas. ¶Hui9 autẽ quinti libri principia plurimis difficillima esse videntur: & quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat/magis ab intellectu distantia. Nihil enim videtur intellectui ĩmediatius adhẽrere: q̃ ꝙ duarum quarũlibet quantitatum æqualiũ sit ad tertiam quãlibet vna proportio: qđ tamen huius quinti septima demonstrat/ex diffinitiõe incontinuæ proportionalitatis/quæ ab intellectu primo videtur q̃plurimũ esse remota. quis enim non facilius duarum quantitatum æqualium ad aliquã tertiam/eandem esse proportionem concedat: q̃ q̃tuor quãtitatũ si multiplicia primæ & tertiæ æqualiter sumpta multiplicibus secũdæ & quartẽ æqualiter sumptis similiter se habuerint in additione diminutione & æqualitate/esse proportionem primæ ad secundam sicut tertiẽ ad quartam? Verum si subtiliter intuemur/liquido constabit non posse vniri intellectui ꝙ proportio duarum quantitatum æqualium ad tertiam sit vna: nisi per quid est esse proportionem vnã. si enim quis ignoret quid est esse proportionem vnam eandem proportionem alteri: quomodo cognoscet duarum quantitatum æqualium esse eandem proportionem ad tertiam? Indiget igitur proculdubio intellectus anteq̃ illam quæ videbatur cõceptibilis propositio/appræhendat: huius rei quæ ꝑ ipius diffinitionem habebitur cognitione. posimodum vtrum ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis cõueniat: pertractatione. quod si diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus conuenire: cõcludetur propositum. sin autem: oppositum. Non est igitur immediata propositio: quã superficialis appræhensio immediata iudicauit. ¶Similiter quoq; immediatius iudicat prima apprẽhensio adhẽrere intellectui ꝙ duarum quantitatum inæqualium maior est proportio maioris earũ ad aliam q̃ minoris ad eandem/quam demonstrat 8 huius: q̃ ꝙ 4 quãtitatum sit maior proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartã. cũ multiplicibus ad primam & tertiam æqualiter sumptis/itemq; alijs ad secundam & quartam æqualiter: multiplex primæ addit super multiplex secundæ/ & multiplex tertiæ non addit super multiplex quartæ. ex quo quæ prædicta est ꝓpositio demonstratur. sed similiter nec ipsa potest intelligi: nisi per quid est esse proportionem maiorem. ¶Igitur oportuit Euclidẽ: quæ quantitates dicũtur proportionales/& quẽ improportionales diffinire. Proportionales autem: sunt quarum proportio vna est. & improportionales: quarum proportiones diuersæ. Itaq; diffiniuit quam



titates quarum proportio vna eſt.& eas in quibus connectuntur extre-
ma non diſſociatis medijs/quas vocauit continue proportionales.& di
xit hanc ꝓportionalitatem/in tribus terminis ad minus exiſtere/pro-
pter hoc ꝙ vnum ſaltem bis ſumendum eſt medium.et eas in quibus ac
cidit interruptio mediorum/& hec ſunt incontinue proportionales. &
hæ proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos/propter alteri-
us medij ſumptionem. Et diffiniuit etiam quantitates quæ ſunt impro
portionales:quarum eſt maior vna proportio q̄ ſit alia. Et ſi eſſet omnis
proportio ſcita ſiue rationalis:tunc facile eſſet intellectui cognoſcere q̄
proportiones eſſent vna & quę diuerſæ. Quę enim haberent vnam deno
minationem:eſſent vna.quæ autem diuerſas:diuerſæ.hæc autem facili
tas manifeſta eſt ex arithmetica: quoniã omnium numerorũ proportio
ſcita & rationalis eſt. Vnde Iordanus in ſecũdo arithmeticæ ſuæ diffini
ens quæ proportiones ſunt eędem & quæ diuerſæ: dicit eaſdē eſſe quæ
eandem denominationem recipiunt. Maiorem vero/quæ maiorem:&
minorem/quæ minorem. Sed infinitæ ſunt proportiones irrationales:
quarum denominatio ſcibilis non eſt.quare cum Euclides cõſideret in
hoc libro ſuo proportionalia communiter non contrahendo ad rationa
les vel irrationales quoniam conſiderat proportionem repertam in con
tinuis quæ communis eſt ad iſtas: non potuit diffinire identitatē pro-
portionum ꝑ idẽtitatem denominationũ ſicut arithmeticus/ eo ꝙ mul-
tarum propotionum(vt dictum eſt) ſunt denominationes ſimpliciter
ignotæ/diffinitionē autem oportet fieri ex notis. vnde malicia propor-
tionum irrationalium:coegit Euclidem tales diffinitiones ponere.
Quia ergo non potuit(vt patet ex ꝑmiſſis)diffinire proportionalitatem
ſiue identitatem proportionum ꝑ identitatem habitudinum/ſiue deno-
minationum ipſorum terminorum propter irrationalitatem habitudi-
num & inconuenientiam terminorum:coactus eſt refugere ad termino
rum multiplicia. vt ex illorum habitudinibus quantum ad exceſſum &
æqualitatem conſideratis ęquis numeroſitatibus ſumptorũ/ꝑ quod ad
naturam irrationalitatis reducuntur:propoſitam diffinitionē venetur.
nihil enim in quocũq; inæqualitatis genere/terminis magis idē:q̄ eo-
rum multiplicia. nec terminorum habitudinibus:q̄ multiplicium habi
tudo. ¶Et quia proportio eſt duarum quantitatum eiuſdē generis cer-
ta habitudo cõſiderata in eo ꝙ ſũt æquales aut altera maior:ideo iden-
titas proportionum exiſtẽtium iter primam 4 quãtitatum ad ſecundam
& tertiam ad quartam / eſt ſimilis æqualitas primæ ad ſecundam/ &
tertiæ ad quartam / aut ſimilis maioritas / aut ſimilis minoritas.
hęc autem ſimilis æqualitas / aut ſimilis maioritas/aut ſimilis mino-
ritas tũc eſt iter quatuor quaſlibet quantitates:cum eſt inter oẽs earum
æqual iter multiplices. ¶Quod ergo dicit in quinta diffinitione/quan
titates quę dicunẽ cõtinuam proportionalitatem habere ſũt quarũ æque
multiplicia aut ęqua ſunt aut æque ſibi ſine interruptione addũt aut mi-
nuunt:eſt ac ſi diceret /omnes illas quantitates voco continue propor
tionales(qđ eſt eas ſimiliter eſſe æquales cõtinue/& ſimiliter cõtinue eſ-
ſe maiores/& ſimiliter cõtinue eſſe minores) quarum omnes æque mul-
tiplices/aut ſibi inuicem ſũt/ſimiliter cõtinue æquales/vel ſimiliter con
tinue maiores/vel ſimiliter continue minores/quod eſt etiam ipſas mul
tiplices eſſe continue proportionales.quod ſi hoc alicubi in multiplici-
bus diſſonat:eas dico non eſſe continue proportionales. ¶Quod autē
dicit in ſexta diffinitione. Quantitates quæ dicũtur eſſe ſecũdum pro-
portionem vnam prima ad ſecundam & tertia ad quartam &c. eſt ac
ſi diceret omnes 4 quãtitates voco incontinue proportionales/& ſe
habere primam ad ſecũdam ſicut tertia ſe habet ad quartã(quod eſt pri
mam ad ſecũdam/& tertiam ad quartam ſimiliter ſe habere in æquan-
do aut addẽdo aut minuẽdo) quarũ omnes æque multiplices primę &
tertiæ ad oẽs æque multiplices ſecũdæ & quartæ ſimiliter ſe habẽt aut ĩ
æquãdo aut addẽdo aut minuẽdo.quod eſt etiam multiplices primę in

eadem proportione se habere ad multiplices secũdæ: in qua multiplices tertiæ se habent ad multiplices quartæ. quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus: dico non esse proportionem primæ ad secundã sicut tertiæ ad quartam. Quod autem dicit in 8 diffinitione: est acsi diceret/ maiorem proportionem voco 4 quantitatum primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartam (quod est primam magis excedere secũdam q̃ tertia excedat quartam) quarum aliqua ex multiplicibus primæ addit sup aliquam ex multiplicibus secundæ/ aliqua ex multiplicibus tertiæ sumpta secundum numerationem multiplicis primæ/ non addente super aliquem ex multiplicibus quartæ sumpta secundum numerationem multiplicis secũdæ. quod est esse maiorem proportionem multiplicis primæ ad multiplicem secundę: q̃ multiplicis tertiæ ad multiplicem quartæ.

¶ Diffinitiones autem istas nisi sũt aliqui demonstrare: quorũ Ametus filius Ioseph tẽtauit eas demõstrare in epistola sua quã de proportiõe & proportionalitate composuit. & accepit tria per modum positionis tanq̃ principia: quæ dicit esse per se nota & probatiõe nõ indigere. Quorũ primum est q̧ si fuerint 4 quãtitates/ quarum sit proportio primæ ad secũdam sicut tertiæ ad quartam: erit econuerso proportio secũdæ ad primã sicut quartæ ad tertiam. & hic est modus arguendi: quem vocauit superius Euclides cõuersam proportionalitatem. Et errauit/ quoniã dixit propositionem esse p se notam: cuius tamen antecedẽs & cõsequẽs sũt ignota. Ignotum est enim quid sit esse proportionem primæ quãtitatis ad secũda sicut tertiæ ad quartã. quare hoc ignoto posito: ipossibile est intelligere quid ex ipso sequatur. Similiter quoq; quia cõsequẽs est ignotũ: impossibile est itelligere quid ad ipsam antecedat. Secundũ principiũ eius fuit/ q̧ si fuerint 4 quãtitates quarũ sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartam: si prima sit maior secunda/ erit tertia maior quarta. & si minor: minor. & si æqualis: æqualis. Tertium fuit q̧ si fuerint 4 quantitates quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartã: erit primæ ad quodlibet multiplex secundæ/ sicut tertiæ ad æque multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum: quod accidebat in primo. accepit enim in omnibus ignota similiter/ tanq̃ nota. quare non demonstrauit. peccauit etiam in secunda demonstratione & in tertia & in quinta. in quarum qualibet arguit ex 8 vel ex 10 huius quæ probantur ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis. Arguit enim sic. si proportio a b ad e est maior q̃ g ad d: sit ergo vt n b partis a b ad e sicut g ad d. per quod apparet ipsũ supponere q̧ duarum quantitatum a b & n b inæqualium relatarũ ad e maior maiorem & minor minorem ad ipsam optinet proportionem. vel q̧ quantitas quæ ad e habebit minorem proportionẽ q̃ habeat a b: erit minor a b. quorum primum demonstrat 8 huius. & secundum: 10. Nam cũ vult is sumere quãtitatem quę se habeat ad e in proportione g ad d: dabo tibi maiorẽ aut minorem aut æqualem a b indifferenter sicut voluero. quare aut nõ demõstrat/ aut accidit sibi circulus/ & pincipia esse ignotiora conclusionibus. Supponenda sunt igitur cũ Euclide principia tanq̃ nota. & non ipsa ex conclusionibus: sed conclusiones ex ipsis demonstrandæ sunt.



¶EVCLIDIS MEGARENSIS EX TRADItione Theonis Græci commentatoris, Bartholomęo Zamberto Veneto interprete geometricorum elementorum liber quintus.

Euclides ex Zamberto. Diffinitiones.



Ars: est magnitudo magnitudinis minor maioris, quando minor metitur maiorem. 1

¶Multiplex autem: maior minore, quando eam metitur minor. 2

¶Ratio: est duarum magnitudinū eiusdem generis aliquatenus adinuicem quædam habitudo. 3

¶Proportio vero: est rationū identitas. 4

¶Rationem habere adinuicem magnitudines dicuntur: quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere. 5

¶In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundum & tertia ad quartam: quãdo primæ æque multiplicia, secũdæ & quartę æque multiplicia iuxta quãuis multiplicationem vtraqꝫ vtrãqꝫ vel vna excedunt vel vna æquales vel vna deficiunt sumptæ adinuicem. 6

¶Eandem autem habentes rationem magnitudines: proportionales vocentur. 7

¶Quando vero æque multiplicium multiplex primi excesserit multiplex secũdi, multiplex autem tertij non excesserit multiplex quarti: tũc primum ad secundum maiorẽ rationem habere dicetur, q̃ tertium ad quartum. 8

¶Proportio autem in tribus terminis: minima est. 9

¶Quando tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad tertiam duplicem rationem habere dicetur q̃ ad secundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint & semper ordinatim vna plus: prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur q̃ ad secundam, ex quo fuerit proportio extensa. 10

¶Similis rationis magnitudines dicuntur: antecedentia antecedentibus & consequentia consequentibus. 11

¶Conuersa ratio: est acceptio antecedentis ad antecedens: et consequentis ad consequens. 12

¶Permutata ratio: est acceptio consequentis tanq̃ antecedẽtis ad antecedens tanquam ad consequens. 13

¶Composita ratio: est acceptio antecedentis cũ consequen 14

te ſicut vnius: ad ipſum conſequens.

15 ℂDiuiſa ratio: eſt acceptio exceſſus quo excedit antecedẽs ipſum conſequens: ad ipſum conſequens.

16 ℂConuerſio rationis: eſt acceptio antecedẽtis ad exceſſum quo excidit antecedens ipſum conſequens.

17 ℂAequa ratio: eſt pluribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine cum duabus ſumptis & in eadem ratione quando fuerit ſicut in primis magnitudinibus primum ad vltimum/ ſic in ſecundis magnitudinibus primum ad vltimum. Vel aliter. Acceptio extremorum per ſubtractionem mediorum.

18 ℂOrdinata proportio: eſt cum fuerit antecedens ad conſequens & conſequens ad rem aliam: ſicut conſequens ad rem aliam.

19 ℂInordinata proportio: eſt cum fuerit antecedens ad conſequens ſicut antecedens ad conſequens/ & conſequens ad rem aliam ſicut res alia ad antecedens.

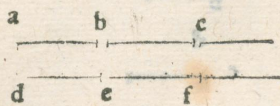
20 ℂExtenſa proportio: eſt quando fuerit ſicut antecedens ad conſequens ſic antecedens ad conſequens/ fuerit autem & ſicut conſequens ad rem alia ſic conſequens ad rem aliã.

21 ℂPerturbata autem proportio: eſt quando tribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine/ fit ſicut quidem in primis magnitudinibus antecedẽs ad conſequens ſic in ſeuncdis magnitudinibus antecedens conſequens: ſicut autem in primis magnitudinibus conſequens ad rem aliam: ſic in ſecundis res alia ad antecedẽs

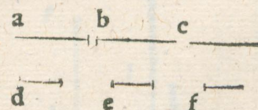
Eucli. ex Camp. Propoſitio. 1

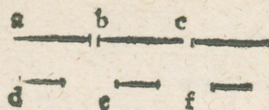


I fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æque multiplices/ aut ſingulæ ſingulis æquales: neceſſe eſt quemadmodum vna illarum ad ſui comparem/ totũ quoq; ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas ſimiliter ſe habere.



ℂCAMPANVS. ℂSint quotlibet quãtitates quæ ſint a, b, c: aliarũ totidem quæ ſint d, e, f, æque multiplices/ vnaqueq; ad ſui cõparem/ aut ſingulę ſint ſingulis æquales. ita videlicet q ſicut a eſt multiplex d: ita b eſt multiplex e, & c multiplex f. vel ſi a eſt æqualis d: q ſimiliter b ſit æqualis/ & c æqualis f, dico q ſicut ſe habet a ad d: ita ſe habet aggregatũ ex omnibus quæ ſunt a, b, c ad aggregatum ex omnibus quæ ſunt, d, e, f. ℂQz ſi ſingulæ ſingulis ſint æquales: patet propoſitum per hanc communem ſcientiam/ ſi æqualibus æqualia addanẽ/ tota quoq; erunt æqualia. Si autem ſint omnes ſuis cõparibus æque multiplices: diuiſis eis ſecundum quantitatem ſuarum ſubmultiplicium/ erit aggregatum ex prima parte a & prima b, & prima c, æquale aggregato ex d, e, f, per prędictam communem ſcientiam adiuuante hac/ quę eidem ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia. Similiter quoq; aggregatum ex ſecũdis partibus quã





titatum a,b,c:erit æquale aggregato ex d,e,f.ſicq; de cęteris.& quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a:erit vt æquale aggregatum ex d,e,f totiẽs contineatur in aggregato ex a,b,c quotiẽs d,continetur in a.Quia ergo quotiens d numerat a,totiens aggregatum ex d,e,f,numerat aggregatum ex a,b,c:patet q̄ ſicut a eſt multiplex ad d,ita aggregatum ex a,b,c,aggregati ex d,e,f.quod eſt propoſitum.

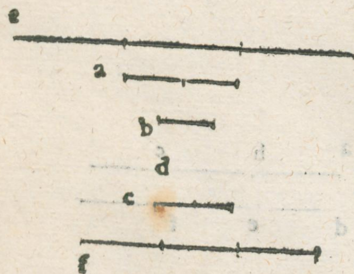
Eucli.ex Zamb. Theorema.1. Propoſitio.1

¶Si fuerint quælibet magnitudines quarũlibet magnitudi- 1
num æqualium numero/ſingulę ſingularum æque multiplices:quotuplex eſt vnius vna magnitudo/totuplices erunt & omnes omnium.

¶THEON ex Zamb. ¶Sint quælibet magnitudines a b,c d:quarũcũq; magnitudinum e,f,æqualium numero/æque multiplices/ſingulæ ſingularũ.Dico q̄ quotuplex eſt a b ipſius e:totuplices erunt a b & c d,ipſarum e,f.Quoniam enim æque multiplex eſt a b ipſius e, & c d ipſius f:quotcunq; igitur magnitudines ſunt in a b æquales ipſi e,totidẽ 3
& in c d ſũt æquales ipſi f.Dirimatur quidẽ a b,in magnitudines æquales ipſi e,hoc eſt a g & g b:& c d in ipſi f æquales magnitudines/hoc eſt c h,& h d,Erit nimirum multitudo ipſarum c h & h d: multitudini ipſarũ a g & g b æqualis.Et quoniã æqualis eſt a g ipſi e,& c h ipſi f:& a g & c h,ipſis e,f ſũt ęquales. & per hoc quoniã æq̄lis eſt g b ipſi e,et h d,ipſi f:& g b & h d ipſis e f. Quotcunq; igitur ſũt in a b æquales ipſi e:tot & in ipſis a b & c d,ſunt æqualia ipſis e,f.quotuplex igitur eſt a b,ipſius e:totuplices ſunt a b & c d,ipſarũ e, f.Si fuerint igitur quælibet magnitudines quarũcunq; magnitudinum æqualium numero ſingulę ſingularũ æque multiplices:quotuplex eſt vna magnitudo vnius/totuplices erunt & omnes omnium.q̄ demonſtraſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio.2

SI fuerint ſex quantitates quarum prima ad ſecũ- 2
dam atq; tertia ad quartam æque multiplices/quinta vero ad ſecundam atq; ſexta ad quartam æque multiplices: totum primę & quintæ ad ſecundam/totumq; tertiæ & ſextæ ad quartam ęque multiplicia eſſe conueniet.

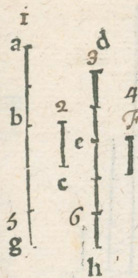


¶CAMPANVS.¶Sint ſex quantitates:a prima/b ſecunda/c tertia/d quarta e quinta/f ſexta.Sintq; a & c:æque multiplices ad b/& d.Itemq; e,& f:ſint æque multiplices ad eaſdem.Dico q̄ ſicut totum aggregatũ ex a & e,eſt multiplex ad quantitatem b:ita totum aggregatum ex c & 3
f,eſt multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus ſecundum quem b continetur in a,eſt æqualis numero ſecundum quem d continetur in c,ſimiliter quoq; numerus ſecundum quem b continetur in e,eſt æqualis numero ſecundum quem d continetur in f:erit per communem ſcientiam quę eſt ſi æqualibus æqualia addantur & tota quoq; erũt ęqualia/numerus ſecundum quẽ b continetur in aggregato ex a & e,ęqualis numero ſecundum quem d continetur in aggregato ex c & f.quare ſicut aggregatum ex a & e:eſt multiplex ad b:ita aggregatum ex c & f.eſt multiplex ad d.quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema.2 Propoſitio.2

¶Si prima ſecundæ æque fuerit multiplex & tertia quartę/ 3
fuerit autẽ & quinta ſecundæ æque multiplex & ſexta quartæ:& compoſita prima & quinta,ſecundæ æque multiplex erit/& tertia & ſexta quartæ.

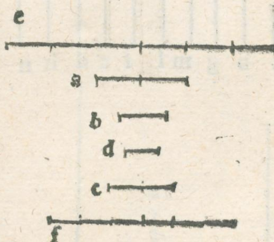
¶THEON ex Zamberto. ¶Prima inquam a b, secundæ c æque multiplex esto: & tertia d e, ipsius f quartæ. sit autem & quinta b g, secundæ c æque multiplex: & sexta e h, ipsius f quartæ. Dico quod composita prima & quinta a g, ipsius c secundæ æque multiplex erit: & tertia & sexta d h, ipsius f quartæ. Quoniam enim æque multiplex est a b ipsius c, & d e ipsius f: quot magnitudines igitur sunt in a b, æquales ipsi c, totidem magnitudines sunt & in d e, æquales ipsi f. ac per hoc/ & quot sunt in b g, æquales ipsi c: tot etiam sunt in e h, æquales ipsi f. Quot igitur sunt i tota a g, æquales ipsi c: tot sunt in tota d h, æquales ipsi f. Quotuplex igitur est a g, ipsius c: per prædens/ totuplex est d h, ipsius f. Et composita igitur prima & quinta a g, ipsius c secundæ æque erit multiplex: & tertia & sexta d h, ipsius f quartæ. Si prima igitur secundæ æque fuerit multiplex & tertia quartæ/ fuerit autem & quinta secundæ æque multiplex & sexta quartæ: & composita prima & quinta/ secundæ æque multiplex erit/ & tertia & sexta quartæ. quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 3.

3 SI fuerint primum secundi & tertium quarti æque multiplicia/ ad primum vero & tertium multiplices sumantur æquales: erunt multiplex primi ad secundum/ atque multiplex tertij ad quartum æque multiplicia.

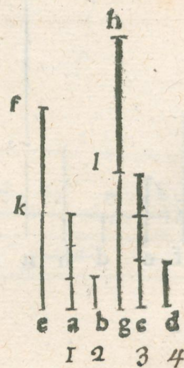
¶CAMPANVS. ¶Sint sex quantitates: a prima/ b secunda/ c tertia/ d quarta/ e quinta/ f sexta. sintque a ad b & c ad d, itemque e ad a & f ad c: æque multiplices. Dico quod sicut e est multiplex ad b: ita f ad d. Diuidatur enim e secundum quantitatem a sui submultiplicis: & f secundum quantitatem c. eritque propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, vt quælibet partium e sit ita multiplex ad b: sicut quælibet partium f ad d. Quia ergo sicut prima pars e est multiplex ad b ita prima pars f est multiplex ad d, itemque sicut secunda pars e est multiplex ad b ita secunda f ad d: ergo erit per præmissam vt aggregatum ex duabus primis partibus e sit ita multiplex ad b, sicut aggregatum ex duabus primis partibus f ad d. Et quia rursus tertia pars e (si sit aliqua tertia pars) est ita multiplex ad b sicut tertia f ad d: erit per eandem vt totum aggregatum ex tribus primis partibus e sit ita multiplex ad b, sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d. Sicque (si plures fuerint partes e & f) componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus: concludes quod sicut e est multiplex ad b, ita f ad d per præmissam totiens sumptam quot fuerint partes in e aut in f, minus vna. sicque patet propositum.

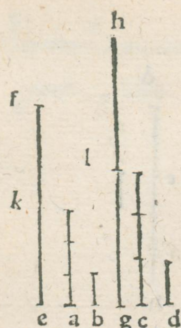


Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

3 ¶Si primum secundi æque fuerit multiplex & tertium quarti/ sumantur autem æque multiplicia primi & tertij: & æque sumptorum vtrumque vtriusque æque erit multiplex / alterum quidem secundi/ alterum autem quarti.

¶THEON ex Zamberto. ¶Primum inquam a, secundi b, æque sit multiplex: & tertium c, ipsius d, quarti. sumanturque ipsorum a, c: æque multiplicia e f, & g h. Dico quod æque multiplex est e f, ipsius b: & g h, ipsius d. Quoniam enim æque multiplex est e f ipsius a, & g h ipsius c: quot igitur sunt magnitudines æquales in e f, ipsi a, tot etiam sunt magnitudines in g h, æquales ipsi c. Dirimatur quidem e f, in magnitudines æquales ipsi a: hoc est e k, & k f. & g h, i æquales ipsi c: hoc est g l, & l h. erit vtique æqualis multitudo ipsorum e k, & k f: multitudini ipsorum g l, & l h. Et quoniam æque multiplex est a ipsius b, & c ipsius d, æqualis autem est e k ipsi a, & g l ipsi c: æque igitur est multiplex e k ipsius b, & g l ipsius d. Ac per hoc iam æque multiplex est k f, ipsius b: & l h, ipsius d. Quoniam igitur primum e k ipsius b secundi æque est multiplex & tertium g l ipsius d quar-





ti/est autem & quintum k f ipsius b secundi æque multiplex & sextũ l h ipsius d quarti:& compositum igitur per 2 quinti primum & quintũ e f ipsius b secundi æque est multiplex/& tertium & sextum g h ipsius d quarti. Si primum igitur secundi æque fuerit multiplex & tertiũ quarti/sumanturq; primi & tertij æque multiplicia: & æque sumptorum vtrũq; vtriusq; æque erit multiplex/alterum secundi/ alterũ autem quarti. quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

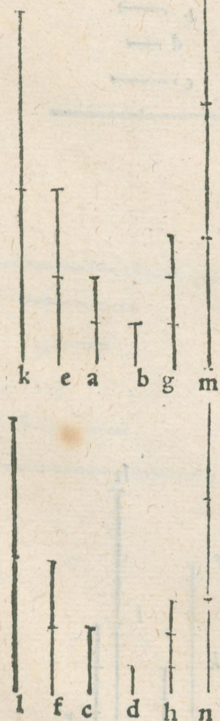
SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum/ad primum autem et tertium æque multiplicia assignetur/itemq; ad secundum & quartum multiplices æquales: erunt assignatę multiplices eodem ordine proportionales.



¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a primi ad b secũdũ: sicut c tertij ad d quartũ. sumanturq; e ad a, & f ad c, æque multiplicia: itẽq; g ad b, & h ad d, æque multiplicia. Dico ꝙ proportio e ad g: est sicut f ad h. Sumam k ad e, & l ad f, æq̃ multiplicia: itẽq; m ad g, & n ad h, æq̃ multiplicia. Et quia e et f sunt æque multiplicia ad a et c, itemq; k et l æque multiplicia ad e et f: erunt per præmissam k et l, æque multiplicia ad a et c. per eandem quoq; erunt m et n: æque multiplicia ad b et d. Quare per conuersionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis/k ad m, et l ad n: similiter se habebunt in addendo/diminuendo et æquando. Quia ergo k et l sunt æque multiplicia ad e et f, itemq; m et n æque multiplicia ad g et h: erit per diffinitionem incontinuę proportionalitatis/ proportio e ad g sicut f ad h. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.

¶Si primum ad secundum eandem habuerit rationem/& tertium ad quartum: & æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem/eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.



¶THEON ex Zamb. ¶Primũ enĩ a ad scd̃m b eãdẽ habeat rõnẽ: quã tertiũ c ad quartũ d. Et sumantur q̃dẽ ipsorũ a, c: ęque multiplicia, e, f: et ipsorũ b, d, alia vtcũq; multiplicia, g, h. Dico ꝙ sicut se habet e ad ipsũ g: sic se habebit f ad ipsũ h. Sumãt enĩ ipsorũ e, f, æq̃ multiplicia k et l: et ipsorũ g, h, alia quæ vtcũq; sint æq̃ multiplicia/hoc est m et n. Et quoniã æque multiplex est e ipsius a, et f ipsius c, suscipiunturq; ipsorũ e, f, ęque multiplicia k et l: igitur k per 3 quinti æque multiplex est ipsius a, et l ipsius c. et propterea/æque multiplex est quoq; m ip̃ius b: et n ip̃ius d. Et quoniam est vt a ad b sic c ad d, et sumũtur ipsorum a, c, æque multiplicia k, l, ipsorum autem b, d, alia quæ vtcũq; sunt æque multiplicia/hoc ẽ m, n: (si enĩ excedit k ipsũ m: excedit & l ipsũ n. & si æquale: ęquale. & si minus: minus) p 6 diffinitionem in eadẽ ratione magnitudines esse dicũtur. Sunt autem k, l, ipsorum e, f, æque multiplicia: & m, n, ipsorum g, h, alia quæ vtcunq; æque multiplicia sunt. Est igitur vt e ad g: sic f ad h. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertiũ ad quartum: & æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem/eandem rationem habebunt sumpta adinuicem/per 6 diffinitionem quĩti. Quod oportebat demonstrare.

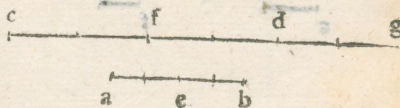
¶LEMMA siue assumptio. ¶Quoniam igitur demonstratum est ꝙ si excedit k ipsum m excedit quoq; & l ipsum n, & si æquale æquale/ & si minus minus/manifestũ autẽ est ꝙ si m ipsũ k excedit & n excedit ipsum l, & si æquale æquale/& si minus minus/ ac per hoc erit vt g ad e sic h ad f: (CORRELARIVM) hinc manifestum est ꝙ si quattuor magnitudines proportionales fuerint: & econtra quoq; proportionales erunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

5 SI fuerint duæ quantitates quarum vna sit pars alterius/minuaturq; ab vtraq; ipsarũ ipsa pars: erit reliquum reliquo atq; totum toti æque multiplex.

¶Vel sic. minuaturq; ab vtraq; ipsarum/ipsa pars aliquot: erit reliquum reliqui tota pars/quota totum totius.

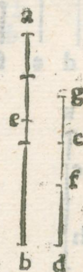
¶CAMPANVS. ¶Sit quãtitas a b tota pars quantitatis c d, quota est e b ipsius a b: minuaturq; a b ex quãtitate c d, & sit residuũ f c, eritq; f d æq̃lis a b. similiter quoq; minuatur e b ex quãtitate a b: sitq; residuũ e a. Dico ꝙ quota pars est quantitas a b quantitatis c d: tota est quantitas a e quantitatis c f. Cum enim f d sit æqualis a b: erit f d ita multiplex e b, sicut c d est multiplex a b. ponam itaq; d g ita multiplicem a e: sicut f d est multiplex e b. eritq; ex prima huius/quãtitas f g ita multiplex a b: sicut f d est multiplex e b. & quia sic fuit c d multiplex a b, sicut f d fuit multiplex e b: erit vtraq; duarũ quantitatum c d, f g, æque multiplex quantitatis a b. quare per communem scientiam: c d & f g sunt æquales adinuicem. dempta igitur ab vtraq; earum/quantitate f d: erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e sicut f d, e b, & ideo sicut a b, e b, quare & sicut c d, a b: erit c f ita multiplex a e, sicut tota c d totius a b. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

5 ¶Si magnitudo magnitudinis ęque fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ erit multiplex quotuplex tota totius est multiplex.

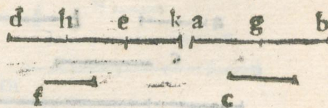
¶THEON ex Zamb. ¶Magnitudo inq̃ a b, magnitudinis c d æque multiplex esto: atq; & ablata a e, ablatæ c f. Dico ꝙ & reliqua e b, reliq̃ d f æq̃ erit multiplex: quotuplex tota a b totius c d est multiplex. Quotuplex est ae ipsius c f: totuplex fiat e b ipsius c g. Et quoniam per primam huius/æque multiplex est a e ipsius c f, & a b ipsius c d, ponitur autem æque multiplex a e ipsius c f & a b ipsius g f: æque igitur est multiplex a b, vtriusq; ipsorum g f & c d. æqualis igitur est g f: ipsi c d. Communis auferatur c f. reliqua igitur g c: reliquæ d f est æqualis. Et quoniam æque multiplex est a e ipsius c f, & e b ipsius g c, æqualis autem est g c ipsi d f: æque igitur est multiplex a e ipsius c f, & e b ipsius f d. Aeque autem ponitur multiplex: a e ipsius c f & a b ipsius c d. æquæ igitur est multiplex e b ipsius f d: & a b ipsius c d. Et reliqua igitur e b, reliquæ f d æque multiplex erit: quotuplex est tota a b totius c d. Si magnitudo igitur magnitudinis æque fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æque multiplex erit/quotuplex est tota totius. Quod demonstrasse oportuit.
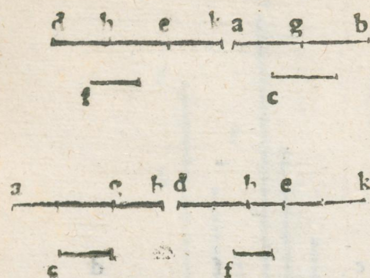


Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 SI fuerint duæ quãtitates ad alias duas æque multiplices/duæq; minores a duabus maioribus vtraq; a sua multiplice subtrahantur: erunt duo reliqua earundem partium æque multiplicia/aut eis æqualia.

¶CAMPANVS. ¶Sint quãtitates a b ad c, & d e ad f: æque multiplices. subtrahãturq; c ex a b: & f ex d e. & sint residua ex a b quidẽ a g: ex d e, d h. eritq; g b ęq̃lis c: & h e æq̃lis f. dico ꝙ duo residua a g & d h erũt æq̃lia duabus quãtitatibus c & f: aut eis æq̃ multiplicia. Sit ergo primo a g:





æqualis c.dico ꝙ d h eſt æqualis f. Sumã enĩ quãtitatẽ e k æqualem f. eritq; per præmiſſas hypotheſes/vt toties f ſit in h k : quoties c in a b. quare ſicut a b eſt multiplex c : ita h k eſt multiplex f. ſed ſic etiam d e:erat multiplex eiuſdem f. erit igitur per communem ſcientiam:h k æqualis d e.dẽpta igitur cõmuni earum quãtitate h e:erit d h æqualis f.quod eſt propoſitum. ¶Si autem a g ſit multiplex c : ponam vt e k ſit æque multiplex f. eritq; vt prius/vt toties f ſit in h k : quoties c in a b.ſed toties erat etiam in d e.erit igitur vt prius/d e æqualis h k:& d h,e k.quare ſicut a g eſt multiplex c:ita d h eſt multiplex f. quod eſt propoſitum. ¶Aliter idem.Cum ſecundũ eundem numerum contineat quantitas a b quantitatem c ſecundũ quem quantitas d e quantitatem f,demptaq; ab eo vnitate remaneat vnitas vel numerus ſecundum quẽ a g continet c,& ſecundum quẽ d h continet f: patet quantitates a g & d h, eſſe æquales aut æque multiplices quantitatibus c & f.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.
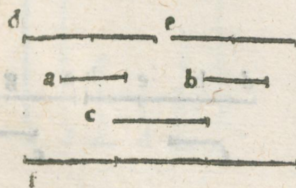
¶Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint multiplices/& ablatæ aliquæ earum æque fuerint multiplices:& reliquæ eiſdem vel æquales ſunt/vel æque ipſarum multiplices. 6

¶THEON ex Zamberto. ¶Duæ inq̃ magnitudines a b,c d: duarum magnitudinum e & f,æque ſint multiplices.& ablatæ aliquæ a g,& c h: earundem e & f æque ſint etiam multiplices.Dico ꝙ & reliquæ g b & h d:eiſdem e & f,aut ſunt æquales/aut earum æque multiplices.Sit enim primum:g b ipſi e æquale.Dico ꝙ & h d:ipſi f eſt æquale.Ponatur inq̃ ipſi f: æqualis c k. Quoniam æque multiplex eſt a g ipſius e,& c h ipſius f,æqualis autem eſt g b ipſi e, & k c ipſi f;æque igitur eſt multiplex a b ipſius e,& k h ipſius f.Aeque autem ponitur multiplex a b ipſius e:& c d ipſius f.Aeque igitur eſt multiplex k h ipſius f:& c d ipſius f.Quoniam igitur vtraq; ipſarum k h & c d, ipſius f æque eſt multiplex:ęqualis igitur per primam cõmunem ſententiam eſt k h ipſi c d. Communis auferatur c h.reliqua igitur k c:reliquę h d & eſt æqualis. Sed f:ipſi k c eſt æqualis.& ipſi h d igitur:f eſt æqualis.ſicut igitur g b æqualis eſt ipſi e:& d h ipſi f erit æquale.Similiter quoq; oſtendemus ꝙ & ſi multiplex fuerit g b ipſius e:tam multiplex erit & h d ipſius f. Si duæ igitur magnitudines duarum magnitudinum ęque fuerint multiplices/& ablatæ aliquæ earũdẽ ęque fuerint multiplices:& reliquę eiſdẽ aut æquales / aut earum æque multiplices erunt. Quod demonſtrare oportebat.

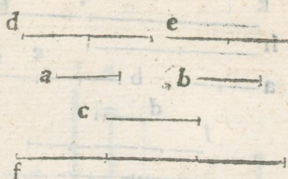
Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

SI duæ quantitates æquales ad quamlibet comparẽtur:earum ad illam erit vna proportio. itemq; ad illas proportio illius:vna eſt. 7

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ quantitates a,b,æquales : quæ comparentur ad quamlibet tertiam vt ad c.dico ꝙ eadẽ eſt proportio a ad c, & b ad c:itemq; eadem c ad a,& c ad b. Primum ſic probatur . Cum enim c ſit conſequens ad a primam/& ad b tertiam:ipſa erit in ratione ſecundæ & quartæ. Sumam igitur d ad a primam/& e ad b tertiam: æque multiplices.& ſumam f:quamlibet ex multiplicibus c, quæ eſt ſecunda & quarta.Et quia a & b quarũ ſunt æque multiplices d & e,poſitæ ſunt æquales:erit vt ſi d diuidatur ſcd̃m quantitatẽ a,& e ſecũdũ q̃titatẽ b,ꝙ partes vtrobiq; ſũt numero & quãtitate æq̃les.numero qdẽ:per hypotheſin propter æq̃litatẽ multiplicatiõis vtrobiq;.quãtitate autẽ:per hãc cõmunẽ ſciẽtiã quoties oportuit repetitã/q̃ eidẽ ſunt æq̃lia ſibiīuicẽ



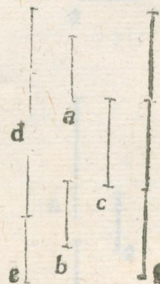
ſunt æqualia. Quia igitur prima ex partibus d eſt æqualis primæ ex partibus e, & ſecunda ſeundæ / & cæteræ cæteris / ſuntq; tot partes in d quot ſunt in e: erit per primam huius / d æqualis e. Quare per cõmunem ſciẽtiam / ſi duæ quantitates æquales comparẽtur ad aliam tertiam: aut ambæ quantitates d & e ſunt ſimiliter maiores f, aut ſimiliter minores / aut ſibi æquales. igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis / quæ eſt proportio a primæ ad c ſecũdam: eadem eſt b tertiæ ad c quartam. quod eſt propoſitum. ¶ Secundum eodem modo probabis ordine conuerſo. vt c ponatur prima & tertia: a vero ſecunda / b quarta. Cum vero quantitas f, quæ eſt æque multiplex primæ & tertiæ / ſit aut ſimiliter maior quãtitatibus d & e quæ ſunt æque multiplices ſecundæ & quartæ / aut ſimiliter minor / aut eis æqualis: erit per eandem diffinitionem / proportio c primæ ad a ſecundam ſicut c tertię ad b quartam. Quod eſt propoſitum ſecundum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

7 ¶ Aequales: ad eandem / eandem / habent rationem. & eadem: ad æquales.

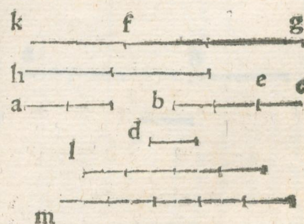
¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint æquales magnitudines a, b: alia autẽ vtcũq; magnitudo c. Dico ꝙ vtraq; ipſarũ a, b: ad ipſã c, eãdẽ habet rationem. & c: ad vtranq; ipſarum a, b. Sumãtur per 3 quinti / ipſarũ a, b, æq̃ multiplices: ſintq; d, e. ipſius autem c, alia vtcunq; multiplex: ſitq; f. Quoniam igitur æque multiplex eſt d ipſius a, & e ipſius b, æqualis autem eſt a ipſi b: æqualis igitur eſt per primam cõmunem ſententiam, & d ipſi e. Alia autem vtcunq; f. ſi excedit autem d ipſum f: æxcedit & e ipſum f. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. Sunt quidem d, e, ipſarum a, b æque multiplices: & f ipſius c alia vtcunq; multiplex. Eſt igitur vt a ad c: ſic b ad c. ¶ Dico iã ꝙ & c: ad vtrãq; ipſarũ a, b, eãdẽ habet rationẽ. Eiſdem nãq; diſpoſitis: ſimiliter oſtẽdemus ꝙ æqualis eſt d ipſi e. aliud autẽ quod eſt f. Si igitur excedit f, ipſum d: & excedit ipſũ e. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor. At f ipſius c multiplex eſt. & d, e, ipſarum a, b, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices. Eſt igitur ſicut c ad a: ſic eſt c ad b. Aequales igitur ad eandem: eandem habent rationem. & eadem: ad æquales. quod fuerat demonſtrandum.

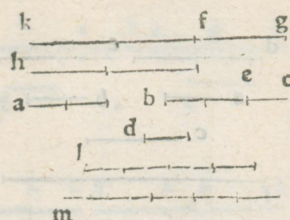


Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

8 SI duæ quantitates inæquales ad vnam quantitatẽ proportionentur: maior quidem maiorem / minor vero minorem obtinebit proportionem. Illius autẽ ad illas / ad minorem quidem proportio maior: ad maiorem vero minor erit.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ quantitates inęquales a & b c: ſitq; maior b c. & proportionẽtur ad eandẽ quantitatẽ quæ ſit d. dico ꝙ maior eſt proportio b c ad d: q̃ a ad d. & ꝙ econtrario maior eſt d ad a: q̃ d ad b c. Primum ſic probatur. Ponam c b æqualem a. & multiplicabo totiens e c: ꝙ proueniat quantitas maior d. ſitq; f g. & ſumam k f ita multiplicem b e, & ſimiliter h ita multiplicem a: ſicut f g eſt multiplex e c. eritq; per primam huius / h ita multiplex a: ſicut k g eſt multiplex b c. erit etiam h æqualis k f: propter hoc ꝙ earum ſubmultiplices q̃ ſũt a & b e, poſitę ſũt æq̃les. Ponã quoq; ꝙ h nõ ſit minor d: ſed æq̃lis / aut maior. toties enĩ multiplicabo vnãquãq; triũ quãtitatũ e c, b e, & a, æq̃liter: ꝙ f g multiplex e c ꝓueniat maior d, & ꝙ h multiplex a nõ proueniat minor eadẽ. deĩde toties multiplicabo d: ꝙ proueniat q̃titas maior h. ſitq; m prima q̃titas multipliciũ d q̃ ſit maior h. ſub q̃ ſumã maxi

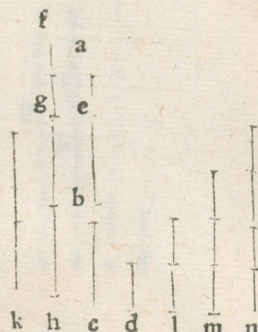




mam multiplicem d:aut sibi æqualem si m est prima in ordine multipli-
cium d, quæ sit l. eritq; vt l non sit maior h. & constabit m ex d & l: pro-
pter id q omne multiplex constat ex proximo præcedenti multiplici &
simplo/ vt triplum ex duplo & simplo/ excepto primo multiplici quod cō
stat ex bis simplo. Quia ergo h est æqualis k f: non erit k f minor l. itaq;
k f & d: non efficient minus q̃ l & d. quare non efficient minus q̃ m. &
quia f g est maior d: erit k g maior q̃ m. Intelligo igitur quantitatem
b c primam/ d secundam/ a tertiam / d quartam. & quia ad primã & ter-
tiam sumpta sunt æque multiplicia videlicet k g & h, similiter quoq; ad
secundam & quartam æque multiplicia immo idem in ratione duorum
quod est m, & addit k g multiplex primæ super m multiplex secũdæ/ nō
addit autem b multiplex tertię super m multiplex quartæ: erit per diffini
tionem maioris improportionalitatis/ maior proportio b c primæ ad d
secundam q̃ a tertię ad d quartam. quod est primum. ¶ Secundum pro-
babis per eandem diffinitionem conuerso ordine. vt d sit prima & ter-
tia: a secunda/ b c quarta. addit enim m multiplex primæ/ super b multi-
plicem secundæ: non addit autem m multiplex tertiæ super k g multipli-
cem quartæ. quare maior est proportio d ad a: q̃ d ad b c. quod est secũdũ.
¶ Ex huius autem demonstrationis modo/ patet sufficientia diffinitio-
nis maioris improportionalitatis: quam posuit author in principio hu-
ius quinti. Nusq̃ enim est maior proportio primæ quatuor quintitatũ ad
secundam q̃ tertiæ ad quartam: quin contingat aliqua æque multipli-
cia ad primam & tertiam reperiri. quæ cum relata fuerit ad aliqua æque
multiplicia secundæ & quartæ: inuenietur multiplex primæ addere su-
per multiplex secundæ/ non autẽ multiplex tertiæ super multiplex quar-
tę. Hæc autem multiplicia sic reperiemus ;, sicut demonstrabimus infra
supra 12 huius.

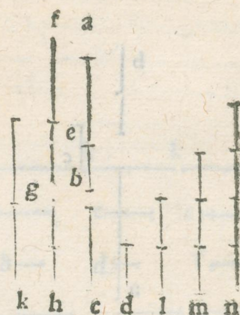
Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

¶ In æqualium magnitudinum maior. ad eandem / maiorẽ
rationem habet: q̃ minor. & eadem ad minorem/ maiorẽ ra-
tionem habet: q̃ ad maiorem.



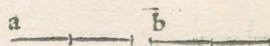
¶ THEON ex Zambetto. ¶ Sint inæquales magnitudines/ a, b, & c:
& sit maior a b, ipsa c. Alia autem vtcunq;: sit vt d. Dico q a b ad d, ma
iorem rationem habet: q̃ c ad d. & d ad c, maiorem rationem habet: q̃
ad a b. Quoniã enĩ maior est a b, ipsa c: ponatur c æq̃lis ipsi b e. minor
iã ipsarũ a e & e b multiplicata: maior fiat ipsa d. Sit primum a e minor
ipsa e b. Et multiplicetur a e: quoad qd fiet/ maius sit ipso d. & sit illius mul
tiplex f g: quod maius est q̃ d. Et q̃ multiplex est f g ipsius a e: tam multi
plex esto g h ipsius e b, & k ipsius c. & sumatur ipsius d duplum: sitq; il-
lud l. triplum postmodum: sitq; illud m. & deinceps vno plus: quoad sũ-
ptum multiplicans fiat ipsius d primo maius q̃ k. sumaturq;: & sit n qua-
druplum ipsius d ptimo maius q̃ k. Quoniam igitur k ipso n, primo est
minor: k igitur ipso m nõ est minor. Et quoniam æque multiplex est f g
ipsius a b, atque ęque multiplex est f g ipsius a e: & k ipsius c: æque igi
tur est multiplex/ per 1 quinti/ f h ipsius a b, & k ipsius c. Igitur f h & k,
ipsarum a b & c, æque sunt multiplices/ per eãdem. Rursus quoniã æque
est multiplex g h, ipsius e b, & k ipsius c, æqualis autẽ est e b ipsi c: æqua
lis igitur est & g h ipsi k. At k: ipsa m non est minor. neq; igitur g h: ipsa
m est minor. Maior autem est f g: ipsa d. tota igitur f h: simul ambabus d
& m maior est. Sed ambæ d & m, ipsi n sunt æquales: quandoquidem
m, ipsius d triplum est/ ambæ autem m & d/ ipsius d quadruplices sunt.
est autem n: ipsius d quadruplum. ambæ igitur m & d: ipsi n sunt æqua
les. Sed f h: ipsis m & d maior est. igitur f h: ipsũ n excedit. Sed k: ip-
sum n non excedit. & f h & k: æque multiplices sunt ipsarum a b & c.
& n: ipsius d aliud est vtcunq; multiplex. Igitur a b, ad d, maiorem

k excedit:& n ipsum f h non excedit.& est quidē n: ipsius d multiplex. Sunt autem f h & k:ipsarum a b & c, aliæ vtcunq; ęque multiplices. Igitur d ad c, maiorem rationē habet:q̄ d ad a b. ❡Sed iam a e:maior esto ipsa e b.iam minor e b multiplicata: maior fiat ipso d. Multiplicetur. & esto g h multiplex quidē ipsius e b: maior autem ipso d. Et q̄ multiplex est g h ipsius e b:tam multiplex fiat & f g ipsius a e, & k ipsius c. similiter ostendemus q; f h & k:ipsarum a b & c æque sunt multiplices. Sumaturq; similiter n multiplex quidem ipsius d:primo maior ipsa f g. quare rursus f g, ipsa m nō est minor:maior autem est g h, ipsa d. Tota igitur f h:ipsas d, m , hoc est ipsam n excedit. & k ipsum n nō excedit. Quoniā & f g maior existens ipsa g h, hoc est ipsum k ipsum n non excedit:pariterq; superiora cōsequuti demōstrationem conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem/maiorem rationem habet:q̄ minor.& eadem ad minorem / maiorem rationem habet:q̄ ad maiorem. Quod demonstrasse oportuit.



Eucli.ex Camp. Propositio 9.

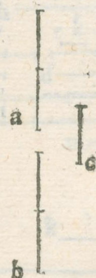
9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad vnam quantitatem proportio vna:ipsas esse æquales. si vero vnius ad eas proportio vna:ipsas æquales esse necesse est.



❡CAMPANVS. ❡Sit duarum quantitatum a & b:proportio vna ad c. dico eas esse æquales.& si econuerso fuerit eadem proportio c ad vtranq; earū:adhuc dico eas esse æquales. hæc est conuersa septimæ huius. Primum sic patet. Si enim non sunt æquales/sed altera earum maior/vtpote a:erit per primam partē pręmissæ/maior proportio a ad c, q̄ b ad c, qđ est contra hypothesin. Secundum quoq; patet. quia si a est maior b : erit per secundam partem præmissæ/maior proportio c ad b q̄ ad a. quod est etiam contra hypothesin.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

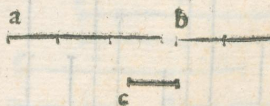
9 ❡Quæ ad eandem/eandem habent rationem: æquales ad inuicem sunt.& ad quas eadem/eandem habet rationē:ipsæ sunt æquales.



❡THEON ex Zamb. ❡Habeat inq̄ vtraq; ipsarum a, b:ad c, eandem rationem. Dico q; æqualis est a ipsi b. Si autem nō: vtraq; ipsarum a, b, ad ipsam c, eandē non habet rationem/per 8 quinti. habet autē. æqualis igitur est a:ipsi b. Habeat rursus c:ad vtranq; ipsarum a, b, eandē rationem. Dico q; æqualis est a ipsi b. si autem non: ipsa c ad vtraq; ipsarum a, b, nō habet eādem rationem. habet autem. æqualis igitur est a ipsi b. Quæ ad eandem igitur/eandem habent rationem:adinuicē sunt æquales.& ad quas eadem/eandem habet rationem:ipsæ sunt æquales. Quod demonstrandum fuerat.

Eucli.ex Camp. Propositio.10.

10 SI fuerit vnius quantitatis ad quantitatem vnā proportio maior:quantitatem maiorem esse. Si vero vnius ad eandem proportio maior : minorem esse necesse est.

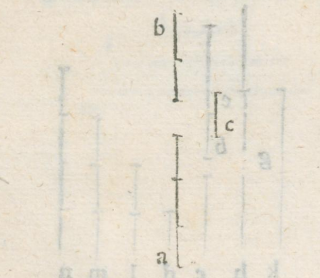


❡CAMPANVS. ❡Qz si fuerit maior proportio a ad c q̄ b ad c:dico a esse maiorem b.& si fuerit maior c ad b q̄ c ad a:adhuc dico a esse maiorem b. Hęc est conuersa 8. Primum:patet per primā partem 7 & per primam 8. nam per primam partem septimæ:non erit a æqualis b. nec etiā minor:per primā octauę. Secūdū vero:patet ex secūdis partibus earūdē.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

10 ❡Ad eādē rōnē habētiū/maiorē rationē habēs: illa maior est. ad quā autē eadē maiorē rationē habet:& illa minor est.

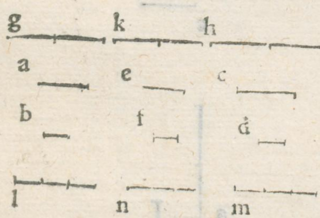
¶THEON ex Zamberto. ¶Habeat enim a ad c, maiorem rationem: q̃ b ad c. Dico ꝙ a: maior est ipsa b. Si autẽ non: aut est a ipsi b æqualis/ aut ea minor. æqualis autem minime est: a ipsi b. vtraq; etenim ipsarũ a, b: ad c, eãdem rationem haberet/ per 9 quinti. non habet autem. igitur a: ipsi b, minime æqualis est. Neq; etiam minor est a: ipsa b. nam a ad ipsum c minorem rationem haberet: q̃ b ad c, per 8 quinti. nõ habet autem. igitur a: ipsa b minime minor est. Ostensum autem est: ꝙ neq; æqualis est. maior igitur est a: ipsa b. ¶Habeat rursus c ad b maiorem rationem: q̃ c ad a. Dico ꝙ minor est b ipsa a. Si autem non: aut est ei æqualis/ aut ea minor. æqualis quidem nõ est: b ipsi a. Nã c ad vtrãq; ipsarum a, b, eandem haberet rationem/ per 6 quinti. non habet autem. Igitur a: ipsi b minime est æqualis. Neq; etiam maior est b ipsa a. nam c ad b minorem rationem haberet: q̃ ad a, per 8 quinti. non habet autem. Igitur maior non est b ipsa a. patuit autem ꝙ neq; æqualis est. minor igitur est b ipsa a. Ad eandem igitur rationem habentium/ maiorem rationem habens: maior est. & ad quam eadem maiorem rationẽ habet: ipsa minor est. Quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 11.

SI fuerint quantitatum proportiones alicui vni ęquales: ipsas quoq; proportioones sibi inuicem æquales esse necesse est. 1

¶CAMPANVS. ¶Propositionem hanc quã Euclides in principio primi annumerauit inter cõmunes animi conceptiones / quæ eidem sunt æqualia sibi quoq; sunt ęqualia/ prout de quãtitatibus intelligitur: hic demonstrat prout proportionibus accommodatur. ¶Sit ergo vtraq; duarum proportionum quæ sũt a ad b, & c ad d: æqualis proportioni quæ est e ad f. Dico proportiones quæ sunt a ad b & c ad d: sibi inuicem esse æquales. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices: itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad f est sicut a ad b, & similiter sicut c ad d: erit per conuersionẽ diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptã si k addit super n ꝙ g addat super l, & h super m. & si k minuit ab n: ꝙ g minuat ab l, & h ab m. & si k est æqualis n: ꝙ g sit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m similiter se habent in addendo/ diminuendo & æquando/ mediantibus k & n: erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/ a ad b sicut c ad d. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 11.

¶Quæ eidem sunt eædem rationes: & adinuicem sunt eædem. 11

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint enim sicut a ad b, sic c ad d: sicq; c ad d, sicut e ad f. Dico ꝙ est sicut a ad b sic e ad f. Sumantur inq̃ ipsarũ a, c, e, æque multiplices: sintq; g, h, k. ipsarũ vero b, d, f, aliæ vtcunq; æque multiplices: sintq; l, m, n. Et quoniã est sicut a ad b sic c ad d, & sumũtur ipsarũ a, c, ęque multiplices g, h, ipsarũ autẽ b, d, aliæ vtcũq; æque multiplices l, m: si igitur excedit g ipsũ l, excedit & h ipsum m. & si æquale: æquale. & si deficit: deficit/ per cõuersionẽ 6 diffinitionis quinti. Rursus quoniã sicut est e ad f sic est c ad d, & sumuntur ipsarũ c, e, æque multiplices h, k, & ipsarum d, f, aliæ vtcũq; æque multiplices m & n: si igitur excedit h ipsum m, excedit quoq; k ipsũ n. & si ęquale: æquale. & si minus: minus/ per eandẽ. Sed si excedit h ipsum m: excedit quoq; & g ipsũ l. & si æquale: ęquale. & si minus: minus/ per eãdem conuersionem. Quare si excedit g ipsum l: excedit & k ipsum n. & si æquale: æquale. & si minus: minus per eandem. Sunt autem g, k, ipsarum a, e, æque multiplices: & l, n, ipsarũ b, f, aliæ quæ vtcũq; sũt æque multiplices. Est igitur sicut a ad b: sic est e ad f. Quæ igitur eidem eędem sũt rationes: &



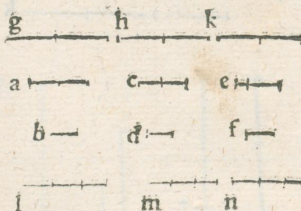
adinuicem sunt eædem per 6 diffinitionem. quod demõstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.
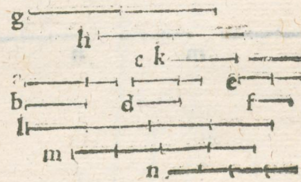


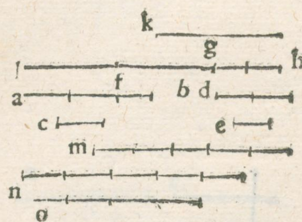
12 SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum/tertij vero ad quartum maior q̃ quinti ad sextum: erit proportio primi ad secundum maior q̃ quinti ad sextum.

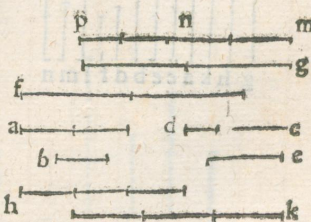
¶CAMPANVS. ¶Sicut in præcedenti/quod hic demonstrat in proportionibus: cõceptibile est in quãtitatibus. videlicet ꝙ si duę quantitates fuerint sibi inuicem æquales: quæcunq; fuerit vna earum maior/eadem maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonstratur. vt si sit proportio a ad b sicut c ad d, c vero ad d sit maior q̃ e ad f: erit quoq; a ad b, maior q̃ e ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e: æque multiplices. Itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f: æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad d est sicut a ad b, & maior q̃ e ad f: erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis si h addit super m, vt g addat super l. & per conuersionem diffinitionis maioris improportionalitatis: ꝙ non sit necesse k addere super n. Quia igitur mediantibus h & m si g addit super l, non est necesse k addere super n: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis/maior proportio a ad b q̃ e ad f. quod est propositum.

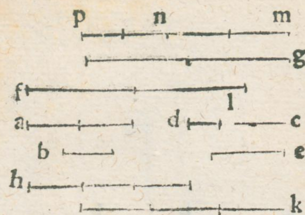


¶CAMPANI additio. ¶Simili quoq; modo probabis/ꝙ si sit a ad b sicut c ad d, & c ad d minor q̃ e ab f: erit a ad b minor q̃ e ad f. Cum enim sit c ad d minor q̃ e ad f: erit e ad f maior q̃ c ad d. per conuersionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis/ si k addit super n: non est necesse ꝙ h addat super m. sed si h non addit super m: g non addit super l. ergo si k addit super n: non est necesse vt g addat super l. per diffinitionẽ igitur maioris improportionalitatis/maior erit proportio e ad f: q̃ a ad b. ergo econuerso minor erit a ad b q̃ e ad f. quod est propositum. ¶Ex modo autem demonstrationis octauæ huius / & hac fiet manifestum/ꝙ si fuerit primæ quatuor quantitatum ad secundam maior proportio q̃ tertiæ ad quartam: continget reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ/quæ cum comparabuntur ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ/inuenietur multiplex primę addere super multiplex secundæ/non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Quod sic patet. Sit eni maior proportio a b ad c: q̃ d ad e. Ponam ergo vt sit proportio a f ad c: sicut d ad e. eritq; per hanc 12 & per 10: a f minor a b. & sit minor in quãtitate f b. quam multiplicabo toties/ꝙ proueniat quantitas maior c, quæ sit g h: hac conditione vt d toties multiplicata producat quantitatem non minorem e, quæ sit k. tunc ponam vt l g sit ita multiplex a f: sicut g h est multiplex f b, aut k, d. eritq; per primam huius/l h ita multiplex a b: sicut k, d. Deinde ponam ꝙ m sit prima quãtitas multiplex e: quæ sit maior k. & ponam n ita multiplicem c: sicut m est multiplex e. eritq; per pręmissas hypotheses & conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis / quantitas n prima multiplicium c, quę erit maior l g: nec erit l g minor c. Sumã ergo sub n, maximam multiplicium c, aut sibi æqualem si forsan n sit prima multiplicium eius: quæ sit o. constabitq; n: ex o & c. quia ergo l g non est minor o, & g h est maior c: erit l h maior n. quare cum k sit minor m: patet propositum. ¶Conuersam quoq; huius demonstrare possumus. videlicet ꝙ si contingit reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ/ quarum multiplex primæ addat super aliquod multiplex secundæ/ & multiplex tertiæ non addat super multiplex quartæ: maior erit proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartam. quod sic probatur. Sint quatuor quantitates: a prima/b secunda/ c d tertia/ e quarta. sintq; f ad a, & g ad c d, æque multiplicia/ similiter h ad b, & k ad e æque multiplicia: & addat f super h, non addat autem g super k. dico ꝙ maior est







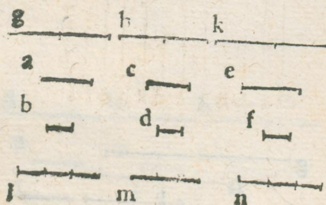


proportio a ad b q̄ c d ad e. Si enī ęqualis: per conuersionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis/addet g super k. quod est cōtra hypothesin. Si autē minor: sit c l ad e sicut a ad b. eritq; per huius 10: c l minor c d. & sit minor in quantitate l d. Ponam igitur vt m n sit ita multiplex c l, & n p multiplex l d: sicut f est multiplex a. eritq; per primam huius, m p ita multiplex c d: sicut f est multiplex a. vtraq; igitur duarum quantitatum m p & g: est æque multiplex quantitatis c d. ergo ipsæ sunt ęquales. nam hæc illatio: demonstrata est in 7 huius. Et quia g nō est maior k: non erit m p maior eadem. Sed per conuersionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis m n est maior k: eo q, f est maior h. ergo m n: est maior m p. quod est impossibile. Quare relinquitur propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio. 13. 13



I fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias proportio vna: erit quoq; quę proportio vnius ad vnam / eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

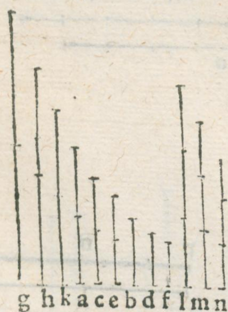


¶CAMPANVS. ¶Qđ prima proposuit de multiplicibus: hæc proponit de omnibus proportionibus. vnde hęc est cōmunior illa: eo q omnis multiplicitas est proportio/non autem econuerso. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f: vna proportio. dico q quæ est proportio a ad b: eadem est compositi ex a, c, e, ad compositum ex b, d, f. Sumam g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia: itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia. eritq; per primam huius/ compositū ex g, h, k, ita multiplex cōpositi ex a, c, e: sicut g est multiplex a. similiter per eandem / compositū ex l, m, n, erit ita multiplex compositi ex b, d, f: sicut l est multiplex b. & per conuersionē diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis bis sumptā si g addit super l: & h addit super m, & k super n. & si minuit: minuit. & si ęquat: æquat. ergo per communem scientiam/ si g addit super l: compositum ex g, h, k, addit super compositum ex l, m, n. & si minuit: minuit. & si æquat: æquat. ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/ proportio a ad b: est sicut cōpositi ex a, c, e, ad compositum ex b, d, f. quod est propositum.

¶Hæ sequētes duę ꝓpositiones/12 sc; & 13 ex Zāberto: duabus pręcedētibus ex Cāpano/ prępostero ordine respōdēt. 12 vnius: 13 alterius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12. 13

¶Si fuerint quęlibet magnitudines proportionem habētes: erit sicut vna antecedentium ad vnam consequētiū / sic ōnes antecedentes ad omnes consequentes.



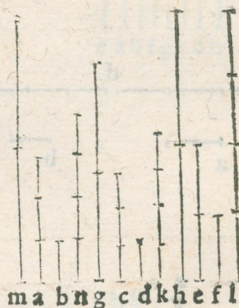
¶THEON ex Zāber. ¶Sint q̄libet magnitudines ꝓportionē habētes a, b, c, d, e, f: sicut a ad b, sic c ad d, & e ad f. Dico q est sicut a ad b: sic est a, c, e, ad b, d, f. Sumātur ī q̄ ę q̄ multiplices ipsarū a, c, e, sintq; g, h, k: & ipsarū b, d, f, aliæ q̄ vtcūq; sint æq̄ multiplices/ sintq; l, m, n. Et quoniā ē sicut a ad b sic c ad d & e ad f, & sumuntur ipsarū a, c, e, æque multiplices g, h, k, & ipsarū b, d, f, aliæ quæ vtcunq; æque multiplices sunt/ hoc est l, m, n: si igitur excedit g ipsū l, excedit & h ipsū m, & k ipsum n. & si æquale: æquale. & si minus: minus/ per cōuersionē 6 diffinitionis quīti. Quare & si excedit g ipsū l: excedūt & g, h, k, ipsas l, m, n. & si æq̄les: æq̄les. & si miores: miores ꝑ eādē. Et ē g q̄dē, & g, h, k: ipsius a, & ipsarū a, c, e, æq̄ multiplices. Quare per primā quīti/ si fuerit q̄libet magnitudines quarūlibet magnitudinū ęqualiū numero/ singulæ singularū ęque multiplices: q̄ multiplex est vna vnius magnitudinū: tā multiplices erunt & ōnes omniū. Ac per hoc/ iā & l, & l m n: ipsius b, & b d f, æque sūt multiplices. est igitur sicut a ad b: sic a c e ad b d f per 6 diffinitionē quinti.

Si fuerint igitur quælibet magnitudines proportionem habentes: erit ſicut vna antecedentium ad vnam conſequentium/ ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. quod demonſtrandum fuerat.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 13.

13 ¶ Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/ tertia autem ad quartam maiorem ratione habeat q̃ quinta ad ſextam: prima quoq; ad ſecundam maiorem rationem habebit q̃ quinta ad ſextam.

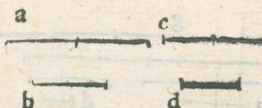
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Prima enim a ad ſecundam b, eandem habeat rationem: & tertia c ad quartam d. tertia vero c ad quartam d maiorem habeat rationem: q̃ quinta e ad ſextam f. Dico q; & prima a ad ſecundam b, maiorem rationem habebit: q̃ quinta e ad ſextam f. Quoniã c ad d maiorem rationem habet q̃ e ad f, ſunt autem ipſarum c, e, quędam æque multiplices/ & ipſarum d, f, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices/ ac multiplex ipſius c excedit multiplicem ipſius d, multiplex autem ipſius e non excedit multiplicem ipſius f: ſumantur igitur. & ſint ipſarũ c, e: æque multiplices g, h. ipſarum autẽ d, f: alię quæ ſunt vtcunq; æque multiplices k, l. Quoniam g excedit ipſum k, & h ipſum l non excedit: & q̃ multiplex quidem eſt g ipſius c, tam multiplex eſto & m ipſius a. q̃ multiplex autem eſt k ipſius d: tam multiplex eſto & n ipſius b. & quoniã eſt ſicut a ad b ſic c ad d, & ſumuntur ipſarũ a, c, ęque multiplices m, g, ipſarum autem b, d, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices n, k: ſi excedit igitur m ipſam n, excedit & g ipſam k. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor/ per conuerſionem ſextæ diffinitionis quinti. Excedit autem per conſtructionem/ g: ipſam k. excedit igitur & m: ipſam n. at h: ipſam l non excedit. ſunt autem m, h, æque multiplices ipſarum a, e: & n, l, ipſarum b, f, aliæ ſunt vtcũq; æque multiplices. Igitur a ad b, maiorem habet rationem: q̃ e ad f. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/ tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat q̃ quinta ad ſextam: prima ad ſecundã quoq; maiorem rationem habebit/ q̃ quinta ad ſextam. quod demonſtrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales/ fuerítq; prima maior tertia: neceſſe eſt ſecundam quarta eſſe maiorem. Quod ſi minor: & minorem. ſi vero æqualis: & æqualem eſſe.

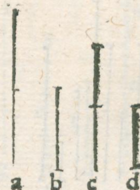
¶ CAMPANVS. ¶ Sit proportio a ad b: ſicut c ad d. Dico q; ſi a eſt maior c: b erit maior d. & ſi minor: minor. & ſi æqualis: æqualis. Si enĩ a ſit maior c: erit per primam partem 8 huius/ maior proportio a ad d q̃ c ad d. Quare maior erit a ad d: q̃ ad b. ergo per ſecundam partem 10 huius: b erit maior d. quod eſt propoſitum. Quod ſi a ſit minor c: erit per primam partem 8 / minor proportio a ad d, q̃ c ad d. Quare maior erit a ad b: q̃ ad d. per ſecundam ergo partem 10: b erit minor d. Si autem a ſit æqualis c: erit per primam partem 7 / a ad d, ſicut c ad d. Quare a ad d: ſicut ad b. itaq; per ſecundam partem 9: b erit æqualis d. ſicq; patet propoſitum.

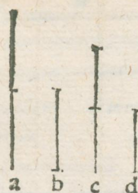


Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 14.

14 ¶ Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/ prima vero tertia maior fuerit: & ſecunda/ quarta maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Primum inquam a ad ſecundum b eandẽ habeat rationem: & tertium c ad d quartum. maius autem eſto a ipſo c. Dico q; & b: ipſo d maius eſt. Quoniam enim a ipſa c eſt maior: eſt aũt

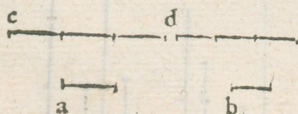




quæ vtcunqꝫ magnitudo b: igitur per 8 quinti/a ad b maiorem rationē habet q̄ c ad b. Sicutqꝫ a ad b: sic c ad d. & c igitur ad d, maiorem rationem habet: q̄ c ad b. Ad quod autem idem maiorem rationem habet: illud minus est/per 10 quinti. minus igitur est d: ipso b. quare maior est b: ipso d. Similiter quoqꝫ ostendemus/ꝙ & si æquale fuerit a ipsi c: ęquale erit quoqꝫ & b ipsi d. & si minus fuerit a ipso c: min⁹ erit quoqꝫ & b ipso d. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/prima autem tertia maior fuerit: & secūda quarta maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 15.

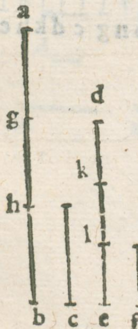
SI fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices assignatæ: erit ipsarum multiplicium atqꝫ submultiplicium vna proportio. 15



❡CAMPANVS. ❡Sint c ad a, & d ad b: æq̄ multiplices. Dico ꝙ quæ est proportio a ad b: eadem est c ad d. Diuidatur c secundum quantitatem a: & d secundum quantitatem b. suntqꝫ tot partes e: quot d. & quia quælibet pars c ad q̄libet partem d se habet sicut a ad b: erit per 13 huius/c ad d sicut a ad b. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 15.

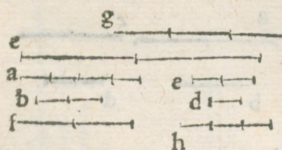
❡Partes eodem modo multiplicium: eandem rationem habent sumptæ adinuicem. 15



❡THEON ex Zamberto. ❡Sit igitur æque multiplex a b ipsius c: & d e ipsius f. Dico ꝙ est sicut c ad f: sic est a b ad d e. Quoniam enim æque est multiplex a b ipsius c, & d e ipsius f: quot igitur magnitudines sunt in a b ipsi c æquales/tot sunt in d e, æquales ipsi f. Diuidatur inquam a b in æquales ipsi c, hoc est a g, g h, h b: ipsum autem d e, in magnitudines æquales ipsi f, hoc est d k, k l & l e. erit iam multitudo ipsorum a g, g h, & h b: æqualis multitudini ipsorum d k, k l, & l e. Et quoniam a g, g h, & h b, sibi inuicem sunt æquales/& d k, k l, & l e, quoqꝫ sibi inuicem sunt æquales: est igitur sicut a g ad d k, sic est g h ad k l, & h b ad l e. erit igitur per 12 quinti/& sicut vnum antecedentium ad vnum consequentium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est igitur sicut a g ad d k: sic est a b ad d e. æqualis autem est a g, ipsi c: ipsum autem d k, ipsi f. est igitur sicut c ad f: sic est a b ad d e. Partes igitur eodem modo multiplicium: eandem habent rationem sumptæ adinuicem: quod demonstrasse oportuit

Eucli. ex Camp. Propositio 16.

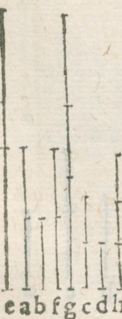
SI fuerint quatuor quantitates proportionales: permutatim quoqꝫ proportionales erunt. 16



❡CAMPANVS. ❡Sit proportio a ad b: sicut c ad d. Dico ꝙ erit a ad c: sicut b ad d. Et iste est modus arguendi: qui dicitur proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Sumam e ad a, & f ad b, æque multiplices: itemqꝫ g ad c, & h ad d, æque multiplices. eritqꝫ ꝑ p̄missā e ad f: sicut g ad h. quare per 14 si e addit super g: & f addit sup h. & si minuit: minuit. & si æquat: æquat. ꝑ diffinitionē igit̄ incontinuæ ꝓportionalitatis erit a ad c: sicut b ad d. Qđ est propositum. Necesse est autem: vt in permutata ꝓportionalitate sint omnes quatuor quantitates/eiusdem generis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 16.

❡Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: & vicissim proportionales erunt. 16



❡THEON ex Zamberto. ❡Sint quatuor magnitudines proportionales a, b, c, d: sicut a ad b, sic c ad d. Dico ꝙ & vicissim proportionales erunt: sicut a ad c, sic b ad d. Sumantur quidem ipsarum a, b, æq mul

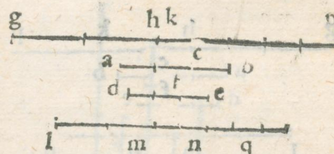
tiplices e,f:& ipſarum c,d,aliæ quæ vtcunq; ſint æque multiplices g, h.& quoniam æque multiplex eſt e ipſius a,& f ipſius b, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem ſumptæ adinuicē per pręcedentem:eſt igitur ſicut a ad b,ſic e ad f.Sicut autem a ad b:ſic & c ad d.& ſicut igitur c ad d:ſic e ad f,per 11 quinti.Rurſus quoniam g,h,ipſarum c,d,æque ſunt multiplices/partes autem eodē modo multiplicium eandem habent rationem ſumptæ adinuicem per 15 quinti:eſt igitur ſicut c ad d,ſic eſt g ad h.Sicut autem c ad d: ſic e ad f.& ſicut igitur e ad f:ſic g ad h per 11 quinti.Si quattuor autem magnitudines proportionales fuerint/prima vero tertia maior ſit:& ſecūda quarta maior erit.& ſi æqualis:æqualis.& ſi minor:minor/per 14 quinti.Si igitur excedit e ipſum g:excedit;& f ipſum h & ſi æquale: æquale.& ſi minus:minus per 6 diffinitionem quinti.Sunt autem e,f,ipſarum a,b, æque multiplices:& g,h,ipſarum c,d,aliæ ſunt vtcunq; æque multiplices.Eſt igitur ſicut a ad c:ſic eſt b ad d.Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint:& viciſſim proportionales erunt.quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

17 SI fuerint quantitates coniunctim proportionales: eaſdem diſiunctim quoq; proportionales eſſe.

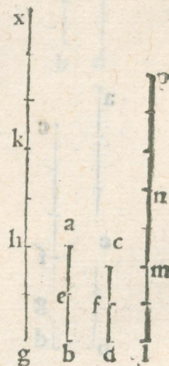
CAMPANUS. Demōſtrato modo arguēdi q dicitur ꝓportionalitas ꝑmutata:demōſtrat illū q dicit̃ ꝓportionalitas diſiūcta.Sit itaq; ꝓportio a b ad b c:ſicut d e ad e f.Dico q; erit a c ad c b:ſicut d f ad f e.Sumam enim g h ad a c,& h k ad c b,itemq; l m ad d f,& m n ad f e:æque multiplices.Eritq; per primam huius/g k ita multiplex a b:ſicut g h eſt multiplex a c.& l n ita multiplex d e:ſicut l m eſt multiplex d f.& ideo per pręmiſſas hypotheſes/g k eſt ita multiplex a b:ſicut eſt l n,d e.Ponam iterum k p ad c b:& n q ad f e,æque multiplices.eruntq; per ſecundam/h p ad c b,& m q ad f e: æque multiplices. per conuerſionem igitur diffinitionis incōtinuę proportionalitatis/ſi g k addit ſuper h p:l n addit ſuper m q.& ſi minuit:minuit.& ſi æquat:æquat.demptis itaq; communibus h k & m n: erit per communem ſcientiam/vt ſi g h addit ſuper k p,q; l m addit ſuper n q.& ſi minuit:minuit.& ſi æquat:æquat.ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/ proportio a c ad c b:eſt ſicut d f ad f e.quod eſt propoſitum.

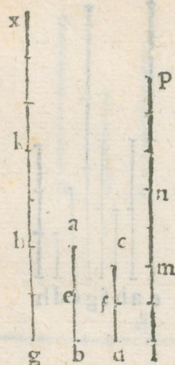


Eucli.ex Zamb.Theorema 17. Propoſitio 17.

17 Si compoſitæ magnitudines proportionales fuerint:diuiſæ quoq; proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. Sint compoſitę magnitudines proportionales a b,b e:c d,d f.ſicut a b ad b e:ſic c d ad d f.Dico q; & diuiſæ/proportionales erunt:ſicut a e ad b e,ſic c f ad d f. Sumantur inquam ipſarum a e,e b,c f,f d,æque multiplices g h,h k,l m & m n:ipſarum autem e b & f d,aliæ vtcunq; æque multiplices hoc eſt k x & n p.Et quoniam æque multiplex eſt g h ipſius a e,& h k ipſius e b:æque igitur eſt multiplex g h ipſius a e,& g k ipſius a b p primam quinti.Aeque autem eſt multiplex g h ipſius a e:& l m ipſius c f.æque igitur eſt multiplex g k ipſius a b:& l m ipſius c f, per 11 eiuſdem.Rurſus quoniam æque eſt multiplex l m ipſius e f,et m n ipſius d f:æque igitur eſt multiplex l m ipſius c f,et l n ipſius c d, per primam eiuſdem.æque autem erat multiplex l m ipſius c f:et g k ipſius a b.Aeque igitur eſt multiplex g k ipſius a b:et l n ipſius c d. igitur g k et l n:ipſarum a b et c d æque ſunt multiplices. Rurſus quoniam æque multiplex eſt h,k ipſius e b, et m n ipſius f d,eſt autem et k x ipſius e b æque multiplex,et n p ipſius f d:et compoſi

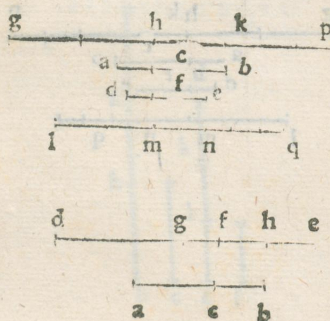




situm igitur per 11 eiusdē h x ipsius e b æque multiplex est/& m p ipsius f d. Et quoniā est sicut a b ad b e sic est c d ad d f, & sumūtur ipsarum quidē a b & c d æque multiplices g k & l n, ipsarū autē e b & f d aliæ quæ vtcūq; sunt æque multiplices/hoc est h x & m p: si igitur excedit g k ipsam h x, excedit & l n ipsam m p. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor/ per conuersionē 6 diffinitionis quinti. Excedat nēpe g k: ipsam h x. & igitur cōmuni ablata h k: excedit g h ipsam k x. Sed si excedit g k ipsam h x: excedit & l n ipsam m p. excedat igitur l n: ipsam m p. & cōmuni ablata m n: excedit & l m ipsam n p. Quare si excedit g h ipsam k x: excedit & l m ipsam n p. Similiter iā ostēdemus ꝙ et si æqualis fuerit g h ipsi k x: æqualis erit & l m ipsi n p. et si minor: minor. sunt autē g h & l m: ipsarum a e & c f æque multiplices. & k x & n p: ipsarū e b & f d aliæ quæ vtcunq; æque multiplices sunt. est igitur sicut a e ad e b: sic est c f ad f d, per 6 diffinitionem quinti. Si compositæ magnitudines igitur ꝓportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 18. 18

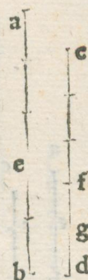
SI fuerint quantitates disiunctim proportionales: cōiunctim quoq; proportionales erunt.



¶CAMPANVS. ¶ Demōstrat modū arguēdi q dicitur ꝓportionalitas cōiuncta: & est modus cōuersus prioris. Ad cuius demōstrationē: resumat̄ dispositio præmissæ. & maneant oēs eius hypotheses: excepto ꝙ ponat̄ esse proportio a c ad c b sicut d f ad f e. dico ꝙ erit proportio a b ad b c: sicut d e ad f e. sequitur enī ex hac hypothesi & alijs hypothesibus præmissæ de multiplicibus æqualiter sumptis/per conuersionē diffinitionis incontinuæ proportionalitatis/si g h addit super k p: ꝙ l m addat super n q, et si minuit: minuat. & si æquat: æquet. ergo positis communibus h k & m n: sequitur per communē scientiam/si g k addit super h p, ꝙ l n addat super m q. & si minuit: minuat. & si æquat: æquet. quare per diffinitionem incōtinuæ proportionalitatis/ erit proportio a b ad b c: sicut d e ad e f. quod est propositū. ¶Aliter idem indirecte sic. Cum sit proportio a c ad c b sicut d f ad f e, non est autem a b ad b c sicut d e ad e f: sit ergo proportio d e ad aliquā aliam quantitatē/sicut a b ad b c, quæ aut erit maior e f: aut minor. si enim esset ei æqualis: constaret propositum. Sit itaq; primo maior: & sit e g. eritq; per præmissam a c ad c b: sicut d g ad e g. quare d g ad e g: est sicut d f ad f e. Sequitur igitur per 14/ ꝙ cū d g prima sit minor d f tertia: erit g e secūda/minor e f quarta. sed erat positū: ꝙ esset maior. Sit ergo proportio d e ad minorē e f, quæ sit e h: sicut a b ad b c. eritq; per præmissam/ a c ad c b sicut d h ad h e. quare per 11/ d h ad h e: sicut d f ad f e. & quia d h prima/ est maior d f tertia: erit per 14/ e h secunda/maior e f quarta. qđ quia est impossibile: sequitur propositum.

Eucli. ex Zāb. Theo 18. Propō 18. Cōuersa pręcedētis 18

¶Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint: compositæ quoq; proportionales erunt.



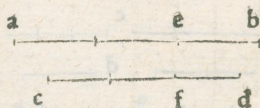
¶THEON ex Zā. ¶ Sit disiūctæ magnitudines ꝓportionales a e, e b, c f, & f d: sicut a e ad e b, sic c f ad f d. Dico ꝙ & cōpositæ ꝓportionales erūt: sicut a b ad b e, sic c d ad d f. Si autē nō est sicut a b ad b e, sic c d ad f d: erit sicut a b ad b e, sic c d ad minorē ipsa f d, aut ad maiorē. Sit prius ad minorem d g. Et quoniā est sicut a b ad b e, sic c d ad d g: compositæ magnitudines proportionales erunt per 17 quinti. Est igitur sicut a e ad e b: sic c g ad g d. supponitur autem sicut a e ad e b: sic c f ad f d. Et sicut igitur per 11 quīti/c g ad g d: sic c f ad f d. maior autem est prima c g: tertia c f. maior igitur est per 14 quinti secunda g d: ipsa f d quarta. Sed & minor. quod est impossibile. Igitur non est sicut a b ad b e: sic c d ad minorem ipsa f d. Similiter quoq; ostendemus ꝙ

neq; ad maiorem. ad eandem igitur. Si disiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint: & compositæ quoq; proportionales erunt. quod demonstrasse oportuit.

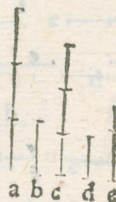
19 Eucli ex Camp. Propositio 19.

SI a duobus totis duę portiones abscindantur/ fueritq; totum ad totum quantum abscisum ad abscisum: erit reliquũ ad reliquũ quãtũ totũ ad totũ.

¶CAMPANVS. ¶Quod quinta ꝑponit de multiplicib9: hæc ꝑponit vniuersaliter de omnibus proportionibus. vnde est illa tãto cõmunior: quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b & c d: a quibus abscindantur duæ quæ sint b e & d f. sitq; proportio totius a b ad totam c d: sicut b e abscisæ ad d f abscisam. dico ꝙ eadem erit a e residui ad c f residuum: quæ est totius a b ad totam c d. Cum enim sit a b ad c d sicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e sicut c d ad d f. & disiũctim a e ad e b: sicut c f ad f d. & iterũ permutatim a e ad c f: sicut e b ad f d. & quia sic erat a b ad c d: patet propositũ.



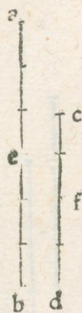
¶CAMPANI ADDITIO. ¶Ex hac autem decimanona/ & permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi: qui dicitur proportionalitas euersa. vt si sit a b ad b e sicut c d ad d f: dico ꝙ erit b a ad a e sicut d c ad c f. quia cũ sit a b ad b e sicut c d ad d f: erit permutatim a b ad c d sicut b e ad d f. quare per hanc 19/ b a ad d c: sicut a e ad c f. igitur permutatim b a ad a e: sicut c d ad c f. quod est propositũ. ¶Conuersa quoq; proportionalitas/ quã ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis demonstrauimus in exponẽdis principijs huius quinti: potest hic quoq; demonstrari indirecte ex permutata proportionalitate & 9 huius. vt si sit proportio a ad b sicut c ad d: dico ꝙ erit b ad a sicut d ad c. sin autẽ: sit d ad e, sicut b ad a. & quia a ad b est sicut c ad d: erit permutatim a ad c sicut b ad d. & quia iterũ b ad a sicut d ad e: erit quoq; permutatim b ad d sicut a ad e. quare erit a ad e: sicut d ad c. si igitur e non sit æquale c: accidet impossibile & contrarium secundę partis 9. si autem æqualis: erit b ad a sicut d ad c. quod est propositum.



19 Eucli ex Zamb. Theorema 19. Propositio 19.

¶Si fuerit sicut totum ad totum sic ablatum ad ablatum: et reliquũ ad reliquũ erit sicut totum ad totum.

¶THEON ex Zãb. ¶Esto sicut totum a b ad totum c d: sic ablatum a e ad ablatum c f. Dico ꝙ & reliquum e b ad reliquum f d: erit sicut totum a b ad totum c d. Quoniam enim est sicut totum a b ad totum c d sic a e ad c f, & vicissim quoq; per 16 quĩti sicut a b ad a e sic & d c ad c f. Et quoniã cõpositæ magnitudines proportionales sunt per 17 & 18 quinti & disiunctæ proportionales sunt: sicut igitur b e ad e a, sic d f ad c f. et vicissim igitur per 16 quinti/ est sicut b e ad d f: sic e a a d f c. Sicut aũt a e ad c f: sic supponiẽ totũ a b ad totũ c d. & reliquũ igiẽ e b ad reliquũ f d: erit sicut totũ a b ad totũ c d. Si fuerit igiẽ sicut totũ ad totũ sic ablatũ ad ablatũ: & reliquũ ad reliquum erit sicut totum ad totum. quod demonstrandum erat. Et quoniam ostensum est ꝙ sicut est a b ad c d sic est e b ad f d, & vicissim sicut a b ad b e sic c d ad d f: cõpositæ igitur magnitudines proportionales sunt per 18 propositionem quĩti. ostẽsum est autem ꝙ sicut b a ad a e, sic d c ad c f: etiam & conuertendo.

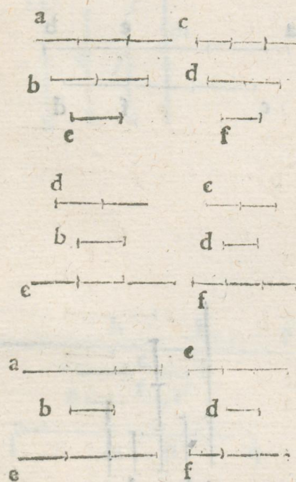


20 Eucli ex Camp. Propositio 20.

SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; secũdũ earũ numerum quarum quæq; duæ priorum secundũ proportionem duarum postremarum: necesse est in proportionalitate quidẽ æqualitatis vt si fuerit prima priorum vltima maior/ & posteriorum primam vltima esse ma-

iorem. Qz si minor: et minorẽ. Si vero ęqualis: et ęqualem.

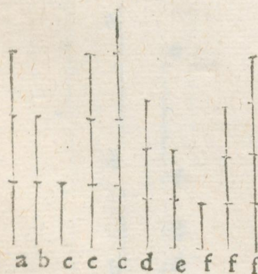
¶ CAMPANVS. ¶ Demonstraturus Euclides modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas / siue quãtitates duorũ ordinũ directe siue peruersim proportionentur: præmittit duo antecedentia ad demonstrandũ ꝓpositũ necessaria. per quorũ primũ demõstratur æqua ꝓportionalitas: cũ q̃titates duorũ ordinũ directe ꝓportionãtur. scd̃m aũt: cũ ꝓportionant̃ peruersim: proponit aũt hæc duo antecedẽtia de q̃titatibus duorũ ordinũ numero ęqualibus: quæcunq; fuerint. Vniuersaliter enim sumptis vtrobiq; quantitatibus secundũ quẽcunq; numerũ: veritatẽ habẽt. non est autẽ necesse vt demonstremus ea: nisi solũ in tribus. hoc enĩ omnino sufficiens est ad propositũ. de pluribus autẽ quibusq;: patebit per æquam proportionalitatem cum ipsa demonstrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quãtitates a, b, e: sumãturq; tres alię quæ sint c, d f. & sit proportio a ad b: sicut c ad d. & b ad e: sicut d ad f. dico q̊ si a est maior e: c erit maior f. & si minor: minor. & si æqualis: æqualis. Si enim est maior: erit per primã partẽ 8 / maior proportio a ad b: q̃ e ad b. quare per 12 / maior erit c ad d: q̃ e ad b. & quia per conuersam proportionalitatẽ / e ad b est sicut f ad d: erit c ad d maior q̃ f ad d. itaq; per primã partẽ 10: c est maior f. quod est propositũ. Qz si a sit minor e: per easdẽ & eodẽ modo probabitur c esse minorẽ f. erit enĩ minor proportio a ad b: q̃ e ad b, per primam partem 8. & ideo per 12 & per conuersam proportionalitatẽ / minor erit c ad d: q̃ f ad d. & ideo per primã partẽ 10: erit c minor f. quod est propositũ. Si autẽ a sit æqualis e: erit per primã partẽ 7 / proportio a ad b sicut e ad b. & ideo per secundã partẽ 11 & conuersam proportionalitatẽ / erit c ad d: sicut f ad d. quare per primã partẽ 9: c est æqualis f. quod est propositũ.



¶ CAMP. additio. ¶ Quidã autẽ hãc cõclusionem demonstrauerũt per proportionalitatẽ: permutatim / hoc modo. proportio a ad b: est sicut c ad d. ergo permutatim a ad c: sicut b ad d. & quia rursus b ad e sicut d ad f: erit permutatim b ad d sicut e ad f. sed erat b ad d: sicut a ad c. ergo per 11 / erit a ad c: sicut e ad f. itaq; per 14 / si a prima est maior e tertia: erit c secũda maior f quarta. & si minor: minor. & si æqualis: æqualis. quod est propositum. ¶ Isti autẽ errauerunt in sua demõstratione. quia si esset intentio Euclidis sic demonstrare: non oporteret ipsum præmittere hãc cõclusionem pro antecedente ad æquam proportionalitatẽ. si enim rursus fiat vna permutatio proportionalitatis ad quam deuentum est / quæ est esse a ad c sicut e ad f: sequitur q̊ sit a ad e sicut c ad f. & hoc est æqua ꝓportionalitas. Præterea eorum conclusio non sequitur: nisi omnes quantitates amborum ordinum fuerint generis vnius. Si enim a, b, e, sint lineæ / & c, d, f, superficies / aut corpora / aut tempora: non erit tunc permutare proportiones. peccant igitur: vniuersaliter dictum / particulariter demonstrantes.

Eucli. ex Zãb. Theorema 20. Propositio 20.

¶ Si fuerint tres magnitudines et alię eisdem ęquales numero cum duabus sumptis & in eadem ratione / ex ęquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit. & si ęqualis: ęqualis. & si minor: minor. 20

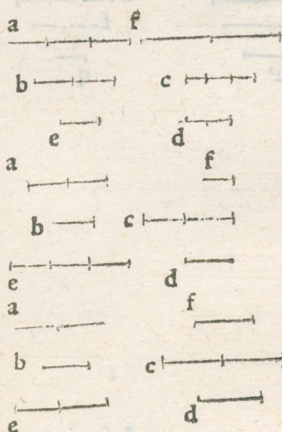


¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c, & aliæ eisdẽ æquales numero d, e, f, cum duabus sumptis & in eadem ratione: sicut quidem a ad b sic d ad e, sicutq; b ad c, sic e ad f. Ex æquali autem sit maior a ipsa c. Dico q̊ & d ipsa f maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. Quoniam enim maior est a ipso c, alia autem quædã b, maior autem ad eandem per 8 quinti maiorẽ rationem habet q̃ minor: igitur a ad b maiorẽ rationẽ habet q̃ c ad b. Sed sicut est quidem a ad b: sic est d ad e. sicutq; c ad b: rursus sic f ad e. Et d igit̃ ad e maiorẽ rationem habet: q̃ f ad e, per correlarium 4 quinti. Ad eandẽ autẽ rationẽ ha

bentiū/maiorē rationē habens: illud maius est/per 10 quinti. maior igitur est d: ipsa f. Similiter quoq; ostendemus/ꝙ et si æqualis est a ipsi c: æqualis erit & d ipsi f. & si minor: minor. Si fuerint igitur tres magnitudines/& aliæ eisdē æquales numero cum duabus sumptis & in eadē ratione/ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit. & si æqualis: ęqualis. & si minor: minor. quod oportebat demōstrare.

Eucli ex Camp. Propositio 21.

21. SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; secundū earum numerum/quarum quæq; duæ ex prioribus quibusq; duabus ex posterioribus peruersim cōparatæ secundū proportionem earum fuerint: necesse quoq; est vt si fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima vltima maior/ & posterorum prima vltima esse maiorem. si autem minor: & minorem. Si vero æqualis: & æqualem.



CAMPANVS. Scđm antecedēs. sint tres q̃titates/a, b, e: sumanturq; aliæ tres quæ sūt f, c, d. & sit ꝑportio a ad b, sicut c ad d: & b ad e, sicut f ad c. dico ꝙ si a est maior e: f erit maior d. & si minor: minor. & si æqualis: æqualis. hoc autē ꝓbatur per easdē & eodē modo: quo præcedens. si enī a sit maior e: erit maior proportio a ad b q̃ e ad b. quare maior c ad d: q̃ e ad b. & ideo maior q̃ c ad f. maior igitur f q̃ d: per secundam partem 10. quod est propositum. Q2 si a sit minor e: erit tandem minor c ad d, q̃ ad f. quare per eandem partem eiusdem: f erit minor d. Si autem a sit æqualis e: sequitur vt sit proportio c ad d, sicut c ad f. igitur per secūdam partem 9/erit f æqualis d. quod est propositum.

21 Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 10.

Si fuerunt tres magnitudines & aliæ eisdem aquales numero cum duabus sumptis & in eadem ratione/ fuerit autem perturbata earum proportio ex æquali vero prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor.

THEON ex Zamberto. Sint tres magnitudines a, b, c: & aliæ eisdem numero æquales d, e, f, cum duabus sumptis/ & in eadem ratione. sit autem earum proportio perturbata. sicut quidem a ad b, sic e ad f: sicutq; b ad c, sic d ad e. ex æquali autē: a ipsa c sit maior. dico ꝙ & d ipsa f maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. Quoniam enim maior est a ipsa c, aliaq; b: igitur per 8 quinti/a ad b maiorē habet rationem q̃ c ad b. Sed sicut quidem a ad b: sic e ad f. sicutq; c ad b: rursus sic e ad d. & e igitur ad f maiorē rationem habet: q̃ e ad d, per correlarium quartę quinti. Ad quā autē eadē/ maiorē rationem habet: illa minor est per 10 quinti. minor igitur est f ipsa d. maior igitur est d: ipsa f. Similiter quoq; ostendemus/ꝙ & si æqualis fuerit a ipsi c: æqualis erit & d ipsi f. & si minor: minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eisdē æquales numero cum duabus sumptis/ & in eadē ratione/ fueritq; perturbata earum proportio/ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. quod demonstrare oportebat.

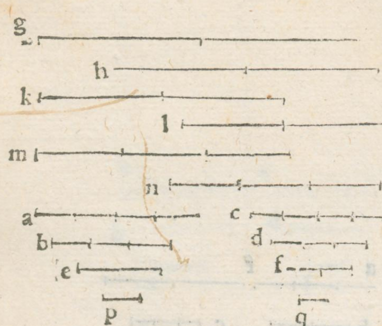


Eucli ex Camp. Propositio 22.

22 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; secundū earum numerum/quarum quæq; duæ secūdum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate: proportionales erunt.

CAMPANVS. Demonstratis antecedentibus ad æquam proporti-

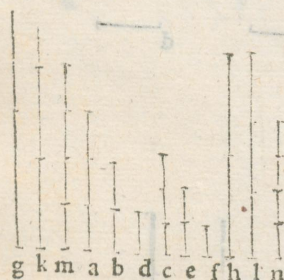
onalitatē:hic demonstrat eā.& primo: cum quantitates duorum ordinū sunt directe proportionales. Non est autem necesse vt demonstraretur: nisi cum in vtroq; duorum ordinum sunt tantum tres quātitates. Per hoc enim euidenter sequitur: cum in vtroq; ordine fuerint quatuor quantitates/& deinceps.& ideo etiam non oportuit eius antecedens demonstrari: nisi solum cum in vtroq; ordine sunt etiā tres quantitates. ¶Sint igitur tres quantitates/a,b,e: sumanturq; tres aliæ quæ sunt c,d,f.& sit proportio a ad b, sicut c ad d:& b ad e, sicut d ad f. dico ꝙ erit a ad e: sicut c ad f. Sumam enim g ad a,& h ad c, æque multiplicia. Itemq; k ad b,& l ad d: æque.& rursus m ad e,& n ad f: æque. eritq; p 4/g ad k, sicut h ad l:& k ad m, sicut l ad n. quare per 20/si g est maior m: erit h maior n.& si minor: minor.& si æqualis: æqualis. igitur per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/proportio a ad e: est sicut c ad f. qđ est propositum. ¶Potest quoq; hoc demonstrari per 15 huius/sumptis g,k,m, ad a,b,e:& h,l,n, ad c,d,f, æque multiplicibus. erit enim per 15/g ad k, sicut h ad l:& k ad m, sicut l ad n. Cætera pertracta vt prius. ¶Q; si fuerint quantitates plures tribus in vtroq; ordine vtpote quatuor: additis p & q, ita ꝙ sit e ad p sicut f ad q, erit iterum a ad p, sicut c ad q. erit enim a ad e: sicut c ad f. hoc enim demonstratum est. sublatis igitur b et d: erunt tres quantitates a,e,p,& aliæ tres c,f,q, vt proponitur. quare a ad p: sicut c ad q. Sicutq; demonstratur de quatuor per tres/sublato vno medio: eodem modo demonstrabis de quinq; per quatuor: sublatis duobus medijs/& de sex per quinq;/sublatis tribus.& sic de cæteris.



Eucli.ex Zāb. Theorema 22. Propositio 22. 22

¶Si fuerint quælibet magnitudines & aliæ eisdem æquales numero cum duabus sumptis in eadem ratione:& ex æquali in eadem ratione erunt.

¶THEON ex Zāberto. ¶Sint quælibet magnitudines a, b, c: & aliæ eisdem æquales numero d,e,f, cum duabus sumptis in eadē ratione. sicut quidē a ad b, sic d ad e: sicutq; b ad c, sic e ad f. Dico ꝙ & ex æquali in eadem ratione erunt: sicut a ad c, sic d ad f. Sumantur quidem ipsarū a,d: æque multiplices g,h. ipsarum autem b,e: aliæ quæ vtcunq; sint æque multiplices/k,l.& insuper ipsarum c,f: aliæ quæ vtcunq; sint æque multiplices/m,n. Et quoniam est sicut a ad b sic d ad e,& sumuntur quidem ipsarum a,d, æque multiplices g,h, ipsarum autem b,e, aliæ quę vtcunq; sunt æque multiplices k, l: est igitur per 4 quinti/ sicut g ad k, sic h ad l.& per hoc/sicut k ad ipsum m: sic l ad ipsum n. Quoniam igitur tres magnitudines sunt g,k,m,& aliæ eisdem æquales numero h,l, n, cū duabus sumptis & in eadem ratione: ex æquali igitur per 20 quinti/si excedit n ipsum m, excedit & h ipsum g.& si æqualis: æqualis.& si minor: minor. Sūt autem g,h, ipsarum a,d, æque multiplices: & m,n, ipsarum c,f, aliæ quæ vtcunq; sunt æque multiplices. est igitur per 6 diffinitionē quinti/sicut a ad c: sic d ad f. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ eisdem æquales numero cum duabus sumptis in eadem ratione:& ex æquali in eadē erunt ratione. quod demonstrasse oportuit.

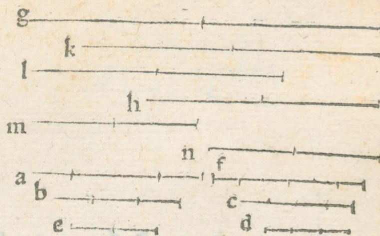


Eucli.ex Camp. Propositio 23. 23

SI fuerint quotlibet quantitates alięq; secundū earū numerum/quarum quęq; duę secundum proportionem duarum ex prioribus indirecte proportionatę: in ęqua proportionalitate proportionales erunt.

¶CAMPANVS. ¶Demonstrat æquam proportionalitatem in q̄titatibus duorum ordinum indirecte siue peruersim proportionatis. Nec est necesse ꝙ demonstretur: nisi cum in vtroq; duorum ordinum sunt tantum tres quantitates. per hoc enim euidenter sequitur quæcunq; ponātur in vtroq; ordine: sicut in præmissa de directe proportionatis demon

ſtratum eſt. Sint igitur tres quantitates a, b, e: ſumanturq; aliæ tres quæ ſint f, c, d. & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d: & b ad e, ſicut f ad c. dico ꝙ erit a ad e: ſicut f ad d. Sumã enĩ g ad a, & h ad c, & k ad f: æque multiplicia. itemq; l ad b, & m ad e, & n ad d. æque eritq; per 4 / g ad l: ſicut h ad n. & per 15 / l ad m: ſicut k ad h. quare per 21 / ſi g addit ſuper m: & k addit ſuper n. & ſi minuit: minuit. & ſi ęquat: æquat. ergo per diffinitionẽ incõtinuæ proportionalitatis / proportio a ad e: eſt ſicut f ad d. quod eſt propoſitum.



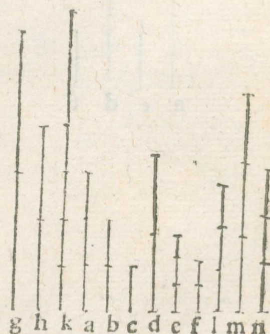
¶ Poteſt quoq; & hoc demonſtrari per decimamtertiam huius: ſumptis g, l, m, ad a, b, e, & k, h, n, ad f, c, d. æque multiplicibus. erit enim per decimamquintam / g ad l: ſicut h ad n. & l ad m: ſicut k ad h. cætera pertracta vt prius. Conuenientius tamen demonſtrantur hæc & præmiſſa: ſecundum primum modum

¶ Qz ſi plures tribus fuerit quãtitates in vtroq; ordine / vtpote quatuor: additis p & q, ita ꝙ ſit a ad b ſicut d ad q, & b ad e ſicut c ad d, & e ad p ſicut f ad c, erit iterũ a ad p ſicut f ad q. erit enim per prædemonſtrata / a ad e: ſicut c ad q. Sublatis igitur b & d: erunt tres quantitates a, e, p, & aliæ tres f, c, q, vt proponitur. quare a ad p: ſicut f ad q. Sic igitur demõſtratur de quatuor per tres: ſublato vno medio. Eodem modo demõſtrabis de quinq; per quatuor: ſublatis duobus medijs. & de ſex per quinq;: ſublatis tribus. & ſic in cæteris.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 23.

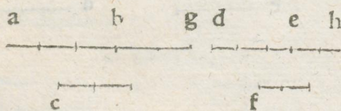
23 ¶ Si fuerint tres magnitudines: aliæq; eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione / fuerit autem perturbata earum proportio. & ex æquali in eadem ratione erunt.

¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c: & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione d, e, f. ſit autẽ perturbata ipſarum proportio. ſicut quidem a ad b, ſic e ad f: ſicutq; b ad c, ſic d ad e. Dico ꝙ eſt ſicut a ad c: ſic eſt d ad f. Sumantur inq̃ ipſarum a, b, d, æque multiplices g, h, k: ipſarum autẽ c, e, f, aliæ quæ vtcunq; æque multiplices ſint l, m, n. Et quoniam æque ſunt multiplices g, h, ipſarum a, b, partes autẽ eodem modo multiplicium eandem habent rationem per 15 quinti: eſt igitur ſicut a ad b, ſic g ad h. Ac per hoc / & ſicut e ad f: ſic m ad n. & eſt ſicut a ad b: ſic e ad f. & ſicut igitur g ad h: ſic m ad n per 11 quinti. Et quoniam eſt ſicut b ad c ſic eſt d ad e, & ſumuntur ipſarum quidem b, d, æque multiplices h, k, ipſarum autẽ c, e, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices l, m: & igitur ſicut h ad l ſic k ad m. & viciſſim per 16 quinti / ſicut b ad d: ſic c ad e. Et quoniã h, k, ipſarum b, d, æque ſunt multiplices / partes autẽ æque multiplicium eandem habent rationem per 15 quinti: eſt igitur ſicut b ad d ſic h ad k. Sed ſicut b ad d: ſic c ad e. & ſicut igitur h ad k: ſic c ad e per 11 quĩti. Rurſus quoniam l, m, ipſarum c, e, æque ſunt multiplices: eſt igitur ſicut c ad e, ſic l ad m. Sed ſicut c ad e, ſic h ad k: & ſicut h ad k, ſic l ad m. & viciſſim per 16 quĩti / ſicut h ad l: & k ad m. Oſtẽſum autem eſt ꝙ ſicut g ad h: & ſic m ad n. Quoniã igitur tres magnitudines ſũt proportionales g, h, l, & aliæ eiſdem æquales numero k, m, n, cũ duabus ſumptis in eadem ratione / & eſt earum perturbata proportio: ex æquali igitur per 21 quinti / ſi excedit g ipſũ l, & excedit k ipſum n. & ſi æquale: æquale. & ſi minus: minus. Sunt autẽ g, k, ipſarũ a, d, æque multiplices: & l, n, ipſarum c, f, æque ſunt multiplices. eſt igitur ſicut a ad c: ſic d ad f, per ſextam diffinitionem quinti. / Si fuerint igitur tres magnitudines; & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione / fuerit autem perturbata ipſarum proportio; & ex æquali in eadem ratione erũt. Quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 24. 24

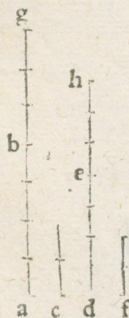

SI fuerit proportio primi ad secundum tanq̃ tertij ad quartum/proportio vero quinti ad secundum tanq̃ sexti ad quartũ: erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum/tanq̃ sexti & tertij pariter acceptorum ad quartum.



CAMPANVS. Quod secunda proposuit de multiplicibus: hæc proponit vniuersaliter de omnibus proportionibus. vnde hæc est illa tãto cõmunior: quãto multiplicitate proportio. & se habet ad illam: quemadmodum 13 ad primam. Sit igitur proportio a b ad c: sicut d e ad f. & item b g ad c: sicut e h ad f. dico q̃ proportio a g ad c: est sicut d h ad f. Erit enim per conuersam proportionalitatem/ c ad b g: sicut f ad e h. quare per 22/ erit in æqua proportionalitate a b ad b g: sicut e d ad e h. ergo coniunctim per 18/ a g ad g b: sicut d h ad h e. itaq; per 22 / erit in æqua proportionalitate a g ad c: sicut d h: ad f. quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Theorema 24. Propositio 24. 24

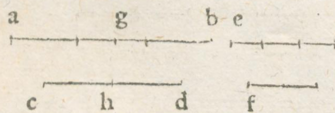
Si primum ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum/habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartum: & composita primum & quintum ad secundum eandem habebunt rationem/& tertium & sextum ad quartum.



THEON ex Zamberto. Primum inq̃ a b, ad secundum c eandem habeat rationem: & tertium d e ad quartum f. habeat autem & quintum b g, ad secundũ c: eandẽ rationẽ & sextũ e h ad quartũ f. Dico q̃ & cõposita primũ & quintũ a g ad secundũ c eandẽ habebunt rationem: ac tertiũ & sextũ d h ad ipsum f quartũ. Quoniã eni est sicut b g ad c sic est est e h ad f: conuersim quoq; sicut c ad b g, sic f ad e h. Quoniam igitur est sicut a b ad c sic d e ad f, sicut autem c ad b g sic f ad e h: ex æq̃li igitur per 22 quĩti est sicut a b ad b g sic d e ad e h. Et quoniam disiunctæ magnitudines si proportionales sunt, compositæ quoq; proportionales erunt per decimãoctauã quinti: sicut igitur a g ad g b, sic d h ad h e. est autem & sicut b g ad c: sic e h ad f. ex æquali igitur per vicesimam secundam quinti/est sicut a g ad c: sic d h ad f. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum/habuerit autem quintum ad secundum eandem rationẽ & sextũ ad quartũ: & cõposita primũ & quintũ ad secũdũ eandẽ habebunt rationem & tertium & sextum ad quartum. quod oportebat demõstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 25 25


SI fuerint quatuor quantitates proportionales/ fueritq; prima earum maxima/& vltima minima: primam & vltimam pariter acceptas cæteris duabus maius esse necessario comprobatur.



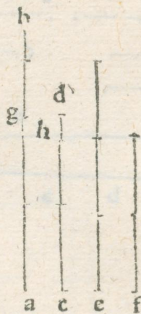
CAMP. Qđ hic proponitur/nõ habet locũ: nisi cũ õnes quatuor q̃titates sũt eiusdẽ generis. Sit igitur q̃tuor q̃titatũ eiusdẽ generis proportio a b ad c d: sicut e ad f. sitq; a b: maxima. Neq; oportet ponere q̃ f sit minima. qa ipsũ ex hoc seq̃tur: q̃ a b posita est maxima. vnde nõ posuit hoc author in cõclusione tãq̃ positionẽ: sed potius tãq̃ p̃cedẽtis positionis cõclusionẽ. Dicoq; cũ ita fuerit: maius erit aggregatũ ex a b & f, q̃ ex c d & e. Cũ eni a b sit maior e: abscindã ex a b, g b æqualẽ e. similiter quoq; quia c d est maior f: abscidã ex c d, h d ęqualem f. Eritq; per hypothesim a b ad c d: sicut g b ad h d. quare per 19/a g residuũ ad c h residuũ : sicut totũ a b ad totũ c d. Cum ergo a g se habet ad c h sicut a b ad c d, sed a b est maior c d, quare a g maior est c h: additis igitur vtriq; duabus quã-

titatibus g b & h d, erit per communem scientiam/aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b. & quia d h posita est æqualis f, & g, b e: maius erit aggregatum ex a b & f, q̄ aggregatum ex c d & e. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 25.

25 ¶Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: maxima earum & minima/reliquis maiores erunt.

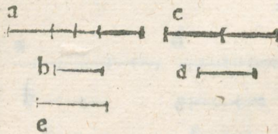
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor magnitudines proportionales a b, c d, e, f: sicut a b ad c d, sic e ad f. Sit autem maxima earum a b: minima vero f. Dico ꝙ ipsæ a b & f: ipsis c d & e maiores sunt. Ponatur inq̄ per tertiam primi ipsi e æqualis a g: & ipsi f æqualis c h. Quoniam igitur est sicut a b ad c d, sic e ad f, æqualis autem est e ipsi a g, & ipsi f æqualis c h: est igitur sicut a b ad c d, sic a g ad c h. & quoniam est sicut totum a b ad totum c d, sic ablatum a g ad ablatum c h: & reliquum igitur g b per decimamnonam quinti / ad reliquum h d, erit sicut totum a b ad totum c d. Maior autem est a b: ipsa c d. maior igitur est g b: ipsa h d. Et quoniam æqualis est a g ipsi e, & c h ipsi f: igitur a g & f sunt æquales ipsis c h, e. Et quoniam si inæqualibus æqualia addantur omnia inæqualia fient per quartam communem sententiam: cum igitur g b & h d sint inæquales/ & g b maior sit/ ipsi autem g b addantur c h & e, producentur a b & f maiores ipsis c d & e. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint: maxima & minima earum/reliquis maiores erunt. Quod demonstrare oportebat.

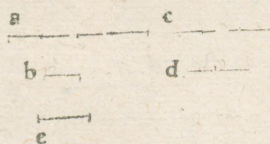


¶Nouem sequentes propositiones quas ad 25 adiecit Campanus: nihil in Zamberto eis respondens habent. nec plures 25 in verustiori bus Euclidis exemplaribus reperiuntur. quare ex additione Cāpani esse vident.

26 SI fuerit quatuor quantitatum proportio primæ ad secundam maior q̄ tertiæ ad quartam: erit conuersim econtrario secundæ ad primam minor q̄ quartæ ad tertiam.

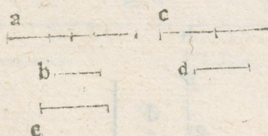
¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a ad b, maior q̄ c ad d. dico ꝙ erit econuerso/modo contrario minor proportio b ad a: q̄ d ad c. Si enim est eadem b ad a quæ est d ad c: erit econuerso a ad b vt c ad d. sed non est: immo maior. At vero si est b ad a maior q̄ d ad c: sit e ad a, vt d ad c. eritq̄ ex duodecima/ e ad a minor q̄ b ad a. quare ex prima parte decimæ e est minor b. Ideoq̄ ex secunda parte 8/ maior erit proportio a ad e: q̄ a ad b. & quia per conuersam proportionalitatem/ a ad e sicut c ad d: erit ex duodecima/ proportio c ad d maior q̄ a ad b. sed erit minor. relinquitur ergo propositum. ¶Possumus quoq̄ (si libet) astruere propositum ostensiue. manefestum enim est ex prima parte decimæ/ ꝙ illa quātitas cuius ad b est eadem proportio quæ est c ad d, est minor a: eo ꝙ ponitur maior proportio a ad b q̄ c ad d. illa ergo quantitas sit e. cum sit igitur





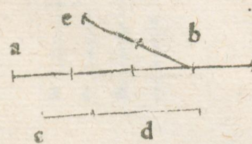
proportio e ad b vt c ad d:erit econuerso b ad e, vt d ad c. Constat autem ex secunda parte octauæ/q̃ proportio b ad a:minor est q̃ proportio b ad e. Itaq; per duodecimam/ proportio b ad a:est minor q̃ d ad c. Quod voluimus.

¶Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ 27
ad secundam q̃ tertiæ ad quartam: erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam/q̃ secundæ ad quartam.



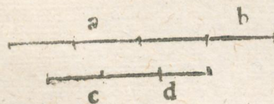
¶CAMPANVS. ¶Sit hic quoq; proportio a ad b maior: q̃ c ad d. dico q̃ erit permutatim maior proportio a ad c: q̃ b ad d. Eadem enim non erit. quia tunc quoq; esset permutatim a ad b:sicut c ad d. Neq; minor. nam si hoc ponatur: sit itaq; e ad c, vt b ad d. eritq; ex duodecima/maior proportio e ad c:q̃ a ad c. quare ex prima parte decimæ/e est maior a. Itaq; per primam partem octauæ/proportio e ad b:est maior q̃ a ad b. Et quia positum est vt sit e ad c, sicut b ad d:erit permutatim e ad b, sicut c ad d. ex duodecima igitur / maior erit proportio c ad d: q̃ a ad b. sed positum erat oppositum. verum est ergo propositum. ¶Ostensiue quoq; idem: quemadmodum in præmissa. Sumpta enim e ad b, vt c ad d: erit ex prima parte decimæ / e minor a, quia ex prima parte octauæ / maior erit a ad c:q̃ e ad c. Sed ex permutata proportionalitate/ est e ad c: vt b ad d. igitur ex duodecima/a ad c:est maior q̃ b ad d. Quod est propositum.

¶Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad secun- 28
dam sit maior proportio q̃ tertię ad quartam:erit quoq; cõiunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam q̃ tertiæ & quartæ ad quartam.



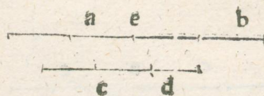
¶CAMPANVS. ¶Sit maior proportio a ad b:q̃ c ad d. dico q̃ maior erit totius a b ad b: q̃ totius c d ad d. quia ipsa neq; erit æqualis:neq; minor. Si enim æqualis:tunc erit disiunctim/a ad b vt c ad d. Si autem est minor:sit e b ad b/vt c d ad d. eritq; ex duodecima/ maior proportio e b ad b:q̃ a b ad b. itaq; ex prima parte decimæ/ e b:est maior q̃ a b. & per conceptionem:e maior q̃ a. quare ex prima parte octauæ/ maior est proportio e ad b:q̃ a ad b. sed e ad b:est vt c ad d per disiunctam proportionalitatem. eo q̃ erat e b ad b: vt c d ad d. ergo per duodecimam/ c ad d: est maior q̃ a ad b. hoc autem est contra hypothesin. ¶Idem etiam ostensiue. Cum enim propositum sit q̃ maior sit proportio a ad b, q̃ c ad d:sit proportio e ad b, vt c ad d. eritq; ex prima parte decimæ:e minor a. Ideoq; ex communi scientia:e b erit minor q̃ a b. quare ex prima parte octauæ / maior erit proportio a b ad b: q̃ e b ad b. At vero proportio e b ad b: est per coniunctam proportionalitatem/sicut c d ad d. positum enim est/ vt sit e ad b:tanq̃ c ad d. igitur ex duodecima/ maior est a b ad b: q̃ c d ad d. quod est propositum.

¶Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secun- 29
dæ ad secundam sit maior proportio q̃ tertiæ & quartæ ad quartam:erit quoq; disiunctim proportio primæ ad secundam maior q̃ tertiæ ad quartam.

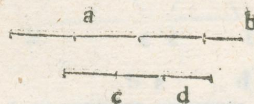


¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a b ad b: maior q̃ c d ad d. dico q̃ erit disiũctĩ/proportio a ad b:maior q̃ c ad d. alioqui erit æqualis vel minor. Q̃ si æqualis: erit per coniunctam proportionalitatem/a b ad b, vt c d ad d. Si autem minor:erit maior c ad d, q̃ a ad b. ergo per

præmissam/maior erit c d ad d:q̃ a b ad b.quod est incõueniẽs: quia positum est ꝙ minor.verum est ergo qđ dicitur. ❡Quod etiã ostensiue astruemus:hoc modo. Ponemus enim vt proportio e b ad b: sit tanq̃ proportio c d ad d.eritq; ex prima parte 10:e b minor q̃ a b.quare ex communi scientia/e est minor q̃ a.minor igitur est ex prima parte 8/proportio e ad b:q̃ sit a ad b.sed proportio e ad b:est sicut c ad d, ex disiuncta proportionalitate.itaq; ex 12/proportio a ad b:est maior q̃ sit c ad d.quod est propositum.

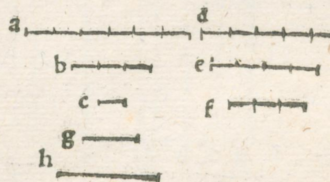


30 ❡Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secundæ ad secundam sit maior proportio q̃ tertiæ & quartæ ad quartam:erit euersim minor proportio primæ & secundæ ad primam q̃ tertiæ & quartæ ad tertiam.



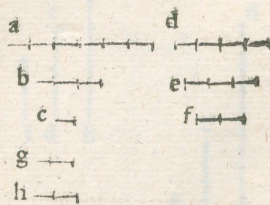
❡CAMPANVS. ❡Sit maior proportio a b ad b:q̃ c d ad d.dico ꝙ euersim minor erit proportio a b ad a:q̃ c d ad d.erit enĩ disiunctim ex præmissa/maior proportio a ad b:q̃ c ad d.Itaq; per 26/erit econuerso minor b ad a:q̃ d ad c.quare per ante præmissam/ coniunctim minor erit b a ad a:q̃ c d ad c.quod est propositum.

31 ❡Si fuerint tres quantitates in vno ordine / itemq; tres in alio/fueritq; primæ priorum ad secundam maior proportio q̃ primæ posteriorum ad secundam/itemq; secundæ priorũ ad tertiam maior q̃ secundæ posteriorum ad terriam : erit quoq; primę priorum ad tertiam maior proportio/q̃ primę posteriorum ad tertiam.

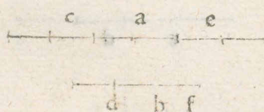


❡CAMPANVS. ❡Sint tres quantitates:a,b,c.itemq; aliæ tres:d,e, f.sitq; maior proportio a ad b:q̃ d ad e.itemq; maior b ad c:q̃ e ad f.dico ꝙ maior erit proportio a ad c:q̃ d ad f.Sit enĩ g ad c:vt e ad f.eritq; ex prima parte 10: g minor b. quare ex secunda parte 8/proportio a ad g:est maior q̃ a ad b.multo maior ergo est proportio a ad g:q̃ d ad e. sit itaq; h ad g:vt d ad e.eritq; ex prima parte 10:a maior h.quare ex prima parte 8/ proportio a ad c:maior est q̃ proportio h ad c. At vero proportio h ad c:est per æquam proportionalitatẽ/sicut d ad f.est enim h ad g:vt d ad e.& g ad c:vt e ad f.igitur ex 12/proportio a ad c: est maior q̃ d ad f.quare constat propositum.

32 ❡Si fuerint tres quãtitates in vno ordine/iteq; tres in alio/ fueritq; proportio secundæ priorum ad tertiam maior q̃ primæ posteriorum ad secundam / itemq; primæ priorum ad secundam maior q̃ secundæ posteriorum ad tertiam: erit maior proportio primæ priorum ad tertiam / q̃ primæ posteriorum ad tertiam.



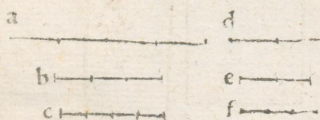
❡CAMPANVS. ❡Sint enim tres quantitates in vno ordine: a,b,c. Itemq; tres in alio:d,e,f,quemadmodum in præmissa.sitq; maior proportio b ad c:q̃ d ad e.& maior a ad b:q̃ e ad f.dico ꝙ maior erit a ad c:q̃ d ad f.Sit enim g ad c:vt d ad e.eritq; g minor b:per primam partem 10.quare maior erit proportio a ad g:q̃ ad b, per secundam partem 8.igitur multo maior est a ad g:q̃ e ad f.Sit itaq; h ad g:vt e ad f.eritq; a maior h:ex prima parte 10.quare proportio a ad c:maior est q̃ h ad c,ex prima parte 8. At vero ex 23/ proportio h ad c, est tanq̃ d ad f:eo ꝙ est g ad c,vt d ad e.& h ad g: vt e ad f.igitur ex 12/maior est proportio a ad c:q̃ d ad f.quod est propositum.



¶Si fuerit proportio totius ad totum/maior q̃ abscisi ad abscisum: erit residui ad residuum / maior proportio q̃ totius ad totum. 33

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ quantitates a, & b: a quibus abscindantur c & d. & residua sunt e & f. sitq; maior proportio a ad b: q̃ c ad d. dico q; maior erit proportio e ad f: q̃ a ad b. erit enim ex 27 / permutatim maior proportio a ad c: q̃ b ad d. quare ex 30 / erit euersim minor proportio a ad e: q̃ b ad f. igitur rursus ex 27 / permutatim minor erit a ad b: q̃ e ad f. quod est propositum.

¶Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur/ fueritq; cuiuslibet præcedentis ad suam relatiuã maior proportio q̃ alicuius subsequentis ad suam: erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃ alicuius subsequentium ad suam comparem/ aut etiam q̃ omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas/ minor autem q̃ primæ ad primam. 34



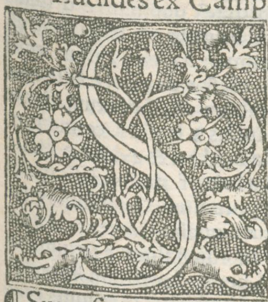
¶CAMPANVS. ¶Sint tres quãtitates a, b, c, relatæ ad totidem alias quæ sint d, e, f: sitq; maior proportio a ad d, q̃ b ad e, & b ad e sit maior q̃ c ad f. dico q; proportio a, b, c, pariter acceptarum / ad d, e, f, pariter acceptas: est maior q b ad e, vel maior q̃ c ad f, & etiam maior q̃ b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas. & ipsa est minor: q̃ a ad d. Cum sit enim a ad d maior q̃ b ad e: erit permutatim a ad b maior q̃ d ad e. & coniunctim a b ad b: maior q̃ d e ad e. & iterum permutatim a b ad d e: maior q̃ b ad e. quare per præmissam/ a ad d: est maior q̃ a b ad d e. Eodemq; modo probatur maiorem esse b ad e: q̃ b c ad e f. itaq; maior proportio est a ad d: q̃ b c ad e f. quare permutatim maior est a ad b c: q̃ d ad e f. & coniunctim maior a b c ad b c: q̃ d e f ad e f. & iterum permutatim maior a b c ad d e f: q̃ c b ad e f. quare per præmissam/ maior est a ad d: q̃ a b c ad d e f. Quod est propositum.

¶EVCLIDIS NEGARENSIS Geometricorum elementorum Sexti Libri:

F I N I S.

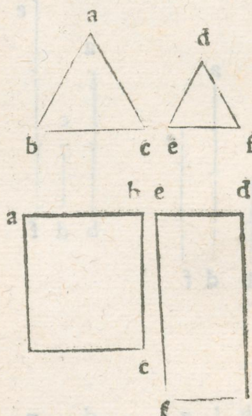
¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philsophi Mathematicorumq; facile principis, primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zãberto Veneto: Geometricorum elementorum Liber Sextus.

Euclides ex Campano. Diffinitiones.

1 

V perficies similes dicuntur: quarũ anguli vnius angulis alterius ęquales lateraq; æquos angulos continentia proportionalia.

¶CAMPANVS. ¶Vt si trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq; angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e sicut a c ad d f, & b c ad e f: ipsi erunt similes.



2 ¶Superficies mutuorum laterum: sunt inter quarum latera/incontinua proportionalitas retransitiue habetur.

¶CAMPANVS. ¶Vt si duorum quadrilaterorum a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus secundi fuerit sicut proportio e f lateris secundi ad b c latus primi: illa duo quadrilatera dicuntur mortuorum laterum siue mutekesia.

3 ¶Linea dicitur diuidi secundum proportionem habentem medium & duo extrema: quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectionem quæ est maioris ad minorẽ.

Euclides ex Zamberto. Diffinitiones.

1 

Imiles figuræ rectilineæ: sunt quæ & angulos æquales habent ad vnum/& quæ circa angulos æquales sunt/latera proportionalia.

2 ¶Reciprocæ autem figuræ: sunt quando in vtraq; figura/antecedentes & consequentes termini rationales fuerint.

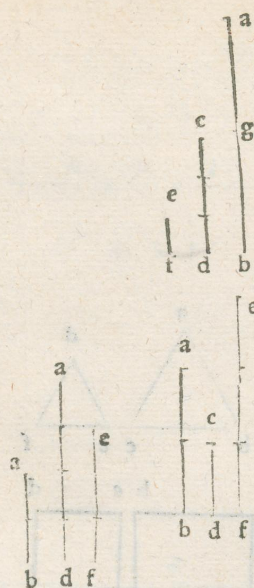
3 ¶Per extremam & mediam rationem/recta linea diuidi dicitur: quando fuerit sicut tota ad maius segmentum/sic maius ad minus.

4 ¶Altitudo vniuscuiusq; figuræ: est a vertice ad basin perpendicularis deducta.

5 ¶Ratio ex duabus rationibus/aut ex pluribus constare dicitur: quando rationum quantitates multiplicatæ/aliquam efficiunt quantitatem.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit enĩ a b ad c d rationem habẽs datam: veluti duplam aut triplam aut quãlibet aliam. & c d ad e f: eandẽ quoq; datam. Dico ꝙ ipsius a b & e f ratio: constat ex a b ad c d & ex c d ad e f. Vel ꝙ ipsius a b ad c d rationis quantitas multiplicata in ipsius c d ad e f rationis quantitatem: efficit ipsius a b ad e f rationem. Sit enim primum a b ipsa c d maior: & c d ipsa e f. & sit quidem a b, ipsius c d dupla: & c d ipsius e f tripla. quoniam igitur c d ipsius e f tripla est/ipsius autem c d. dupla est a b: igitur a b ipsius e f sexicupla est. quoniam si triplum alicuius duplicamus: fit sexicuplum. hoc inq̃ est proprie com-



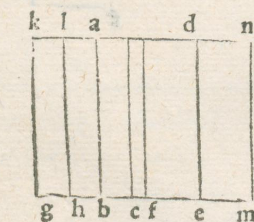


positio. ¶Vel sic. Quoniam a b dupla est ipsius c d: diuidatur a b in ipsi c d æqualia/ hoc est a g,& g b. Et quoniã c d ipsius e f tripla est/ æqualis autem est a g ipsi c d: & a g igitur ipsius e f tripla est. Id propterea: & g b ipsius e f tripla est. Tota igitur a b: ipsius a f sexicupla est. Ipsius igitur a b ad e f ratio connectitur per c d medium limitem: composita ex ipsius a b ad c d & c d ad e f ratione. ¶Similiter autem & si minor fuerit c d, vtraq; ipsarum a b & e f: idipsum colligitur. ¶Sit enim rursus a b ipsius c d tripla: at c d ipsius e f sit dimidia. & quoniam c d ipsius e f dimidia est/ ipsius autem c d tripla est a b: igitur a b sesqualtera est ipsius e f. si enim alicuius dimidium triplicamus: habebit ipsum semel & dimidiũ. At quoniam a b ipsius c d tripla est, & c d ipsius e f dimidia est: qualium est a b æqualiũ ipsi c d trium/ talium est e f duorum. Quare sesqualterum est a b ipsius e f. Igitur ratio ipsius a b ad e f, connectitur per c d medium limitem: cõposita ex ipsius a b ad c d & c d ad e f ratione. ¶Sed iam rursus sit c d vtraq; ipsarum a b & e f maior. & sit quidẽ a b ipsius c d dimidium: & c d ipsius e f sesquitertium. Quoniam igitur qualium est a b duorum/ talium est c d quatuor qualium autem c d quatuor/ talium e f trium: & qualium igitur a b duorum/ talium e f trium. cõnectitur igitur rursus ratio ipsius a b ad e f, per c d medium limitem: quæ duorum est ad tria. similiter quoq; & in pluribus/ & in reliquis casibus. Et manifestum est q, si a composita ratione/ vnaquæq; compositarum auferatur: vno extremorũ eiecto/ reliqua compositarum assumetur.

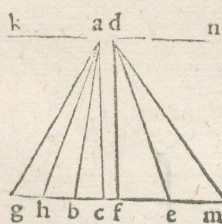
Eucli. ex Camp. Propositio 1.



SI duarum rectilinearum superficierum æquidistantium laterum/ siue triangulorum/ fuerit altitudo vna: tãta erit alterutra earum ad alteram/ quanta sua basis ad basin alterius. 1

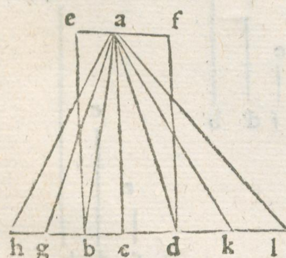


¶CAMPANVS. ¶Sint duo parallelogrãma a b c, d e f: æqualis altitudinis. dico esse proportionẽ eorũ sicut b c ad e f. ponam illa duo parallelogrãma super lineam vnam: quæ sit g m. eruntq; propter hoc q, sunt æqualis altitudinis: inter lineas æquidistantes/ quarum sit altera k n. deinde ex linea g m: sumam g c multiplicem secundum quẽcunq; numerum voluero/ ad b c. & diuidã eam in partes æquales b c: in punctis h & b. a quibus & pũcto g: ducam æquidistãtes lineæ a b, quæ sunt g k & h l. & complebo superficies æquidistantiũ laterum: k h & l b. eritq; vnaquæq; earũ per 36 primi: æqualis a c. quare sicut linea g c est multiplex lineæ b c: ita superficies c k, superficiei a c. Similiter quoq; ad lineam e f: sumam ex linea g m, lineam f m multiplicem secundũ quencumq; numerum voluero/ ad e f. & complebo superficiem æquidistantium laterum/ ducta linea m n æquidistanter lineæ d e. eritq; superficies n f ita multiplex superficiei d f: sicut linea m f lineæ e f. Et qa per 36 primi/ si linea g c est maior linea f m, superficies k c est maior superficie n f, et si minor/ minor/ et si æqualis/ æqualis: erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/ eadem proportio basis b c ad basin e f, quæ est superficiei a c ad superficiẽ d f. qđ est propositũ. ¶De triangulis vnius altitudinis idẽ ꝓbabis & eodẽ modo per 38 primi: ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases sumes multiplices/ ad vertices triangulorum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

¶Triangula & parallelogrãma/ quæ sub eodem sunt vertice: ad se inuicem sunt vt bases. 1



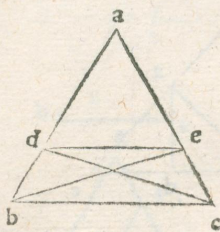
¶THEON ex Zamb. ¶Sint triãgula quidẽ a b c & a c d, parallelogrãma vero e c & c f: sub eodẽ vertice existentia. habentia q; ab a in b d: perpẽdicularẽ deductã a c. Dico q, est sicut b c basis ad c d basin: sic est a b c triãgulũ ad a c d triã gulũ/ & e c parallelogrãmũ ad c f parallelogrãmũ.

Producatur inq per 2 postulatum/d b:ex vtraq; in h,l,signa.& ponantur per 2 primi ipsi quidem b c basi/æquales cuiusmodicūq; b g & g h:ipsi autem c d basi/ æquales cuiusmodicunq; d k & k l. Connectanturq; a g,a h,a k,& a l.Et quoniam c b,b g,& g h sibiinuicem sunt æquales:& triangula quoq; a h g, a g b & a b c sibiinuicem sunt æqualia per 38 primi.Quā multiplex igitur est h c basis/ipsius b c basis:tam multiplex est et triangulum a h c,trianguli a b c.Id propterea/q̄ multiplex est l c basis/ipsius d c basis:tam multiplex est & a l c triangulum/ ipsius a d c trianguli.& si æqualis est h c basis/ipsi c l basi:æquum est per 38 primi/triāgulum a h c triangulo a c l. & si basis h c excedit basim c l:excedit & triangulum a h c triangulum a c l.& si minor:minus/ per 6 diffinitionem quinti. Quatuor iam existentibus magnitudinibus/ duabus quidem basibus hoc est b c & c d, duobus autē triangulis hoc est a b c & a c d: sumuntur æque multiplices.ipsius quidem b c basis,& ipsius a b c triāguli:basis videlicet h c,& triangulum a h c. ipsorum autem c d basis & a d c trianguli: alia quæ vtcunq; sunt æque multiplicia/ hoc est basis c l, & triangulum a l c.& demōstratum est q̄ si excedit basis h c basin c l: excedit quoq; & triangulū a h c,triangulū a l c.& si ęqualis:ęquale.& si minor: minus. Est igitur sicut basis b c ad basin c d:sic triangulum a b c ad triangulum a c d,per sextā diffinitionē quinti. Et quoniā per 41 primi ipsius quidem trianguli a b c duplum est parallelogrāmū e c,ipsius autē a c d trianguli duplū est per eandē parallelogrāmū f c, partes autē eodē modo multipliciū p 15 quīti eādē habent rationē: est igit sicut triangulū a b c ad triangulū a c d, sic parallelogrammū e c ad parallelogrāmū c f. Quoniā igitur patuit sicut quidē basis b c ad basin c d sic triangulū a b c ad triangulum a c d,sicutq; triangulū a b c ad triangulū a c d sic parallelogrāmū e c ad parallelogrāmum f c:& sicut igitur per 11 quinti/ basis b c ad basin c d,sic parallelogrāmum e c ad parallelogrammum f c. Triangula igitur & parallelogramma sub eodem vertice existētia:ad se inuicem sunt sicut bases.quod demonstrare oportebat.

Eucli ex Camp. Propositio 2.

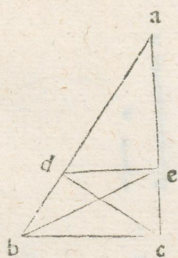
2 SI linea recta duo trianguli latera secans/reliquo fuerit ęquidistans:eam duo illa latera proportionaliter secare. Si vero proportionaliter secet: eam reliquo lateri æquidistare necesse est.

¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c:cuius duo latera a b & a c secet linea d e æquidistanter tertio lateri quod est b c. dico q̄ erit proportio a d ad d b sicut a e ad e c. & econuerso si fuerit proportio a d ad d b sicut a e ad e c:linea d e erit æque distans lineæ b c.protraham enī duas lineas e b & d c.eritq; per 37 primi/triangulus e d b, æqualis triangulo d e c:propter id quod ipsi sunt ambo super lineam d e,inter lineas æquidistantes.itaq; per secundā partē 7 quinti/proportio triāguli a d e ad vtrūq; illorū:erit vna.sed proportio eius/per præmissā ad triangulū e d b: est sicut lineæ a d ad lineā d b.& ad triangulū d e c:sicut lineæ a e ad lineā e c.Nam ipse cum vtroq; illorū est æqualis altitudinis.quare erit pportio a d ad d b:sicut a e ad e c.quod est primū.¶Et si hoc fuerit:erit per præmissam/ipsius a d e ad vtrumq; illorū proportio vna.quare per secundam partem 9 quinti:ipsi sunt adinuicē æquales.& quia ipsi sunt super eandem basin videlicet lineam d e,& ex eadem parte: erit per 39 primi/linea d e æquidistans lineæ b c.quod est secundum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

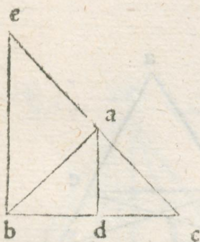
2 ¶Si triāguli ad vnū laterū acta fuerit aliqua recta linea parallelus:pportionaliter secat ipsius triāguli latera. & si trianguli latera proportionaliter secta fuerint:ad segmēta connexa recta linea/parallelus ad reliquū erit ipsius triāguli latus.



¶THEON ex Zamberto. ¶Trianguli eni a b c parallelus ad latus b c: agatur d e. Dico q̧ eſt ſicut b d ad d a: ſic eſt c e ad e a. Cōnectantur inquam b e & c d. æquale igitur eſt per 37 primi/ triangulum b d e: triangulo c d e. in eadem enim ſunt baſi d e: & in eiſdem parallelis d e & b c. Aliud autem quoddam triangulum a d e. æqualia autem per 7 quinti/ ad idem eandem habent rationem. Eſt igitur ſicut triangulum b d e ad triangulum a d e: ſic triangulum c d e ad triãgulum a d e. Sicut quidem triangulum b d e ad triangulum a d e: ſic eſt b d ad d a. ſub eodem namq; vertice/ ab e in a b, perpendicularem actam habent. & proinde ad ſeinuicē ſunt ſicut baſes: per 1 ſexti. Ac propterea ſicut triangulum c d e ad triangulum a d e: ſic c e ad e a. & ſicut igitur per 11 quinti/ b d ad d a: ſic c e ad e a. ¶Sed iã ipſius a b c trianguli/ latera a b & a c in proportione ſecentur: ſicut b d ad d a, ſic c e ad e a. & connectatur d e. Dico q̧ parallelus eſt d e ipſi b c. Eiſdem namq; diſpoſitis/ quoniã eſt ſicut b d ad d a ſic c e ad e a, ſed ſicut quidem b d ad d a ſic triangulum b d e ad triangulum a d e per 1 ſexti/ ſicut autem c e ad e a ſic triangulũ c d e ad triangulum a d e per eandem: & ſicut igitur per 11 quinti triangulum b d e ad triãgulum a d e, ſic triangulum c d e ad triãgulum a d e. Vtrũq; igitur ipſorum b d e & c d e triangulorum: ad a d e eandem habet rationem per 9 quinti. Aequale igitur per eandem eſt triangulum b d e triangulo c d e & in eadem ſunt baſi d e. æqualia autem triangula & in eadem baſi exiſtentia: & in eiſdem ſunt parallelis per 39 primi. parallelus igitur eſt d e ipſi b c. Si trianguli ad vnum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea. proportionaliter ſecat trianguli latera. & ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint: ad ſegmenta coniuncta recta linea/ parallelus erit ad reliquũ triãguli latus. Quod demõſtraſſe oportuit.

Eucli ex Camp. Propoſitio 3. 3

I ab aliquo angulorũ trianguli linea recta ad baſin ducta/ angulũ illũ per æqualia ſecet: duas partes ipſius baſis reliquis eiuſdē trianguli lateribus proportionales eſſe. Si vero duę partes baſis quas linea ab angulo ducta diſtinguit/ reliquis trianguli lateribus proportionales fuerint: lineam illã angulum per ęqualia diuidere neceſſario comprobatur.



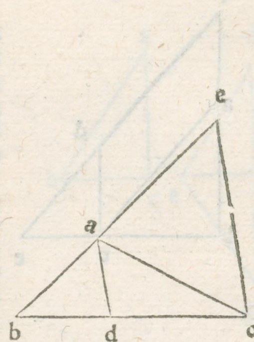
¶CAMPANVS. ¶Sit trigonus a b c: cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia. dico q̧ proportio b d ad d c: eſt ſicut b a ad a c, & ecõuerſo. protraham enim b e: æquidiſtantem a d. & producam c a: quouſq; cõcurrat cum b e in puncto e. eritq; per primam partem 29 primi/ angulus e b a: æqualis angulo b a d. & per ſecundam partem eiuſdem/ angulus c: angulo d a c. quare angulus e: eſt æqualis angulo e b a. ergo per 6 primi/ e a: eſt æqualis a b. & ideo per primam partem 7 quinti/ proportio e a ad a c: eſt ſicut b a ad a c. ſed per præmiſſam/ e a ad a c: eſt ſicut b d ad d c. ergo b a ad a c: ſicut b d ad d c. quod eſt primum. ¶Secunda pars quæ eſt conuerſa primæ partis: probabitur conuerſo modo. Manente enim eadem diſpoſitione/ ſi fuerit proportio b a ad a c ſicut b d ad d c, quia per præmiſſam e a ad a c eſt ſicut b d ad d c: erit eadem proportio e a ad a c, quæ eſt b a ad a c. ergo per primam partem 9 quinti: e a & a b ſunt æquales. quare per 5 primi/ duo anguli e & e b a: ſunt æquales. igitur per primã & ſecundam partem 29 primi/ angulus b a d: eſt æqualis angulo d a c. quod eſt ſecundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

¶Si trianguli angulus biſariam ſecetur/ diſpeſcens autē angulum recta linea ſecuerit & baſin: baſis ſegmenta eandem habebunt rationem reliquis ipſius trianguli lateribus. & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis ipſius 3

triangulí lateribus: a vertice ad basin coniuncta recta linea bifariam dispescit ipsius trianguli angulum.

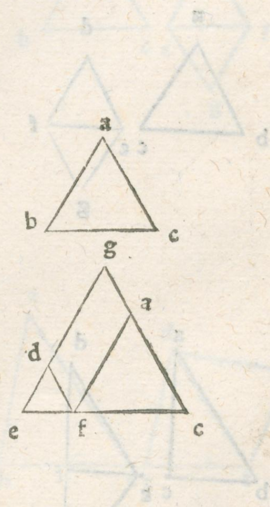
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit triangulũ a b c: seceturq; per 9 primi/ angulus b a c bifariam sub recta linea a d. Dico q; est sicut b d ad c d: sic est b a ad a c. Excitetur eni per 31 primi per c: ipsi d a parallelus c e. & acta b a ei concurrat in e. & quoniam in parallelos a d & e c, recta linea a c cecidit: angulus igitur a c e per 29 primi/ æqualis est angulo c a d. Sed angulo c a d: is qui est sub b a d supponitur æqualis. & angulus igitur b a d: ei qui sub a c e est angulo/ est æqualis. Rursus quoniã in parallelos a d & e c, recta linea cecidit b a e: per 28 primi angulus exterior b a d æqualis est angulo interiori a e c. ostensum autem est q; angulus a c e angulo b a d est æqualis. & angulus a c e igitur: angulo a e c est æqualis. quare & latus a e: lateri a c per 6 primi/ est æquale. Et quoniam triãguli b c e ad vnum latus e c parallelus acta est a d: proportionalis igitur per 2 sexti/ & per 11 quinti (& animaduerte quomodo) sicut b d ad d c, sic b a ad a e. Aequalis autem est a e ipsi a c. est igitur sicut b d ad d c.: sic b a ad a c. ¶Sed esto sicut b d ad d c: sic b a ad a c. & connectatur a d. Dico q; bifariam secatur angulus b a c: sub recta linea a d. Eisdẽ nãq; dispositis/ qm̃ est sicut b d ad d c sic est b a ad a c, sed sicut e d b ad d c sic b a ad a e per 2 sexti/ trianguli enim b c e ad vnũ latus e c, acta est parallelus a d: & sicut igitur b a ad a c sic b a ad ae per 9 quinti. æqualis autem est a c ipsi a e. quare & angulus qui sub a e c: per 5 primi/ ei qui est sub a c e est æqualis. Sed qui est sub a e c per 29 primi/ exteriori qui est sub b a d est æqualis. angulus autem a c e: ei qui vicissim est sub c a d angulo est æqualis. Angulus igitur b a c bifariã discinditur sub a d recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariam secetur/ eum autem dispescens recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus. & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus: a vertice ad basin coniuncta recta linea bifariam secat ipsius triãguli angulum. quod erat demonstrandum.



4 Eucli ex Camp. Propositio 4.

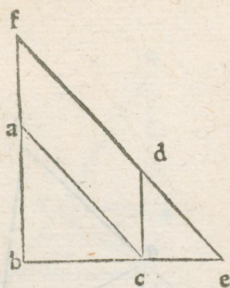
OMnium duorum triãgulorum quorum anguli vnius angulis alterius sunt æquales: latera æquos angulos continentia sunt proportionalia.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c, d e f: æquianguli. sitq; angulus a: æqualis angulo d. & angulus b: angulo e. & angulus c angulo f. dico q; proportio d e ad a b, & d f ad a c: est sicut e f ad b c. ponam enĩ ambos triangulos super lineam vnam quæ sit e c: ita q; duo anguli vnius qui erunt super hanc lineam: sint æquales duobus alterius qui erunt super eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius vnius/ extremo alterius. & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire. sitq; a f c: ipse idem triãgulus qui erat a b c. & quia angulus a f c est æqualis angulo e, & angulus d f e angulo c per hypothesin: erit per primam partem 28 primi/ linea a f æquidistans d e, & d f æquidistans a c. complebo igitur superficiem æquidistantium laterum: quæ sit g f. eritq; per 34 primi/ g a: æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per secundam huius g a ad a c sicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c sicut e d ad d g: erit per 7 quinti d f ad a c & per eandem e d ad f a sicut e f ad f c. quod est propositum.



4 Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

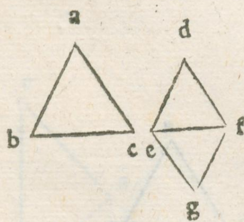
¶Aequiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera: quæ circum æquales angulos/ & similis sunt rationis quę æqualibus angulis latera subtenduntur.



ℭTHEON ex Zamberto. ℭSint triangula æquiangula a b c & d c e: æquum habentia angulum qui sub a b c ei qui sub d c e est angulo/ & angulum qui sub b a c ei qui sub c d e, & insuper angulum qui sub a c b ei qui sub d e c. Dico ꝙ triangulorum a b c & d c e latera sunt proportionalia: quæ circum æquales sunt angulos. eiuſdemq; rationis: quę ęqualibus angulis latera subtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam/b c: ipsi c e. Et quoniam anguli a b c & a c b duobus rectis sūt minores per decimamseptimam primi/ æqualis autē est angulus a c b ei qui est sub d e c angulo: anguli igitur a b c & d e c, duobus rectis sunt minores. Igitur b a & e d productæ: in congressum veniunt. Congrediantur conueniantq; in f. & quoniam per hypothesin angulus d c e angulo a b c est æqualis: parallelus est per 28 primi/b f ipsi c d. Rursus quoniam per hypothesin/angulus a c b æqualis est angulo d e c: parallelus est per 28 primi/a c ipsi f e. Parallelogrammū igitur est: f a d c. Aequalis igitur est f a, ipsi d c: & a c ipsi f d. Et qm̄ per 2 sexti/triāguli b f e ad latus vnū f e parallelus acta est a c: est igitur sicut b a ad a f, sic b c ad c e. Aequalis autem est a f ipsi c d. Sicut igitur per 11 quinti/b a ad c d: sic b c ad c e. & vicissim per 16 quinti sicut a b ad b c sic d c ad c e. Rursus quoniā parallelus est c d ipsi b f: est igitur per 2 sexti sicut b c ad c e sic f d ad d e. Aequalis autem est f d ipsi a c. Sicut igitur b c ad c e: sic a c ad d e. vicissim igitur per 16 quinti/sicut b c ad c a: sic c e ad e d. Quoniā igitur demonstratū est ꝙ sicut a b ad b c sic d c ad c e, sicut autem b c ad c a sic c e ad e d: ex æquali igitur per 22 quinti/ sicut b a ad a c sic c d ad d e. Proinde æquiangulorū triangulorū proportionalia sunt: quæ circum æquales angulos sunt latera. eiusdemq; rationis: quæ æqualibus angulis latera subtenduntur. quod fuit demonstrandum.

Eucli ex Camp. Propositio 5.

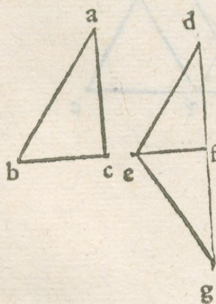

Mnium duorum triangulorum quorum cūctorum laterum sese respicientium est proportio vna: anguli lateribus proportionalibus contenti/ęqui sibi inuicem esse probantur. 5



ℭCAMPANVS. ℭHæc est cōuersa prioris. Nec fecit ex ea & præmissa vnā conclusionē/sicut fecit in secunda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdē medijs demonstratur quibus præcedēs. Sint itaq; duo trianguli a b c, d e f, sitq; proportio a b ad d e, & a c ad d f: sicut b c ad e f. dico ꝙ angulus a: est æqualis angulo d. & angulus b: angulo e. et angulus c: angulo f. Cōstituam super lineā e f in opposita parte trianguli d e f, angulum f e g: æqualem angulo b. & angulum e f g: æqualem angulo c. eritq; per 32 primi/angulus g: æqualis angulo a. ergo per pmissā/ proportio a b ad e g, & a c ad f g: sicut b c ad e f. quare a b ad d e: sicut ad e g. & a c ad d f: sicut ad f g. igitur per secundā partē 9 quinti/d e: est ęqualis e g. & per eādem d f: æqualis f g. quare per 8 primi/ duo trianguli d e f, & g e f: sunt æquianguli. quia ergo triangulus g e f, est etiā æquiangulus triangulo a b c: constat propositum.

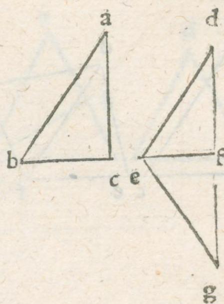
Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

ℭSi duo triangula/latera proportionalia habuerint: æquiāgula erunt triangula/& æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. 5



ℭTHEON ex Zamberto. ℭSint bina triangula a b c & d e f: latera proportionalia habentia. sicut a b ad b c: sic d e ad e f. sicutq; b c ad c a: sic e f ad d f. Dico ꝙ æquiangulum est a b c triangulum: triangulo d e f. æqualesq; habebunt angulos: sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. hoc est angulum a b c angulo d e f: & angulum b c a angulo e f d. & insuper angulum b a c: angulo e d f. Constituatur per 23 primi ingℓ ad rectam lineam e f, ad signaq; in ea e, f: angulo a b c æqualis angulus

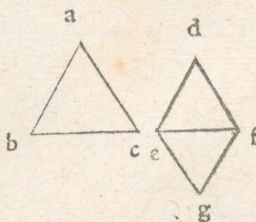
f e g, angulo autem a c b æqualis qui eſt ſub e f g. Reliquus igitur angulus qui ſub b a c: reliquo qui ſub e g f eſt æqualis. æquiangulum igitur eſt triangulum a b c: triangulo f e g. Triangulorum autem a b c & f e g proportionalia ſunt latera/ quæ circũ æquales ſunt angulos per 4 ſexti: eiuſdemq; rationis/ quæ ſub æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Eſt igitur ſicut a b ad b c: ſic g e ad e f. Sed ſicut a b ad b c: ſic ſupponitur d e ad e f. Igitur ſicut d e ad e f: ſic g e ad e f. vtrumq; igitur ipſorum d e & g e: ad e f eandẽ habet rationẽ. Aequalis igitur per 9 quĩti eſt d e: ipſi e g. Id propterea/ & d f: ipſi f g eſt æqualis. Qm̃ igitur æqualis eſt d e ipſi e g, cõmunis autẽ e f: duæ igitur d e & e f duab9 g e & e f ſũt æquales/ & baſis d f baſi f g eſt æqualis. Angulus igitur d e f: per 8 primi/ angulo g e f eſt æqualis/ et triangulum d e f per 4 primi triangulo g e f eſt æquale/ et reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus d f e angulo g f e: & angulus e d f angulo e g f. Et quoniam angulus f e d angulo f e g eſt æqualis/ ſed angulus f e g angulo a b c: & angulus a b c igitur ei qui ſub d e f eſt angulo eſt æqualis. Id propterea/ & angulus a c b: angulo d f e eſt æqualis. & inſuper angulus qui ad a: ei qui ad d. Aequiangulum igitur eſt triangulum a b c: triangulo d e f. Si bina triangula igitur/ latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triangula. & æquales habebunt angulos: ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. quod erat demõſtrandum.



Eucli ex Camp. Propoſitio 6.

6 OMnes duo triãguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis/ lateraq; illos duos æquos angulos cõtinentia proportionalia: ſunt inter ſeinuicem æquianguli.

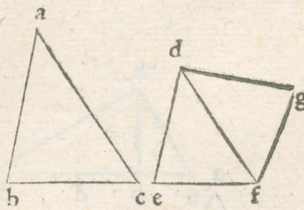
CAMPANVS. Maneat prior diſpoſitio. & ſit ſolum angulus b: æqualis ãgulo d e f. & proportio a b ad d e: ſicut b c ad e f. dico adhuc duos triangulos a b c, d e f: eſſe æquiãgulos. Cũ enim ſit per 4 huius propter hypotheſes præmiſſæ concluſionis/ a b ad e g ſicut b c ad e f: erit a b ad d e ſicut a b ad e g. quare per ſecundam partem nonæ quinti d e: eſt æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f, ſunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e vnius angulo e alterius/ quia vterq; eſt æqualis angulo b: ipſi erunt per quartam primi/ æquianguli. & quia e g f eſt etiam æquiangulus a b c: patet propoſitum.

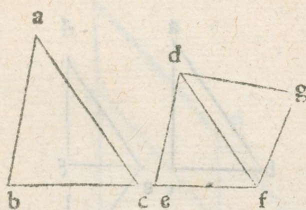


Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

6 Si bina triangula vnum angulum vni angulo æqualẽ habuerint/ & circũ æquales angulos latera proportionalia: æquiãgula erunt triãgula/ & æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.

THEON ex Zamberto. Sint bina triangula a b c & d e f: vnũ angulum qui ſub b a c, vni angulo qui ſub e d f æqualem habentia. & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: ſicut b a ad a c, ſic e d ad d f. Dico ꝙ triangulum a b c: æquiangulum eſt ipſi triangulo d e f. & æqualem habebit angulum a b c angulo d e f: & angulum a c b angulo d f e. Conſtituatur inquam per 23 primi/ ad rectã lineam d f, ad ſignaq; in ea d, f: vtriq; ipſorum b a c & e d f æqualis angulus f d g, angulo autem a c b: æqualis angulus d f g. reliquus igitur ãgulus qui ad b: reliquo angulo qui ad g eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum a b c: triangulo d g f. Proportionale igitur eſt/ ſicut b a ad a c: ſic g d ad d f, per 4 ſexti. Receptum autem eſt/ ꝙ ſicut b a ad a c: ſic e d ad d f. & ſicut igitur per 11 quinti e d ad d f: ſic g d ad d f. Aequalis igitur eſt per 9 quinti e d: ipſi d g. Et communis d f. Duæ iam e d & d f: duabus g d & d f ſunt æquales. & angulus e d f: per hypotheſin angulo g d f eſt æqualis. Baſis





igitur e f: per 4 primi/basi g f est æqualis. & triangulum d e f per eandem triangnlo g d f est æquale: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri/ sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus d f g angulo d f e: & qui ad g, ei qui ad e. Sed angulus qui sub d f g ei qui sub a c b est æqualis. & ãgulus a c b igitur ei qui sub d f e est æqualis. Receptum autẽ est / ꝙ angulus b a c: ei qui sub e d f est angulo æqualis est. & reliquus igitur qui ad b: reliquo qui ad e est ęqualis. æquiangulum igitur est triangulum a b c: triangulo d e f. Si bina triangula igitur vnum angulum vni angulo æqualem habuerint/ circum vero æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt ipsa triangula/ & æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

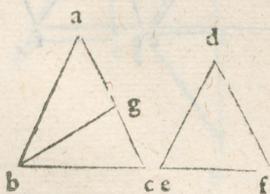

I fuerint duo trianguli quorũ vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis/ duoꝗ suorum reliquorum angulorũ lateribus proportionalibus cõtenti/ duorum vero demum reliquorum vterꝗ aut neuter recto angulo minor: necesse est illos duos triãgulos omnibus suis angulis inter seinuicem æquiangulos esse. 7



CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f. sitꝗ angulus a: æqualis angulo d. & proportio a c ad d f: sicut c b ad f e. & vterꝗ duorum angulorum b & e, aut neuter: sit minor recto. dico eos esse æquiangulos. Si enim angulus c vnius est æqualis angulo f alterius: patet propositũ per præmissam. Sin autem: sit c maior. fiatꝗ angulus a c g: æqualis eidem. eritꝗ per 32 primi/ triangulus a g c: æquiangulus triangulo d e f. quare per quartam huius/ proportio a c ad d f: sicut g c ad e f. sed sic fuit b c ad e f. ergo per 9 quinti/ g c & b c: sunt æquales. ergo per quintam primi/ angulus b: est æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto: accidet duos ãgulos vnius trianguli nõ esse minores duobus rectis. quod esse non potest/ per 17 primi. Qz si vterꝗ fuerit minor recto: erit angulus a g c maior recto per 13 primi. quare & angulus e sibi æqualis: est etiam recto maior. quod est contra hypothesin. quare destructo opposito: remanet propositũ. Oportet autem vtrumꝗ angulorum reliquorum/ aut neutrum: esse minorem recto. possibile enim est in eodem triangulo vt in triangulo a b c: lineam g c esse æqualem b c. & ideo erit a c ad vtramꝗ earum: vna proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c, æquianguli: ꝗuis vnus angulus vnius sit ęqualis vni angulo alterius/ immo idem vt angulus a. & proportio lineæ a c prout est latus magni ad a c prout est latus parui: sicut b c latus magni ad g c latus parui. vtraꝗ enim æqualis. & hoc est/ propter hoc ꝙ angulus g minoris: est maior recto. & angulus b maioris: minor. Nam in omni triangulo duum æqualium laterum/ vterꝗ angulorum qui sũt ad basin: est minor recto.

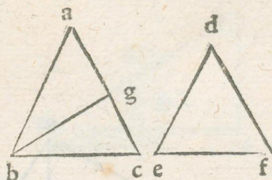
Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7. 7

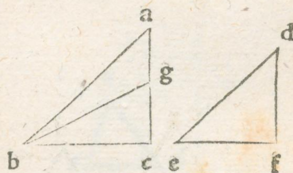
Si bina triangula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint/ circum autem alios angulos latera proportionalia/ reliquorum vero vtrũꝗ simul aut minorem aut non minorem recto: æquiangula erunt triangula/ & æquales habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera.



THEON ex Zamberto. Sint bina triangula a b c & d e f: vnũ angulum vni angulo æqualem habentia/ eum scilicet qui sub b a c ei qui est sub e d f. Circum autem alios angulos a b c & d e f, latera proportionalia sicut a b ad b c: sic d e ad e f. Reliquorum vero qui ad c, f, primo alterum simul maiorem recto. Dico ꝙ æquiangulum est a b c triangulum:

ipsi d e f triangulo.& æqualis erit angulus a b c:angulo d e f. & reliquus qui ad c:reliquo qui ad f. Si enim inæqualis est angulus a b c ei qui sub d e f est angulo:alter eorum maior est.sit maior angulus a b c.& constituatur per 23 primi/ad a b rectã lineam ad signũq; in ea b: ipsi d e f angulo æqualis angulus a b g. Et quoniam æqualis est angulus qui ad a ei qui est ad d,& angulus a b g ei qui sub d e f: reliquus igitur angulus a g b reliquo angulo d f e est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulũ a b g:triangulo d e f. Est igitur per 4 sexti/sicut a b ad b g: sic d e ad e f. Sicutq; d e ad e f:recipitur sic a b ad b c. Et sicut igitur per 11 quiti/a b ad b c:sic a b ad b g. Igitur per 9 quinti/a b:ad vtrumq; ipsorum b c & b g,eandem habet rationem.æqualis igitur est b c ipsi b g. Quare per quitam primi/& angulus qui ad c:angulo qui sub b g c est æqualis.sed minor recto subijcitur angulus qui ad c. minor igitur recto est angulus qui sub b g c. Quare per 13 primi & altrinsecus ipse ãgulus a g b: maior est recto.& ostensum est ꝙ æqualis est ei qui ad f. & qui ad f igitur: maior est recto. Subijcitur autem minor recto. quod est absurdum. Igitur inæqualis minime est angulus a b c: angulo d e f. Aequalis autem est & qui ad a signum ei qui ad d.& reliquus qui ad c igitur:reliquo qui ad f est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulũ a b c,triangulo d e f. ¶Sed rursus supponatur vterq; eorum qui ad c f:non minor recto. Dico rursus ꝙ & sic esset æquiangulum triangulum a b c: triangulo d e f. Eisdem nempe dispositis/similiter demonstrabimus ꝙ æqualis est b c: ipsi b g.quare & angulus qui ad c:ei qui sub b g c est æqualis. At non minor recto est angulus qui ad c.neq; igitur minor recto est ãgulus qui est sub b g c.Trianguli iã b g c per 17 primi duo anguli duobus rectis sũt minores.quod est impossibile.Non igitur rursus inæqualis est angulus a b c:angulo d e f.æqualis igitur.est autem angulus qui ad a:e i qui ad d æqualis.Reliquus igitur qui ad c:reliquo qui ad f est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum a b c:triangulo d e f. Si bina igitur triã gula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint/circum autem alios angulos latera proportionalia/reliquorum vero vtrumq; simul vel minorem vel non minorem recto:æquiangula erunt triangula/& æquales habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera. quod oportuit demonstrasse.



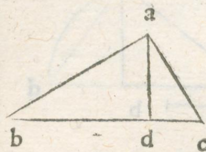


Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 SI ab orthogonij angulo recto/ad basin linea perpendicularis ducatur:fient duo trianguli partiales/toti triangulo & sibiinuicem similes.

CORRELARIVM.

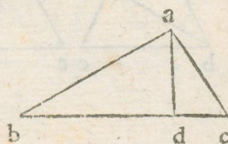
¶Vnde etiã manifestũ est:quia in omni triangulo rectangulo/si ab eius angulo recto ad basin perpendicularis ducatur:erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq; vtrumq; latus inter totam basin atq; sibi conterminalem basis portionem.



¶CAMPANVS. ¶Sit trigonus a b c,orthogonus:eiusq; angulus a,rectus/a quo ducatur a d perpendicularis ad basin. dico ꝙ vterq; duorum triangulorum partialium qui sunt a b d,a d c: similis est totali triangulo a b c.& vnus eorum alteri. est enĩ vterq; ipsorum æquiãgulus totali per 32 primi:eo ꝙ vterq; est orthogonius & in vno angulo communicat cũ totali.quare & sibiinuicem sunt æquianguli.ita ꝙ angulus b est æqualis angulo d a c.& angulus b a d:an gulo c. & duo anguli qui sunt ad d: sibiinuicẽ & angulo a totali æquales. quare per 4 huius latera æquos eorum angulos respicientia:sunt proportionalia.ergo per diffinitionẽ sunt similes.quod est propositum. Vtrumq; correlarium ex his euidenter apparet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8. 8

¶Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: quæ ad perpendicularem triangula/ similia sunt toti & adinuicem.

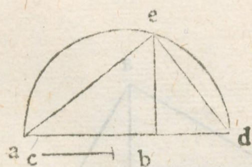


¶THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum rectãgulum a b c: rectum habens eum qui sub b a c angulum. & excitetur per 12 primi/ ab a in b c perpendicularis a d. Dico q᷑ simile est vtrumq; ipsorum a b d & a d c triangulorum: toti a b c, & insuper adinuicem. Quoniam inquam per 4 postulatũ æqualis est angulus b a c angulo a d b, rectus enim vterq; est/ communis autẽ est ipsorum duorum triangulorum a b c & a b d angulus qui ad b: reliquus igitur ãgulus a c b, reliquo b a d est æqualis per 32 primi. Aequiangulum igitur esttriangulum a b c: triangulo a b d. Est igitur per 4 sexti sicut c b subtendens angulum rectum/ a b c trianguli ad b a subtendentem rectum angulum ipsius a b d triãguli: sic ipsa a b subtendens angulum qui ad c trianguli a b c, ad b d subtendentem æqualem angulum b a d ipsius a b d trianguli/ & insuper a c ad a d subtendẽtem angulum qui ad b communem duorum triangulorum. Triangulum igitur a b c: triãgulo a b d æquiangulũ est per 7 sexti/ & quæ circũ æquales angulos sunt/ latera ꝓportionlia habet. Simile igit̃ est triangulũ a b c: triangulo a b d, per 1 diffinitionẽ sexti. Similiter iam ostẽdemus q᷑ & triangulo a d c: simile est triangulum a b c. vtrumq; igitur ipsorum a b d & a d c triangulorum simile est toti a b c. Dico etiam q᷑ & adinuicem sunt similia: triangula a b d & a d c. Quoniam enim rectus angulus b d a recto angulo a d c est æqualis per 4 postulatum/ sed & angulus b a d ei qui ad c ostensum est q᷑ est æqualis: reliquus igitur qui ad b reliquo qui sub d a c est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum a b d: triangulo a d c. est igitur sicut b d ipsius a b d trianguli subtendens angulum qui sub b a d, ad d a ipsius a d c trianguli subtendentem angulum qui ad c æqualem ei qui sub b a d: sic ipsa a d ipsius trianguli a b d subtendens angulum qui ad b, ad d c subtendentem angulum qui sub d a c ipsius trianguli a d c æqualem ei qui ad b. & insuper b a ad a c subtendens rectos angulos. Simile igitur est triangulum a b d: triangulo a d c. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: triangula quæ circum perpendicularem/ similia sunt toti & adinuicem. quod demonstrare oportuit.

¶CORRELARIUM ¶Ex hoc inquam manifestum est/ q᷑ si in rectãgulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: acta/ ipsius basis segmentis media proportionalis est. Et insuper ipsius basis & vniuscuiusq; segmentorum/ latus quod ad segmẽtum: mediũ proportionale est. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 9. 9

DVabus lineis propositis tertiam ĩter eas sub proportionalitate continua collocare.

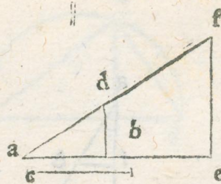


¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ propositæ a b & c. inter quas volo vnam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam vnam earum alteri. sitq; tota ex eis composita: a d. ita q᷑ b d: sit æqualis c. & super totam describo semicirculum a e d. & produco b e vsq; ad circumferentiam: perpendicularem ad lineam a d. dico lineam b e: esse quam quærimus. produco enim lineas e a & e d. eritq; per 30 tertij/ angulus e totalis: rectus. quare per primam partem correlarij præmissæ/ proportio a b ad b e: sicut b e ad b d. quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 10. 10

¶Duabus lineis datis: tertiam eis in cõtinua proportionalitate subiungere.

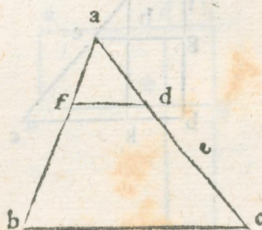
℄CAMPANVS. ℄Sit duæ lineæ propositæ a b & c: quibus volo tertiã in continua proportionalitate subiungere. Cõiungo lineam c angulariter vt contingit: cum linea a b. sitq; a d: ei æqualis. & produco lineam a b vsq; ad e: donec fiat b e æqualis a d. & protracta linea b d: a puncto e duco lineam sibi æquidistantem. quam & lineam a d: produco quousq; concurrant in puncto f. dico igitur lineam d f: esse quam quærimus. est enim per secũdam huius/ proportio a b ad b e: sicut a d ad d f. sed a b ad b e: est sicut a b ad a d, per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d: sicut a d ad d f. quod est propositum.



℄CAMPANI additio. ℄Q; si propositis tribus lineis velimus inuenire quartam/ ad quam sit proportio tertiæ sicut primæ ad secundã: ex prima & secunda fiat linea vna/ & toti compositæ tertia angulariter adiungatur. & a communi termino primæ & secundæ: ducatur linea ad extremitatem tertię. & ab altero termino secundæ ducatur huic lineæ æquidistans: quousq; concurrat cum tertia in cõtinuum rectũq; protracta. eritq; per secundam huius/ linea quam hæc æquidistans abscindet: quæ quæritur. queãdmodũ si in hac figura fuerit prima a b, secunda b e, tertia a d: erit quarta d f.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

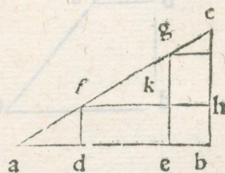
11 AB assignata linea: quotamcumq; iubearis/ partem abscindere.



℄CAMPANVS. ℄Sit a b linea assignata. ab ea volo aliquotam partem vtpote tertiam abscindere. coniungo ei angulariter vt contingit lineam indefinitæ quantitatis: quæ sit a c. a qua reseco tres æquas portiones: quæ sunt a d, d e, & e c. & produco lineas c b & d f. sibi æquidistantes. dico a f esse tertiam a b. est enim per secundã huius/ proportio c d ad d a: sicut b f ad f a. quare cõiunctim/ c a ad d a: sicut b a ad f a. Cum igitur c a sit tripla ad d a: patet a f esse tertiã a b. q̃d est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 DVabus lineis propositis/ altera indiuisa/ altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuisę diuidere.



℄CAMPANVS. ℄Sint duæ lineæ quas angulariter vt continget coniungam: a b & a c. sitq; a b diuisa in tres vel qualescũq; portiones: signatis in ea punctis d & e. volo secundum easdem portiones diuidere lineã a c. cum igitur ipsas angulariter cõiunxero: protraham lineam b c & ęquidistantes ei d f & e g. dico istas æquidistantes diuidere lineam a c: in partes proportionales partibus a b. protraham enim f h æquidistantem a b: quæ secet e g in puncto k. eritq; per secundam huius/ proportio g f ad f a: sicut e d ad d a. & c g ad g f: sicut h k ad k f. quare & sicut b e ad e d per 34 primi/ & secundam partem 7 quinti. quod est propositum. Oportet autem secundam huius toties repetere: quot erunt partes lineę a b, minus vna. At vero 34 primi & 7 quinti/ minus duabus.

℄Quinq; sequentes ex Zamberto Euclidis propositiones: præpostero ordine quatuor ex Campano præcedentibus respondent. nona vndecimæ/ decima duodecimæ/ vndecima & duodecima decimæ cũ additione/ decimatertia nonæ.

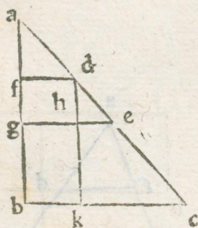
Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 9.



❡Data recta linea: ordinatam partem abſcindere.

❡THEON ex Zamberto. ❡ Sit data recta linea a b. oportet iā ex ipſa a b: ordinatam partē abſcindere. Ordinetur inquā tertiū. & ducatur ab a recta linea a c: continens angulum compræhenſum cū a b. & ſumatur contingens ſignum ſuper a c: ſitq; illud d. & ponantur ipſi a d: per 2 primi/ æqualis d e & e c. & connectatur b c. & per d: ipſi b c, per 31 primi/ parallelus excitet̃ d f. Qm̃ igit̃ triāguli a b c ad vnū latus b c acta eſt d f parallelus: proportionalis igitur eſt per 2 ſexti/ ſicut c d ad d a: ſic b f ad f a. dupla autem eſt c d ipſius d a. dupla eſt igitur & b f ipſius f a. Tripla igitur eſt b a ipſius a f. Data igitur recta linea a b: ordinata tertia pars aufertur a f. quod feciſſe oportuit.

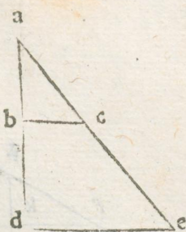
Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 10.



❡Datam rectam lineam non ſectam: datæ rectæ lineæ ſectæ ſimiliter ſecare.

❡THEON ex Zamberto. ❡ Sit quidem data recta linea non ſecta a b. ſecta vero ſit a c: in ſignis quidem d, e. & ponantur: tanq̃ angulū cōtingentem compræhendant. & connectatur b c. & per d, e: ipſi b c paralleli excitētur d f & e g per 31 primi. & per d: ipſi a b parallelus excitetur d h k per eandē. parallelogrammū igitur eſt vtrūq; ipſorū f h & h b. æqualis igitur eſt quidē d h ipſi f g: & h k ipſi g b. & quoniā triāguli d k c, ad vnū laterū k c recta linea acta eſt h e: proportionē igitur habet per 2 ſexti ſicut c e ad e d ſic k h ad h d. æqualis autē eſt k h ipſi b g: & h d ipſi g f. Eſt igitur per 2 quīti/ ſicut c e ad e d: ſic b g ad g f. Rurſus quoniā triāguli a g e ad vnū latus g e acta eſt f d: proportionē habet per 2 ſexti ſicut e d ad d a ſic g f ad f a. patuit autē ꝙ ſicut c e ad e d: ſic b g ad g f. Eſt igitur ſicut quidē c e ad e d: ſic b g ad g f. ſicut autem e d ad d a ſic g f ad f a. Data igitur recta linea non ſecta a b: datæ rectæ lineæ ſectæ a c ſimiliter ſecatur. quod facere oportebat.

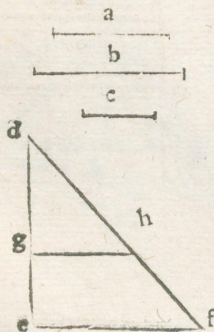
Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio. 11.



❡Duabus datis rectis lineis: tertiā proportionalē inuenire.

❡THEON ex Zamberto. ❡ Sint duæ datæ rectæ lineę: a b & a c. & ponātur angulū cōpræhēdentes contingentē. oportet ipſis b a & a c: tertiā proportionalē īuenire. Producātur enim a b & a c: ad ſigna d, e. & ponat̃ per 2 primi/ ipſi a c: ęqualis b d. & cōnectatur b c. & per d: ꝑ 31 primi ipſi b c parallelus excitetur d e. Qm̃ igitur triāguli a d e, ad vnū latus d e acta eſt parallelus b c: proportionalis eſt per 2 ſexti ſicut a b ad b d ſic a c ad c e. æqualis autem eſt b d: ipſi a c. eſt igitur ſicut a b ad a c: ſic a c ad c e. Duabus igitur datis rectis lineis a b & a c: tertia proportionalis eis inuenitur c e. quod oportebat facere.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 12.



❡Tribus datis rectis lineis: quartā proportionalē īuenire.

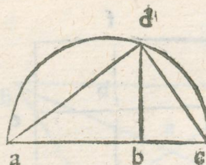
❡THEON ex Zamberto. ❡ Sint datæ tres rectæ lineæ a, b, c. oportet ipſis a, b, c: quartā proportionalē inuenire. Ponant̃ duę rectæ lineæ d e & d f: angulū cōtingētē cōpræhēdentes eū qui eſt ſub e d f. & ponatur p 2 primi/ ipſi quidē a: æqualis d g. ipſi autē b: æqualis g e. & inſuper ipſi c: æqualis d h. & coniuncta g h, parallelus ei excitetur per 31 primi/ per e: ſitq; e f. Qm̃ igit̃ triāguli d e f, ad vnū latus e f acta eſt parallelus g h: igit̃ per 2 ſexti eſt ſicut d g ad g e ſic d h ad h f. æqualis autē eſt d g ipſi a, & g e ipſi b & d, h ipſi c. eſt igitur ſicut a ad b: ſic c ad h f. Tribus igitur datis rectis lineis a, b, c: quarta proportionalis inuenta eſt h f. quod oportebat facere.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 13.

❡Duabus datis rectis lineis: mediā proportionalē īuenire.

❡THEON ex Zāberto. ❡ Sint duæ rectæ lineæ a b & b c. oportet iam

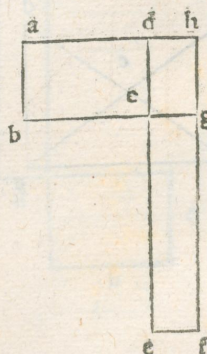
ipſarum a b & b c: mediam proportionalem inuenire. Diſponantur per 14 primi / in rectas lineas. deſcribaturq́ȝ ſuper a c: ſemicirculus a d c. & excitetur per 11 primi / a ſigno b, ipſi a c: ad angulos rectos b d. & connectantur a d & d c. Quoniam per 31 tertij / in ſemicirculo angulus qui eſt ſub a d c rectus eſt / & in rectangulo triangulo a d c a recto angulo in baſin perpendicularis deducta eſt d b: igitur per correlarium octauæ ſexti / d b: ipſius baſis ſegmentis a b & b c media proportionalis eſt. Duabus igitur datis rectis lineis a b & b c: media proportionalis inuenta eſt d b. Quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

13 SI duæ ſuperficies æquidiſtãtium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis / æquales fuerint: latera duos æquos angulos continentia mutekeſia eſſe. Si vero latera duos æquos angulos cõtinentia / mutekeſia fuerint: duas ſuperficies æquales eſſe neceſſe eſt.

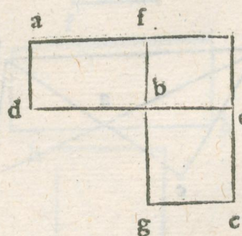
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ ſuperficies a b c d & c e f g, æquiſtantium laterum & ęquales: ſitq́ȝ angulus c vnius / æqualis angulo c alterius. dico proportionem b c ad c g: eſſe ſicut e c ad c d. & ſi proportio b c ad c g fuerit ſicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales: dicõ illas duas ſuperficies æquidiſtantium laterum / eſſe æquales. Cõiungã enim eas angulariter / videlicet angulum c vnius cum angulo c alterius: ita q̃ duo latera earum quæ ſũt b c & c g ſiant linea vna erũtq́ȝ ſimiliter duo reliqua latera d c & c e linea vna. alioqui ſequeretur per præſentẽ hypotheſin / quæ eſt angulum c vnius eſſe æqualem angulo c alterius / & per 15 primi: partem eſſe æqualem toti. complebo itaq́ȝ ſuperficiem æquidiſtantium laterum: productis lineis a d & f g, quouſq́ȝ concurrant in h. eritq́ȝ per primã partem 7 quinti / vtriuſq́ȝ ſuperficiei a c & c f: ad ſuperficiem c h proportio vna. & quia per primã huius / proportio ſuperficiei a c ad ſuperficiem c h ſicut lineæ b c ad lineam c g, & ſuperficiei c f ad eandem ſuperficiẽ c h: ſicut e c ad c d: manifeſta eſt prima pars propoſitæ concluſionis. ¶Secũda pars ſic patet. per primã enim huius / eſt proportio b c ad c g: ſicut a c ad c h. & e c ad c d: ſicut c f ad eandem c h. & quia poſitum eſt q̃ proportio b c eſt ad c g ſicut e c ad c d: erit vtriuſq́ȝ duarum ſuperficierum a c & e g ad ſuperficiem c h vna proportio. ergo per primã partẽ 9 quinti / a c: eſt æqualis c f. ſicq́ȝ patet ſecũda pars.

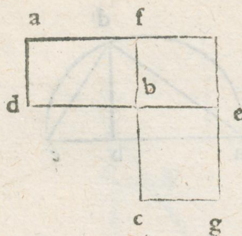


Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 13.

14 ¶Aequalium / & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca ſunt latera: quæ circũ æquales angulos. & quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos: ea quoq́ȝ ſunt æqualia.

¶THEON ex Zamber. ¶Sint æqualia parallelogramma a b & b c: æquales habentia angulos qui ad b. & conſtituantur per decimãquartam primi in rectas lineas: d b & b e. in rectas lineas igitur ſunt f b & b g. Dico q̃ ipſorum a b & b c reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. hoc eſt q̃ ſicut eſt b d ad b e: ſic eſt g b ad b f. Compleatur namq́ȝ parallelogrammum f e. Quoniam igitur per hypotheſin æquum eſt a b parallelogrãmum ipſi b c paralellogrammo / aliud autem quoddam f e: eſt igitur per 7 quinti / ſicut a b ad f e ſic b c ad f e. Sed ſicut quidem a b ad f e: ſic d b ad b e. ſicutq́ȝ b c ad f e. ſic g b ad b f. & ſicut igitur per 11 quĩti / d b ad b e: ſic g b ad b f. Ipſorũ igiṫ a b & b c parallelogrãmorũ reciproca ſũt latera: q̃ circũ æq̃les ãgulos ¶Verũ ſint latera reciproca: q̃ circũ æq̃les ſũt ãgulos. eſtoq́ȝ ſicut d b ad b e: ſic g b ad b f. Dico q̃ æq̃le ẽ palle

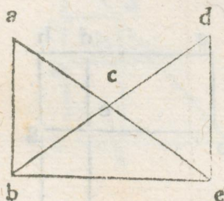




logrammũ a b: ipsi b c parallelogrãmo. Quoniam enim est sicut d b ad b e sic g b ad b f, sed sicut quidem d b ad b e sic per 1 sexti a b parallelogrammum ad f e parallelogramum/ sicut autem g b ad b f sic b c parallelogrammum ad f e: & vt igitur per 11 quĩti/ a b ad f e, sic b c ad f e. æquũ igitur est a b parallelogrammũ: ipsi b c parallelogrãmo. Aequalium igitur & æquiangulorum parallelogrammorũ reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. & quorum æquiangulorum parallelogrammorũ reciproca sunt latera/ quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

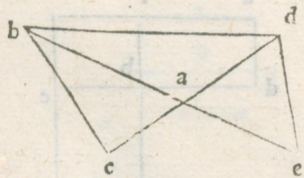
I duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni 14
angulo alterius æqualis/ æquales fuerint: latera duos angulos æquos continentia erunt mutekesia. Si vero latera duos æquos angulos continentia fuerint mutekesia: duo trianguli æquales esse comprobantur.



¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c, c d e: æquales. sitq; angulus c vnius: æqualis angulo c alterius. dico proportionem a c ad c e: esse sicut d c ad c b. & si fuerit proportio a c ad c e sicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales: dico illos duos triãgulos esse æquales. Cõiungam enim eos angulariter ita q; latera a c & c e: fiant linea vna. eruntq; similiter b c & c d: linea vna. aliter sequeretur partem esse æqualem toti per 15 primi. & protraham lineam b e. eritq; per primam partẽ 7 quinti/ vtriusq; dictorum triangulorum ad triangulum c b e: proportio vna. & quia per primam huius/ primi eorũ ad ipsum est sicut a c ad c e, & secundi eorum ad eundẽ sicut d c ad c b: manifesta est prima pars propositæ conclusionis. ¶Secunda pars econuerso probatur. quia a c ad c e est sicut primi trianguli ad triangulum b c e, & d c ad c b sicut secundi ad eundem per primam huius/ & quia positum est vt sit a c ad c e sicut d c ad c b: erit vtriusq; dictorum triangulorum ad triangulum b c e vna proportio. quare per primã partem 9 quinti/ ipsi sunt æquales. sicq; patet secunda pars.

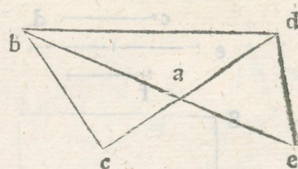
Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 15.

¶Aequalium & vnum vni ęqualem habentium angulum 15
triangulorum reciproca sunt latera: quę circum æquales angulos. & quorum vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera/ quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt ęqualia.



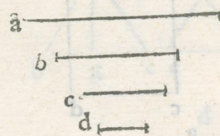
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æqualia triangula a b c & a d e: vnũ vni æqualẽ habẽtia angulũ/ eũ scilicet qui sub b a c ei qui sub d a e. Dico q; ipsorũ a b c & a d e triãgulorũ reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. hoc est sicut c a ad a d: sic e a ad a b. Constituantur enim per 14 primi in rectas lineas: c a ipsi a d. In directũ igitur est & e a ipsi a b. & connectatur b d. Quoniam igitur per hypothesin æquum est triangulum a b c triangulo a d e, aliud autem quoddam b a d: est igitur per 7 quinti/ sicut triangulum b a c ad ipsum b a d triangulũ sic triãgulum e a d ad triangulũ b a d. Sed sicut quidẽ c a b ad b a d: sic c a ad a d. sicut autem per primã sexti/ e a d ad b a d: sic e a ad a b. & sicut igitur per 11 quinti/ c a ad a d: sic e a ad a b. Triangulorum igitur a b c & a d e, reciproca sũt latera: quæ circũ æquales angulos. ¶Verũ reciproca sint latera ipsorũ a b c & a d e triãgulorũ. estoq; sicut c a ad a d: sic e a ad a b. Dico q; æquũ est triãgulũ a b c: triãgulo a d e. Cõnexa eni rursus b d/ quoniam est sicut c a ad a d sic e a ad a b, sed sicut quidem c a ad a d, sic triangulum a b c ad triangulum b a d, sicut autem e a ad a b sic tri-

angulum e a d ad triangulum b a d: ſicut igitur triangulum a b c tri ad angulum b a d: ſic triangulum e a d ad triangulum b a d. Vtrumq; igitur ipſorum a b c & e a d ad b a d: eandem habet rationem. Aequum igitur eſt per nonam quinti/ triangulum a b c: triangulo e a d. Aequalium igitur & vnum vni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Et quorum vnum vni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera/ quæ circum æqu .les angulos: ea quoq; ſunt æqualia. quod demonſtrare oportuit.

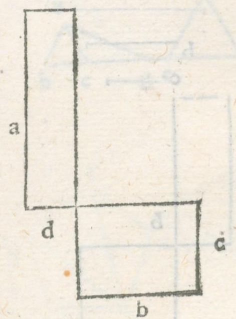


15 Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

SI fuerint quatuor lineæ proportionales: quod ſub prima & vltima rectangulum cõtinetur/ æquum erit ei quod ſub duabus reliquis. Si vero qđ ſub prima & vltima continetur/ æquũ fuerit ei quod ſub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales eſſe conuenit.



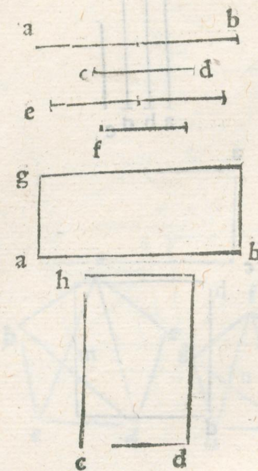
CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a, b, c, d: proportionales. ſitq; proportio a ad b: ſicut c ad d. dico q superficies contenta ſub a & d: æqualis eſt ſuperficiei contentæ ſub b & c. Et ſi ſuperficies contenta ſub a & d eſt æqualis ſuperficiei contentæ ſub b & c: dico q proportio a ad b eſt ſicut c ad d. Fiant enim ſuperficies cõtenta ſub a & d: & ſuperficies cõtenta ſub b & c. Si ergo eſt proportio a ad b ſicut c ad d: latera illarum ſuperficierum erunt mutekeſia. ſed & anguli ab eis contenti æquales: quia vtraq; eſt rectorum angulorum. quare per ſecundam partem 13 huius: ipſi ſunt æquales. quod eſt primum. Secundum patet per primam partem eiuſdem. ſi enim ipſæ ſunt æquales/ quia omnes anguli earum ſũt recti: latera earum erunt mutekeſia. quare proportio a ad b: ſicut c ad d. quod eſt ſecundum.

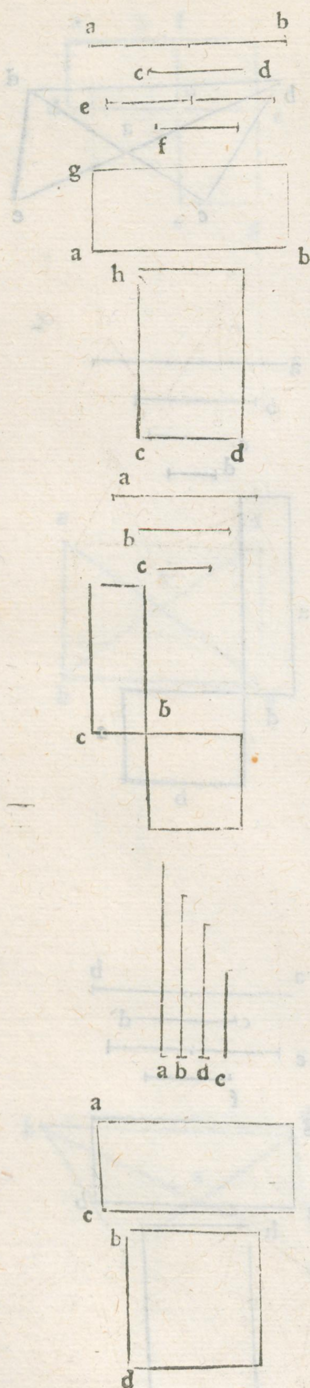


Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 16.

16 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis compræhẽſum rectangulum/ æquum eſt ei quod ſub medijs continetur rectangulo. Et ſi ſub extremis compræhenſum rectãgulum æquum fuerit ei quod ſub medijs continetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, e, f: ſicut a b ad c d, ſic e ad f. Dico q ſub ipſis a b & f compræhẽſum rectangulum: æquum eſt ei quod ſub c d & e continetur rectãgulo. Excitetur enĩ per 11 primi/ ab a, c, ſignis: ipſis a b & c d rectis lineis/ ad angulos rectos a g & c h. & ponatur per ſecundam primi/ ipſi f: æqualis a g. ipſi autem e: æqualis c h. compleanturq; g b & h d parallelogrãma. Et quoniam eſt ſicut a b ad c d ſic eſt e ad f, æqualis autẽ eſt e ipſi c h, & f ipſi a g: eſt igitur ſicut a b ad c d, ſic c h ad a g. Igitur per 14 ſexti b g & d h parallelogrammorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos: ea quoq; ſunt æqualia. Aequum igitur eſt parallelogrammũ b g ipſi d h parallelogrãmo. & eſt b g id quod ſub a b & f. æqualis enim eſt a g ipſi f. At d h: id eſt quod ſub c d & e. æqualis enim eſt c h ipſi e. Igitur quod ſub a b & f cõtinetur rectangulum: æquum eſt ei quod ſub c d & e continetur rectangulo. Sed iam quod ſub a b & f compræhenditur rectangulum: æquum eſto ei quod ſub c d & e continetur rectangulo. Dico q quatuor rectæ lineæ proportionales erunt: ſicut a b ad c d, ſic e ad f. Eiſ-





dem namq; constructis/ quoniam quod sub a b & f æquum est ei quod sub c d & e, & est quidē qđ sub a b & f id quod b g, æqualis enim est a g ipsi f, quod autem sub c d & e id est quod d h, æqualis enim est c h ipsi e: igitur b g æquum est ipsi d h. & æquiangula sunt. Aequalium autem & æquiangulorum parallelogrammorum/ per 14 sexti reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Est igitur per 10 quinti/ sicut a b ad c d: sic c h ad a g. æqualis autem est c h ipsi e: & a g ipsi f. est igitur sicut a b ad c d: sic e ad f. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerit: quod sub extremis comprænhensum rectangulū/ æquum est ei quod sub medijs comprænhenditur rectangulo. & si quod sub extremis comprænhēditur rectangulum æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo: ipsæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt. quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 16.



16 SI fuerint tres lineæ proportionales: quod sub prima & tertia rectangulum continetur/ æquū erit ei qđ a secunda quadrato describitur. Si vero qđ sub prima & tertia cōtinetur æquum ei quadrato quod a secunda producitur: ipsæ tres lineæ proportionales erunt.

¶CAMPANVS. ¶Sit proportio lineæ a ad lineam b: sicut lineæ b ad lineam c. dico ꝙ superficies contenta sub a & c: æqualis est quadrato b. et si superficies contenta sub a & c est æqualis quadrato b: dico ꝙ proportio a ad b est sicut b ad c. hoc autem est euidens per præcedentem: posita alia linea quæ sit æqualis b/ ita ꝙ b sit in ratione secundæ & tertiæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 17.

17 ¶Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprænhensum rectangulum/ æquum est ei quod a media quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum/ æquū fuerit ei quod a media quadrato: ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

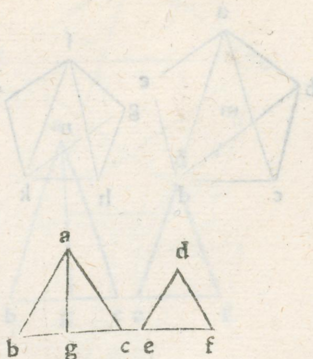
¶THEON ex Zāberto. ¶Sint tres rectæ lineæ proportionales a, b, c: sicut a ad b, sic b ad c. Dico ꝙ sub a, c, comprænhensum rectāgulum: æquum est ei quod ex b quadrato. Ponatur per 2 primi/ ipsi b: æqualis d. Et quoniam est per hypothesin/ sicut a ad b sic b ad c, æqualis autem est b ipsi d: est igitur per 7 quinti/ sicut a ad b sic d ad c. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis cōprænhensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs continetur rectangulo per 16 sexti. Igitur quod sub a, c: æquum est ei quod sub b, d. Sed quod sub b, d: id est quod fit ex b. æqualis enim est b ipsi d. Igitur quod sub a, c, cōprenhenditur rectangulum: ęquum est ei quod ex b quadrato. ¶Sed iā quod sub a, c: esto ęquale ei quod ex b. Dico ꝙ est sicut a ad b: sic b ad c. Eisdē namq; constructis/ quoniam quod sub a, c, æquum est ei quod ex b, sed quod ex b id est quod sub b, d, æqualis enim est b ipsi d: igitur quod sub a, c, æquum est ei quod sub b, d. Si autem quod sub extremis ęquum fuerit ei quod sub medijs: quatuor rectæ lineæ proportionales sunt per 16 sexti. Est igitur sicut a ad b: sic d ad c. Aequalis autem est b ipsi d. sicut igitur a ad b: sic b ad c. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprænhenditur rectangulum/ æquum est ei quod a media quadrato. Et si quod sub extremis comprænhenditur rectāgulum/ æquum fuerit ei quod a media quadrato: tres rectæ lineæ proportionales erunt. quod oportebat demonstrare.

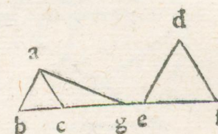
17 Eucli. ex Camp. Propositio 17.

SI fuerint duo triãguli similes: proportio alterius ad alterum est tanq̃ proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIVM.

Manifestũ etiam ex hoc/ quia oĩm trium linearũ cõtinue proportionalium quanta est prima ad tertiam: tanta erit superficies constituta super primam ad superficiẽ cõstitutã super secundam/ cũ fuerit ei similis in lineatione & creatione.

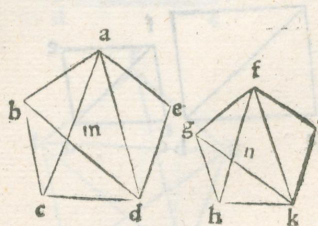




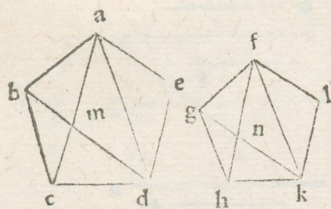
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d e f similes. eruntq; per primam diffinitionem/ æquianguli: & laterum proportionalium. Sit ergo angulus a: æqualis angulo d. & angulus b: angulo e. & angulus c: angulo f. eritq; ꝓportio a b ad d e, & a c ad d f: sicut b c ad e f. dico ꝙ proportio trianguli a b c ad triangulum d e f: est sicut proportio b c ad e f duplicata. Subiungatur enim secundum doctrinam 10 huius/ duabus lineis b c & e f: tertia in continua proportionalitate/ quæ sit c g, protracta aut resecata c b, si c g fuerit ea maior aut minor. & producatur linea g a. eritq; per secundam partem 14 huius/ triangulus a g c, æqualis triangulo d e f: propter id quod proportio a c ad d f est sicut e f ad c g, & angulus c æqualis angulo f. quare per secundam partem 7 quinti/ trianguli a b c ad vtrumq; illorum: erit vna proportio. sed per primã huius/ proportio trianguli a b c ad triangulum a g c: est sicut b c ad g c. At vero proportio b c ad c g: sicut b c ad e f duplicata/ per 10 descriptionem quinti. ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f: est sicut proportio b c ad d f duplicata. quod est propositum. Si autem c g sit æqualis b c: erit per secundam partem 14 huius/ triangulus a b c æqualis triangulo d e f. æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata vel triplicata vel quotienscunq; sumpta. Istam eãdem passionem possemus eodem modo & per eadem media demonstrare de superficiebus æquidistantium laterum/ similibus: sumpta solum 13 præsentis/ loco 14. Nõ demonstrat autem eam: quia per sequentem demonstratur vniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correlariũ quod vniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus: nõdum patet nisi de triangulis. sed demonstrata sequente: patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente: quia est correlarium huius. nõ autem sequentis. ex modo enim demonstrationis huius/ sua veritas manifestata est: non ex modo illius.

18 Eucli. ex Camp. Propositio 18.

OMnes duæ superficies similes multiãgulæ: sunt diuisibiles in triangulos similes atq; numero ęquales. estq; proportio alterius earum ad alteram: sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius/ proportio duplicata.



CAMPANVS. Sint gratia exẽpli/ duo pẽtagoni a b c d e, f g h k l: similes. dico ꝙ ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes/ numero æquales. & ꝙ proportio alterius eorũ ad alterũ: est sicut a b ad f g proportio duplicata. ducantur enim lineæ duæ a c & a d: itemq; f h & f k. eritq; per præsentem hypothesin & per 6 huius/ triangulus a b c: æquiangulus triangulo f g h. & triangulus a e d: triangulo f l k. Similiter quoq; per hãc communẽ scientiam. Si ab æqualibus æqualia demas quæ relinquuntur æqua sunt/ erit triangulus a c d: æquiangulus triangulo f h k. Nam ipsi pentagoni: positi sunt æquianguli/ & laterum proportionalium. & quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem æquianguli/ vt probatum est: erunt etiam & similes per 4 huius/ & diffinitionem similium super-



ficierum.quare cum ipsi sint numero æquales:patet primum. ¶Secun-
dũ sic.ꝓtrahanť b d q̄ secet a c in pũcto m:& g k q̄ secet f h in pũcto n.
eritq; triãgulus b c d:æquiãgul9 triãgulo g h k p 6 huius & p̄sentẽ hypo
thesin.quare & triãgul9 a b m triãgulo f g n:& a m d,f n k.ergo p 4 hu
ius/ꝓportio b m ad g n,est sicut a m ad f n:& a m ad f n,sicut m d ad n
k.quare per 11 quĩti/b m ad g n:sicut m d ad n k.ergo pmutatim b m ad
m d,sicut g n ad n k.Sed per 1 huius/ a b m ad a m d, & b c m ad c m
d:sicut b m ad m d.& per eandẽ f g n ad f n k,& g n h ad h n k:sicut g n
ad n k.ergo per 13 quĩti/a b c ad a c d:sicut f g h ad f h k.quare pmuta-
tim a b c ad f g h:sicut a c d ad f h k.Eadẽ rõne probabis q̄ & sicut a c d
ad f l k.ergo per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum:sicut 19
a b c ad f g h.p pręmissã igiť est ꝓportio pentagoni a c d ad pentagonũ
f h k:sicut ꝓportio a b ad ad f g duplicata.qđ ẽ ꝓpositũ.Ex quo rurs9 pa
tet correlariũ p̄cedẽtis. ¶Aliť põt demõstrari scđ3.cũ enĩ triãguli ĩ quos
pentagoni diuiduntř sint adinuicẽ similes:erit per p̄cedentẽ ꝓportio a b
c ad f g h sicut b c ad g h duplicata.& a c d ad f h k:sicut c d ad h k du-
plicata.& a e d ad f l k:sicut d e ad k l duplicata.quia igiť oẽs hæ ꝓpor-
tiones duplicatæ sunt æquales propter hoc q̄ positum est simplas es-
se æquales:erit per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum
sicut lateris vnius ad suum relatiuũ latus alterius proportio duplicata.

Eucli. ex Camp. Propositio 19. 19

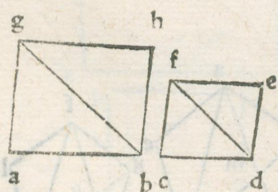
¶Supra datã lineã:datę sup̄ficiei similẽ sup̄ficiẽ describere.

¶CAMPANVS.¶Sit data linea a b:supra quã volo cõstituere superfi
ciẽ similẽ datæ sup̄ficiei quæ sit pentagona.& sit c d e f g.diuido hũc pẽ
tagonũ in triãgulos:ductis lineis d f & d g.& sup pũctũ a cõstituo an-
gulũ æqualẽ angulo c,ducta linea a h.& super pũctũ b:cõstituo aliũ ãgu
lũ:qui sit a b h/ęqualẽ angulo c d g,ꝓtracta linea b h quousq; cõcurrat
cũ a h in pũcto h.eritq; p 32 primi ãgulus a h b:æqualis ãgulo c g d.&
ideo p 4 huius latera duorũ triãgulorũ g c d & h a b:ꝓportionalia.Fa
cio quoq; ãgulũ h b k,ducta linea b k:ęqualẽ ãgulo g d f.& angulũ k b l,
ducta linea b l:æqualẽ ãgulo f d e.& angulũ b h k,ducta linea h k:ęqua-
lẽ angulo d g f.& ãgulũ b k l ducta linea k l,ęqualẽ angulo d f e.eritq; p-
fectus pentagonus qui cõstituendus erat super lineã a b.est enim æqui-
angulus dato pentagono propter æqualitatẽ angulorũ triangulorũ:in
quos est vterq; diuisus.sed & laterum proportionaliũ:propter proporti-
onalitatẽ laterũ ipsorum triangulorũ/ quæ ex 4 huius euidenter appa-
ret.quare per diffinitionem similium superficierum/ pentagonus con-
stitutus super lineã a b:est similis pentagono dato.quod est propositũ.

¶Tres ex Zãberto sequẽtes propositiones:tribus præcedẽtibus ex Cã 20
pano/conuerso ordine respondent.prima vltimæ:media primæ &
vltima mediæ.

Eucli. ex Zamb. Problema 6. Propositio 18. 18

¶A data recta linea:dato rectilineo simile similiterq; posi-
tum rectilineum describere.

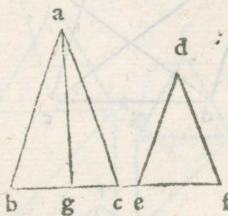


¶THEON ex Zãberto. ¶Sit data quidẽ recta linea a b:datũ vero re-
ctilineũ c e.oportet iã a data a b recta linea:ipsi c e rectilineo simile simi
literq; positum rectilineum describere.Cõnectatur d f.& cõstituatur per
23 primi ad a b rectã lineã/ad signaq; in ea a,b:ei qui ad c est ãgulo æ-
qualis ãgulus g a b.ei autẽ q est sub c d f:æqualis ãgulus a b g.reliquus
igiť qui sub c d f:ei qui sub a g b est æqualis.ęquiãgulũ igitur est f c d tri
ãgulũ:ipsi g a b triãgulo p 4 sexti.proportionale igitur est sicut f d ad g
b:sic f c ad g a,& c d ad a b.Rursus cõstituať per 23 primi/ad b g rectã
lineã/ad signaq; in ea b,g:ei qui sub d f e est ãgulo/ ęqualis angulus b g
h.ipsi autẽ f d e:qui est sub g b h.Reliquus igiť qui ad e:reliquo g ad h ẽ
ęqualis.ęquiãgulũ igitur est triãgulũ f d e:triãgulo g b h.proportiona-
le igiť est p 4 sexti/sicut f d ad g b:sic f e ad g h,& e d ad h b.ostẽsũ au
tẽ est q̄ sicut f d ad g b:sic f c ad g a,& c d ad a b.& sicut igitur p 11 qn

ti/c f ad a g:ſic c d ad a b,& f e ad g h,& inſuper e d ad h b. Et quoniam æqualis eſt ãgulus c f d ãgulo a g b,& ãgulus d f e angulo b g h, totus igitur qui ſub c f e toti qui ſub a g h eſt æq̃lis. Id propterea/& qui ſub c d e:ei qui ſub a b h eſt æqualis. Eſt autẽ & qui ad c:ei qui ad a æqualis. & qui ad e:ei qui ad h. æquiangulum igitur eſt a h ipſi c e:& ea quæ circum æquales ãgulos ſũt latera/ei proportionalia habet. Simile igitur eſt per primã diffinitionẽ ſexti/a h rectilineũ: ipſi c e rectilineo. A data igitur recta linea a b:dato rectilineo c e ſimile/ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcriptum eſt a b. quod facere oportebat.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 19

19 ¶Similia triangula:adinuicem in dupla ſunt ratione laterum ſimilis rationis.

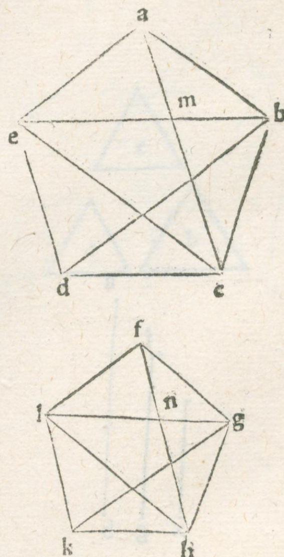


¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſimilia trinngula a b c & d e f:æqualem habentia eum qui ad b angulum ei qui ad e. ſicutq; a b ad b c ſic d e ad e f. Dico ꝙ triangulum a b c ad triangulum d e f duplicem habet rationem:q̃ b c ad e f. Sumatur nãq; per 10 ſexti/ipſorum b c & e f: laterũ proportionale b g. quoniã igitur eſt ſicut b c ad e f ſic e f ad b g:cõnectatur a g. Quoniã igit̃ eſt ſicut a b ad b c ſic d e ad e f: viciſſim igitur per 16 quinti/ſicut a b ad d e ſic b c ad e f. Sed ſicut b c ad e f: ſic eſt e f ad b g. & ſicut igitur per 11 quinti/a b ad d e:ſic e f ad b g. Igitur per 15 ſexti/a b g & d e f triãgulorũ reciproca ſũt latera:quæ circũ æquales angulos. Quorũ autẽ vnũ vni æqualẽ habentiũ angulũ triangulorũ reciproca ſunt latera quæ circũ æquales angulos/ea quoq; ſunt æqualia per eãdem. Aequale igitur eſt triãgulũ a b g:triangulo d e f. & quoniã eſt ſicut b c ad e f ſic e f ad b g,ſi autẽ tres rectæ lineæ proportionales fuerint/prima ad tertiã duplicẽ habebit rationẽ/q̃ ad ſecundã:igitur b c ad b g duplicẽ rationẽ habet:q̃ ad e f per 10 diffinitionẽ quinti. Sicut autẽ c b ad b g:ſic per 1 ſexti/a b c triangulũ ad a b g triangulũ. Triãgulũ igitur a b c ad a b g:per eãdẽ diffinitionẽ/duplicẽ rationẽ habet/q̃ b c ad e f. Aequale autem eſt triangulũ a b g:triangulo d e f. Igitur & triangulũ a b c: ad triãgulũ d e f duplicẽ rationẽ habet/q̃ b c ad e f. Similia igitur triãgula: adiuicẽ in duplici ratione ſũt ſimilis laterũ. quod oportebat demõſtrare.

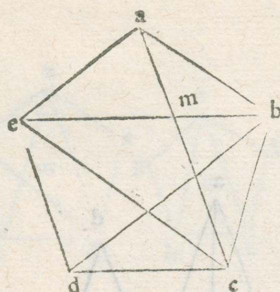
¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc vtiq; manifeſtum eſt/ꝙ ſi tres rectæ lineæ proportionales fuernt:ſicut prima ad tertiã/ſic quod a prima rectãgulũ ad id quod eſt a ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptum. quoniã oſtenſum eſt ꝙ ſicut c b ad b g:ſic triangulum a b c ad triãgulum d e f. quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Zamberto. Theorema 14. Propoſitio 20.

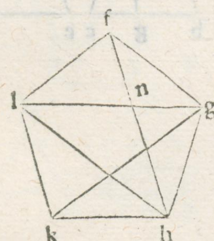
20 ¶Similia polygona:in ſimilia triangula diuiduntur/& in æqualia numero/& æqua ratione totis. & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet:q̃ ſimilis rationis latus/ad ſimilis rationis latus.



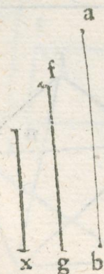
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſimilia polygona:a b c d e & f g h k l. ſimilis autẽ rationis:eſto a b ipſi f g. Dico ꝙ a b c d e & f g h k l polygona: in ſimilia triangula diuiduntur & in æqualia numero/& æqua ratione totis. & polygonum a b c d e ad polygonum f g h k l, duplã rationem habet:q̃ a b ad f g. Connectantur b e, e c:g l, & l h. & quoniam polygonum a b c d e per hypotheſin ſimile eſt polygono f g h k l:æqualis eſt angulus b a e ei qui ſub g f l eſt angulo. & eſt ſicut b a ad a e:ſic g f ad f l. Quoniam igitur duo triangula ſunt a b e & f g l vnum angulum vni angulo æqualem habentia/ circum autem æquales angulos latera proportionalia:æquiangulum igitur eſt per ſextam ſexti/ triangulum a b e triangulo f g l. quare & ſimile. Aequalis autem eſt angulus a b e:angulo f g l. eſt autem & totus a b c, toti f g h æqualis: propter ſimilitudinem polygonorum. Reliquus angulus e b c:reliquo angulo l g h eſt æqualis. & quoniã ob ſimilitudinem ipſorum a b e & f g



l triangulorũ/ eſt ſicut e b ad b a ſic l g ad f g, ſed & propter ſimilitudinẽ polygonorũ eſt ſicut a b ad b c ſic f g ad g h: ex æquali igitur per 22 quinti/ eſt ſicut e b ad b c ſic l g ad g h.& circum æquales angulos e b c & l g h: latera proportionalia ſunt. æquiangulum igitur eſt per 6 ſexti/ triangulum e b c: triangulo l g h. Quare & triangulum e b c: ipſi triangulo l g h eſt ſimile. Id propterea/ & per 1 ſexti diffinitionem/ triangulũ e c d: ſimile eſt triangulo l h k. Polygona igitur a b c d e & f g h k l: in ſimilia triangula diuiduntur/ & æqualia numero. ¶Dico inſuper ꝙ ſimilis rationis ſunt totis. hoc eſt ꝙ ſunt proportionalia & quidẽ antecedentia a b e, e b c & e c d: ſequentia autem illorum f g l, l g h & l h k.& ꝙ polygonum a b c d e, ad polygonum f g h k l, duplã rationem habet: quã ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus hoc eſt a b ad f g. Cõnectantur enim a c & f h. & quoniam propter ſimilitudinem polygonorum/ æqualis eſt angulus a b c angulo f g h, & eſt ſicut a b ad b c ſic f g ad g h: æquiangulum eſt igitur per 6 ſexti/ triangulum a b c triangulo f g h. æqualis igitur eſt angulus b a c: angulo g f h.& qui ſub b c a: ei qui ſub g h f.& quoniam æqualis eſt angulus b a m angulo g f n, patuit autem ꝙ angulus a b m angulo f g n eſt æqualis: & reliquus igitur angulus a m b, reliquo f n g eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt per 6 ſexti/ triangulum a b m: triangulo f g n. Similiter quoqꝫ oſtendemus ꝙ & triangulum b m c: æquiangulum eſt triangulo g n h. proportionale igitur eſt per 3 ſexti/ ſicut quidem a m ad m b: ſic f n ad n g. Sicut autem b m ad m c: ſic g n ad n h. Quare & æque per 22 quinti / ſicut a m ad m c: ſic f n ad n h. Sed ſicut a m ad m c: ſic triangulum a b m ad triãgulum m b c/ & a m e ad e m c. ad ſe inuicem enim ſunt: ſicut baſes/ per 1 ſexti. Et ſicut vnum antecedentium ad vnum ſequentium/ per 12 quinti: ſi omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Sicut igitur per conuerſionem primæ diffinitionis ſexti/ triangulum a m b ad triangulum b m c: ſic a b e ad c b e. Sed ſicut a m b ad b m c: ſic a m ad m c.& ſicut igitur per 11 quinti/ a m ad m c: ſic triangulum a b e ad triangulum e b c. Id propterea/ & ſicut f n ad n h: ſic triangulum f g l ad triangulum g l h. Eſtqꝫ ſicut a m ad m c: ſic f n ad n h.& ſicut igitur per 11 quinti/ triangulum a b e ad triangulum b e c: ſit triangulum f g l ad triangulum g l h. & viciſſim per 16 quinti/ ſicut triangulum a b e ad triangulum f g l: ſic triangulum b e c ad triangulũ g l h. Similiter quoqꝫ oſtendemus/ cõnexis b d & g k, ꝙ & ſicut triangulum e b c ad triangulum l g h: ſic triangulum e c d ad triangulum l h k. Et quoniam eſt ſicut triangulum a b e ad triãgutum f g l ſic triangulum e b c ad triangulum l g h, & etiam triangulum e c d ad triangulum l h k: & ſicut igitur per 12 quinti/ vnũ antecedẽtium ad vnum ſequentium/ ſic omnia antecedentia ad omnia ſequẽtia. Eſt igitur ſicut triangulum a b e ad triangulum f g l: ſic polygonum a b c d e ad polygonum f g h k l. Sed triangulum a b e ad triangulum f g l, duplam rationẽ habet: quã a b ſimilis rationis latus ad f g ſimilis rationis latus. Similia enim triangula in duplici ſunt ratione ſimilis/ rationis laterum per 19 ſexti.& polygonum igitur a b c d e ad polygonum f g h k l, duplam habet rationẽ: quã a b ſimilis rationis latus ad f g ſimilis rationis latus. Similia igitur polygona: in ſimilia triangula diuiduntur/ & in æqualia numero/ & æqua ratione totis.& polygonum ad polygonũ duplam rationem habet: quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. quod demonſtrare oportebat.

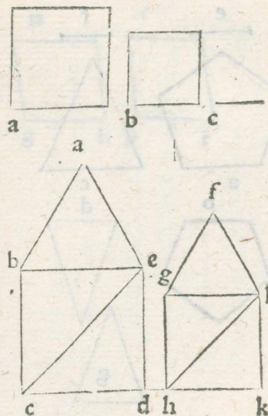


¶PRIMVM CORRELARIVM. ¶Proinde in vniuerſum manifeſtũ eſt/ ꝙ ſimiles rectilineæ figuræ adinuicem in dupla ſunt ratione: ſimilis rationis laterum.& ſi ipſorum a b & f g proportionalem accipiamus x: ipſa a b ad x duplam habet rationem q̃ a b ad f g. habet autem & polygonũ ad polygonũ ſiue quadratum ad quadratum duplam rationẽ: quã ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. hoc eſt a b ad f g. patuit autem hoc etiam in triangulis.



¶SECVNDVM CORRELARIVM. ¶Proinde etiam in vniuersum est manifestũ/ ꝙ si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: erit sicut prima ad tertiam/sic quæ a prima species ad eam quæ a secunda similis & similiter descripta est.

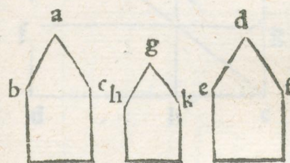
¶ALITER. ¶Demonstrabimus aliter & expeditius inq̃: similis rationis triangula. Instituantur enim rursus a b c d e & f g h k l polygona. & connectantur b e, e c: g l & l h. Dico ꝙ est sicut triangulum a b e ad f g l: sic e b c ad l g h, & c d e ad h k l. Quoniam enim simile est triangulum a b e triangulo f g l: igitur per 19 sexti/triangulum a b e ad f g l duplam habet rationem q̃ b e ad g l. Id propterea/& triangulum b e c, ad triãgu g l h duplam habet rationem: q̃ b e ad g l. Est igitur sicut triangulum a b e ad triangulum f g l: sic triangulum b e c ad g l h. Rursus quoniã triãgulũ e b c, simile est triãgulo l g h: igitur e b c ad l g h duplã habet rationem q̃ c e recta linea ad h l. Id propterea/& triangulum e c d duplam rationem habet ad triangulum l h k: q̃ c e ad h l. Est igitur sicut triangulum b e c ad l g h: sic c d e ad l h k. Patuit autem & sicut e b c ad l g h: sic a b e ad f g l. & sicut igitur per 11 quinti/a b e ad f g l: sic b e c ad g l h, & e c d ad l h k. & sicut igitur per 12 quinti/ vnum antecedentium ad vnum consequentium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. & reliqua vt in priore demonstratione. quod oportebat demonstrare. Similiter autem & in similibus quadratis ostendetur: ꝙ in duplici ratione sunt similis rationis laterum. patuit autem & in triangulis.



Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 SI fuerint vni superficiei similes: quaslibet superficies sibi inuicem similes esse est.

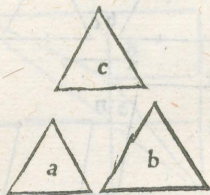
¶CAMPANVS. ¶Sit vterq; pentagonorũ a b c, d e f: similis pentagono g h k. dico eos esse similes sibi inuicẽ. Est enim vterq; eorũ æquiãgulus pẽtagono g h k: per cõuersionẽ diffinitionis similiũ superficierũ. quare sunt æquianguli adinuicẽ. Similiter quoq; per cõuersionẽ eiusdẽ diffinitionis/proportio a b ad g h: sicut a c ad g k. & g h ad d e: sicut g k ad d f. ergo per æquam proportionalitatẽ/a b ad d e: sicut a c ad d f. Eodẽ modo probabis reliqua latera pẽtagonorũ a b c & d e f, cõtinẽtia æquos angulos: esse proportionalia. Per diffinitionẽ itaq; similiũ superficierũ: ipsi sunt similes adinuicem. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 21.

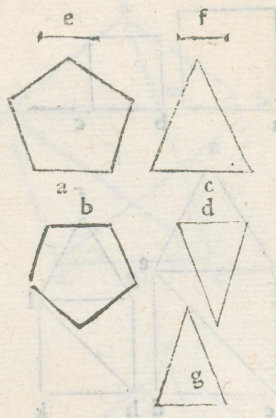
21 ¶Quæ eidem rectilineo sunt similia: & adinuicem sunt similia.

¶THEON ex Zamber. ¶Sit vtrũq; ipsorũ a, b, rectilineorũ: simil ipsi c. Dico ꝙ & a ipsi b est simile. Quoniã enĩ simile est a ipsi c: æquiangulũ est & ei per conuersionẽ primæ diffinitionis sexti/& quæ circũ æquales angulos sunt latera/proportionalia habet. Rursus quoniã b simile est ipsi c: æquiangulum igitur est & ei per eandẽ/& quæ circũ æquales sunt angulos latera proportionalia habet. vtrũq; igitur ipsorũ a, b: ipsi c æquangulũ est per 6 sexti: & quæ circa æquales sũt ãgulos latera habet proportionalia. quare per eandem & a ipsi b: æquiãgulum est/& quæ circũ æquales sunt ãgulos latera habet proportionalia. Simile igitur est b ipsi a. quod oportebat demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 21.

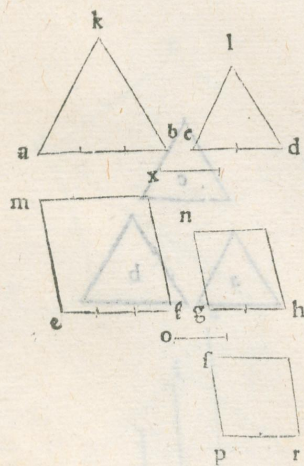
21 SI fuerint quotlibet lineæ proportionales/ atq; super binas & binas similes superficies designentur: ipsę quoq; superficies erunt proportionales. Si vero super binas & binas/similes superficies constitutę fuerint proportionales: ipsas quoq; lineas ꝓportionales esse necesse est.



¶CAMPANVS. ¶Sit quatuor lineæ proportionales: a, b, c, d. ſitq; proportio a ad b: ſicut c ad d. dico ꝙ ſi ſuperficies ſimiles conſtituantur ſuper a & b vtpote duo pentagoni ſimiles / & aliæ ſimiles conſtituantur ſuper c & d vtpote duo anguli ſimiles: erit proportio pentagonorũ ſicut triangulorum. Q; ſi fuerint pentagoni ſimiles & ſimiliter triãguli ſimiles / fueritq; proportio pentagoni ad pentagonũ ſicut trianguli ad triangulũ: dico ꝙ erit proportio a ad b ſicut c ad d. ¶ Subiungantur enĩ lineis a & b: e, & lineis c & d: f, in continua proportionalitate: ſicut docet 10 huius. eritq; per 22 quinti / & per æquã proportionalitatẽ / a ad e: ſicut c ad f. quia ergo per correlariũ 17 huius / proportio pẽtagonorũ: eſt ſicut a ad e & triangulorum ſicut c ad f: erit proportio pentagonorũ ſicut triãgulorũ. & hoc eſt primũ. ¶ Secundũ ſic patet. Sit duo pẽtagoni ſimiles & duo triãguli ſimiles. ſitq; proportio pẽtagonorũ: ſũt triãgulorũ. dico ꝙ proportio a ad b: eſt ſicut c ad d. Sit enĩ c ad g: ſicut a ad b. hoc enĩ qualiter fiat: dictum eſt ſupra 10 huius. & ſuper g fiat ſicut docet 19 huius: ſuperficies ſimilis illi quę eſt conſtituta ſuper lineam c. eritq; per præmiſſam / ſimilis ei quæ conſtituta eſt ſuper lineam d, eritq; etiam per primam partẽ huius 21 / quæ proportio pentagoni a ad pentagonũ b: eadẽ trianguli c ad triangum g. ſed eadem erat etiam trianguli c ad triangulum d. ergo per ſecundã partẽ 9 quinti / triangulus d: eſt æqualis triãgulo g. Et quia ſunt ſimiles: erit linea g æqualis lineæ d, per primã partem 17 huius. cum ſuper lineas c d & g ſint trianguli. vel ſecundam partẽ / 18. cum fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata vel triplicata vel quotieſlibet ſumpta: niſi ex æquali. erit itaq; c ad d ſicut a ad b. Quod eſt propoſitum.

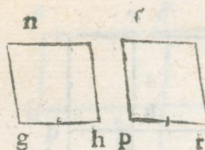
Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 22.

¶Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta / proportionalia erũt. Et ſi ab ipſis rectilinea / proportionalia fuerint: ipſæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.



¶THEON ex Zãberto. ¶Sint quatuor rectæ lineæ a b, c e, e f, & g h: ſicut a b ad c d, ſic e f ad g h. Deſcribanturq; per 18 ſexti / a b ipſis a b & c d: ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea k a b & l c d. Ab ipſis autem e f & g h: per eandem ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea m f & n h. Dicoq; eſt ſicut k a b ad l c d: ſic eſt m f ad n h. Sumatur inq̃ per 11 ſexti / ipſorũ a b & c d: tertia proportionalis x. ipſarum autem e f & g h: tertia proportionalis o. & quoniam eſt ſicut a b ad c d ſic e f ad g h, ſicut autem c d ad x ſic g h ad o: ex æquali igitur per 22 quinti / ſicut a b ad x ſic e f ad o. Sed ſicut quidem a b ad x: ſic & k a b ad l c d per correlarium ſecũdum 20 ſexti. Sicut autem e f ad o: ſic m f ad n h. ¶Sed iam eſto / ſicut k a b ad l c d: ſic m f ad n h. Dico ꝙ eſt ſicut a b ad c d: ſic e f ad g h. Fiat inq̃ per 22 ſexti / ſicut a b ad c d: ſic e f ad p r. & deſcribatur per 18 ſexti ex p r: vtriq; ipſorũ m f & n h ſimile / ſimiliterq; poſitũ ſ r. Quoniã igitur eſt ſicut a b ad c d ſic e f ad p r, & deſcribũtur ab ipſis quidẽ a b & c d ſimilia ſimiliterq; poſita k a b & l c d, ab ipſis autẽ e f & p r ſimilia ſimiliterq; poſita m f & ſ r: eſt igitur ſicut k a b ad l c d ſic m f ad ſ r. poſitũ autẽ eſt ꝙ ſicut k a b ad l c d: ſic m f ad n h. & ſicut igitur per 11 quĩti m f ad ſ r: ſic m f ad n h. Igitur per 9 qnti / m f: ad vtrũq; ipſorũ n h & ſ r / eãdẽ habet rationẽ. æquale igitur eſt n h: ipſi ſ r. Eſt autẽ ei & ſimile ſimiliter poſitũ. æqualis igitur eſt g h ipſi p r. Et quoniã eſt ſicut a b ad c d ſic e f ad p r, æqualis autem eſt p r ipſi g h: eſt igitur ſicut a b ad c d ſic e f ad g h. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerĩt: & quæ ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta / proportionalia erunt. & ſi ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta / proportionalia fuerint: & ipſæ rectæ lineæ proportionales erunt. quod demonſtraſſe oportuit.

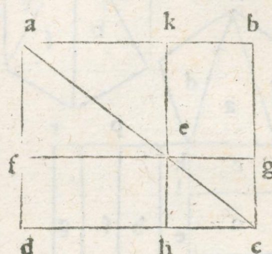
¶LEMMA. ¶Quod autem si rectilinea ęqualia & similia fuerint/similis rationis latera ipsorum æqualia inuicem sunt : sic demonstrabimus. sint æqualia & similia rectilinea n h & ſ r. sitq; sicut h g ad g n: sic r p ad p ſ. Dico q æqualis est r p: ipsi g h. Si autem inæquales sunt: earum altera maior est. sit maior r p: ipsa h g. & quoniam est sicut r p ad p ſ sic h g ad g n: & vicissim quoq; per 16 quinti/sicut r p ad h g. sic p ſ ad g n, maior autẽ est r p: ipsa h g. maior igiť & p ſ: ipsa g n. Quare & r ſ: maius est ipso h n. sed & æquale per hypothesin. quod est impossibile. inæqualis igitur minime est p r: ipsi h g. æqualis igitur. Quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 CVnctæ superficies æquidistantium laterum/quę circa diametrum consistunt: toti parallelogrãmo atq; sibi inuicem sunt similes.

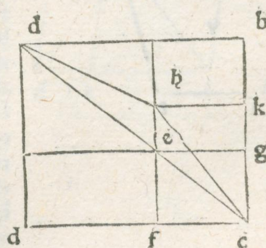
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in paralellogrãmo b d cuius diameter a c: cõsistant superficies g h & f k æquidistantium laterum/circa diametrum. dico eas esse similes toti paralellogrãmo & sibi inuicem. est enim per secundã huius/b g ad g c & d h ad h c: sicut a e ad e c. ergo coniunctim b c ad c g & d c ad c h: sicut a c ad c e. quare per 11 quinti/b c ad c g: sicut d c ad c h. sed etiam sicut a b ad e g cum a b sit æqualis d c, & e g, h c: eodem modo erit a d ad e h sicut a b ad e g, & d c ad h c. quia ergo ista paralellogrãma sunt æquiangula: cõstat per diffinitionẽ similium superficierũ g h esse simile b d. Simili quoq; modo probatur f k esse simile eidẽ: propter hoc q b a ad a k & d a ad a f est sicut c a ad a e per secundam huius & coniunctam proportionalitatem. quare per 20 huius f k est etiam simile g h. sicq; patet totum.



Eucli. ex Camp. Propositio 23.

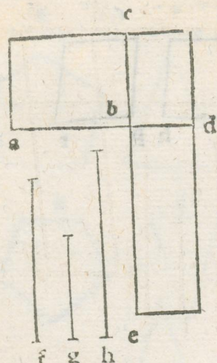
23 ¶Si in suo spacio paralellogrãmum partiale distinctum toti paralellogrãmo simile atq; secundum suum illius esse fuerit: circa eiusdem diametrum consistit.

¶CAMPANVS. ¶Sit vt in paralellogrãmo b d sit distinctum paralellogrãmum f g. qđ sit ei simile & secũdum suũ esse id est participans cum eo in angulo c. dico q paralellogrãmum f g consistit circa diametrum paralellogrãmi b d. & est hæc conuersa præcedentis. producam enĩ a e c. quæ si fuerit diameter paralellogrãmi b d: constat propositum. Sin autem: sit a h c diameter eius. & ducatur h k: æquidistans f c. eritq; per præmissam paralellogrãmum f k: simile paralellogrãmo b d. ergo per cõuersionem diffinitionis similium superficierum proportio b c ad k c: est sicut d c ad f c. sed per eandem conuersionẽ dictæ diffinitionis/proportio b c ad g c est sicut d c ad f c: propter id q paralellogrãmum f g positum est simile paralellogrãmo b d. ergo per 11 quinti/proportio b c ad g c: est sicut b c ad k c. vtraq; enim est sicut d c ad f e. quare per secundam partem nonæ quinti/g c est æqualis k c pars videlicet toti. qđ est impossibile. Erit igitur a e c diameter paralellogrãmi b d. quod est propositũ.



Eucli. ex Camp. Propositio 24.

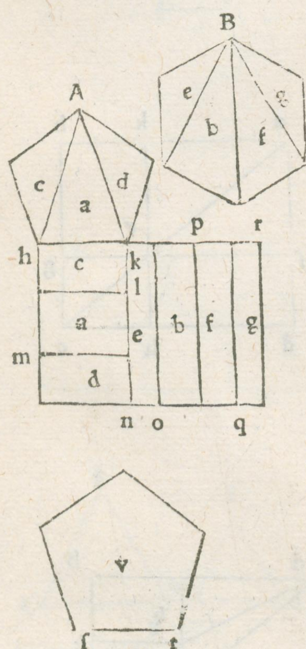
24 ¶Omnium duarum superficierum æquidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis/proportio alterius ad alterã: est quæ producitur ex duabus proportionibus suorum laterum duos æquos angulos continentium.



CAMPANVS. Sint duæ ſuperficies æquidiſtantium laterum: a c & e d, ſitqꝫ ãgulus b vnius: æqualis angulo b alterius. dico ꝙ proportio vnius ad alteram: producta eſt ex proportione a b ad b d, & c b ad b e. diſponam enim has duas ſuperficies penitus ſicut diſpoſui eas in 13 huius: adiuncto ad vtramqꝫ parallelogrammo c d. & ponam vt proportio lineæ f ad lineam g: ſit ſicut a b ad b d, & g ad h ſicut c b ad b e. qualiter enim hoc fiat: dictum eſt ſupra 10 huius. eritqꝫ per primam huius & 11 quinti / a c ad c d: ſicut f ad g, & c d ad d e ſicut g ad h. quare per 22 quinti erit in æqua proportionalitate a c ad d e: ſicut f ad h. & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, vt dictum eſt in fine expoſitionis 11 diffinitionis quinti: erit vt a c ad d e producatur ex eiſdem. quare conſtat propoſitum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 25.

Datæ ſuperficiei ſimilem / alijqꝫ propoſitæ æqualem deſignare.



CAMPANVS. Sint propoſitæ duæ ſuperficies rectilineæ. A: pentagona. B: hexagona. volo facere vnam ſuperficiẽ ſimilem A: & æqualẽ B. vtramqꝫ propoſitarum ſuperficierum reſoluo in triangulos. A quidem in triãgulos a, c, d. B vero: in triãgulos e, b, f, g. & ſuper baſin trianguli a, quæ ſit h k: conſtituo ſecundum doctrinam 44 primi ſuperficiem æquidiſtantium laterum rectangulam / æqualem c, quæ ſit h l. & l m æqualem a. & m n æqualem d. vt ſit tota ſuperficies: æquidiſtantium laterum h n, conſtituta ſuper baſin h k: æqualis pentagono A. Eodem modo ſuper lineam k n quæ eſt ſecundum latus huius ſuperficiei h n, conſtituo aliam ſuperficiem rectãgulam æqualem hexagono B. quia facio k o æqualẽ e. & o p æqualẽ b. & p q æqualẽ f. & q r æqualẽ g. vt ſit tota rectãgula ſuperficies n r: æqualis hexagono B. & pono per 9 huius / lineã ſ t: proportionalẽ inter lineã h k & lineam k r. & ſuper eã ſecundũ doctrinã 19 huius: cõſtituo ſuperficiẽ v ſimilẽ ſupficiei A. dico ipſã eſſe quã qͥrimus: & æqualẽ ſuperficiei B. Cũ enĩ tres lineæ h k, ſ t, & k r ſint cõtinue ꝓportionales / & ſuper primam & ſecundam ſint conſtitutæ ſuperficies ſimiles videlicet A & v: erit per correlariũ 17 huius / A ad v ſicut h k ad k r. quare per primã huius ſicut h n ad n r. & ideo per primã partem 7 quinti: ſicut A ad n r. & propter hoc per ſecũdã partem eiuſdem: ſicut A ad B. itaqꝫ per ſecũdam partem 9 quinti: v eſt ęqualis B. qđ eſt propoſitum.

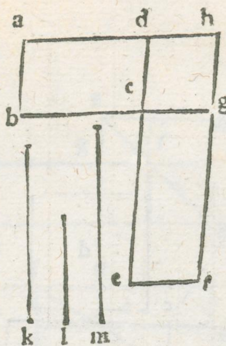
Hoc etiam poſſumus ex permutata proportionalitate facile probare. quia cũ ſit A ad v ſicut h n ad n r: erit permutatim A ad h n ſicut v ad n r. & quia A eſt æqualis h n: erit v æqualis n r. quare v eſt etiã æqualis B per hanc cõmunem ſcientiam: quæcunqꝫ vni & eidem ſunt æqualia inter ſe ſunt ęqualia. Non eſt autem neceſſarium vt ſuperficies h l, l m, & m n æquidiſtantium laterum æquales triangulis c, a, d, aut ſuperficies k o, o p, p q, & q r æquales triangulis e, b, f, h: ſint rectangulæ. ſed vt angulus extrinſecus ſuperficiei l m: ſit æqualis ãgulo intrinſeco ſuperficiei l h. & extrĩſecus m n intrĩſeco m l. Similiter quoqꝫ vt extrinſecus ſuperficiei k o, ſit æqualis intrinſeco ſuperficiei h n: & extrinſecus o p, intrinſeco k o. ſicqꝫ de cæteris. Cum enim ſic fuerit erit vnaquaqꝫ linearum k n & ſibi oppoſita h m, itemqꝫ h r & ſibi oppoſita n q: linea vna per vltimã partem 29 primi & per 14 eiuſdem quotiẽs oportuerit ęqualiter repetitas. propter id q̄ õnes ſuperficies h l, l m, & m n, itemqꝫ k o, o p, p q, & q r: ſunt æquidiſtantium laterum: & angulus extrinſecus cuiuſqꝫ ſequentis eſt æqualis intrinſeco eam præcedentis: quare duæ ſuperficies h n & n r: erunt æquidiſtantium laterum & inter lineas æquidiſtantes & ęqualis altitudinis. Cætera ergo argue vt prius.

Quatuor ex Zãberto ſequẽtes propoſitiones: præcedentibus quatuor ex Cãpano / ordine peruerſo reſpõdẽt. prima tertiæ / ſecunda primæ / tertia quartę / quarta ſecundæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 23.

23 ¶ Aequiangula parallelogramma adinuicem habent compositam ex lateribus.

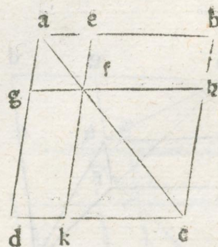
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint æquiangula parallelogrãma a c & c f: æqualem habenria angulum b c d angulo e c g. Dico ꝙ parallelogrãmum a c ad parallelogrãmum c f: rationem habet compositam ex lateribus. hoc est quam habet b c ad c g: & quam habet d c ad c e. Ponatur inquam per 14 primi/ vt sit in rectas lineas b c ipsi c g. in rectas lineas igitur est per eandẽ: d c ipsi c e. Compleaturq; parallelogrãmum. & ponatur quędam recta linea: k. & fiat per 12 sexti/ sicut quidem b c ad c g: sic k ad l. sicutq; d c ad c e: sic l ad m. proportiones iam ipsius k ad l & ipsius l ad m: eędem sunt ipsis rationibus laterum b c ad c g, & ipsius d c ad c e. Sed ipsius k ad m ratio: componitur ex ratione ipsius k ad l, & ipsius l ad m. Quare & k ad m: rationem habet compositam ex lateribus. Et quoniam est sicut b c ad c g sic a c parallelogrãmum ad c h per primã sexti/ sed sicut b c ad c g sic k ad l: & sicut igitur per vndecimã quinti / k ad l sic a c ad c h. Rursus quoniã est sicut d c ad c e sic c h parallelogrãmũ ad c f parallelogrãmũ, sed sicut d c ad c e sic l ad m: & sicut igitur per eãdẽ l ad m sic c h parallelogrãmum ad c f parallelogrãmũ. Quoniã igitur ostẽsum est ꝙ sicut quidem k ad l sic a c parallelogrãmum ad c h parallelogrãmum/ sicut autem l ad m sic c h parallelogrãmum ad c f parallelogrãmum: & æque igitur per 22 quinti/ sicut k ad m, sic a c parallelogrammũ ad c f parallelogrammum. At k ad m: rationem habet compositam ex lateribus. & a c parallelogrammum igitur ad c f: rationem habet confectam ex lateribus. Aequiãgula igitur parallelogramma: adinuicẽ rationẽ habent compositam ex lateribus, quod demonstrare oportebat.



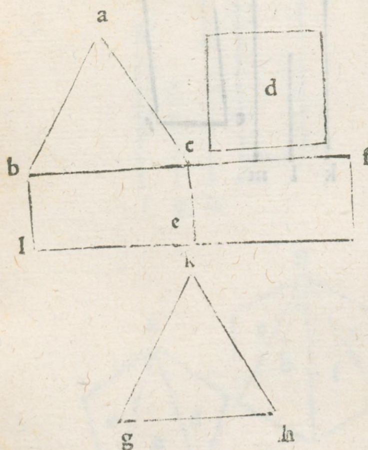
Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 24.

24 ¶ Omnis parallelogrammi quæ circa dimetientem parallelogramma: similia sunt toti/ & adinuicem.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit parallelogrammum a b c d: dimetiens vero illius a c. circum autem a c: parallelogramma sint e g & h k. Dico ꝙ vtrũq; ipsorũ e g & h k parallelogrãmorũ: simile est toti a b c d, & adinuicẽ. Quoniã enim trianguli a b c ad vnum latus b c acta est parallelus e f: proportionale est per 2 sexti/ sicut b e ad e a, sic c f ad f a. Rursus per eandẽ/ quoniã triãguli a d c ad vnũ latus c d acta est parallelus f g: proportionale est per 2 sexti/ sicut c f ad f a, sic d g ad g a. Sed sicut c f ad f a: sic ostẽsa est & b e ad e a. Et sicut igitur per 11 quĩti/ b e ad e a: sic d g ad g a. & cõpositæ igitur per 18 quinti/ sicut b a ad a e: sic d a ad a g. & pmutati per 16 quinti/ sicut b a ad a d: sic e a ad a g. parallelogrammorũ igitur a b c d & e g: proportionalia sunt latera/ quæ circum cõmunem angulum b a d sunt. & quoniam parallelus est g f ipsi d c: æqualis est per 19 primi/ angulus a g f angulo a d c. & qui sub g f a ei qui sub d c a. & communis duorum triangulorũ a d c & a f g: angulus qui sub d a c. Aequiangulum igitur est triangulũ d a c: triangulo a g f. Idq; propterea/ & triãgulum a b c: æquiangulum est triangulo a e f. & totum a b c d parallelogrãmum ipsi e g parallelogrammo æquiangulum est. proportionale igitur est per 4 sexti/ sicut a d ad d c: sic a g ad g f. sicutq; d c ad c a: sic g f ad f a. Sicut autẽ a c ad c b: sic a f ad f e. & insuper sicut c b ad b a: sic f e ad e a. & quoniam ostensum est sicut quidem d c ad c a sic g f ad f a, sicut vero a c ad c b sic a f ad f e: ęque igitur est per 22 quinti/ sicut d c ad c b sic g f ad f e. Parallelogrammorum igitur a b c d & e g, proportionalia sunt latera: quæ circum ęquales angulos. Simile igitur est per primam diffinitionem sexti/ parallelogrammum a b c d: parallelogrammo e g. Id propterea/ & parallelogrammum a b c d: parallelogrammo k h est simile. vtrunq; igitur ipsorũ e g & h k parallelogrammorum: ipsi a b c d parallelogrammo simile est. Quę autem eidem rectilineo simi



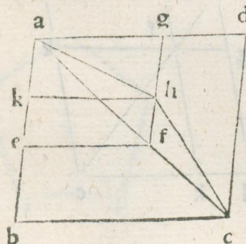
lia:& sibi inuicem sunt similia per 21 sexti. igitur & e g parallelogrāmū ipsi h k parallelogrammo simile est. Omnis igitur parallelogrāmi quæ circa dimetientem parallogramma: similia sunt toti & adinuicem. quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propositio 25. 25

¶ Dato rectilineo simile / & alij dato æquale : idem constituere.

¶ THEON ex Zamber. ¶ Sit quidem datum rectilineum cui oportet simile constituere: a b c. cui autem oportet æquale: d. oportet iam ipsi a b c simile / ipsi autem d æquale: idem constituere. prætendatur per 44 primi igitur ad b c, ipsi triangulo a b c: æquale parallelogrammum b e. & ad c e, ipsi d æquale parallelogrammum c m, in angulo qui sub f c e: qui æqualis est ei qui sub c b l. In rectam lineam igitur est per 14 primi / b c ipsi c f: & l e ipsi e m. Sumaturqꝫ per 13 sexti / ipsarum b c & c f: media proportionalis g h. describaturqꝫ per 18 sexti / ex g h: ipsi a b c simile / similiterqꝫ positum k g h. Et quoniam est sicut b c ad g h sic g h ad c f, si autem tres fuerint rectæ lineæ proportionales sicut prima ad tertiam sic quæ a prima est species ad eā quæ a secunda similis similiterqꝫ descripta est: est igitur per correlariū secundū 20 sexti / sicut b c ad c f sic triāgulum a b c ad triangulum k g h. Sed sicut b c ad c f: sic b e parallelogrammum ad e f parallelogrammum. Et sicut igitur per primam sexti / triangulum a b c ad triangulum k g h: sic b e parallelogrammum ad e f parallelogrammum. vicissim quoqꝫ igitur per 16 quinti / sicut triangulum a b c ad b e parallelogrammum: sic triangulum k g h ad parallelogrāmum e f. æquale autem est triangulum a b c: parallelogrāmo b e. æquale igitur est & triangulum k g h: ipsi e f parallelogrammo: sed parallelogrammum e f: ipsi d est æquale. & k g h igitur: ipsi d est æquale. est autem k g h ipsi a b c simile. Dato igitur rectilineo a b c simile / & alij dato d æquale: idem k g h constitutum est. quod facere oportebat.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 26.

¶ Si a parallelogrāmo parallelogrammum auferatur / simile & toti & similiter positum / communem angulum habens ei: circum eundem dimetientem est toti.

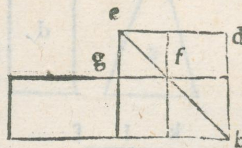
¶ THEON ex Zamb. ¶ A parallelogrāmo inquā a b c d: parallelogrāmum auferatur a f simile ipsi a b c d & similiter positum / communē angulum habens ei qui sub d a b. Dico ꝙ circum eandem diametrum est a b c d: ipsi a f. Non enim: at si possibile est / sit eorum dimetiens a h c. & excitetur per 31 primi / ab h vtriqꝫ ipsarū a d & b c: parallelus h k. Quoniam igitur circum eundem dimetientem est a b c d ipsi k g: simile est per 24 sexti a b c d ipsi k g. est igitur sicut d a ad a b: sic g a ad a k per cōuersionē 1 diffinitionis sexti. Est autem propter similitudinem ipsorum a b c d & e g, sicut d a ad a b: sic g a ad a e. Igitur per 9 quinti / g a ad vtrunqꝫ ipsarum a k & a e: eandem habet rationem. æqualis igitur est a k: ipsi a e minor maiori. qđ absurdum est. Igitur a b c d: non est circa eūdem dimetientem ipsi k g. Circa eundem igitur dimetientem est a b c d parallelogrammum: ipsi a f parallelogrammo. Si a parallelogrāmo igitur parallelogrammum auferatur / simile & toti & similiter positum communem angulum habens ei: circa eundem dimetientem est toti. Quod ostendere oportebat.

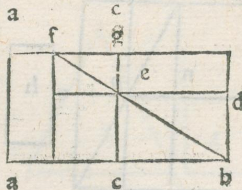
Eucli. ex Camp. Propositio 26.



SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammū designatum: maius est eo parallelogrammo cui datæ lineæ applicato deest ad completionem lineæ simile & super diametrum consistens super dimidium collocati.

¶CAMPANVS. ¶Sit data linea a b: sup cui9 dimidiũ c b: cõstituat̃ parallelogrãmũ c d, cui9 diameter b e. & ad lineã a b applicet̃ parallelogrãmũ a f: cuius vnũ latus secet e c in pũcto g. ita ad cõplementũ totius lineæ a b: desit supficies f b q̃ sit similis: supficiei c d. & cõsistẽs circa diametrũ eius. dico tũc parallelogrãmũ c d est maius parallelogrãmo a f. Est enĩ per primã huius / a g: ęquale g b. & per 43 primi / c f æquale f d. ergo p hãc cõmunẽ sciẽtiã si æq̃libus æq̃lia addas tota quoq; fient ęqualia: erit gnomo cõstãs ex tribus parallelogrãmis q̃ sũt c f, f b, & f d, æqualis parallelogrãmo a f. quare parallelogrãmũ c d: est maius parallelogrãmo a f i parallelogrãmo e f. qđ est propositũ. ¶Idẽ etiã esset si supficies a f fieret altior superficie c d: vt videre potes in secunda figura ĩ qua etiã per primã huius a g est æq̃le g b. dẽptis itaq; vtriq; duobus supplemẽtis supficiei f b: excedet parallelogrãmũ c d parallelogrãmũ a f in parallelogrãmo f e.

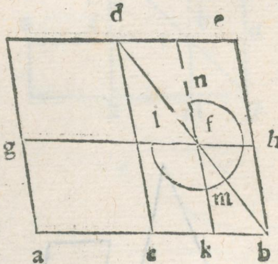




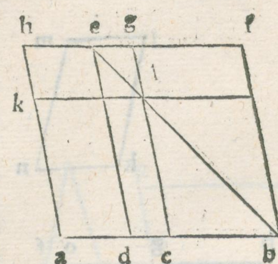
Eucli. ex Zãb. Theorema 20. Propositio 27.

27 ¶Omniũ parallelogrãmorũ circũ eandẽ rectã lineã proiectorũ deficientiũq; specie parallelogrãmis similibus / similiterq; positis ei qđ a dimidia descriptũ est: maximũ est qđ a dimidia proiectũ parallelogrammũ simile existẽs sumpto.

¶THEON ex Zãb. ¶Sit recta linea a b: & secetur p 10 primi / bifariã i c. pretẽdatur quoq; per 18 sexti ad a b rectã lineã / parallelogrãmũ a d deficiẽs specie pallelogrãmo d b simili / similiterq; descripto qđ a dimidia ipsius a b hoc est c b. Dico omniũ circa a b cõparatorũ parallelogrãmorũ & deficiẽtiũ specie parallelogrãmis similibus similiterq; positis ipsi d b: maximũ est a d. Pretẽdatur inquã ad a b rectã lineã parallelogrãmũ a f deficiẽs specie parallegrãmo f b simili similiterq; posito ipsi d b. Dico maius est a d ipso a f. Quoniã enĩ simile est d b parallelogrãmũ ipsi f b parallelogrãmo: circũ eundẽ igitur sunt dimetientẽ per 26 sexti. excitetur eorũ dimetiẽs d b: & describatur figura. Quoniam igitur per 42 primi / æquũ est f c ipsi f e: cõmune apponatur f b. totũ igitur c h: toti k e est æq̃le. Sed c h ipsi c g est æquale per 36 primi: quoniã & a c ipsi c b. Igitur g c: ipsi e k est æquale. Cõmune apponatur c f. totum igitur a f: toti l m n gnomoni est æquale. Quare parallelogrãmum d b hoc est a d: ipso a f parallelogrammo maius est. omnium igitur circum eandem lineã consistẽtium parallelogrammorum / & deficiẽtium specie parallelogrammis similibus similiterq; positis ei quod a dimidia describitur: maximum est quod a dimidia comparatum est. quod oportebat demonstrare.

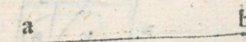


¶ALITER. ¶Sit inq̃ rursus a b: dissecta bifariã in c. & cõparatũ a l deficiẽs specie ipso l b. Cõpareturq; rursus ad a b, parallelogrãmũ d h: deficiẽs ab ipso e b simili similiterq; posito ei quod a dimidia fit l b. Dico maius est qđ a dimidia cõparatũ a l ipso a e. Quoniã enĩ simile est e b ipsi l b: circũ eũdẽ dimetiẽtẽ sunt per 26 sexti. Sit eorũ demetiẽs e b: describaturq; figura. & quoniã æquũ est l f ipsi l h, quoniã & f g ipsi g h: maius igitur est l f ipso k e. æquũ autẽ est l f ipsi d l. maius igitur est & d l ipso k e. cõmune esto k d. totũ igitur a l: toto a e mai9 est. quod demõstrare oportebat.

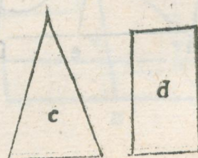


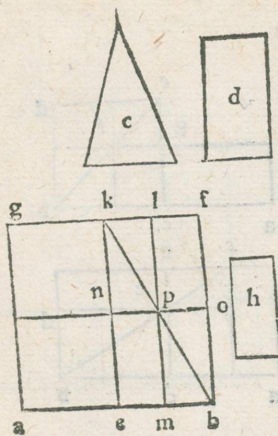
Eucli. ex Camp. Propositio 27.

27 TRilatera supficie ꝓposita ęquũ ei sup quãlibet assignatã lineã parallelogrãmũ designare: cui desit ad cõplẽdã lineã alij supficiei ꝓposite simile parallelogrãmũ qđ secundũ eiusdẽ suũ esse parallelogrãmo super dimidium datæ lineæ collato minime maius existat.



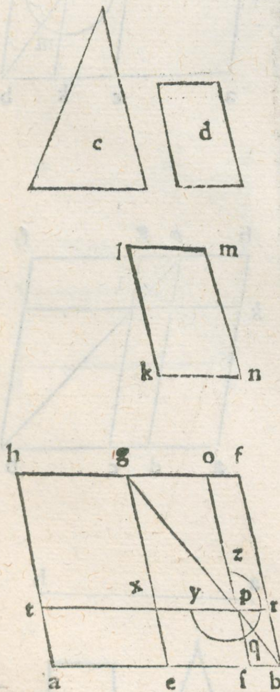
¶CAMPANVS. ¶Sit assignata linea a b. & propositus triangulus c. propositumq; parallelogrãmum d. volo super lineam a b: designare parallelogrammum æquale triangulo c. ita desit ad complendam lineam a b parallelogrammum simile d. & sit ita conditionatum triangulus c: non sit maior parallelogrammo simili d, collato super dimidium lineæ a b. alioquin ad impossibile laboraretur: per pręmissam. Diuido igitur li-





neã a b per æqualia in pũcto e.& ſecundũ doctrinã 19 huius ſuper eius medietatẽ b e cõſtituo parallelogrãmũ c f ſimile d.& cõplebo ſup totã lineã a b:parallelogrãmũ b g. Quia igitur c nõ eſt maior parallelogrãmo e f,ſed æqualis ei aut minor ſicut poſitũ eſt:ſi fuerit ei æqualis/erit parallelogrãmũ e g quale intẽditur per 36 primi coadiuuãte prima parte 9/& per diffinitionẽ ſimiliũ ſuperficierũ & 20 huius.Si autẽ minor: ſit minor in ſupficie aliqua/cui æq̃lis & ſimilis d fiat ſecũdũ doctrinã 25 huius quæ ſit h. eritq; h ſimilis e f per 20 huius.quare per cõuerſionẽ diffinitionis/æquiãgula ſibi & proportionaliũ laterũ.protrahã igitur in parallelogrãmo e f diametrũ b k.& reſecabo latera k f,& e k ſupficiei e f,ad mẽſurã laterũ ſuperficiei h:protractis lineis l m & n o æquidiſtãtibus lateribus ſuperficiei e f,ſecãtibus ſe in pũcto p.vt ſuperficies k p ſit æqualis & ſimilis ſupficiei h.eritq; per 23 huius pũctũ p:in diametro k b.protracta itaq; o n vſq; ad a g:dico parallelogrãmũ a p eſſe quale proponitur.Deeſt eni ſibi ad cõplemẽtũ lineæ a b parallelogrãmũ p b:qđ per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrãmo d. Sed ipſũ etiã parallelogrãmũ a p eſt æquale triãgulo c.Eſt eni per primã huius:a n æquale n b.ergo per 43 primi/& hãc cõmunẽ ſciẽtiã ſi æq̃libus æq̃lia addas:tota quoq; fiet æqualia/parallelogrãmũ a p:eſt æquale gnomoni n b l.& q̃a iſte gnomo eſt æqualis triãgulo c ꝓpter id ꝙ parallelogrãmũ e f poſitũ fuit eſſe maius triãgulo c ĩ parallelogrãmo h,qđ eſt æquale parallelogrãmũ k p:patet propoſitũ. Eucli.ex Zamb.Problema 8. Propoſitio 28. 28

¶Ad datã rectã lineã dato rectilineo æquale parallelogrãmũ cõparare: deficiẽs ſpecie parallelogrammo ſimili dato. Oportet iã datũ rectilineũ cui expedit æquũ comparare:nõ maius eſſe eo quod a dimidia cõparatũ ſimilibus exiſtẽtibus ſũptis & eius quod a dimidia & cui expedit ſimile deficere.



¶THEON ex Zãb. ¶Sit q̃dẽ data recta linea a b. datũ vero rectilineũ cui oportet æquũ p̃tẽdere circũ a b.ſitq; illud c:nõ maius exiſtẽs eo quod a dimidia cõparatũ eſt ſimilibus exiſtẽtibus ſũptis.cui autẽ expedit ſimile deficere:d.oportet iã ad datã rectã lineã a b:dato rectilineo c æquale parallelogrãmũ prætẽdere deficiẽs ſpecie parallelogrãmo ſimili exiſtẽte ipſi d.Secetur per 10 primi/a b biſariã ĩ ſigno e.Deſcribaturq; per 18 ſexti/ab e b:ipſi d ſimile ſimiliterq; poſitũ e b f g.Cõpleaturq; a g parallelogrãmũ.Iam a g aut ęquũ eſt ipſi c:aut eo maius per determinationẽ. Si quidẽ igitur æquũ eſt a g ipſi c:quod quærimus iã eſt.Cõparatũ ſiquidẽ eſſet ad datam rectã lineã a b,dato rectilineo c æquũ parallelogrammum a g deficiens ſpecie parallelogrammo g b ſimili ipſi d.Si autẽ nõ: fuerit maius h e ipſo c.ęquale autẽ h e ipſi g b.maius igitur & g b ipſo c.Quo autẽ maius eſt g b ipſo c:tali exceſſui per 25 ſexti æquale/ipſi d ſimile ſimiliterq; poſitũ idẽ cõſtitatur k l m n.Sed ipſi g b:ipſũ d eſt ſimile. & k m igitur:ipſi g b eſt ſimile.Eſto igitur ſimilis rationis k l ipſi g e:& l m ipſi g f.Et quoniã ęquũ eſt g b ipſis c,k m:mai9 igiť eſt g b ipſo k m. Maior igiť eſt g e ipſa k l:& g f ipſa l m.ponať p 11 primi ipſi q̃dẽ k l æq̃lis g x:ipſi autẽ l m æq̃lis g o.& cõpleať parallelogrãmũ x g o p.Aequũ igitur eſt & ſimile g p ipſi k m.Sed k m:ipſi g b eſt ſimile. & g p igitur ipſi g b eſt ſimile.Circũ eũdẽ dimetiẽtẽ p 26 ſexti igitur:eſt g p ipſi g b. Sit eorum dimetiens g p b: & deſcribas figuram.Quoniam igitur æquũ eſt b g ipſis c,klm,quorum g p ipſi k m eſt æquale:reliquus igitur y q z gnomon reliquo c eſt æqualis.& quoniam æquum eſt o r ipſi x ſ:commune apponatur p b.Totum igitur o b:toti x b eſt æquale. Sed x b ipſi t e eſt æquale: quoniam & latus a e lateri e b eſt æquale.& t e igitur:ipſi o b eſt æquale. Commune applicetur x ſ. totum igitur t ſ toti z q y gnomoni æquum eſt. Sed z q y gnomon ipſi c: oſtenſum eſt ꝙ eſt æqualis.& t ſ igitur:ipſi c æquum eſt.Ad datam rectam lineam igitur a b:dato rectilineo c æquum parallelogrammum comparatum eſt ſ t defi-

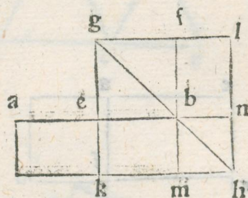
ciens specie parallelogrammo p b simili existēti ipsi d/quoniam p b ipsi g p simile est. Quod erat agendum.

Eucli.ex Camp. Proppositio 28.

28 SVper datam lineā datæ superficiei trilateræ æquū parallelogrammum constituere: quod addat super completionem datæ lineæ superficiem æquidistantium laterum datæ superficiei æquidistātium laterū similē.



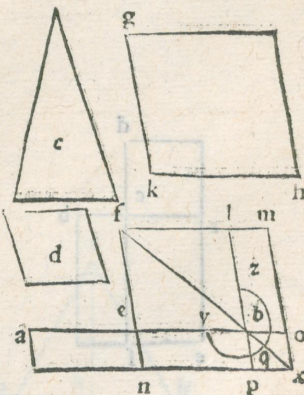
CAMPANVS. Sit vt prius data linea a b:& datus triangulus c,datumq; parallelogrāmum d. volo super lineā a b constituere parallelogrammū æquale triāgulo c: quod addat super totā lineā a b,parallelogrāmum simile d. Diuido lineā a b per æqualia in pūcto e. & super eius medietatem e b: facio e f similem d, secundū quod docet 19 huius. & secūdū doctrinā 25 huius/facio k l cuius diameter g h: similē d & æqualē duabus superficiebus e f & c. eritq; per 20 huius k l similis e f. Superposita igitur superficie k l superficiei e f ita q̄ ambæ cōmunicēt in angulo g: erit per 23 huius superficies e f consistens circa diametrum superficiei k l. quare punctū b est in diametro g h. cōplebo igitur parallelogrāmum a h: quod dico esse qualē proponitur. qđ cōstat protractis linea f b vsq; ad m,& linea e b vsq; ad n. Est enim per primā partem huius: a k æquale k b. & ideo per 43 primi est etiā æquale n f. addito ergo vtriq; e h: erit per cōmunem scientiā a h æquale gnomoni e h f. sed iste gnomo est æqualis triangulo c: quia parallelogrāmum k l positum fuit æquale duabus superficiebus c & e f. ergo parallelogrammū a h est æquale c. & addit ad cōplementū lineæ a b parallelogrammū m n: quod per 22 & 20 huius est simile parallelogrāmo d. quare cōstat perfectū esse quod volumus.



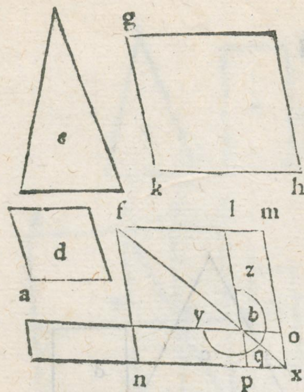
CAMPANI additio. Possumus autem ad lineam datam adiūgere parallelogrammum æquale non solum trilateræ superficiei positæ/sed & cuiuslibet rectilineæ figuræ propositæ quæcunq; ipsa fuerit: cui desit ad cōplēdā lineā datā sup̄ficies similis superficiei æq̄distātiū laterū propositæ sicut docet pręmissa. obseruata conditione eius ne laboretur ad ipossibile per ante præmissam. vel q̄ addat super completionem lineæ superficiem æquidistantium laterū similē superficiei propositæ: sicut proponit cōclusio præsens. Propositā eni superficiē cui æquale parallelogrāmum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad cōpletionē lineæ parallelogrammū simile parallelogrāmo dato: resoluemus in triangulos. & ipsis mediantibus/describemus superficiem æquidistātium laterum: totali superficiei propositæ æqualem. hoc autē qualiter fiat & si scire volueris: require 25 huius. Dehinc super duplū basis eius æqualis altitudinis triangulū constituemus. quē (si 44 primi diligenter inspexeris) parallelogrammo prius designato inuenies esse æqualem. quare & superficiei propositæ. huic ergo triangulo si æquale parallelogrāmū ad lineam datam adiūxeris quod addat ad complementū lineæ aut minuat parallelogrammū simile parallelogrammo dato secundū quod docet hæc & præmissa: quod propositum erat te perfecisse non dubites.

Eucli,ex Zamb. Problema 9. Propositio 29.

29 Ad datā rectā lineā: dato rectilineo ęquale parallelogrāmum prętēdere/excedēs specie parallelogrāmū simile dato.



THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea a b. datum vero rectilineum cui expedit ad a b æquale parallelogrammum prętendere: c. Cui autem oportet simile prætēdere: d. oportet iam circum a b rectam lineam ipsi c rectilineo æquum parallelogrammū prætēdere excedēs specie parallelogrammum simile ipsi d. Secetur per 10 primi/ ab bifariam in e. & describatur per 16 sexti/ex e b: ipsi d simile similiterq; positū parallelogrammū b f. & ambobus quidem b f, c, ęquale/ipsi autem d simile similiterq; positū: idem constituatur g h. Simile igitur est g h ipsi b f. Similis autē rationis esto k h ipsi f l,& k g ipsi f e. Et quoniā maius est

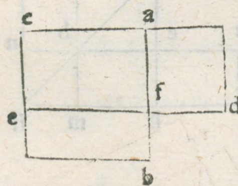


g h ipso f b: maius igitur est & quidē k h ipso f l, & k g ipso f e. Extē- datur f l & f e. & ipsi quidē k h: æqualis esto f l m. ipsi autē k g: æqualis esto f e n. Cōpleaturq; m n. Igitur m n: ipsi g h æquū est & simile. sed g h ipsi e l est simile. Igitur per 26 sexti/ m n ipsi e l est simile. circū igitur eundē diametrū consistūt e l & m n. Excitetur eorū dimetiēs f x: & descri batur figura. quoniā æquū est g h ipsis e l, c, sed g h ipsi m n est æquale: & m n igitur ipsis e l, c, est æquale. Cōmune auferatur e l. reliquus igitur y q z gnomon: ipsi c est æqualis. Et quoniā a e ipsi e b est æqualis: æquū est per 36 primi & a n ipsi n b hoc est per 43 primi/ toti l o. cōmune ap- ponatur e x. totū igitur a x: æquū est ipsi y q z gnomoni. Sed y q z gno- mon æqualis est ipsi c. Igitur a x: ipsi c est æquale. Ad datā igitur rectā lineam a b dato rectilineo c æquale parallelogrammū comparatum est a x: excedens specie parallelogrammū p o simile existens ipsi d. Igitur d simile est ipsi b f: & b f ipsi p o est simile. circum enim eundem dimetiē tem consistunt. quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 29



Qvamlibet lineam propositam: secundū proportio nem habentem medium duoq; extrema secare. 29



¶CAMPANVS. ¶Sit ꝓposita linea a b: quā volo diuidere secundū proportionē habentē medium & duo extrema. Ex ipsa describo quadratū b c. & ad eius latus a c adiungo secundū quod docet præmissa/ parallelogrammū c d æquale quadrato b c: quod addat ad cōplemētum lineæ a c parallelogrāmū a d, quod sit simile b c. sitq; latus parallelogrā- mi c d, quod æquidistat a c: d e. & secet lineā a b in pūcto f. Dico lineā a b esse diuisam in puncto f: sicut proponitur. Est enī a d quadratū: pro- pter id ꝙ est simile b c. quare a f est æquale f d. sed & f e est æqualis a b: propter id ꝙ est ęqualis a c per 34 primi. & quia c d æquale b c: dem- pto ab vtroq; c f, erit a d æquale e b. & āgulus f vnius angulo f alterius. ergo per 13 huius latera sunt mutekesia. ergo e f ad f d: sicu a f ad f b. & quia e f est æqualis a b: & f d, a f: erit a b ad a f sicut a f ad f b. ergo per diffinitionē est diuisa vt proponitur. ¶Idē etiā potest demōstrari ex 11 secūdi. Diuidatur enī a b in pūcto f: secundū quod docet 11 secūdi. sitq; e b q̄d cōtinetur sub tota a b & eius ꝑte f b: ita ꝙ f e sit æq̄lis a b & a d sit q̄dratū a f. est itaq; per ꝓdictā 11 secūdi e b: æquale a d. Q̄d restat argue- re vt prius ꝑ 13 huius: vel sic. cū a b sit diuisa in pūcto f secūdū quod do- cet 11 secūdi: q̄d fit ex a b prima in f b tertiā est æquale quadrato a f secū dæ. ergo per secundā partē 16 huius proportio a b primæ ad a f secūdā: est sicut a f secūdę ad f b tertiā. per diffinitionē itaq; diuisa est a b vt pro ponitur.

Eucli. ex Zamb. Problema 10. Propositio 30.

¶Datam rectam lineam terminatam: per extremā ac me- 30 diam rationem dispescere.

¶THEON ex Zāb. ¶Sit data recta linea terminata a b. oportet iā ipsā a b rectā lineā: per extremā & mediā rationē dispescere. Describatur inq̄ per 46 primi ex a b: quadratū b c. Cōpareturq; per 29 sexti: ad a c ipsi b c æquū parallelogrāmū c d excedēs specie ipsum a d simile ipsi b c. Qua- dratū autē est b c. quadratū igitur est & a d. & quoniā æquū est b c ipsi c d: cōmune auferatur c e. reliquū igitur b f: reliquo a d est æquale. est autē & æquiangulū. Igitur per diffinitionē secundā tertij & per 14 sexti/ ipso rum b f & d a reciproca sunt latera: quæ circū æquales angulos. Est igitur sicut f e ad e d: sic a e ad e b. Aequalis autē est f e ipsi a c hoc est ipsi a b. Ipsa autē e d ipsi a e. Est igitur sicut b a ad a e: sic a e ad e b. maior autē est per 34 primi/ a b ipsa a e. maior igitur est & a e ipsa e b. Igitur a b re cta linea per extremā & mediā rationem secatur in e. at maius segmen- tum ipsius est a e. quod fecisse oportuit.

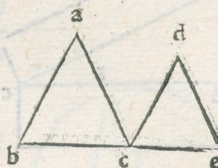


¶ALITER. ¶Sit data recta linea a b. oportet iam ipsam a b: per extre mam & mediam rationem secare. secetur enim a b in c per 11 secundi: vt

quod sub a a b & b c æquū sit ei qđ ex c a quadrato. Quoniā igitur quod sub a b & b c æquū est ei quod ex c a: est igitur per 17 huius sicut b a ad a c sic a c ad c b. Igitur a b: per mediam & extremam diuiditur rationem in c. quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propositio 30.

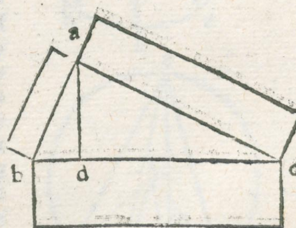
30 SI fuerint duo anguli super vnum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidistēt/ fuerintq; illa quatuor latera secundū æquidistantiam relata, proportionalia: illos duos triangulos super vnam lineam rectam constitutos esse necesse est.



¶CAMPANVS. ¶Sint duo anguli a b c, d c e constituti super angulum a c d. sitq; a c: æquidistans d e. & d c: a b. & sit proportio a c ad d e: sicut a b ad d c. dico q͂ duæ bases eorū b c & c e: sunt linea vna. Est enī angulus a æqualis angulo d: quia vterq; eorum est æqualis angulo a c d per primam partē 29 primi. igitur per præsentem hypothesin & 6 huius: ipsi trianguli sunt æquiāguli. & angulus b, est æqualis angulo d c e: & āgulus a c b āgulo e. quare per 32 primi tres anguli qui sūt ad c: sunt æquales duobus rectis. ipsi enī æquātur tribus āgulis vtriuslibet duobus triangulorum. ergo per 14 primi b c: est linea vna quod est propositū.

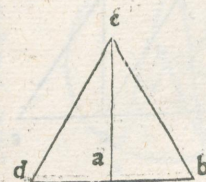
Eucli. ex Camp. Propositio. 31

31 IN omni triāgulo rectāgulo superficies lateris quod subtenditur angulo recto: æqualis est superficiebus duorum laterum angulum rectum continentiū pariter acceptis/ cū fuerint similes ei in lineatione & creatione.



¶CAMPANVS. ¶Quod proponit penultima primi de superficiebus quadratis: proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus. vnde hæc est illa tanto vniuersalior: quanto superficies laterata quadrato. ¶Sit itaq; triangulus rectangulus a b c: cuius angulus a sit rectus. Dico q͂ superficies constituta super latus b c: est æqualis duabus superficiebus cōstitutis super a b & a c, cū omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ. Ducam perpēdicularem a d: ad lineam b c. eritq; per secundam partem correlarij 8 huius/ proportio b c ad c a: sicut c a ad d c. & c b ad b a: sicut b a ad d b. Si itaq; super quālibet trium linearum b c, c a & a b fiat superficies similis alijs in figura & situ: erit per correlarium 17 huius proportio superficiei constitutæ super b c primam ad cōstitutam super c a secundam/ sicut b c primæ ad d c tertiam. & item eiusdem superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super a b secūdam: sicut b c primæ ad d b tertiam per idem correlarium. Quare per conuersam proportionalitatem superficiei a c ad superficiem c b: sicut c d ad c b. & similiter superficiei a b ad superficiem b c: sicut b d ad superficiem b c. & ponatur a c prima & c b secunda & quarta/ & c d superficies tertia/ & a b superficies quinta. & b d superficies sexta. & arguatur per 24 quinti q͂ proportio superficiei constitutæ super b c ad duas superficies cōstitutas super c a & a b simul: est sicut b c ad c d & d b simul. quia igitur b c est ęqualis duabus lineis c d & d b simul sumptis: erit superficies cōstituta super b c æqualis duabus superficiebus constitutis super c a & a b simul sumptis: quod est propositum.

¶CAMPANI additio. ¶Conuersam quoq; huius possumus facile demonstrare per modum demonstrationis vltimæ primi. sit enī triangulus a b c. sitq; superficies constituta b c æqualis duabus superficiebus cōstitutis super duas lineas a b & a c sibi similibus. Dico q͂ āgulus a est rectus. ponā enim angulū c a d rectum & lineam a d æqualē a b. & claudo superficiē ducta linea d c. eritq; per hanc 31 superficies cōstituta super

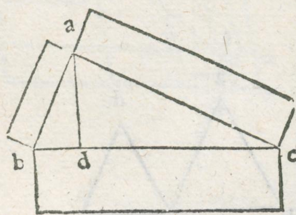


c d æqualis duabus constitutis super duas lineas c a & a d sibi similib9. quare etiam constitutæ super b c sibi simili. hæc enim posita est æqualis duabus constitutis super a b & a c sibi similibus. erit ergo linea b c æqualis c d. quare per 8 primi angulus a est rectus. Quod est propositum.

¶ Sequẽtes duæ ex Zamberto propositiones: duabus præcedẽtibus ex Cãpano ꝑpostero ordine respõdent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 31.

¶ In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum subtendente latere species: æqualis est eis quæ ab rectum angulum compræhendentibus lateribus speciebus similibus similiterq; descriptis. 31

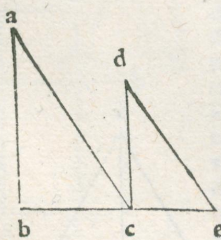


¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum a b c: rectum habens angulum qui sub b a c. Dico ꝙ quæ ex b c species: æqualis est eis quæ ex b a & a c speciebus similibus similiterq; descriptis. Excitetur per 12 primi: perpendicularis a d. Quoniã igitur in triangulo rectangulo a b c, ab a recto ãgulo in b c basin perpendicularis acta est a d: triangula a b d & a d c quæ ad perpendicularem / similia sunt toti a b c & sibi inuicẽ per 8 sexti. quoniam simile est a b c ipsi a b d: est igitur sicut c b ad b a sic a b ad b d. At quoniã tres rectæ lineæ proportionales sunt: est igitur per correlarium secundum 20 sexti sicut prima ad tertiam sic quæ a prima species ad eam quæ a secunda similis similiterq; descripta est. Sicut igitur c b ad b d: sic species quæ ex c b ad eam quæ ex b a similis similiterq; descripta est. Id propterea & sicut b c ad c d: sic species quæ ex b c ad eam quæ ex c a. Quare sicut b c ad b d & d c: sic quæ sub b c species ad eas quę ex b a & a c similes similiterq; descriptæ sunt. Aequalis autem est b c ipsis b d & d c. æqualis igitur est species quæ ex b c eisquæ ex b a & a c sunt speciebus similibus similiterq; descriptis. In rectãgulis igitur triangulis / quæ ab rectum angulũ subtẽdente species: æqualis est eis quæ ab rectum angulum compræhẽdentibus speciebus similibus similiterq; descriptis. quod demonstrasse oportuit.

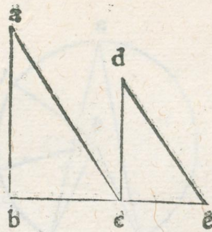
¶ A L I T E R. ¶ Quoniam per correlariũ primũ 20 sexti / similes figuræ in dupla sunt ratione similis rationis laterũ: igitur quæ ex b c est species ad eam quæ ex b a duplam rationem habet q̃ c b ad b a. habet autẽ & quod ex b c quadratum ad id quod ex b a quadratum duplam rationẽ q̃ c b ad b a. & sicut igitur quæ ex c b species ad eam quæ ex b a speciem: sic quadratum q̄d ex c b ad quadratum quod ex b a. Id propterea & sicut species quæ ex b c ad speciem quæ ex c a: sic quadratum q̄d ex b c ad quadratum quod ex c a. Quare & sicut species quæ ex b c ad species quæ ex b a & a c: sic quadratum quod ex b c, ad quadrata quæ ex b a & a c. Quadratum autem quod ex b c: æquum est eis quæ ex b a & a c quadratis per 47 primi. æqualis igitur est species quæ ex b c: eis quæ ex b a & a c speciebus similibus similiterq; descriptis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 32. 32

¶ Si duo triangula componantur ad vnum angulũ duo latera duobus lateribus proportionalia habentia / vt sint eiusdem rationis eorum latera & parallela: reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt.



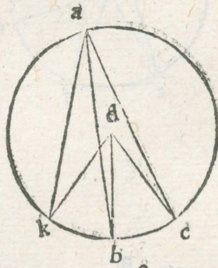
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint bina triangula a b c & d c e: duo latera t b a & a c, duobus lateribus d c & d e proportionalia habentia / sicut quidem a b ad a c, sic d c ad d e. parallelum autem a b ipsi d c: & a c ipsi d e. Dico ꝙ in rectam lineam est b c ipsi c e. Quoniã enim parallelus est a b ipsi d e, & in eas incidit recta linea a c: anguli igitur per 29 primi / vtrobiq; qui sub b a c & a c d, sibi inuicem sunt æquales. Id propterea & angulus c d e: angulo a c d est æqualis. Quare angulus b a c: angulo c d e



eſt æqualis.& quoniam duo triangula ſunt a b c & d c e, vnum angulũ qui ad a vni angulo qui ad d æqualem habentia/ circum autem æquales angulos latera proportionalia ſicut quidem b a ad a c ſic c d ad d e: æquiangulum igitur eſt per ſextam ſexti triangulum a b c triangulo d c e. Aequalis igitur eſt angulus a b c: angulo d c e. patuit autem ꝙ angulus a c d: æquus eſt per 29 primi angulo b a c. Totus igitur angulus a c e duobus a b c & b a c eſt æqualis. Communis apponatur angulus a c b. Igitur anguli a c e & a c b: eis qui ſũt ſub c a b, a c b, & c b a ſunt aquales. Sed anguli b a c, c b a & a c b per 32 primi duobus rectis ſunt æquales.& anguli igitur a c e & a c b: duobus rectis ſunt æquales. Ad aliquã autem rectam lineam a c ad ſignumqꝫ in ea c, duę: rectæ lineæ b c & c e non ad eaſdem partes ductæ: ęquos vtrobiqꝫ ſub a c e & a c b duobus rectis æquales efficiunt angulos. per 14 primi in rectam lineam igitur eſt b c ipſi c e. Si bina igitur triangula componantur ad vnum angulum/ duo latera duobus lateribus proportionalia habentia/ vt eorũ ſimilis rationis & parallela ſint latera: reliqua ipſorum triangulorum latera in rectam lineam erunt. Quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 32.

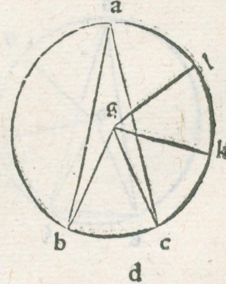
32 SI in circulis æqualibus ſupra cẽtrum ſiue ſupra circunferentiam anguli conſiſtant: erit angulorũ proportio tanq̃ proportio arcuum illos angulos ſuſcipientium.



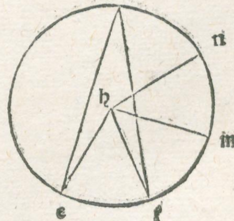
¶CAMPANVS. ¶Sint circuli/ a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: æquales. ſuper quorum centra fiant duo anguli b d c & f h g: & ſuper eorum circunferentias alij duo qui ſint b a c & f e g. dico ꝙ proportio angulorum tam eorum qui ſunt ſuper centra q̃ eorum qui ſuper circunferentias: eſt ſicut arcus b c ad arcum f g. Cõtinuabo enĩ illis duobus arcubus alios arcus æquales: ſiue ſecundũ eundẽ numerũ ſiue ſecundũ diuerſos. ſitqꝫ arcus k b: æqualis b c. & vterqꝫ duorum arcuum l m & f l: æqualis f g. & producam lineas k d, k a, m h, l h, m e & l e. eruntqꝫ per 26 tertij/ anguli qui ſunt ad d: adinuicem æquales. ſimiliter quoqꝫ & qui ſunt ad h: adinuicem æquales. Idem etiam de ijs qui ſũt ad a & de ijs qui ſunt ad e. ſicut igitur arcus k c eſt multiplex arcus b c: ita angulus k d c anguli b d c, & angulus k a c anguli b a c. ſimiliter ſicut arcus m g eſt multiplex arcus f g: ita angulus m h g anguli f h g, & angulus m e g anguli f e g. ſed ſi arcus k c eſt æqualis arcui m g: angulus k d c eſt æqualis angulo m h g, & angulus k a c angulo m e g. & ſi maior: maiores. & ſi minor: minores per 26 tertij. per diffinitionem itaqꝫ incontinuæ proportionalitatis proportio arcus b c ad arcum f g: eſt ſicut anguli b d c ad angulum f h g, & ſicut anguli b a c ad angulum f e g. quod eſt propoſitum. Idem intellige in eodem circulo.



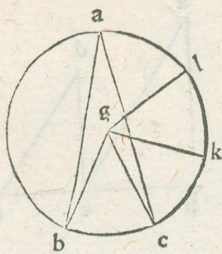
Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 33.

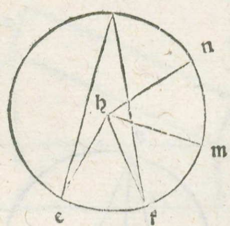


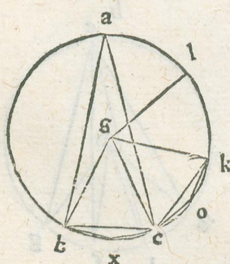
33 ¶In æqualibus circulis anguli eandem habent rationem ipſis circunferentijs in quibus deducuntur: & ſi ad centra/ & ſi ad circunferentias fuerint deducti. tum etiam ſectores ad centra conſtituti.

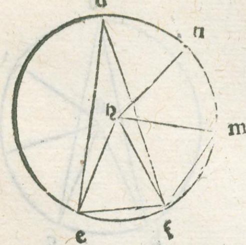


¶THEON ex Zãb. ¶Sint æquales circuli a b c & d e f. ad eorũqꝫ centra g, h, anguli ſint b g c & e h f: ad eorũ circũferẽtias vero/ ãguli qui ſub b a c & e d f. Dico ꝙ eſt ſicut circũferẽtia b c ad circunferẽtiã e f: ſic eſt angulus b g c ad angulum e h f, & angulus b a c ad angulũ e d f, & inſuper g b c ſector ad h e f ſectorem. Ponatur per 28 tertij/ ipſi quidem b c circunferentię/ æquales quotcunqꝫ ordine hoc eſt c k & k l: ipſi autem e f, quotcunqꝫ æquales circunferentiæ f m & m n. Connectanturqꝫ g k, g l: h m & h n. Quoniam igitur æquales ſunt b c, c k & k l circunferentiæ ad-









inuicē: æquales per 27 tertij/quoq; sunt anguli b g c, c g k & k g l. Quotuplex igitur est b l circunferentia ipsius b c circunferentiæ: totuplex est & angulus b g l ipsius anguli b g c. Id propterea iā & quotuplex est n e circunferentia ipsius e f circunferentiæ: totuplex est & angulus n h e ipsius e h f. Si igitur æqualis est circunferentia b l ipsi circunferentiæ e n: ęqualis est & angulus b g l angulo e h n. & si maior est b l circunferētia ipsa n e circunferentia: maior est & angulus b g l angulo n h e. & si minor: minor. Quatuor iā existentibus magnitudinibus/duabus inquā circunferentijs b c & e f, binisq; angulis hoc est b g c & e h f: suscipiuntur quidem ipsius b c circunferentiæ atq; ipsius anguli b g c æque multiplices hoc est b l circunferentia & angulus b g l. ipsius autem e f circunferētiæ & anguli e h f: circunferentia e n & angulus e h n. Ostensum autē est ꝙ si circunferentia b l excedit circunferentiā e n: angulus quoq; b g l excedit angulū e h n. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. Est igitur p 6 diffinitionē quinti/sicut b c circunferentia ad e f circūferētiā: sic angulus b g c ad angulū e h f. Sed sicut angulus b g c ad angulū e h f: sic angulus b a c ad angulū e d f. duplus inquā est per 20 tertij: alter alterius. Et sicut igitur b c circunferentia ad e f circūferentiā: sic angulus b g c ad angulum e h f, & angulus b a c ad angulū e d f. In æqualibus igitur circulis anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs: & si ad centra & si ad circunferentias deducti fuerint. quod demonstrasse oportuit.

¶Dico etiā ꝙ & sicut b c circūferentia ad e f circunferentiā: sic g b c sector ad h e f sectorē. Cōnectantur inquā b c & c k. & assumptis super b c et c k circūferentijs x, o, signis: cōnectantur b x, x c, c o & o k. Et quoniā per 15 diffinitionē primi/duæ b g & g c duabus c g & g k sunt æquales: æqualesq; angulos cōpræhendunt/& basis b c ipsi c k est ęqualis: triāgulum igitur g b c per 4 primi/triāgulo g c k est æquale. Et quoniā æqualis est b c circunferentia ipsi c k circūferētiæ: & reliqua igitur quæ in toto circulo a b c circūferentia reliquæ quæ in eodē toto a b c circulo circūferētiæ. Quare & āgulus b x c: ipsi c o k est æqualis. Simile igitur per 10 diffinitionē tertij est b x c segmentum: ipsi c o k est segmento. & in æqualibus sūt rectis lineis b c & k c. Quæ autem super æqualibus rectis lineis similia circulorū segmēta cōsistunt: ea adinuicē sunt æqualia per 24 tertij. segmētū igitur b x c: ipsi c o k segmēto est æquale. est autē & triāgulū g b c: triangulo g c k æqle. Totus igitur sector g b c: toti g c k sectori est æqualis. Id propterea & g k l sector: vtriq; ipsorū g b c & g c k est æqualis. Tres igitur sectores g b c, g c k & g k l: sibi inuicē sūt æquales. Id propterea & h e f, h f m & h m n sectores: sibi inuicē sūt æqles. Quotuplex igitur est b l circūferētia ipsius b c circūferētiæ: totuplex est & l g b sector ipsius g b c sectoris. Id propterea & quotuplex est n e circūferētia ipsius e f circūferentiæ: totuplex est & h e n sector ipsius h e f sectoris. Si igitur æqualis est b l circūferētia ipsi e n circūferētiæ: æqualis est & b g l sector ipsi e h n sectori. Et si excedit b l circūferētia ipsā e n circūferētiā: excedit quoq; & b g l sector ipsū h e n sectorē. & si deficit: deficit. Quatuor autē existentibus magnitudinibus/duabus inquā b c & e f circūferētijs/duobusq; g b c & e h f sectoribus: suscipiūtur æque multiplices ipsius quidē b c circūferētiæ & ipsius g b c sectoris, hoc est b l circūferentia & g b l sector. ipsius autē e f circūferentiæ & ipsius h e f sectoris: circunferētia nepe e n & sector h e n. Et ostensum est ꝙ si circunferentia b l excedit ipsam circunferentiā e n: excedit quoq; et b g l sector ipsum e h n sectorem. & si æqlis: æqualis & si deficit deficit. Est igitur per cōuersionē primæ diffinitionis sexti/sicut circūferētia b c ad e f: sic g b c sector ad h e f sectorem.

¶CORRELARIUM. ¶Et manifestum est ꝙ sicut sector ad sectorem: sic angulus ad angulum.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS Geometricorum elementorum sexti libri Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorũq; facile principis: primum ex Cãpano, deinde ex Theone Græco cõmẽtatore, interprete Bartholomæo Zãberto Veneto, Arithmetica elementa. Liber septimus.

¶Ex Campano triplex principiorum genus.

Primum. Diffinitiones.



1 Nitas: est qua vnaqueq; res/vna dicitur.
2 ¶Numerus: est multitudo ex vnitatibus composita.
3 ¶Naturalis series numerorum: dicitur in qua secũdum vnitatis additionẽ fit ipsorum cõputatio.
4 ¶Differentia numerorum: appellatur numerus quo maior abundat a minore.
5 ¶Numerus primus dicitur: qui sola vnitate metitur.
6 ¶Numerus cõpositus dicitur quẽ alius numerus metitur.
7 ¶Numeri contra se primi dicuntur: qui nullo numero excepta sola vnitate numerantur.
8 ¶Numeri adinuicem compositi siue communicantes dicũtur: quos alius numerus q̃ vnitas metitur/ nullusq; eorũ est ad alium primus.
9 ¶Numerus per aliũ multiplicari dicitur: qui toties sibi coaceruatur/quoties in multiplicante est vnitas.
10 ¶Productus vero dicitur: qui ex eorũ multiplicatiõe crescit.
11 ¶Numerus alium numerare dicitur: qui secũdum aliquem multiplicatus illum producit.
12 ¶Pars: est numerus numeri minor maioris/cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur: numerantis multiplex appellatur.
13 ¶Denominans: est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto.
14 ¶Similes dicũtur partes: quæ ab eodẽ numero denoĩantur.
15 ¶Prima simpla numeri pars: est vnitas.
16 ¶Quando duo numeri partem habuerint communem: tot partes maioris dicetur esse minor/quoties eadem pars fuerit in minore. totæ vero: quoties ipsa fuerit in maiore.
17 ¶Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidẽ ad maiorem: in eo q; est maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem: secundum q; eum continet & eius partẽ vel partes.
18 ¶Cum fuerint quotlibet numeri continue proportionales: dicetur proportio primi ad tertiũ sicut primi ad secũdũ

duplicata. ad quartum vero: triplicata.

¶ Cum continuatæ fuerint eædem vel diuersæ proportio- 19
nes: dicetur proportio primi ad vltimum/ ex omnibus cō-
posita.

¶ Denominatio dicitur proportionis minoris quidem nu- 20
meri ad maiorem: pars/ vel partes ipsius minoris quæ in
maiore sunt. Maioris autem ad minorē: totum/ vel totum
& pars vel partes/ prout maior superfluit.

¶ Similes siue vna alij eadē dicuntur proportiones: quę ean 21
dem denominationem recipiunt. Maior vero: quæ maio-
rem. Minor autem: quæ minorem.

¶ Numeri vero quorum proportio vna: proportionales ap 22
pellantur.

¶ Termini siue radices dicuntur: quibus in eadem propor- 23
tione minores sumi impossibile est.

¶ Petitiones.

¶ Cuilibet numero: quotlibet posse sumi æquales prout li- 1
bet/ vel multiplices.

¶ Quolibet numero: aliquem quantūlibet sumere posse ma 2
iorem.

¶ Seriem numerorum: in infinitum posse procedere. 3

¶ Nullum numerum in infinitum posse diminui. 4

¶ Communes animi conceptiones.

¶ Omnis pars: minor est suo toto. 1

¶ Quicunq; eiusdem siue æqualium fuerint æque multipli- 2
ces: ipsi quoq; erunt æquales.

¶ Quibus idem numerus æque multiplex fuerit/ siue quo- 3
rum æque multiplices fuerint æquales: & ipsi etiam erunt
æquales.

¶ Omnis numeri pars est vnitas: ab ipso denominata. 4

¶ Omnis pars est minor: quæ maiorem habet denominati- 5
onem. maior vero: quæ minorem.

¶ Quilibet numerus totus est ab vnitate: quota pars ipsius 6
est vnitas.

¶ Quicunq; numerus in vnitatem ducitur: seipsum produ- 7
cit. Vnitas quoq; in quēcunq; ducta: producit eundem.

¶ Quicunq; numerus numerat duos: numerat quoq; com- 8
positum ex illis.

¶ Quicunq; numerus numerat aliquem: numerat omnem 9
numeratum ab illo.

¶ Quicunq; numerus numerat totum & detractum: nume 10
rat residuum.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHIlosophi Mathematicorumq́ facile principis: ex Theone Græco commētatore, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, Arithmetica elementa. Liber septimus.

¶Euclidis ex Zamb. Diffinitiones.



1 Nitas: est qua vnumquodq́ existens vnum dicitur.

2 ¶Numerus autem: ex vnitatibus composita multitudo.

3 ¶Pars: est numerus numeri minor maioris/ quando dimetitur maiorem.

4 ¶Partes autem: quando non metitur.

5 ¶Multiplex vero: maior minore/ quādo eū metitur minor.

6 ¶Par numerus: est qui bifariam diuiditur.

7 ¶Impar vero: qui bifariā non diuiditur/ vel qui vnitate differt a pari.

8 ¶Pariter par numerus: est quē par numerus metitur per numerum parem.

9 ¶Pariter autem impar: est quem par numerus metitur per imparem numerum.

10 ¶Impariter vero par: est quem impar numerus dimetitur per numerum parem.

11 ¶Impariter vero impar numerus est/ quem impar numerus metitur per imparem numerum.

12 ¶Primus numerus: est quem vnitas sola metitur.

13 ¶Primi adinuicem sūt numeri: quos vnitas sola dimetitur communi mensura.

14 ¶Compositus numerus: est quē numerus aliquis metitur.

15 ¶Compositi autem adinuicē numeri: sunt quos numerus aliquis communi dimensione metitur.

16 ¶Numerus numerum multiplicare dicitur: quando quotæ sunt in ipso vnitates toties cōponitur multiplicatus/ & gignitur aliquis.

17 ¶Quando autem bini numeri sese adinuicem multiplicantes/ aliquem fecerint: factus/ planus appellatur. Latera vero illius: multiplicantes sese inuicem numeri.

18 ¶Quando vero tres numeri sese multiplicantes adinuicem fecerint aliquem: factus solidus appellatur. latera vero illius: multiplicantes sese inuicem numeri.

19 ¶Quadratus numerus: est qui æque æqualis/ vel qui sub duobus æqualibus numeris continetur.

20 ¶Cubus vero: qui æque æqualis æque. vel qui sub tribus æqualibus numeris continetur.

21 ¶Numeri proportionales: sunt quando primus secundi/ & tertius quarti æque fuerit multiplex/ vel eadem pars vel

eædem partes.

¶Similes plani et solidi numeri: sunt qui proportionalia habent latera.

¶Perfectus numerus: est qui suiipsius partibus est ęqualis.

Eucli. ex Camp. Propositio 1.



Si a maiore duorum numerorum minor detrahatur donec minus eo supersit/ ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur/ itemq; a reliquo primo reliquũ secundum quousq; minus eo supersit/ atq; in huiuscemodi cõtinua detractione nullus fuerit reliquus qui ante relictũ numeret vsq; ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est. 1

a . . . . e . . . g . b

c . . . . f . . . d

h . .

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri/ a b & c d: c d, minor. detrahaturq; c d ex a b quoties potest: & sit residuum e b. qui erit minor c d: alioqui posset ex ipso adhuc detrahi c d. detrahatur & ipse e b ex c d, quoties potest: sitq; residuũ f d. sed & f d detrahatur ex e b, quoties potest: & sit residuum g b, quod sit vnitas. dico tũc numeros a b & c d: esse contra se primos. Si enim sunt compositi: numerabit eos cõmuniter per diffinitionẽ aliquis numerus pręter vnitatem/ qui sit h. & quia h numerat c d: numerabit a e per penultimam conceptionem. & quia idem numerat a b: numerabit etiam e b per vltimam cõceptionem. ergo & c f per penultimã. quare & f d per vltimam. ergo & g e per penultimã. ergo & g b per vltimam. & quia g b est vnitas: sequitur numerum esse partem vnitatis vel sibi æqualem. quod est impossibile. Erũt igitur a b & c d: contra se primi. quod est propositum.

a . . . . e . . . g . b

c . . . . f . . . d

¶CAMPANI additio. ¶Q; si duo numeri a b & c d sint cõtra se primi: non erit in hac mutua detractione status anteq̃ ad vnitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius qđ author proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit status anteq̃ perueniatur ad vnitatẽ: sit vt g b sit numerus qui detrahatur ab f d. & nichil sit residuum. igitur g b numerat f d. ergo per penultimã conceptionẽ: numerat & e g. & quia etiam numerat seipsum: numerabit per antepenultimã conceptionem totum e b. ergo per penultimã numerat c f. Sed ostẽsum est prius q; numerat f d. ergo per antepenultimã numerat totum c d. quare per penultimam numerat a e. & quia ostensum est prius q; etiam numerat e b: sequitur per antepenultimam vt etiam numeret a b. quia igitur numerus g b numerat vtrunq; duorum a b & c d: numeri a b & c d sunt compositi. nõ igitur contra se primi. quod est contra hypothesin. ¶Per hãc ergo viam/ propositis quibusq; duobus numeris: inuestigamus vtrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad vnitatẽ: ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq̃ perueniatur ad vnitatem: ipsi sunt compositi.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1. 1

¶Si duobus numeris inæqualibus expositis/ sublato semper minore a maiore reliquus minime metiatur præcedentem quoad assumpta fuerit vnitas: qui a principio numeri/ primi adinuicem erunt.

a
h
.
f
.
.
.
.
b

c
.
.
g
.
.
d

.
.
e

¶THEON ex Zamberto. ¶Duobus namq; inæqualibus numeris propositis a & c d, sublato semper minore a maiore: reliquus minime metiatur pręcedẽtem quoad sumpta fuerit vnitas. Dico q; ipsi a b & c d, primi adinuicem sunt: hoc est q; ipsos a b & c d vnitas sola dimetitur. Si autẽ a b & c d non sunt primi adinuicem: eos aliquis numerus metie-

tur, metiatur: estoq; e. & c d ipsum b f metiens: relinquat eo minorem f a. at a f ipsum d g metiens: relinquat eo minorem g c. & g c ipsum f h metiens: relinquat vnitatem h a. Quoniam igitur e ipsum d c metitur/ & c d ipsum b f metitur: igitur & e ipsum b f metitur. metitur autem & totum b a. & reliquum igitur a f metietur. At a f ipsum d g metitur. & e igitur ipsum d g metietur. metitur autem & totum d c. & reliquum igitur c g metietur. At c g ipsum f h metitur. & e igitur ipsum f h metietur. metitur autē & totum f a. & reliquam igitur a h metietur vnitatem: numerus existēs. quod est impossibile. Igitur ipsos a b & c d: nullus numerus metietur. Igitur a b & c d: primi adinuicem sunt. quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 PRopositis duobus numeris adinuicem compositis: maximum numerum communem eos numerantem inuenire.

¶CORRELARIVM. ¶Vnde manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerās: numerat numerum maximum ambos numerantem.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri compositi a b & c d. minor: c d. quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem: volo inuenire maximum numerum eos communiter numerantem. Secūdum modum & similitudinem prioris: minuo minorē de maiori/ quoad possum. videlicet c d de a b. & sit residuū e b. itēq; e b de c d quoad possum: & sit residuum f d. & quia huius diminutio non potest fieri infinities per vltimam petitionem/ nec potest etiam ad vnitatē peruenire in proposito per præcedentem/ quia tunc essent numeri propositi contra se primi/ quod est contra hypothesin: sit vt cū detraxero f d ex e b quoad potero/ q nichil sit residuum. dico tunc f d esse maximū numerū numerantē a b & c d. Qz enim numeret eos: patet per penultimam & antepenultimā conceptionē/ alternatim quoties oportuerit repetitas/ sicut in demonstratione conuersæ præcedentis. Numerat enim f d: e b. quia cū ab ipso detrahitur quoad potest: nichil fit residuū. ergo & c f per penultimā cōceptionē. ergo & c d per ātepenultimā. quare & a e per penultimā. igitur & a b per antepenultimā. Qz autē nullus maior f d, numeret a b et c d: sic patet. Si eni fieri potest: sit numerus g maior f d, numerans vtrūq; duorū numerorū a b et c d. quia igitur g numerat c d: numerabit per penultimā conceptionem a e. et quia numerat a b: numerabit per vltimā e b. ergo per penultimā numerat c f. et quia etiam numerat c d: numerabit per vltimā f d, maior videlicet minorē. quod est impossibile. Ex hoc secundo processu liquet correlariū.

2 Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio. 2.

¶Duobus numeris datis non primis adinuicem: maximā eorum communem dimensionem inuenire.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint dati bini numeri non primi adinuicē: a b et c d. oportet iā ipsorum a b et c d: maximā dimēsionē inuenire. Si quidem c d ipsum a b metitur: metitur & seipsum. Igitur c d: ipsorum c d & a b communis dimensio est. & manifestum est q maxima. nullus autem maior ipso c d: ipsum c d metietur. ¶Si autē c d non metitur ipsum a b: ipsorum a b & c d sublato per primam septimi semper minore a maiore/ sumetur numerus aliquis qui metietur præcedētē/ vnitas quidē non sumetur. Si autē nō: erunt a b & c d primi adinuicē. quod nō supponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem. & c d quidem ipsum e b metiens: per primā septimi relinquat eo minorem a e. a e autem ipsum d f metiens: relinquat eo minorem c f. & c f: ipsum a e metiatur. Quoniam igitur c f ipsum a e metitur/ & a e ipsum d f

metitur:igitur c f ipsum d f metietur.metitur & seipsum.& totum igitur c d metietur.At c d ipsum b e metitur.& c f igitur ipsū b e metitur. metitur autē & e a.igit & totū b a metiet. metitur & c d.igitur c f ipsos a b & c d metitur.Igitur c f ipsorum a b et c d communis dimensio est. ¶Dico ꝙ et maxima.si c f ipsorum a b et c d non est maxima cōmunis mēsura:metietur ipsos a b et c d numeros aliquis numerus maior existēs ipso c f.metiatur:estoq; g. Et quoniam g ipsum c d,et c d ipsum b e metitur:& g igitur ipsum b e metitur.Metitur autē et totum a b.et reliquū igitur a e metietur.at a e ipsum d f metitur.et g igitur ipsum d f metietur. metitur autem et totū c d:et reliquū igitur c f metietur/ maior minorem,quod est impossibile. Igitur ipsos a b et c d numeros numerus non metietur;maior existens ipso c f. Igitur c f ipsorum a b et c d maxima est communis mensura.quod oportebat facere.

¶CORRELARIVM.¶Ex hoc manifestū est ꝙ si numerus binos numeros metitur:et maximā communem eorum dimensionem metietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

PRopositis tribus numeris adinuicem compositis: maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

¶CAMPANVS.¶Priusꝗ hanc tertiam conclusionem demonstremus: demonstrandum arbitramur ipsius antecedens. videlicet propositis tribus numeris:qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicem compositi.¶Sint itaq; tres numeri a,b,c:de quibus volo videre vtrū ipsi sint adinuicē cōpositi.per primā igitur inquiro an duo primi qui sunt a & b sint adinuicē primi.ꝙ si sic: nō erūt a,b,c,adinuicem cōpositi per diffinitionem.¶Si autē a & b sunt adinuicem compositi:sit per præcedentem d maximus numerus eos numerans.qui si numerat c:erunt per diffinitionem/a,b,c adinuicem compositi. Si autem non numerat ipsum/sed ipsi c & d quidem sunt contra se primi;non erunt a,b,c adinuicem compositi.nam quicunq; numeraret eos:numeraret etiā d per correlarium præcedentis/sicq; essent d & c compositi.quod est contra hypothesin.Si autem c & d sunt compositi:erunt etiam a,b,c adinuicem cōpositi.Sit enim per præmissam/e:maximus numerans c & d. qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b. quare per diffinitioné a,b,c,sunt adinuicem compositi.Simili quoq; modo scietur/propositis quotlibet pluribus ꝗ tribus:an omnes sint adinuicem compositi. ¶Propositis itaq; tribus qui sunt adinuicem compositi/qui etiam sint a,b,c: volo inuenire maximum numerum numerantem omnes. Sumo secundum doctrinam præmissæ: d maximum numerantē a & b. qui si numerat c:ipse est quem quærimus.alioqui per correlariū præcedentis sequeretur maiorē numerare minorē.Si autē non numerat c: erunt tamen c & d adinuicem compositi per hypothesin & correlariū præcedentis & diffinitionem.sit igitur maximus eos numerans:e.dico e esse maximū numerātem a,b,c. Qz enim eos numeret:patet per hanc vltimā hypothesin quæ est ipsum esse maximum numerantē c & d,et per penultimā cōceptionem. Et ꝙ nullus eo maior numeret eos:sic patet. sit enim si potest fieri/f maior e:qui numeret a,b,c.qui cū numeret a & b:numerabit per correlariū præmissæ d.& quia etiā numerat c:numerabit per idē correlarium c,maior videlicet minorem . quod est impossibile.Non erit igitur numerus aliquis maior e:numerans a, b, c.quod est propositum.

¶CAMPANI additio.¶Simili quoq; modo inuenietur maximus numerus:numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere: quia idem est modus & ars in tribus & pluribus.¶Ex vltimo autem huius demonstrationis processu:possumus etiam istud correlarium huic tertiæ conclusioni adijcere.

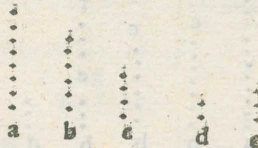
¶CORRELARIVM.¶Vnde manifestū est ꝙ omnis numerus nume-

tans quotlibet adinuicem compositos: numerat maximum numerantē eos omnes.& etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

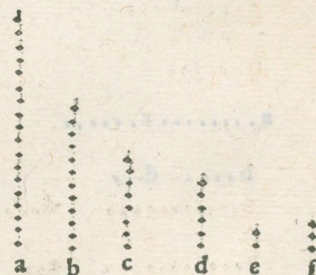
3 Eucli.ex Zamb. Problema 2. Propositio.3

¶Tribus numeris datis nō primis adinuicem: maximam eorum communem mensuram inuenire.

¶THEON ex Zāberto. ¶Sit dati tres numeri nō primi adinuicē a,b,c.oportet iam ipsorum a,b,c: maximam communē dimensionem inuenire.Sumatur ipsorum a,b:maxima communis mensura d,per secundā septimi.Iā ipse d:ipsum c aut metitur aut nō metitur. metiatur primū: metietur autem & a,b.Igitur d metitur ipsos a,b,c.Igitur d:ipsorum a,b,c communis dimensio est.Dico iam ꝙ & maxima.Si autem d ipsorum a,b,c non est maxima communis mensura:metietur ipsos a, b, c, numeros aliquis numerus maior ipso d.Metiatur:& esto e. Quoniam e metitur ipsos a,b,c:metietur igitur & ipsos a,b.Igitur & ipsorum a,b, maximam communem mensuram metietur/ per correlarium secundæ septimi.Ipsorum autem a,b: maxima cōmunis mensura est d. Igitur e ipsum d metitur/maior minorem.quod est impossibile per constructionem.Ipsos igitur a,b,c,numeros:numerus aliquis non metietur maior existēs ipso d.Igitur d:ipsorum a,b,c,maxima communis dimēsio est.



¶Non metiatur iam d ipsum c. Dico ꝙ primum d & c: non sunt primi adinuicem.Quoniam enim a,b,c,per hypothesin non sunt primi adinuicem:metietur eos aliquis numerus.At ipsos a,b,c,metiens/metietur & ipsos a,b:& ipsorum a,b,maximam mensuram d,metietur per correlarium secundæ septimi.Metitur autem & c.Ipsos igitur d,c, numeros: numerus aliquis metietur.igitur d & c:non sunt primi adinuicem. Sumatur per 2 septimi igitur ipsorum ipsorum d,c, maxima cōmunis mēsura e.& quoniam e ipsum d metitur/at d ipsos a,b,metitur: & e igitur ipsos a,b,metit.metitur autē & c.Igit̄ e ipsos a,b,c,metitur.Igit̄ e ipsorū a,b,c,cōmunis dimēsio est. ¶Dico aūt ꝙ & maxima.Si aūt e ipsorū a,b,c,nō est maxima mēsura:ipsos a, b,c,numeros metietur aliquis numerus maior existens ipso e.metiatur:& esto f.Et quoniam f ipsos a,b,c,metitur/& ipsos a,b,metitur:& ipsorum a,b,igitur communē maximam mensuram metietur per correlarium secundæ septimi.Ipsorū autem a,b:maxima cōmunis mensura est d.Igitur f ipsum d metitur:metitur autem & c.Igitur f ipsos d,c,metitur.& ipsorum d,c,maximā cōmunem mensuram metietur per idem.At ipsorum d,c,maxima cōmunis mensura est e.Igitur f ipsum e metitur:maior minorem.quod est impossibile.Ipsos igitur a,b,c,numeros numerus aliquis nō metitur maior existens ipso e.Igitur e ipsorum a,b,c, maxima cōmunis dimensio est.quod fecisse oportuit.

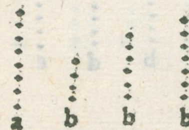


¶CORRELARIVM. ¶Proinde manifestum est/ꝙ si numerus aliquis tres numeros metitur:& maximam eorum communem dimensionē metietur.Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicē: maxima communis dimensio inuenietur/& correlarium succedet.

4 Eucli.ex Camp. Propositio 4.

OMnium duorum numerorum inæqualium:minor maioris aut pars est/aut partes.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b.b:minor.dico ꝙ b est pars vel partes a.Aut eni b numerat a:aut non. si numerat:pars eius est per diffinitionem. Si nō numerat ipsum:aut ergo sūt adinuicem primi/aut non:si non sunt adinuicem primi: habebunt per diffinitionem partem communem/ quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur esse b per diffinitionem.si autem sint adinuicem primi:quia tamen omnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata/patet idem per vnitates.



¶ Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 4 4

¶Omnis numerus: omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit bini numeri a, b c: & sit minor b c. Dico ꝙ b c: ipsius a aut pars est aut partes. Ipsi enim a, b c, aut primi adinuicem sunt: aut non. sint primum a, b c: primi adinuicem. Diuiso etenim b c in eas quæ in ipso sunt vnitates: erit vnaquæqꝫ vnitas earum quæ in b c, pars aliqua ipsius a. proinde partes sunt b c: ipsius a. ¶Nō sint autem ipsi a, b c: primi adinuicē. Iam b c ipsum a aut metitur: aut non metitur. Si quidem igitur b c ipsum a metitur: pars est b c ipsius a. Si autem non: sumatur per secundam septimi ipsorum a, b c, maxima communis mensura. sitqꝫ d. Diuidatur b c in æquales ipsi d: hoc est b e, e f & f c. Quoniam d ipsum a metitur: pars est d ipsius a. æqualis autē est d vnicuiqꝫ ipsorum b e, e f & f c. & vnusquisqꝫ igitur ipsorum b e, e f & f c: ipsius a est pars. Quare partes est b c ipsius a. Omnis igitur numerus: omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes. quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 5. 5

SI fuerint quatuor numeri quorū primus tota pars secundi quota tertius quarti: erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum / quota primus secundi.

¶CAMPANVS. ¶Volēs Euclides hos libros de numeris aliquo præcedentium non indigere / sed per seipsos stare: partem eius quod proposuit per primā quinti de quantitatibus in genere / proponit per hāc quintā huius septimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a, b, c, d. sitqꝫ b tota pars a: quota d, c. dico ꝙ b & d pariter accepti sunt tota pars a & c pariter acceptorum: quota b est a. diuisis enim a & c secundum quātitatem b & d: argumentare sicut in prima quinti. erit enim vt totidem sint partes a: quot c per positionem. & vt aggregatum ex prima parte a & prima c: sit æquale aggregato ex b & d. similiter quoqꝫ & aggregatū ex secunda parte a & secunda c. & quia hæc aggregatio toties potest fieri quoties cōtinetur b in a: sequitur vt numerus æqualis aggregato ex b & d toties contineatur in aggregato ex a & c quoties b cōtinetur in a. quare constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 5. 5

¶Si numerus numeri pars fuerit / & alter alterius eadem pars: & vterqꝫ vtriusqꝫ eadem pars erit / quæ vnus vnius.

¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus enim a, numeri b c esto pars: & alter d alterius e f eadem pars / quæ est a ipsius b c. Dico ꝙ vterqꝫ a, d, vtriusqꝫ b c & e f eadem pars est: quæ & a ipsius b c. Quoniam enim a pars est ipsius b c, ea demqꝫ pars est d ipsius e f: quot igitur sunt in ipso b c numero æquales ipsi a, tot sunt & in ipso e f numero æquales ipsi d. Diuidatur inquam b c in æquales ipsi a, hoc est b g & g c: & e f in æquales ipsi d, hoc est e h, h f. erit iam æqualis multitudo ipsorum b g & g c: multitudini ipsorum e h & h f. Et quoniam æqualis est b g ipsi a, & e h ipsi d: igiť b g ipsi a est æqualis / & b g & e h ipsis a, d. Id propterea iam & g c ipsi a est æqualis: & g c & f h ipsis a, d. Quot enim sunt in ipso b c numeri æquales ipsi a: tot sunt & in b c & e f ęquales ipsis a, d. Quotuplex igitur est b c ipsius a: totuplex est & vterqꝫ b c & e f, vtriusqꝫ a, d. Quæ igitur pars est a ipsius b c: eadē pars est: & vterqꝫ a, d, vtriusqꝫ b c & e f. quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 SI fuerint quatuor numeri quorũ primus totæ partes secũdi quotæ tertius quarti: erũt primus & tertius pariter accepti totæ partes secũdi & quarti pariter acceptorum/quotæ primus secundi.

CAMPANVS. Quod proposuit præmissa de parte: proponit ista de partibus. Sint itaq; vt prius quatuor numeri a, b, c, d: sitq; vt b sit tot & totæ partes a, quot & quotæ d est c. dico ꝙ b & d pariter accepti erũt tot & totæ partes a & c pariter acceptorũ: quot & quotæ b est a. Dico autem tot & totas: quia partiũ pluralitas duobus numeris diffinitur/quorum alter numerator dicitur/alter denominator. vt cũ dicimus tres quintæ: ternarius numerat/quinarius denominat. Quia igitur b est partes a: sit vt sint partes eius numeratæ ab h & denominatæ a k. eritq; similiter per positionem/d partes c numeratæ ab h & denominatæ a k. Vna itaq; partium b sit e: & vna partium d, sit f. eritq; per hypothesin/e pars b denominata ab h: & pars a denominata a k. Similiter quoq; & f erit pars d secundum h: & pars c secundum k. Compositus igitur ex e & f sit g. eritq; per præmissam/g pars b & d pariter acceptorum/secundum h. itemq; per eãdem erit pars a & c pariter acceptorum/secũdum k. quare per 16 diffinitionem erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorũ numeratæ ab h & denoĩatæ a k: eo ꝙ eorũ cõis pars est g minoris secundũ h & maioris secũdũ k. & quia sic erat b, a: cõstat ꝓpositũ.

a . . . . . . c . . . .
b . . . . d . . . .
g
e . . f . . . .
h . . k . . .

CAMPANI annotatio. Potes autem & per hanc & præmissam/qđ proponit de quatuor numeris: ad quotlibet numeros ãpliare. ꝙ si quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur/fuerintq; singuli singulorum tota pars aut partes/quota vel quotæ primus secundi: erũt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum/quota vel quotæ primus secundi. quod facile probatur per hanc & præmissam/quoties oportuerit repetitas. Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationem eorum quæ hic proponit: ex 13 quinti facile demonstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia videtur oppositum (aliter enim superuacue proposuisset multa de numeris: quæ demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere) necesse habuimus proprijs vti demonstrationibus tanq̃ ex prioribus nichil sumentes/solis huius septimi contẽti principijs. propter quod & petitiones & communes animi conceptiones/ꝓposito ꝓprias non incõueniẽter huius septimi prĩcipio apposuimus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 6.

6 Si numerus numeri partes fuerit/ & alter alterius eædẽ partes: & vterq; vtriusq; eædẽ partes erũt/quæ vnus vnius.

THEON ex Zamb. Numerus inq̃ a b, numeri c esto partes: & alter d e alterius f eædem partes, quæ a b ipsius c. Dico ꝙ & vterq; a b et d e, vtriusq; e, f, eædem partes sunt: quæ a b ipsius c. Quoniam enim quales partes sunt a b ipsius c, eædem partes sunt & d e ipsius f: quotæ igitur partes sunt in ipso a b ipsius c, totæ partes & in d e ipsius f. Diuidatur quidem a b in partes ipsius c: hoc est a g & g b. necnon d e in partes ipsius f: hoc est d h, & h e. Erit multitudo ipsorum a g, g b ęqualis multitudini ipsorum d h, h e. & q̃m qualis pars est a g ipsius c, talis pars est & d h ipsius f: qualis igit̃ pars est a g ipsi⁹ c, talis pars est & vterq; a g & d h vtriusq; c, f. Id propterea et qualis pars g b ipsi⁹ c: talis ꝑs est & vterq; g b & h e vtriusq; c f. Quales igit̃ partes sunt a b ipsius c: tales partes sũt et vterq; a b et d e vtriusq; c, f. qđ demõstrare oportebat.

e
b
h
g
a c d f

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 SI fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars/ detrahaturq; ab ambobus ipsa pars: erit reliquus

tota pars reliqui/quota totus totius.

¶CAMPANVS. ¶Quod proponit hic Euclides de numeris: ꝓposuit superius in quinta quinti de q̄titatibus in genere. Sit ita vt quota pars est totus a totius b: totus sit c detractus ab a, d detracti a b. dico ꝙ tota erit e residuus a f residui b: quota est totus a totius b. & hæc est quasi cōuersa quintæ. Sit enī per petitionē/ e tota pars g: quota c est d. eritq; per 5/ tota pars a compositi ex g & d: quota est c, d. quare & quota est a, b. igitur per secundam conceptionē compositus ex g & d est æqualis b. dēpto itaq; ab vtroq; numero/ d: erit g æqualis f. quare erit e tota pars f: quota est a, b. tota enim erat e, g. quod est propositum.

g . . . .

b

f . . . . d . . . .

a

e . . . . c . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 7.

¶Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati: & reliquus reliqui pars erit qualis totus totius.

¶THEON ex Zāberto. ¶Numerus enī a b numeri c d pars esto: qualis ablatus a e ablati c f. Dico ꝙ & reliquus e b reliqui f d eadē est pars: qualis est a b ipsius c d. Qualis enī pars est a e ipsius c f: talis pars esto & e b ipsius c g. Et quoniam qualis pars est a e ipsius c f talis pars est & e b ipsius c g: qualis igitur pars est a e ipsius c f, talis est per 5 septimi & a b ipsius f g. Qualis autem pars est a e ipsius c f: talis pars supponitur a b ipsius c d. Qualis pars igitur est a b ipsius f: g talis pars est a b ipsius c d. igitur a b: vtriusq; ipsorum g f & c d eadem pars est. æqualis igitur est f g ipsi c d. Communis auferatur c f. Reliquus igitur g c: reliquo f d est æqualis. Et quoniam qualis pars est a e ipsius c f, talis pars est e b ipsius g c, æqualis autem est g c ipsi f d: qualis igitur pars est a e ipsius c f, talis pars est & e b ipsius f d. Sed qualis pars est a e ipsius c f: talis pars est & a b ipsius c d. qualis igitur pars est e b ipsius f d: talis pars est & a b ipsius c d. Et reliquus igitur e b, reliqui f d talis est pars: qualis totus a b totius c d. quod oportebat demonstrare.

d f c g

b e a

Eucli. ex Camp. Propositio 8.

SI a duobus numeris (quorum alter alterius partes) propositis partes illæ subtrahantur: erit reliquus reliqui eædem partes quæ est totus totius.

¶CAMPANVS. ¶Hæc est quasi conuersa sextæ. vt si sit quot & quotæ partes est totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b ad detracti a b: erit e residuus a, tot & totæ partes f residui b, quot & quotæ est a, b. Sit enī g vna partium a: & h vna partium c. eritq; propter hypothesin/ g tota pars a: quota h, c. & tota b: quota h, d. detrahatur igitur h de g: & remaneat k. eritq; k per præmissam/ tota pars e: quota g, a. & tota f per eandem: quota g, b. quia igitur e & f habent partem communem quæ est k: erit per 16 diffinitionem/ e partes f tot quidem quota pars est k, e. & totæ: quota est k, f. & quia tot & totæ erat a, b: patet propositum.

b

f . . . d . . . . . .

a

e . . c . . . . .

g . . k .

h . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 8.

¶Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati: & reliquus reliqui eædem partes erit quæ totus totius.

¶THEON ex Zāberto. ¶Numerus enī a b, numeri c d partes esto: quę ablatus a e, ablati c f. Dico ꝙ reliquus e b, reliqui f d eædem partes est: quæ totus a b totius c d. Ponatur inquā ipsi a b æqualis g h. quæ igitur partes est g h ipsius c d: eædē partes est & a e ipsius c f. Diuidatur quidem g h in ipsius c d partes: hoc est g k & k h & a e in ipsius c f partes: hoc est a l & l e. erit autem æqualis multitudo ipsorū g k & k h multitudini ipsorum a l & l e. & quoniam qualis pars est g k ipsius c d talis pars est & a l ipsius c f, maior autē est c d ipso c f: maior igitur est & g k ipso a l. ponatur ipsi a l æqualis m g. Igitur qualis pars est g k ipsi

d f c

b l a

g . . . m . k . . . n . h

us c d:talis pars eſt & g m ipſius c f. & reliquus igitur m k per 7 ſeptimi reliqui f d eadem pars eſt: ſicut totus g k totius c d. Rurſus quoniam qualis pars eſt k h ipſius c d talis pars eſt & e l ipſius c f, maior autē eſt c d ipſo c f: maior igitur eſt & h k ipſo e l. ponatur ipſi e l æqualis k n. Qualis igitur pars eſt k h ipſius c d: talis pars eſt & k n ipſius c f. & reliquus igitur n h per 7 ſeptimi reliqui f d eadem pars eſt: quæ totus k h totius c d. patuit autē ꝙ & reliquus m k reliqui f d eadem pars eſt: qualis totus g k totius d c. & vterq; igitur m k & n h per 5 ſeptimi ipſius d f eædem partes eſt: quæ totus h g totius c d. Aequalis autem eſt vterq; ipſorum m k & n h ipſi e b. At h g ipſi b a. & reliquus igitur e b, reliqui f d eædem partes eſt: quæ totus a b totius c d. quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

9 SI fuerint quatuor numeri quorum primus ſecundi tota pars quota tertius quarti: erit permutatim tota pars aut partes primus tertij/ quota pars aut partes ſecundus quarti.

¶CAMPANVS. ¶Sit a primus tota pars b ſecundi: quota c tertius d quarti. ſintq; a & b minores c & d. aliter enim: eſſet econueſo ei qđ proponit. dico ꝙ quota pars vel partes eſt a, c: tota vel totæ eſt b, d. diuidā tur enim/ b quidem ſecundum quantitatem a: d vero ſecundum c. erūtq; per præſentem hypotheſin/ tot partes b: quot d. & quia vnaquæq; partium b eſt æqualis a, & vnaquæq; d, c: eſt autem a, c, pars aut partes per præſentem hypotheſin & per quartam huius: erit vnaquæq; partium b ſuæ comparis ex partibus d vt prima primæ ſecunda ſecundæ ſicq; de cæteris/ tota pars aut partes quota vel quotæ eſt a, c. per 5 igitur vel 6 ſub diſiūctione quoties oportuerit repetitas/ erit tota pars aut partes b, d: quota vel quotæ eſt a, c. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 9.

9 ¶Si numerus numeri pars fuerit/ & alter alteri9 eadē pars: & viciſſim qualis pars eſt vel partes prim9 tertij/ eadē pars erit vel partes ſecundus quarti.

¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus inquam a numeri b c eſto pars: & alter d alterius e f eadem pars, qualis eſt a ipſius b c. minor autē eſto a ipſo d. Dico ꝙ & viciſſim qualis pars eſt a ipſius d vel partes: eadē pars eſt vel partes b c ipſius e f. Quoniam enim qualis pars eſt a ipſius b c talis pars eſt & d ipſius e f: quot igitur ſunt in b c numeri æquales ipſi a: tot ſunt & in e f æquales ipſi d. Dirimatur quidem b c in ipſi a equales: hoc eſt b g & g c. & e f in ipſi d æquales: hoc eſt e h & h f. eſt iā æqualis multitudo ipſorum b g et g c: multitudini ipſorum e h et h f. Quare et qualis pars eſt b g ipſius e h vel partes: eadē eſt pars. et vterq; b c vtriuſq; ipſorum e f vel eædem partes. & quoniam æquales ſunt b g et g c numeri adinuicem, et e h et h f numeri/ ſibi inuicem ſunt equales/ et æqualis eſt multitudo ipſorum b g et g c multitudini ipſorum e h et h f: qualis igitur pars eſt b g ipſius e h vel partes/ eadem pars eſt per 2 quinti et 5 ſeptimi et vterq; b c vtriuſq; e f vel eædē partes. æqualis autem eſt g b ipſi a: et e h ipſi d. Qualis igitur pars eſt a ipſius d vel partes: eadem pars eſt et b c ipſius e f vel eædē partes: quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

10 SI ſuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes ſecundi quotæ tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quotę ſecundus quarti.

❡CAMPANVS. ❡Sint quatuor numeri vt prius: quorũ similiter minores sint a & b. sitqꝫ a totæ partes b: quotæ c est d. dico ꝙ quota pars aut partes est a, c: tota vel totæ est b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui sunt a & c. eruntqꝫ per præsentem hypothesin tot partes a: quot c. & quia vnaquæqꝫ ex partibus a est tota pars b, quota quælibet ex partibus c est d (hoc enim habemus ex nostra hypothesi) erit permutatim per præmissam vt quota pars aut partes est b, d, tota vel totæ sit vnaquæqꝫ ex partibus a suæ comparis ex partibus c. per quitam igitur vel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas/ erit tota pars aut partes b, d: quota vel quotæ est a, c. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio. 10. 10

❡Si numerus numeri partes fuerit/ & alter alterius eædem partes: & vicissim quę partes est primus tertij vel pars/ eædem partes erit & secundus quarti vel eadem pars.

❡THEON ex Zamberto. ❡Numerus enim a b: numeri c partes esto. & alter d e: alterius f eædem esto partes. sit autem a b: ipso c d minor. Dico ꝙ & vicissim quales partes est a b ipsius d e vel pars: eædem partes est & c ipsius f vel eadem pars. Quoniam enim quales partes est a b ipsius c, eędẽ partes est & d e ipsius f: quot igitur sunt in ipso a b partes ipsius c, tot & in d e sunt partes ipsius f. Diuidatur quidem a b in ipsius c partes æquales: hoc est a g & g b. Itidemqꝫ d e in ipsius f partes æquales: hoc est d h & h e. erit iam æqualis multitudo ipsorum a g & g b: multitudini ipsorum d h & h e. Et quoniam qualis pars est a g ipsius c eadem pars est & d h ipsius f: vicissim quoqꝫ per præcedentẽ qualis pars est a g ipsius d h vel partes/ eadem pars est & c ipsius f vel eædem partes. Quare qualis pars est a g ipsius d h vel partes: eadẽ pars est & a b ipsius d e vel eædem partes per diffinitionẽ. Sed per 6 septimi qualis pars est a g ipsius d h vel partes: talis pars ostensus est & c ipsius f vel eædem partes. & per 11 quinti quales igitur partes est & a b ipsius d e vel pars: eædem partes est & c ipsius f vel eadẽ pars. quod oportebat demonstrare.

❡Hæc vndecima: in Zamberto nullam habet respondentem.

Eucli. ex Camp. Propositio 11. 11

SI fuerint quatuor numeri proportionales quorũ primus secundo & tertius quarto sit maior: erit secundus tota pars aut partes primi/ quota vel quotæ quartus tertij. Qꝫ si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota vel quotæ quartus tertii: quatuor numeros proportionales esse conueniet.

❡CAMPANVS. ❡Sit proportio a ad b: sicut c ad d. sintqꝫ a & c maiores. dico ꝙ quota pars aut partes est b, a: tota vel totæ est d, c. & ecõuerso. Erit enĩ per conuersionem diffinitiõis similium proporrionũ/ vt quoties b in a: toties sit d in c. & si qua pars aut partes b superfluunt in a: tota pars aut partes d superfluant in c. si itaqꝫ contineatur b in a sine superfluitate partis: quia toties sine superfluitate cõtinetur d in c, erit per diffinitionẽ similiũ partiũ quota pars b a, tota d c. Qꝫ si quotieslibet cõtineẽ b a cum superfluitate partis toties continetur d in c cũ supfluitate similis partis: distincto a secũdũ b vt supfluitate, atqꝫ e secũdum d vt supfluat f, erit tota pars e, b quota f, d. At quia toties cõtinetur b in differentia a ad e, quoties d in differẽtia c ad f: erit per comunem scientiam toties e in a quoties f in c. cum igitur a & b habeant e partem communem/ similiter c & d, f: sit itaqꝫ e in b quoties f in d, itemqꝫ e in a quoties f in c. erit per 16 diffinitionem/ b tot & totæ partes a: quot & quotę

d c. Si autem quotiescunque b continetur in a cum superfluitate quotlibet partium/ toties continetur d in c cum superfluitate totidem & similium partium: distincto a secundum b vt superfluat e, similiter c secũ dũ d vt superfluat f, erit e tot & totæ partes b, quot & quotæ f, d. Sũpta itaq; vna ex ipsis: argumentandum vt prius. sicq; patet primum. ❡Secũdum sic. Sit b, a, tota pars aut partes: quota vel quotę d, c. dico q; erit proportio a ad b: sicut c ad d. si enim est tota pars: constat propositum. Si autem totæ partes: diuisis eis secundum partes illas/ patebit toties esse b in a quoties d in c. & totam partem aut partes b, superfluere in a: quota an quotæ d superfluunt in c. per diffinitionem itaq;/ est proportio a ad b: sicut c ad d. sicq; liquet totum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 SI a duobus numeris secundum suas proportiones duo numeri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.

❡CAMPANVS. ❡ Quod proposuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere: proponit hic de numeris. Vt si sit proportio totius a ad totum b sicut c detracti ab a ad d detractũ a b: erit e residui a ad f residuum b, sicut a ad b. Si enim a sit minor b: erit per præsentẽ hypothesin & per conuersionem diffinitionis/ c tota pars aut partes d, quota vel quotæ est a, b. per 7 igitur vel 8/ erit e tota pars aut partes f: quota vel quotæ est a, b. per diffinitionem igitur erit proportio vna. quod est propositum. Q; si a sit maior b: erit per primam partẽ præmissæ quota pars aut partes b, a, tota vel totæ d, c. quare per 7 vel 8/ tota vel totæ erit f, e. itaq; per secundam partem præmissæ erit e ad f: sicut a ad b. quare constat propositum.

❡CAMPANI annotatio. ❡Cedunt autẽ huic: 7 & 8. hæc enĩ sola qđ ambæ illæ/ continet. Volunt autem quidam secundam partem huius probare per 19 quinti. sed si hoc intenderet Euclides: cũ ista proponat particulariter quod illa vniuersaliter/ vane (illa demõstrata in quinto) proposuisset hanc hic in septimo. & quia iterum non demonstrant eam simpliciter per 19 quinti. At vero nec modum demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationẽ huius: cum illa demõstretur in quantitatibus in genere per proportionalitatem permutatã quæ infra demonstratur in numeris. Existimo autẽ/ & rationabiliter conuinci videtur Euclidem (quem vultum demonstratoris arithmetici/ gratia decimi in quo sine numerorum aliqua præcognitione transire non poterat constat assumere) idcirco plurima eorum quæ in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit/ hic repetere demonstranda de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum/ quæ magis nota sunt intellectui q̃ ea per quæ processit in quinto/ ipsa demonstrare intendit. principia enĩ quĩti propter malitiã q̃titatũ incõmunicatiũ difficilia sũt. principia vero numerorum: magis vltro se intellectui applicant faciliusq; q̃ illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.

❡Hæc sequens vndecima Euclidis ex Zamberto propositio: duodecimæ præcedenti ex Campano respondet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Proposito 11

11 ❡Si fuerit sicut totus ad totum sic ablatus ad ablatum: & reliquus ad reliquum erit sicut totus ad totum.

❡THEON ex Zãberto. ❡Esto sicut totus a b ad totũ c d: sic ablatus a e ad ablatũ c f. Dico q; & reliqu9 e b ad reliquũ f d: est sicut totus a b ad totum c d. Quoniam est sicut a b ad c d sic a e ad c f: qualis igitur pars

b d
e f
a c

est a b ipsius c d vel partes/eadem pars est & a e ipsius c f vel eædẽ partes. & reliquus igitur e b per 8 septimi/reliqui f d eadẽ pars est vel partes: quæ a b ipsius c d. est igitur per 11 quinti sicut e b ad f d: sic a b ad c d. Quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 13. 13

I fuerint quotlibet numeri proportionales: quantus erit vnus antecedens ad suum cõsequentem/tanti erũt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

a.... c.... e..
b........ b...... f....
a....... c....... e.....
b.... d.... f....

¶CAMPANVS. ¶Qđ proponit Euclides per 13 quinti de q̃titatibus in genere: proponit per hãc de numeris. Vt si sint a, b & c, d & e, f proportionales: dico ꝙ quæ est ꝓportio a ad b ea est quæ a, c, e, pariter acceptorum ad b, d, f pariter acceptos. Si enim a, c, e sint minores b, d, f: erit per conuersionem diffinitionis quota pars aut partes a b, tota vel totæ c, d, & e, f. p 5 ergo vel per 6 quoties oportuerit repetitas/erit quota pars vel partes a, b: tota vel totæ a, c, e pariter accepti b, d, f pariter acceptorũ. quare per diffinitionẽ/ꝓportio vna. Si autem a, c, e, sunt maiores b, d, f: erit per primam partem 11/quota pars vel partes b, a, tota vel totæ d, c & f, e. p 5 ergo vel 6 quoties oportuerit repetitas/ erit quota pars vel partes b, a: tota vel totæ b, d, f, pariter accepti/a, c, e pariter acceptorum. itaq; per secũdam partẽ 11/proportio a ad b sicut a, c, e pariter acceptorum/ad b, d, f pariter acceptos. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 12 12

¶Si fuerint quotcunq; numeri proportionales: erit sicut vnus antecedẽtium ad vnũ sequentiũ/ sic omnes antecedentes ad omnes consequentes.

a b c d

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri proportionales a, b, c, d. Dico ꝙ est sicut a ad b: sic sũt a & c ad b & d. Quoniam per hypothesin est sicut a ad b sic c ad d: qualis igitur pars est a ipsius b vel partes/ eadem pars est & c ipsius d vel partes. & per 5 septimi vterq; igitur a, c, vtriusq; b, d, eadem pars est vel eædem partes: quæ a ipsius b. est igitur per 11 quinti sicut a ad b: sic a c ad b d. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 14. 14

I fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoq; proportionales erunt.

a.. c...
b.... d......
a..... c....
b.... d..
a.... c......
b.. d...
a... c..
b...... d....

¶CAMPANVS. ¶Modum arguendi qui dicitur ꝓportionalitas permutata quam demõstrauit Euclides per 16 quinti in genere: proponit hic demonstrãdũ in numeris. Vt si sit proportio a ad b sicut c ad d: erit permutatim a ad c sicut b ad d. erit enĩ a maior b aut minor: similiter quoq; & maior c aut minor. ¶Sit itaq; primo minor vtroq;. erit ergo per præsentẽ hypothesin & cõuersionem diffinitionis/ a tota pars aut partes b: quota vel quotæ c, d. per 9 itaq; vel 10/ erit permutatim a tota pars aut partes c: quota vel quotæ b, d. quare per diffinitionẽ proportio vna. ¶Sit secũdo a maior vtroq;. erit per primam partem 11/ vt quota pars aut partes est b, a: tota vel totæ sit d, c. quare per 9 vel 10 tota pars aut partes erit b, d: quota vel quotæ c, a. igitur p secũdã partem 11 erit a ad c: sicut b ad d. ¶Sit tertio a maior b: & minor c. eritq; per primam partem 11 tota pars aut partes b, a: quota vel quotæ est d, c. quare per 9 vel 10 quota vel quotæ est a, c: tota vel totæ erit b, d. per diffinitionẽ itaq; proportio vna. ¶Vltimo quoq; sit a minor b maiorq; c. eritq; vt tota pars aut partes sit c, d: quota ve quotæ est a, b. p 9 itaq; vel 10 erit tota vel totæ d, b: quota vel quotæ c, a. quare per secũdam partem vndecimæ/b ad d: sicut a ad c. sicq; cõstat propositũ. Huic autem cedunt 9 vel 10: quia hæc sola quođ ambæ illę proponit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 13

13 ¶Si quatuor numeri proportionales fuerit: & vicissim proportionales erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor numeri proportionales: a, b, c, d. sicut a ad b: sic c ad d. Dico q & vicissim proportionales erũt. sicut a ad c: sic b ad d. Quoniam enim per hypothesin est sicut a ad b sic c ad d: qualis igitur pars est a ipsius b vel partes/ eadem pars est & c ipsius d vel partes/ per 6 septimi. Vicissim igit̃ qualis pars est a ipsius c vel partes: eadem pars est & b ipsius d vel partes/ per 9 septimi & 10 eiusdem. Sicut igitur a ad c: sic b ad d per vndecimam quinti. Quod erat demonstrandum.

a b c d

Eucli. ex Camp. Propositio 15.

15 SI fuerint quotlibet numeri alijq̃ secundum eorum numerum/ omnesq̃ duo ex prioribus secundũ proportionem omnium duorum ex posterioribus: in proportione æqualitatis proportionales erunt.

¶CAMPANVS. ¶Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas quam demonstrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere: proponit hic demonstrandum in numeris directæ proportionalitatis. æquam autem proportionalitatem quam demonstrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectæ proportionalitatis: non proponit demonstrandũ in numeris. sed eam demonstrabimus infra super 19 huius. nec est necessarium vt prædemonstremus in numeris: quod demonstratum est per 11 quinti de quãtitatibus in genere. videlicet si quotlibet proportiones in numeris fuerint vni æquales vel eædem: ipsas esse sibi æquales vel easdem. hoc enim manifestum est per diffinitionem. Vt si a ad c & e ad f, sit sicut b ad d: erit tam a, c q̃ e, f tota pars aut partes/ quota vel quotæ b, d. aut toties continebit a, c, & e, f: quoties b, d. & tota pars aut partes superfluẽt e in a, & f in e: quota vel quotæ d in b. quia ergo quota pars aut partes est a, c, tota vel totæ est e, f, aut quoties a continet c toties e, f, & quota pars aut partes c superfluunt in a tota vel totæ f in e: erit per diffinitionẽ a ad c sicut e ad f. ¶Sint igit̃ vt proponitur numeri a, b, e & alij totidem c, d, f. sitq̃ a ad b: sicut c ad d. & b ad e: sicut d ad f. dico q erit in æqua proportionalitate a ad e: sicut c ad f. erit enĩ per præmissam a ad c sicut b ad d. sed & b ad d: sicut e ad f. quare a ad c: sicut e ad f. igitur per eandẽ a ad e: sicut c ad f. idem erit sumptis pluribus. sicq̃ constat propositum.

a c e
b b f

a c
b d
c f

¶CAMPANI additio. ¶Quoniã autem Euclides cæteras quatuor species proportionalitatis quæ sunt conuersa: coniuncta/ disiuncta/ euersa/ proponit demonstrandas in numeris: conueniens arbitramur eas quas nõ author tanq̃ facile demõstrabiles prætermisit/ demonstrare. ¶Primũ itaq̃ demonstrabimus conuersam. vt si sit a ad b sicut c ad d: dico q erit econuerso b ad a sicut d ad c. si enim fuerit a minor b: tunc quoq̃ erit c minor d. & tota pars aut partes a, b: quota vel quotæ c, d. quare per secundam partem 11/ erit b ad a: sicut d ad c. si autem fuerit a maior b: erit quoq̃ & c maior d. & per primam partem 11 b tota pars aut partes a: quota vel quotæ d, c. per diffinitionem igitur/ b ad a: sicut d ad c.

a e
b d

¶Disiunctam proportionalitatem ostendere.

¶Vt si sit a b ad b sicut c d ad d: erit a ad b sicut c ad d. erit enim permutatim a b ad c d sicut b ad d. & per 12 sicut a ad c. quia ergo a ad c sicut b ad d: erit permutatim a ad b sicut c ad d.

a b
c d

¶Coniunctæ proportionalitati demonstrationem afferre.

a......b...
c....d..

¶Vt si sit a ad b sicut c ad d: erit a b ad b sicut c d ad d. erit eni permutatim a ad c sicut b ad d. quare per 13 a b ad c d sicut b ad d: pmutatim igitur erit a b ad b: sicut c d ad d.

a......b...
c....d..

¶Euersam proportionalitatem restat in numeris stabilire.

¶Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d: erit a b ad a, sicut c d ad c. erit enim permutatim a b ad c d: sicut b ad d. quare per 12 sicut a ad c. permutatim igitur erit a b ad a: sicut c d ad c. patet itaq; totum. ¶Ex his quoq; leue est demonstrare in numeris: quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere. videlicet.

¶Si proportio primi ad secundũ fuerit sicut tertij ad quartum, quinti quoq; ad secũdum sicut sexti ad quartum: erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum sicut tertij et sexti pariter acceptorum ad quartum.

a........e.... c......f...
b.... d...

¶Vt si sit a ad b sicut c ad d, itemq; e ad b sicut f ad d: erunt a & e pariter accepti ad b, sicut c & f pariter accepti ad d. erit enim per conuersam proportionalitatem, b ad e: sicut d ad f. quare per æquam proportionalitatem a ad e: sicut c ad f. ergo coniunctim a & e ad e: sicut c & f ad f. itaq; per æquam proportionalitatem a & e ad b: sicut c & f ad d. quod est propositum. ¶Eodemq; modo probabis ecõuerso. si sit b ad a sicut d ad c, itemq; b ad e sicut d ad f: erit b ad a & e sicut d ad c & f. erit enim per conuersam proportionalitatem a ad b: sicut c ad d. quare per æquã a ad e: sicut c ad f. & coniunctim a & e ad e: sicut c & f ad f. igitur econuerso e ad a & e: sicut f ad c & f. per æquam itaq; proportionalitatẽ erit b ad a & e: sicut d ad c & f. quod erat propositum. ¶Ex hoc quoq; manifestum est q; si fuerit proportio quotlibet numerorum ad primũ sicut totidẽ aliorũ ad secundum: erit aggregati ex oĩbus antecedẽtibus ad primum, ad primũ, sicut aggregati ex oĩbus antecedentibus ad secundum, ad secundum. Itemq; ecõuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totidem alios: erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum, sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio. 14 14

¶Si fuerint quilibet numeri, & alij eisdem æquales numero cum duobus sumptis & in eadem ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri a, b, c & alij eisdem æquales numero cum duobus sumptis in eadẽ ratione d, e, f: sicut quidem a ad b sic d ad e, sicutq; b ad c sic e ad f. Dico q; & ex æquali est sicut a ad c: sic d ad f. Quoniam enim per hypothesin est sicut a ad b sic d ad e: & vicissim quoq; igitur per 13 septimi est sicut a ad d sic b ad e. Rursus quoniam est sicut b ad c sic est e ad f: vicissim igitur per eandem est sicut b ad e sic c ad f. sicut autem b ad e: sic a ad d. & sicut igitur per 11 quinti a ad d: sic c ad f. Vicissim igitur per 13 septimi est sicut a ad c: sic d ad f. quod oportuit demonstrasse.

a b c d e f

Eucli. ex Camp. Propositio 16. 16

I numeret vnitas aliquẽ numerum quoties quilibet tertius aliquemquartum: erit quoq; permutatim vt quoties vnitas numerat tertium, toties secundus numeret quartum.

vnitas b..
.
a.... c........

¶CAMPANVS. ¶Vt si sit vnitas ad a sicut b ad c: erit permutatim vnitas ad b sicut a ad c. Non superfluit autem hæc, demonstrata permutata proportione: non enim ex illa potest concludi quod hic proponitur. Nam illa demonstrata est de quatuor numeris proportionalibus: vnitas vero non est numerus per diffinitionẽ. Hoc ergo modo pateat ꝓpositũ.

Diuidatur a per vnitates:& c, secundum quantitatem b. eruntq; per præsentem hypothesin tot partes a: quot c. & quia vnaquæq; partium a est vnitas/& vnaquæq; partium c est æqualis b: erit vt quoties vnitas in b, toties vnaquæq; partium a in sua compari ex partibus c. per modum itaq; demonstrationis quintæ/sequetur toties esse a in c: quoties vnitas in b. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 15.

15 ¶Si vnitas numerum aliquem metiatur: pariter autem alter numerus alium quempiam numerũ metiatur:& vicissim pariter vnitas tertiũ numerũ metietur/& secũdus quartum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Vnitas inq̃ a numerũ aliquem b c metiatur: pariter autem alius numerus d, alium quẽpiam numerum e f metiatur. Dico q & vicissim pariter a ipsũ d numerũ metietur:& b c ipsum e f. Quoniã eñ æque a vnitas ipsum b c numerũ metietur, & d ipsum e f: quot igitur sunt in b c vnitates: tot sunt in e f numeri æquales ipsi d. Diuidatur inq b c in eas quæ in eo sunt vnitates: hoc est b g, g h & h c. Ipse vero e f in ipsi d æquales: hoc est e k, k l & l f: est iam æqualis multitudo ipsorum b g, g h & h c: multitudini ipsorũ e k, k l & l f. & quoniã b g, g h & h c vnitates sibi inuicẽ sunt æquales:& e k, k l & l f numeri sibi inuicẽ sunt æquales:& est æqualis multitudo ipsarũ b g, g h & h c vnitatum multitudini ipsorũ e k, k l & l f numerorum: est igitur sicut b g vnitas ad e k numerũ/sic est g h vnitas ad k l numerum/& h c vnitas ad l f numerum. erit igitur per 12 septimi/& sicut vnus antecedentiũ ad vnum consequentium: sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est igitur sicut b g vnitas ad e k numerũ: sic b c ad e f. æqualis autẽ est b g vnitas ipsi a vnitati:& e k numerus ipsi d numero. est igitur per 11 quinti sicut a vnitas ad d numerum: sic b c ad e f. pariter igitur a vnitas ipsum d numerum metitur:& b c ipsum e f. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 17.

7 SI duorum numerorum vterq; ducatur in alterum: qui inde producentur erunt æquales.

¶CAMPANVS. ¶Sicut si ex a in b proueniat c b:& ex b in a proueniat d: erũt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c: erit per conuersionẽ diffinitionis b in c: quoties vnitas in a. ergo per præmissam/erit a in c: quoties vnitas in b. Et quia toties est a etiam in d, quia ex b in a fit d: sequitur vt toties sit a in c quoties in d. per conceptionẽ igitur c & d sunt æquales.

¶CAMPANI ãnotatio. ¶Possumus quoq; hãc conclusionẽ alio modo proponere. Si duorum numerorũ vterq; ducatur in alterũ idem numerus vtrobiq; prouenier. vt si ex a in b proueniat c: idem etiã ex b in a proueniet. Quia enim ex a in b fit c: erit prius per conuersionẽ diffinitionis b in c quoties vnitas in a. Et permutatim per præmissam a in c: quoties vnitas in b. quia igitur a toties sibi coaceruatur in c, quoties in b est vnitas: sequitur per diffinitionem q ex b in a fit c.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 16.

16 ¶Si bini numeri multiplicantes se/adinuicem fecerint aliquos: geniti ex eis æquales adinuicem erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini numeri a, b. & a quidem ipsum b multiplicans/efficiat c: & b ipsum a multiplicans/efficiat d. Dico q æqualis est c ipsi d. Quoniam enim a ipsum b multiplicans/c fecit: & b igitur ipsum c metitur per eas quæ in a sunt vnitates. metitur autem & e vnitas ipsum a numerũ per eas quæ in eo sunt vnitates. pariter igitur per 11 quinti/e vnitas ipsum a numerum metitur & b ipsum c. Vicissim igitur per 15 septimi pariter e vnitas ipsum b numerum metitur: & a ipsum c. Rursus quoniam b ipsum a multiplicans/fecit ipsum d: igitur a

n. v.

Vnitas
b
a c

f
e l
h k
g
a b d e

vnitas
a b
c
d

e a b c d

ipſum d metitur per eas quæ in ipſo b ſunt vnitates. Metitur autem & e vnitas: ipſũ b per eas quæ in eo ſunt vnitates. pariter igitur per 11 quinti e vanitas ipſum b numerũ metitur: & a ipſum d. pariter autem e vnitas ipſum b numerũ metitur: & a ipſum c. Pariter igitur a: vtrunq; c, d, metitur. æqualis igitur eſt c ipſi d. quod erat demonſtrandum.

e a b c d

Eucli. ex Camp. Propoſitio 18.

SI vnus numerus in duos ducatur: tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum: quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum. 18

d e

b c

a

Vnitas

¶CAMPANVS. ¶ Multiplicet a vtrunq; duorum numerorũ b & c: & proueniant d & e. Dico q; erit proportio d ad e: ſicut b ad c. ſequitur enĩ per conuerſionem diffinitionis eius qđ eſt multiplicari, vt b in d, & c in e ſit: quoties vnitas in a. quare per diffinitionem, proportio d ad b: eſt ſicut e ad c. æqualiter enim eos continent. quia quoties a vnitatem, ergo permutatim d ad e: ſicut b ad c. quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 17.

¶S i numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos: geniti ex eis eandem rationem habebunt quã multiplicati. 17

¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus enim a duos numeros b, c, multiplicans: efficiat d, e. Dico q; eſt ſicut b ad c ſic eſt d ad e. Quoniam enĩ a ipſum b multiplicans, ipſum d fecit: & b igitur ipſum d metitur per eas quæ in a ſũt vnitates. Metitur autẽ & f vnitas, ipſum a numerũ: per eas quæ in eo ſunt vnitates. Pariter igitur f vnitas ipſũ a numerũ metitur: & b ipſum d. eſt igitur ſicut f vnitas ad a numerũ: ſic eſt b ad d. Propterea iam et ſicut f vnitas ad a numerũ: ſic c ad e. & ſicut igitur per 11 quinti b ad d: ſic c ad e. Viciſſim igitur per 15 ſeptimi, eſt ſicut b ad c: ſic eſt d ad e. Si igitur numerus duos: & reliqua quæ ſequũtur. quod oportebat demonſtrare.

f a b c d e

Eucli. ex Camp. Propoſitio 19.

SI duo numeri vnum multiplicent: erit proportio duorum inde productorum tanq̃ duorum multiplicantium. 19

¶CAMPANVS. ¶Ex conuerſione antecedentis præmiſſæ: concluditur hæc eadẽ paſſio quæ in præmiſſa. vt ſi vterq; duorũ numerorũ b & c multiplicet a, & proueniãt d & e: erit d ad e ſicut b ad c. erit enĩ per antepræmiſſam vt ex a in b & c fiant d & e. quare per præmiſſam d ad e: ſicut b ad c. quod eſt propoſitum.

d e

a

b c

¶CAMPANI annotatio. ¶Potes autẽ quod proponit per hãc & præmiſſam de duobus numeris: ad quotlibet numeros ampliare. q; ſi vnus multiplicet quotlibet: erit productorũ & multiplicatorũ vna proportio. Similiter quoq; ſi quotlibet multiplicent vnũ: erit productorũ & multiplicantium vna proportio. quod per hanc & præmiſſã quoties oportuerit repetitas: facile probabis. ¶Hic autẽ (vt ſupra polliciti ſumus) demõſtrare volumus æquam proportionalitatẽ in quotlibet numeris duorum ordinũ indirectæ proportionalitatis: quam demonſtrat Euclides per 23 quinti, in quantitatibus in genere. Dicimus igitur

¶Si quotlibet numeri totidẽ alijs fuerint indirecte proportionales: extremi quoq; in eadem proportione proportionales erunt.

g

h

a c

b d

c f

k

¶Vt ſi ſit a ad b ſicut d ad f, & b ad e ſicut c ad d: erit a ad e ſicut c ad f, ducatur enĩ c in d & f: & proueniant g & h. eritq; per præmiſſam g ad h, ſicut d ad f: quare & ſicut a ad b. ducatur itẽ f in d: & proueniat k. eritq; per hanc 19 g ad k: ſicut c ad f. & quia ex f in d fit k: fiet idem econuerſo per 10 ex d in f. quia igitur ex c & d in f fiunt h & k: erit per hanc 19, h

ad k ſicut c ad d. quare ſicut b ad c. & quia iam oſtenſum eſt ꝙ eſt g ad h ſicut a ad b: erit per 15 a ad e ſicut g ad k. ſed ſic erat etiam c ad f. eſt igitur a ad e: ſicut c ad f. quod eſt propoſitum. Idem probabis ſi fuerint in vtroq; ordine numeri plures tribus. quemadmodum probatur in 23 quinti / de quantitatibus pluribus tribus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

18 ❡Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes / fecerint aliquos: geniti ex eis eandem habebunt rationem quã multiplicantes.

❡THEON ex Zamberto. ❡Duo inq̃ numeri a, b, numerum aliquem c multiplicantes: efficiãt d, e. Dico ꝙ eſt ſicut a ad b: ſic eſt d ad e. Quoniam a multiplicans ipſum c, fecit ipſum d: & c igitur ipſum a multiplicans / facit ipſum d. Id propterea c ipſum b multiplicans: ipſum e facit. Numerus iam c duos numeros a, b, multiplicãs: fecit ipſos d, e. Eſt igitur per 17 ſeptimi / ſicut a ad b: ſic eſt d ad e. quod oportuit demõſtraſſe.

a b c d e

Eucli. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI fuerint quatuor numeri proportionales: qđ ex ductu primi in vltimum producetur / ęquum erit ei qđ ex ductu ſecundi in tertium. Si vero quod ex primo in vltimum producetur / æquũ eſt ei quod ex ſecundo in tertium: illi quatuor numeri ſunt proportionales.

❡CAMPANVS. ❡Quod propoſuit Euclides per 15 ſexti / de quatuor lineis proportionalibus: proponit hic de quatuor numeris proportionalibus. verbi gratia. Sit proportio a ad b ſicut c ad d. fiatq; ex a in d: e. & b in c: f. dico ꝙ e & f ſunt æquales. & ecõuerſo. Ducatur enim a in b: & fiat g. eritq; per 18 g ad e: ſicut b ad d. & quia per 17 ex b i a fit g, & ex eodẽ b in c, f: erit per 18 g ad f ſicut a ad c. æq̃les igitur ſũt f & e. qđ eſt primũ. Nec oportet prædemõſtrare ſi vnius numeri ad duos ſit vna proportio: ꝙ ſunt æquales. aut ſi ipſi ſunt æquales: ꝙ vnius ad ipſos ſit vna proportio. Si eni eſt vna proportio g ad e & ad f: aut ipſe erit tota pars vel partes e quota vel quotę idem eſt f, & tunc per conceptionem patet e & f eſſe æquales. aut toties g continebit e quoties f: & ſuperfluent in eo tota pars vel partes e quota vel quotę in eodem ſuperfluent f. & tunc etiã per conceptionem patet eos eſſe æquales. Quod ſi ipſi fuerint ęquales patet per conceptionẽ ꝙ aut g erit tota pars vel partes e quota vel quotæ f. & tũc per diffinitionem erit ipſius g ad vtrumq; eorũ proportio vna. aut æqualiter continebit vtrũq; cum ſuperfluitate ſimilium & tot numero partiũ: & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrumq; proportio vna.

❡Secundũ ſic patet. Sit e productus ex a in d: ęqualis f producto ex b in c. dico proportio a ad b eſt ſicut c ad d. & eſt hæc cõuerſa primæ partis. Sit enim vt prius g qui fit ex a in b. & quia e & f ſunt æquales: erit g ad vtrunq; eorum proportio vna. & quia vt prius per 18 g ad f ſicut a ad c, & ad e ſicut b ad e: erit a ad c ſicut b ad d. quare permutatim a ad b: ſicut c ad d.

e

g

f

a c

b d

❡CAMPANI annotatio. ❡Nõ proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus ꝙ ille qui ex ductu primi in tertiũ producitur ſit æqualis quadrato medij / & ſi ille qui ex primo in tertium producitur fuerit æqualis quadrato medij ꝙ illi tres numeri ſint continue proportionales: ſicut proponit in 16 ſexti / de tribus lineis. hoc enim facile demonſtratur per hanc 20: medio illorum trium numerorum / æquali aſſumpto. quẽadmodum in ſexto de tribus lineis probatur per quatuor: aſſumpta quarta æquali mediæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 19.

19 ❡Si quatuor numeri proportionales fuerint: qui ex primo

& quarto fit/æquus est ei qui ex secundo & tertio. Etsi qui ex primo & quarto fit numerus ęqualis fuerit ei qui ex secũdo & tertio: ipsi quatuor numeri proportionales erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor numeri proportionales a, b, c, d: sicut a ad b, sic c ad d. & a quidem ipsum d multiplicans: efficiat ipsum e. & b ipsum c multiplicans: efficiat ipsum f. Ipse autem a ipsum c multiplicans: efficiat ipsum g. Quoniam igitur a ipsum c multiplicans/ipsum g fecit: multiplicans autem ipsum d, ipsum e fecit: & igitur numerus autem a duos numeros c, d, multiplicãs/ ipsos g, e, fecit: & igitur per 17 septimi/sicut c ad d, sic est g ad e. Sicut autem c ad d: sic a ad b. & sicut igitur per 11 quinti/a ad b: sic g ad e. Rursus quoniã a ipsũ c multiplicãs/ipsum g fecit: sed b ipsum c multiplicans/ipsũ f fecit: duo numeri a, b, numerum aliquẽ c multiplicantes/ ipsos fecerunt g, f. est igitur per 18 septimi sicut a ad b: sic g ad f. sed & sicut a ad b: sic g ad e. & sicut igitur per 11 quinti g ad e: sic g ad f. Igitur g ad vtrunq; ipsorum e, f: eãdem habet rationem. æqualis igitur est e ipsi f per 7 quinti. ¶ Sit vero rursus æqualis e ipsi f. Dico q; est sicut a ad b: sic est c ad d. Eisdem nãq; dispositis/quoniã a ipsos c, d, multiplicãs/ipsos g, e fecit: est igitur per 17 septimi/sicut c ad d sic g ad e. æqualis autem est e ipsi f. est igitur sicut g ad e: sic g ad f p secũdã partẽ septimę quĩti. Sed sicut quidẽ g ad e: sic c ad d. sicut autem g ad f: sic a ad b, per 18 septimi. sicut igitur per 11 quinti/a ad b: sic c ad d. Quod oportebat demonstrare.

a b c d e f g

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20.

¶Si tres numeri proportionales fuerint: qui sub extremis/ 20
æqualis est ei qui a medio. Et si qui sub extremis æqualis fuerit ei qui a medio: ipsi tres numeri proportionales erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint tres numeri proportionales a, b, c. sicut a ad b: sic b ad c. Dico q; qui ex a, c: æquus est ei qui ex b. Ponatur enim ipsi b æqualis d. est igitur sicut a ad b: sic d ad c. Igitur qui ex a, c: æquus est ei qui ex b, d. at qui ex b, d: æquus est ei qui ex b. æqualis enĩ est b ipsi d. Qui igitur ex a, c: æquus est ei qui ex b. ¶Sed qui ex a, c: æquus esto ei qui ex b. Dico q; sicut a ad b: sic est b ad c. Quoniã eni qui ex a, c, æquus est ei qui ex b: qui vero ex b, æquus est ei qui ex b, d: est igitur per vndecimam quinti/sicut a ad b sic d ad c. æquus autem est b ipsi d. est igitur sicut a ad b: sic b ad c. quod erat demonstrandum.

a b e

d.....

Eucli. ex Camp. Propositio 21.



Numeri secundum quamlibet proportionem mi- 21
nimi: numerãt quoslibet in eadem proportione/ minor minorem & maior maiorem æqualiter.

¶CAMPANVS. ¶Sit a & b: minimi numeri in sua proportione. sitq; c ad d: sicut a ad b. dico q; a numerat c, & b, d: æqualiter. Cum sit enim a ad b sicut c ad d: erit permutatim a ad c sicut b ad d. erit igitur a, c tota pars vel partes: quota vel quotæ b, d. si itaq; fuerit pars: constat propositum. At si partes: sit e vna partium a, & f vna partium b. & quia tota pars est e, c per hypothesin quota f, d: erit per diffinitionem proportio e ad c sicut f ad d. quare permutatim e ad f: sicut c ad d. quare etiam sicut a ad b. non sunt itaq; a & b: minimi suę proportionis. quod est contrarium positis.

c .... d ..
a .. b.

c ...... d ...
a .... b ..
e .. f.

Similiter quoq;.

¶ Quotlibet numeri/siue in eadem proportione siue in diuersis minimi: numerant omnes in eadẽ proportione quisq; suum correlatiuum æqualiter.

¶Vt si sint a, b, c, minimi in eadem proportione vel in diuersis / sintq́ in eadem vel eisdem d, e, f: ita q́ sit d ad e vt a ad b, & e ad f vt b ad c. dico q́ a numerat d, & b, e, & c, f: æqualiter. quia enim est a ad b, vt d ad e: erit permutatim a ad d, vt b ad e. & quia b ad c. vt e ad f: erit etiã permutatim b ad e: vt c ad f. quare b ad e. & c ad f: sicut a ad d. & quia a, b, c, sunt minores d, e, f: erit b, e, & c, f, tota pars aut partes: quota est a, d. Si itaq́ pars: constat propositum. At si partes. sit g vna partium a, & h vna partium b, & k vna c. eritq́ per præsentem hypothesin tota pars h, e, & k, f: quota g, d. quare per diffinitionem h ad e, & k ad f: sicut g ad d. permutatim igitur erit g ad h vt d ad e: & h ad k, vt e ad f. quare g ad h vt a ad b: & h ad k vt b ad c. quia ergo g, h, k, sunt minores a, b, c, & in eadem proportione: sequitur contrarium positi.

d e f
a b c

d e e
a b c
g h k

21 Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

¶Minimi numeri eandem rationem habentium eis: metiũtur eandem rationem habentes æqualiter / maior maiorem / minor minorem.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipsis a, b: ipsi c d & e f. Dico q́ æqualiter c d ipsum a metitur: & e f ipsum b. Ipse c d: ipsius a non est partes. Si enim possibile: esto c d ipsius a partes. & h f igitur ipsius b eædem partes est: quæ & c d ipsius a. Igitur quot sũt in c d, partes ipsius a: tot sunt & in e f, partes ipsius b. Diuidatur quidem c d in ipsius a partes: hoc est c g & g d. Sicq́ e f in ipsius b partes: hoc est e h & h f. erit iam æqualis multitudo ipsorum c g & g d: multitudini ipsorum e h & h f. & quoniam æquales sũt c g & g d numeri adinuicem / sunt autem & e h, h f numeri inuicem æquales / estq́ multitudo ipsorum c g & g d æqualis multitudini ipsorũ e h & h f: est igitur p 7 quĩti / sicut c g ad e h, sic g d ad h f. Erit igitur per 12 septimi / & sicut vnus antecedentiũ ad vnum sequentium: sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut c g ad e h: sic c d ad e f. Igitur c g & e h: ipsis c d & e f in eadem ratione sunt / minores existentes eis. quod est impossibile. Supponuntur enim ipsi c d & e f minimi: eandem rationem habẽtium eis. Igitur c d minime partes est ipsius a. pars igitur. & e f igitur ipsius b eadem pars est quæ & c d ipsius a. pariter igitur c d ipsum a metitur: & e f ipsum b. quod oportebat demonstrare.

d f
g h
c e a b

¶Huic ex Zamberto propositioni respondet id quod supra / ad 19 addidit Campanus.

22 Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 22.

¶Si fuerint tres numeri / & alij eiusdem æquales numero / cum duobus sumptis & in eadem ratione / fuerit autem perturbata eorũ proportio: & ex æquali in eadẽ ratione erũt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint numeri a, b, c, & alij eisdem æquales numero d, e, f: cũ duobus sumptis / & in eadem ratione. sit autem perturbata eorum proportio. sicut quidẽ a ad b: sic e ad f. & sicut b ad c: sic d ad e. Dico q́ & ex æquali est sicut a ad c: sic est d ad f. Quoniam enim est sicut a ad b sic e ad f: qui igitur ex a, f, per 20 septimi æqualis est ei qui ex b, e. Rursus quoniam est sicut b ad c sic est d ad e: qui igitur ex d, c, æqualis est ei qui ex b, e. ostẽsum autem est q́ qui ex a, f: æquus est ei qui ex b, e. & qui ex a, f igitur: per 20 septimi / æquus est ei qui ex d, c. Est igitur per 11 quinti / sicut a ad c: sic d ad f. quod oportebat demonstrare.

a b c d e f

22 Eucli. ex Camp. Propositio 22.

SI fuerint duo numeri secundum suam proportionẽ minimi: ipsi erunt adinuicem primi.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: secundum suam proportio-
nem minimi. dico ꝙ ipsi sunt contra se primi. Si enim non: numeret eos
c secundū d & e. eritq́ per 18 d ad e sicut a ad b. & quia d & e sunt mino
res a & b: sequitur a & b non esse suæ proportionis minimos: q̄d est cō-
trarium positioni. Similiter quoq́.

¶Si fuerint quotlibet numeri in cōtinuatione suarum pro-
portionum (siue eadem siue diuersæ fuerint) minimi: nullus
numerus numerabit omnes.

¶Vt si sint a, b, c, minini in continuatione suarum proportionum. dico
ꝙ nullus numerabit omnes. Sin autem: numeret eos d. a quidem secū-
dum e. b vero secundū f. & c secundū g. eritq́ per 18 e ad f: sicut a ad b. &
f ad g: sicut b ad c. quia ergo e, f, g, sunt minores a, b, c, & secundū pro-
portionē eorū: non erūt a, b, c, quales positi sunt. quod est inconueniens.
¶Quāq̄ autem nullus numeret a, b, c, si fuerint minimi: potest tamen esse
vt quoslibet duos ex eis numeret vnus. ducto etenim quolibet numero
in aliquem ad se primum/ ac vtroq́ eorum in aliquem tertium ad vtrūq́
primū: prouenient tres numeri quorū quiq́ duo erūt cōpositi. nullus ta-
mē numerabit omnes. Sint enim a, b, c, tres numeri quorū quisq́ sit pri
mus ad alios. ducaturq́ a in b & c: & proueniat d & e. itēq́ b in c: & pro-
ueniat f. dico quosq́ duos ex d, e, f, esse adinuicem compositos: tamen
nullus numerabit omnes. Duos quosq́ patet esse compositos. a enim nu
merat d & e. b vero d & f. & c, e & f. q, autem nullus numeret omnes: pa
tebit prius demonstrato ꝙ a est maximus numerans d & e. b quoq́ ma-
ximus numerās d & f. & c maximus numerans e & f. Hoc autem sic cō-
stat. si enī a nō est maximus numerās d & e: sit itaq́ g. numeretq́ d secū
dū h, & e secūdū k. erit per secundā partē 20 a ad g: sicut h ad b. itēq́ per
eandē a ad g: sicut k ad c. Quia ergo a est minor g: erit b minor h, & k
minor c. & quia h ad k sicut b ad c, vtraq́ enim est sicut d ad c per 18 bis
assumptam/ sunt autem h & k minores b & c: erit per immediate sequen
tem & per hanc hypothesin ꝙ b & c sunt contra se primi/ reperire mini
mis minores. quod quia est impossibile: erit a maximus numerans d et
e. Eodemq́ modo probabitur ꝙ b sit maximus numerans d & f: & c ma
ximus numerans e & f. si quis ergo numerat d, e, f: per correlarium secū-
dæ ter assumptum ipse numerabit a, b, c. sed quisq́ eorum primus erat
ad reliquos. Accidit igitur impossibile. Similiter quoq́

¶Quotlibet numeri quos vnus non numerat: secundum cō
tinuationem suarum proportionum sunt minimi.

¶Vt si sint a, b, c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat. dico ꝙ
ipsi sunt in continuatione suarum proportionum minimi. Alioquin sint
minimi d, e, f. qui per 21 numerabunt a, b, c, quisq́ suum relatiuū æqua
liter. sit ergo vt secundum g. eritq́ per 17 vt viceuersa g numeret a, b, c,
secundum d, e, f. quare accidit contrarium positioni.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 23.

¶Primi numeri adinuicem: minimi sunt eandem rationem 23
habentium eis.

¶THEON ex Zamb. ¶Sint primi numeri adinuicē a, b. Dico ꝙ ipsi
a, b: minimi sunt eandem rationem habentium eis. si autem a & b non
sunt minimi eandē habentium rationem eis: erūt aliqui numeri ipsis a,
b, minores in eadem ratione existentes ipsis a, b. sint autem c, d. Quo-
niam igitur minimi numeri eandem rationem habentium eis metiun-
tur eandem rationem habentes pariter maior maiorem/ minor minorē/
per 21 septimi/ hoc est antecedens ipsum antecedentem & consequens
ipsum consequentem: æqualiter igitur c ipsum a metitur, & d ipsum b.
Quoties enim c ipsum a metitur: tot vnitates sint in e. & d igitur ipsum
b metitur: per eas quæ in e sunt vnitates. & quoniam c ipsum a metitur
per eas quæ in ipso e sunt vnitates: igitur & e ipsum a metitur per eas

quæ in ipso c sunt vnitates. Id propterea & e ipsum b metitur: per eas quæ in ipso d sunt vnitates. Igitur & e ipsos a,b, metitur primos existentes adinuicem. Quod est impossibile per 13 diffinitionem septimi. Non erunt igitur aliqui numeri ipsis a,b, minores in eadem ratione existentes ipsis a,b. Minimi igitur sunt a & b eandem rationem habentium eis. Quod oportuit demonstrasse.

¶Sequens ex Campano 23: præcedenti 23 ex Zamberto respondet. præcedens autem ex Campano 22: sequenti ex Zamberto 24.

Eucli. ex Camp. Propositio 23.

23 QVilibet numeri contra se primi: sunt secundum suã proportionem minimi.

¶CAMPANVS. ¶Hæc est conuersa pręmissę. vt si duo numeri sint a & b contra se primi: ipsi erunt secundum suã proportionem minimi. sin autem: sint minimi in eadem proportione (si possibile est) c & d. constat itaq; per 21 q c numerat a, & d, b, æqualiter. sit igitur vt secundum e. erit per 17 vt viceuersa e numeret a & b. a quidẽ secundũ c: & b secundum d. non sunt igitur a & b contra se primi. quod est contra hypothesin.

a b
e
c d

Eucli. ex Zamb. Theo. 22. Propo. 24. Cõuersa p̃cedẽtis.

24 ¶Minimi numeri eandem rationem habentium eis: primi adinuicem sunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis a,b. Dico q a,b, primi adinuicem sunt. Si autẽ a,b, adinuicem nõ sunt primi: metietur aliquis numerus ipsos a,b. metiatur: & esto c. & quoties quidem c ipsũ a metitur: tot vnitates sint in d. quoties autem c ipsum b metitur: tot vnitates sint in e. Quoniam c ipsum a metitur per eas quæ in d vnitates existunt: igitur & c ipsum d multiplicãs ipsum a facit. id propterea & c ipsum e multiplicãs: ipsum b facit. numerus igitur c duos numeros d,e, multiplicans: ipsos a b facit. Est per 17 septimi/& per 11 quinti igitur sicut d ad e: sic est a ad b. Qui autem ipsis a,b, in eadem sunt ratione minores sunt. quod est impossibile. Ipsos igitur a,b, numeros: numerus aliquis nõ metietur. Igitur ipsi a,b: primi inuicem sunt. Quod demonstrasse oportuit.

a b c d e

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 SI fuerint duo numeri contra se primi: si quis vnum eorum numeret/ad alterum esse primus necessario comprobatur.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b contra se primi: c vero numeret a. Dico q c primus est ad b. alioquin: numeret eos d. quæ per penultimã conceptionẽ numerabit etiam a. non sunt ergo a & b, contra se primi: d enim numerat ambos.

a b
c d

Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 25.

25 ¶Si bini numeri/primi adinuicem fuerint: vnum eorũ metiens ad reliquum primus erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini numeri primi adinuicem a & b. Ipsum autẽ a metiatur aliquis numerus c. Dico q & c,b: primi adinuicem sunt. Si autem c,b, non sunt adinuicem primi: metietur ipsos c,b, aliquis numerus. metiatur: & esto d. Quoniã d ipsum c metitur, & c ipsum a metitur: & d igitur ipsum a metitut. metitur autem & b. Igitur d ipsos a,b, metitur: primos adinuicem existentes. qđ est impossibile/per 13 diffinitionem septimi. Ipsos igitur b,c, numeros numerus aliquis nõ metietur. Ipsi igitur c,b, primi adinuicem sunt. quod erat demõstrandũ.

a b c d

Eucli. ex Camp. Propositio 25



I fuerint duo numeri ad aliũ quemlibet primi: qui ex ductu vnius in alterũ producetur: ad eundem erit primus. 25

❡CAMPANVS. ❡Sit vterq; duorum numerorum a & b, primus ad c: & ex a in b sit d. Dico q̃ d est primus ad c. aliter enim numeret eos e. d, quidem secundum f. eritq; per secundam partem 20/a ad e: sicut f ad b. & quia a & c sunt primi/& e numerat c: ipse erit per 24 primus ad a. quare per 23 a & e: sunt secundum suam proportionem minimi. sequitur ergo per 21/vt e numeret b. & quia positum est q̃ ipse numeret c: non erunt b & c contra se primi. quod est contra hypothesin.

a... b....
c.....
d............
e.. f......

Eucli. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 26

❡Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint: & ex eis genitus ad eundem primus erit. 26

❡THEON ex Zamberto. ❡Bini numeri inq̃ a, b, ad aliquem numerũ c, primi sint: & a ipsum b multiplicans/ipsum d efficiat. Dico q̃ ipsi c, d: primi sunt adinuicem. Si autem c, d, non sunt primi adinuicem: metietur eos aliquis numerus. metiatur: & esto e. Et quoniam c, a, primi adinuicem sunt/ipsum autem c metitur aliquis numerus e: igitur e, a, per 25 septimi/primi sunt adinuicẽ. Quoties iam e metitur ipsum d: tot vnitates sint in f. & f igitur ipsum d metitur: per eas quæ in e sunt vnitates. Igitur e ipsum f multiplicans: ipsum d facit. Sed & a ipsum b multiplicans: ipsum d facit. æqualis igitur est qui ex e, f: ei qui ex a, b. Si autem qui sub extremis æquus fuerit ei qui sub medijs: quatuor numeri proportionales sunt per 19 septimi. Est igitur per 11 quinti/sicut e ad a: sic est b ad f. Ipsi autem a, e, primi. ipsi autem primi: & minimi. minini autem numeri per 21 septimi eandem rationem habentium eis: metiuntur eãdem rationem habẽtes pariter maior maiorem/minor minorem. hoc est antecedens antecedentem: & consequens consequentem. Igitur e ipsum b metitur. metitur autem & c. igitur e ipsos c, b, metitur primos existentes adinuicem. quod est impossibile per 13 diffinitionem septimi. Ipsos igitur c, d, numeros: numerus aliquis nõ metietur. Ipsi igitur c, d: primi adinuicem sunt. Quod oportebat demonstrare.

b
a c d e f

Eucli. ex Camp. Propositio 26



I fuerint duo numeri cõtra se primi: qui ex vno eorum in se ipsum producitur/ad reliquũ est primus. 26

❡CAMPANVS. ❡Sint contra se primi a & b. & ex a in se fiat c. Dico q̃ c primus est ad b. sit enim d: æqualis a. eritq; d primus ad b. & ex a in d: fiet c. per præmissam igitur patet c primum esse ad b. quod proposuimus.

a... b....
c..........
d...

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 27.

❡Si duo numeri primi adinuicem fuerint: qui ex vno eorũ fit/ad reliquum primus erit. 27

❡THEON ex Zamberto. ❡Sint bini numeri primi adinuicem a, b: et a seipsum multiplicans/ipsum c efficiat. Dico q̃ ipsi b, c: primi adinuicem sunt. Ponatur enim ipsi a: æqualis d. Quoniam a, b, primi adinuicem sunt/æqualis autem est a ipsi d: & d, b, igitur primi adiuicem sunt. vterq; igitur ipsorum d, a, ad b primus est. & qui ex d, a, igitur fit: ad b primus est per 26 septimi. Qui autem ex d, a, fit numerus: est c. Igitur c, b: primi adinuicem sunt. quod erat demonstrandum.

b
a c d

Eucli. ex Camp. Propositio 27.

ſ I duobus numeris ad alios duos comparatis/vterq; ad vtrumq; fuerit primus: qui ex duobus 27

prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b, priores: c & d, posteriores. sitq; vterq; duorũ a & b: primus ad vtrũq; duorũ c & d. & ex a in b sit e: & ex c in d, f. dico ꝙ e primus est ad f. Hoc autem 25 ter assumpta euidenter concludit. Cum enim fiat e ex a in b, quorum vterq; primus est ad c & ad d: erit per ipsam / e primus ad c, & item per ipsam primus ad d. Quia item f fit ex c in d, quorũ vterq; primus est ad e: erit rursus per ipsam / f primus ad e. quod est propositum.

a . . b . . . . .
e . . . .
c . . . d . . . .
f . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 28.

28 ¶Si bini numeri ad binos numeros vterq; ad vtrũq; primi fuerint: & qui ex eis fient / primi adinuicem erunt.

¶THEON ex Zamb. ¶Bini inq̃ numeri a, b: ad binos numeros c, d, vterq; ad vtrunq; primi sint. & a quidẽ ipsum b multiplicans / efficiat ipsũ e: & c ipsũ d multiplicãs / efficiat ipsũ f. Dico ꝙ e, f: primi sũt adinuicẽ. Quoniã enĩ vterq; ipsorũ a, b, ad ipsũ c primus est: & q ex a, b, igitur fit / ꝑ 26 septimi / ad c primus est. qui autẽ fit ex a, b: est e. igitur e, c: primi sunt adinuicẽ. Id propterea & ipsi e, d: primi sunt adinuicem. & vterq; igitur ipsorum c, d: ad e primus est. & qui ex c, d, igitur: ad e primus est / per eandem. Qui autem fit ex c, d: est f. Igitur e, f: primi sũt adinuicem. Quod erat demonstrandum.

a b e c d f

Eucli. ex Camp. Propositio 28.

28 SI fuerint duo numeri contra se primi / ducaturq; eorum vterq; in seipsum: erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in vtrunq; productorum suum ducatur principium: erunt quoq; producti contra se primi.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b: contra se primi. ducaturq; vterq; in se: & proueniant ex a quidem c, ex b vero d. itemq; ducatur a in c, & proueniat e: & b in d, & proueniat f. dico c & d esse contra se primos: itemq; e & f, contra se primos. Est enim per 26 / c primus ad b. per eãdem igitur erit d primus ad a & ad c. sicq; constat primum: quod est c & d esse contra se primos. ¶Reliquũ sic. est enim vterq; duorũ numerorum a & c: primus ad vtrunq; duorum b & d. itaq; per 27 / erit e primus ad f. quod est reliquum. Non solum autem erit e primus ad f: sed etiam per 25 / ad b & ad d. itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur vtrũq; productorum in suum principium: essent omnes producti contra se primi. & non solum: sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

a c e b d f

Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 29.

29 ¶Si bini numeri primi adinuicem fuerint / & multiplicans vterq; seipsum fecerit aliquos: qui ex eis fiunt / primi adinuicem erunt. Et si qui in principio genitos multiplicantes fecerint aliquos: & illi quoq; primi adinuicem erunt. & semper circa extremos hoc continget.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini numeri primi adinuicem a, b. & a seipsum multiplicans / efficiat c: ipsum vero c multiplicãs / efficiat e. At b seipsum multiplicans / efficiat d: ipsum autem d multiplicans / efficiat f. Dico ꝙ c, d, & e, f: primi sũt adinuicẽ. Quoniã enĩ a, b, primi adinuicẽ sũt / & a seipsũ multiplicãs fecit ipsũ c: igitur c, b, primi sũt adinuicẽ ꝑ 27 septimi. Quoniã igitur c, b, primi sũt adiuicẽ / & b seipsũ multiplicans ipsum d fecit: igitur c, d, primi sunt adinuicem per eandẽ. Et b seipsum multiplicans: ipsũ d fecit. Igitur a, d: primi sunt adinuicẽ per eandẽ.

a c e b d f

Quoniam igitur bini numeri a,c, ad binos numeros b,d, vterq; ad vtrunq; primi sūt: per 27 septimi/& qui ex a,c, ad eum qui ex b,d, primus est: qui autem ex a,c, est e: qui ex d,b, vero est f. igitur e,f, primi sunt adinuicem. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.



SI fuerint duo numeri contra se primi: qui ex ambobus coaceruatur / ad vtrunq; eorum erit primus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrūq; eorum fuerit primus: duo quoq; numeri adinuicem erunt primi.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b: contra se primi, dico q; ex eis compositus a b: ad vtrunq; eorum erit primus. & econuerso. nam si d numerat totum a b, & alterum eorum: numerabit per cōmunem scientiam & reliquum. quare non erunt contra se primi. sed hoc positum fuerat. patet ergo primum. ¶Secundum sic. Sit a b primus ad vtrunq; suorum componentium qui sunt a & b, dico q; a & b: sunt contra se primi. Posito enim q; d numeret vtrunq; duorum numerorum a & b: sequitur per communem scientiam q; etiam numeret a b ex eis compositum. quare ad neutrum duorum numerorū a & b: erit a b primus. sed positum erat q; esset ad vtrunq;. accidit igitur impossibile.

a . . . b . . . .
d . .

¶CAMPANI ānotatio. ¶Eodem quoq; modo si coaceruatus ex duobus/primus fuerit ad alterum: primus quoq; erit ad reliquum. ideoq; & coacervati inter se. Sit eni compositus ex a, b: primus ad a. dico q; erit etiam primus ad b. alioqui: numeret eos d. qui per cōceptionem numerabit & a: cum numeret totum & detractum. hoc autem inconueniens. erat enim compositus ex a & b: primus ad a.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 30.

¶Si bini numeri: primi adiuicē fuerint: & vterq; ad vtrūq; ipsorum primus erit. Et si vterq; ad vnum aliquem eorum primus fuerit: & qui in principio numeri/ primi adinuicem erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Componātur enim bini numeri primi adinuicem: a b & b c. Dico q; & vterq; a b c: ad vtrunq; ipsorū a b, b c, primus est. Si autem c a & a b primi adinuicem non sunt: metietur eos aliquis numerus. metiatur: & esto d. Quoniam igitur d ipsos c a & a b metitur: & reliquum igitur b c metietur. Metitur autem & b a. Igitur d: ipsos a b & b c metitur / primos existentes adinuicem. quod est impossibile per 13 diffinitionem septimi. ipsos igitur c a & a b numeros: numerus aliquis non metietur. Igitur c a & a b: primi adinuicem sunt. Id propterea iam & ipsi c a & b c: primi sunt adinuicem. Igitur a c: ad vtrunq; ipsorum a b & b c primus est. ¶Sint rursus c a & a b: primi adinuicem. Dico q; ipsi a b & b c primi adinuicem sunt. Si enim ipsi a b, b c, primi non sunt adinuicem: metietur ipsos a b & b c, numerus aliquis. metiatur: & esto d. & quoniā d vtrunq; ipsorum a b & b c metitur: & totū igitur c a, metietur. metitur autē & ipsū a b. Igitur d: ipsos c a a b primos adinuicem existentes metietur. quod per 13 diffinitionē septimi est impossibile. Ipsos igitur a b & b c numeros: numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur a b & b c: primi adinuicem sunt. Quod oportuit demonstrasse.

a . . . . b c
d . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 30.

Zamb. 33.



OMnis numerus compositus: ab alio primo numeratur.

¶CAMPANVS. ¶Sit a quilibet numerus cōpositus. Dico q; aliquis primus numerat ipsum. quia enim est cōpositus: numerabitur ab aliquo numero qui sit b, qui si fuerit

a . . . .
b . . . .
c . . . . . .
d . . . .

primus: verum erit quod dicitur. si autē compositus: sit c qui numerat eū/ qui etiam per communem scientiam numerabit a. si ergo ipse fuerit primus: cōstat quod dicitur. At si cōpositus: necessario numerabit eum alius/ qui sit d. qui etiam per communem scientiam numerabit a. de quo ratiocinare vt prius. Quia ergo quoties occurrit compositus necesse est minorem assumere qui compositum occurrentem numeret: sequitur vt tandem deueniatur ad aliquem primum. alioquin accidet impossibile & contrarium petitioni: numerum in infinitum decrescere.

Eucli. ex Camp. Propositio 31. Zamb. 34.

31 ¶Omnis numerus: aut est primus: aut a primo numeratur.

¶CAMPANVS. ¶Sit a quilibet numerus. dico ipsum esse primum/ vel numerari a primo. quia si non est primus: erit cōpositus. quilibet autē talis: ab aliquo primo numeratur per præmissam. a igitur: vel primus est vel a primo numeratur. quod proponitur.

Eucli. ex Camp. Propositio 32. Zamb. 31.

32 ¶Omnis numerus primus: ad omnem quem non numerat est primus.

¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus primus non numerans b. dico ꝙ a & b: sunt contra se primi. si enim c numerat eos: non est verum ꝙ a sit primus.

Eucli. ex Camp. Propositio 33. Zamb. 32.

33 ¶Si numerus ex duobus productus/ ab aliquo primo numeretur: necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare.

¶CAMPANVS. ¶Sit c productus ex a in b: & sit d numerus primus qui ponatur numerare c. dico ꝙ d numerat a vel b. numeret enī c: secūdum e. si ergo non numerat a: erit primus ad ipsum per præmissam. & ideo erunt secundum suam proportionem minimi per 23. & quia a ad d sicut e ad b, per secundam partem 20: sequitur vt d numeret b per vigesimam primam. quod est propositum.

¶CORRELARIVM. ¶Vnde manifestū est/ ꝙ si aliquis numerus numerat productum ex duobus/ vel si eidem fuerit cōmensurabilis: cōmensurabilis quoq; erit alteri eorum.

¶Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones: quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus hoc præpostero ordine respondent.

Campanus.			
30	31	32	33
33	34	31	32

Zambertus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 31

31 ¶Omnis primus numerus: ad omnem numerum quem nō metitur primus est.

¶THEON ex Zāb. ¶Sit primus numerus a: & ipsū b nō metiat. Dico ꝙ ipsi b, a: primi adiuicē sūt. Si autē ipsi a, b, nō sūt adiuicē primi: aliqs numerus eos metietur. metiatur c. ipse c: nō est vnitas. Quoniā igit c ipsū b metitur/ & a nō metitur ipsū b: igitur c ipsi a nō est idē. Et quoniā c ipsos a, b, metitur: & a igitur metitur primū existētē/ nō existens ei idē. qđ est ipossibile per 13 diffinitionē septimi. Ipsos igitur a, b: numerus aliqs non metietur. Igitur ipsi a, b: primi adinuicem sunt. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 32.

32 ¶Si bini numeri multiplicantes se adinuicem fecerint aliquem/ factum autē ex eis metitur aliquis primus numerus: & vnum eorum qui in principio metietur.

¶THEON ex Zāb. ¶Bini inq̃ numeri a,b, multiplicātes se adinuicē: ipsum efficiāt c. ipsum autem c: metiatur aliquis numerus primus d. Dico ꝙ d: vnū ipsorum a,b, metitur. Ipsum a nō metiatur: estq; primus d. Igitur a,d, primi adinuicem sunt per præcedentem. Et quoties d ipsum c metitur: tot vnitates sint in e. Quoniam igitur d ipsum c metitur per eas quæ in e sunt vnitates: igitur d ipsum e multiplicans/ ipsum c efficit. Atq; & a ipsum b multiplicans: ipsum efficit c. æqualis igitur est qui ex d,e: ei q ex a,b. Est igitur per 19 septimi/ sicut a ad d: sic b ad e. Ipsi autem d,a, primi sunt. primi autem & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorem/ & minor minorem/ per 21 septimi. hoc est antecedens antecedentem: sequens sequentem. Igitur d ipsum b metitur. Similiter quoq; ostendemus ꝙ & si d ipsum b non metiatur: metietur & a. Igitur d: vnum ipsorum a,b metitur. Quod erat demonstrandum.

a b c d e

Eucli. ex Zamb. Theorema 31. Proppsitio 33. 33

¶Omnis compositus numerus: sub alicuius primi numeri dimensionem cadit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit compositus numerus a. Dico ꝙ a sub alicuius primi numeri dimensionem cadit. Quoniam a compositus est: metietur eum aliquis numerus per 14 diffinitionem septimi. metiatur: & esto b. & si b primus est: manifestum iam est quod quærimus per eandem. Si autem compositus: metietur eum aliquis numerus per eandem. metiatur: & esto c. Et quoniam c ipsum b metitur/ & b ipsum a metitur: & c igitur ipsum a metitur: & si c quidem primus est: manifestum iā est id quod quæritur. Si autem compositus: eū aliquis numerus metietur. talis vero factus: sumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedentē/ qui & ipsum a metietur. Si autem nō sumetur: metientur ipsum a numerum infiniti numeri/ quorum alter altero minor est. quod est impossibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui metietur præcedentem: qui & ipsum a metietur. Omnem igitur compositū numerū: primus aliquis numerus dimetitur. quod oportuit demōstrasse.

a b c

¶ALITER. ¶Sit compositus numerus a. Dico ꝙ eum aliquis primus numerus metitur. Quoniā cōpositus est ipse a: metietur eū aliqs numerus per 14 diffinitionem septimi. & sit minimus metientium eum: b. Dico ꝙ b primus est. Si autem b primus non est: metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat sub dimensionē ipsius c. Igitur c ipso b minor est. & quoniam c ipsum b metitur/ & b ipsum a metitur: & c igitur ipsum a metitur minor existens ipso b ipsum a metientiū minimo. quod absurdum est. Igitur b non est compositus: sed primus.

a b c

Eucli. ex Zamb. Theorema 32. Propositio 34. 34

¶Omnis numerus: aut primus est: aut eum aliquis primus metitur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit numerus a. Dico ꝙ a: aut est primus/ aut eum aliquis numerus metitur. Si autem primus est a: factum iam est id quod quęritur. Si autem cōpositus: eum aliquis numerus primus metietur per 33 septimi. Omnis igitur numerus: aut primus est/ aut eum aliquis primus numerus metitur. quod oportuit demonstrasse.

a a

Eucli. ex Camp. Propositio 34.

NVmeros secundum proportionem numerorum assignatorum minimos: inuenire.

¶CORRELARIVM. ¶Vnde manifestum est/ maximum numerum duos communiter numerātē: secundū minimos illius proportionis eos numerare.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b numeri propositi: secundū quorum proportionem volumus inuenire minimos. si ergo fuerint contra se primi: sunt quales inquirimus/per 23. si autem compositi: sumatur (vt docet secunda) maximus eos cōmuniter numerās qui sit c. numeretq; eos secūdū d & e. eruntq; in eadē proportione per 18: quos dico esse quales quærimus. Sin autem: sint f & g. qui per 21/numerabūt a & b æqualiter. sit igitur vt secūdum h. eritq; per secundam partem 20/c ad h: sicut f ad d, vel sicut g ad e. quare c est minor h. itaq; cum h numeret a & b: non fuit c maximus eos numerās. sed erat positum q̄ sic. ergo contra hypothesin.

a . . . . . . b . . . .
c . .
d . . . e . . . .
f . . g . . .
h . . . . .

¶CAMPANI additio. ¶Numeros secūdum continuitatē proportionum numerorum assignatorum minimos/reperire.

¶CORRELARIVM. ¶Vnde etiam manifestū est maximum numerum quotlibet cōmuniter numerantem: secūdum minimos proportionum eorum eos numerare.

¶Vt si sint a, b, c, secundū quorū proportiones volumus minimos inuenire: siue fuerit in eadē proportione siue in diuersis. si nullus numerus numerat eos omnes: ipsi sunt quos quærimus/per 23. hoc enī ibi demonstratū est. Si autem vnus numerat omnes: sumatur vt docet tertia maximus eos cōmuniter numerās qui sit d. numeretq; eos secūdū e, f, g. qui erunt in eadē proportione per 18. dico eos esse quos quærimus. alioqui sint h, k, l: q̄ per 21/numerabunt a, b, c, æqualiter. sit vt secundū m. eritq; per secundā partē 20/d ad m: vt h ad e, vel k ad f, vel l ad g. Minor est igitur d q̄ m. quare cū m numeret a, b, c: non fuit d maximus eos numerans. quare sequitur impossibile. fuit enim d: maximus numerās a, b, c.

a . . . . . . b . . . . c . . . .
d . .
e . . . f . . . . g . . . . . .
h . . k . . . l . . . . .

Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propositio 35.

35 ¶Numeris datis quibuscūq;: inuenire minimos easdem rationes habentium eis.

¶THEON ex Zāb. ¶Sint dati q̄libet numeri a, b, c. Oportet iā inuenire minimos easdē rationes habētiū eisdē a, b, c. Ipsi inq̄ a, b, c: aut primi adinuicē sūt/aut nō. Si q̄dē ipsi a, b, c, primi sunt adinuicē: minimi sūt eandē rationē habentiū eis per 23 septimi. Si autē non: sumatur per 3 septimi/ipsorū a, b, c, maxima cōmunis dimēsio d. & quoties d vnūquēq; ipsorū a, b, c, metitur: tot vnitates sint in vnoquoq; ipsorū e, f, g. & vnusquisq; igitur ipsorū e, f, g: vnūquenq; ipsorū a, b, c, metitur per eas quæ in ipso d sunt vnitates. Igitur ipsi e, f, g: ipsos a, b, c, æque metiūtur. Igitur per 18 septimi/ipsi e, f, g: ipsis a, b, c, in eadē sunt ratione. Dico iam q̄ & minimi. Si autē ipsi e, f, g, non sunt minimi eandē rationē habentiū eisdē a, b, c: erunt aliqui numeri ipsis e, f, g, minores in eadē ratione existentes ipsis a, b, c. Sint h, k, l. æque igitur h metitur ipsū a: & vterq; ipsorū k, l, vtrūq; ipsorū b, c. Quoties autē h ipsū a metitur: tot vnitates sint in ipso m. & vterq; igitur per 21 septimi/ipsorū k, l: vtrūq; ipsorū b, c, metitur per eas quæ in m sūt vnitates. & m igitur ipsū a metitur per eas quę in vtroq; ipsorū k, l, sunt vnitates. Igitur m ipsos a, b, c, metitur. Et quoniā h ipsū a metitur per eas quę in m sunt vnitates: igitur h ipsū m multiplicās: ipsū a facit. Id propterea & ipsū d multiplicās: ipsū efficit a. Aequalis igitur est qui ex e, d: ei qui ex h, m, per 16 septimi. Est igitur p̄ 19 septimi/sicut e ad h, sic est m ad d. maior autē est e ipso h. maior igitur est & m ipso d. & metitur ipsos a, b, c. q̄d est impossibile. Supponitur nāq; d: ipsorū a, b, c, maxima cōmunis dimēsio. Igitur non erūt aliq̄ numeri: minores ipsis e, f, g: in eadē existētes ratione ipsis a, b, c. Igitur e, f, g: minimi sunt eandē rationē habentiū ipsis a, b, c. q̄d fecisse oportuit.

a b c d e f g h k l m

Eucli. ex Camp. Propositio 35.

35 QVilibet duo numeri minimos numeros suę proportionis maior minorē & minor maiorē multiplicātes: minimum ab ipsis numeratum producunt.

Zamb.37.

a.... b......
c.. d...
e............
f..........
g... h.....

¶CORRELARIVM. ¶ Vnde manifestũ est minimũ quẽ duo numerãt: quẽlibet ab eis numeratũ numerare.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: minimiq; in eorum proportione c & d. eritq; per primam partem 20/ vt ex a in d, & b in c: fiat idẽ numerus qui sit e. quem dico esse minimum numeratum ab a & b. aliter enim: sit f. quem numerẽt a & b secundũ g & h. eritq; per secũdam partem 20/ h ad g: sicut a ad b, & sicut c ad d. & per 18 erit c ad h: sicut e ad f. cum itaq; per 21 c numeret h: e numerabit f, maior minorẽ. quia ergo hoc est impossibile: constat verum esse quod dicitur

Eucli. ex Camp. Propositio 36. 36

Zamb.36.28



Rropositis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire.

¶CORRELARIVM. ¶ Manifestum etiã ex hoc est/ minimum numerum quem quotlibet numerant: quemlibet ab eis numeratum numerare.

¶CAMPANVS. ¶Sint propositi numeri a, b, c, d. Volo inuenire minimum numerum numeratum ab eis. Inuenio itaq; primo minimum numeratum ab a & b. ꝙ si a numerat b: non erit alius q̃ b. si autem non numerat eum nec econuerso/ si ipsi sunt contra se primi: qui ex vno in alterum prouenit/ erit minimus per 23/ & præmissam Q͞z si sunt cõmunicãtes: sumantur minimi in eorũ proportione/ vt docet 34. & maiore in minorem eorum multiplicato: prouentat e. qui erit/ minimus numeratus ab eis per pręmissam. Simili quoq; modo inueniatur minimus numeratus ab e & c: qui sit f: eritq; f minimus numeratus ab a, b, c. sed & minimus quem numerant f & d: sit g. eritq; g minimus: quem numerant numeri propositi. ꝙ enim omnes ipsum numerent: patet per conceptionem. sed si non est minimus: ponatur ergo h. quem quia numerant a & b: numerabit etiam ipsum/ e per correlarium præmissæ. per idem quoq; correlariũ: nũerabit ipsũ f. sed & g. maior itaq; nũerat minorẽ: qđ ẽ ĩpossibile. 36

¶CAMPANI additio. ¶Hæc & præmissa proponũtur in alio loco sub tribus conclusionibus: quarum prima æquiualet præmissæ. secunda componitur ex correlarijs ambobus. tertia proponit de tribus: quod hæc de quotlibet numeris. Est itaq; prima.

a b c d e f g h

Zamb.36.

a... b....
c............
d..........
e.. f.....

¶Datis duobus numeris: minimũ ab eis numeratũ ĩuenire

¶Dati numeri sint a & b. quorũ minor si numerat maiorẽ: est maior quẽ quærimus. alioq maior eorũ numeraret minorẽ se. Si autẽ neuter neutrũ numeret/ si ipsi sũt cõtra se primi: erit qui ex a in b ꝓuenit (qui sit c) minimus omniũ quẽ numerãt a & b. Nã si minorẽ eo numerauerit: esto d, quẽ numerẽt scđm e & f. eritq; per secũdã partẽ 20/ a ad b: sicut f ad e. & quia a & b sũt suæ proportionis minimi per 23: numerabit a, f, per 21. & quia per 18 est c ad d sicut a ad f, nã ex b in a & f fiũt c & d: sequitur c numerare d. sed erat d minor c. quare ĩpossibile. ¶Si autẽ a & b sint cõmunicantes: negociare propositum vt in 35.

¶Secunda trium conclusionũ ex ambobus correlarijs est confecta.

Zamb.37

¶Si plures numeri numerum vnum numerẽt: necesse est vt minimus quem numerant eundem numerum numeret.

a.. b...
d
e..........f...
c......

¶Vt si sit qlibet nũerus quẽ numerat a & b, d: minimusq; ab eisdẽ numerat⁹ c: erit vt c nũeret d. cũ enĩ sit d maior c, si c nõ numerat ipsũ: numerabit tñ aliqđ eius. sitq; plurimũ ꝙ numerat e, & residuũ sit f. eritq; f minus c. qa igitur a & b numerãt c: numerabũt ꝑ cõem sciẽtiã & e. sed numerabũt d. itaq; per aliã cõmunẽ scientiã numerabũt f. incõueniẽs ergo seqtur ꝙ c nõ fuit minim⁹ quẽ numerãt a & b. ¶Idẽ ꝙ cõuinces & eodẽ mõ de quolibet nũerato a quotlibet pluribus: sc3 ꝙ minim⁹ ab illis quotlibet pluribus numeratus eundẽ numeret. ¶Vltima triũ conclusionũ est.

¶Propositis tribus numeris: minimum numerorum ab eis numeratorum inuenire. ZAMB. 38.

¶Tres numeri propositi sint a, b, c. minimusq́ quem numerant a & b, sit d: qui sumetur vt prima trium conclusionum docet. Si igitur c numerat d: scito d esse quē quærimus. Si enī a, b, c, minorē eo numerant: sit e. quē per pręmissam conclusionē numerabit d. quod est impossibile. ¶Si autem c non numerat d: sumatur e minimus numeratus ab eis. Q̄z autem e numeretur ab a, b, c: patet. quia c numerat ipsum: & d similiter. ergo & a, b: qui numerant d. quare e numerabitur ab a, b, c. Eritq́ e minimus quem numerant a, b, c. Sin autem: sit f. quem per præmissam conclusionem numerabit d. sed c numerat f: quia a, b, c, numerāt eum. quare c, d, numerabūt eum. quare per præmissam e numerabit eum: maior minorem. quod esse non potest. Idem inuenies & eodem modo: quotlibet propositis.

a... b.... c.......
d............
e.........

a... b.... c.......
d...........
e.........................
f..................

¶Duæ præcedentes ex Campano propositiones /35 scilicet & 36/ tribus ex Zamberto sequentibus Euclidis propositionibus sic respōdēt: vt correlariū 35 ex Campano / 37 ex Zamberto respondeat: 36 autem ex Campano: sit ad 36 & 38 ex Zamberto propositiones vniuersalis.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 36.

36 ¶Duobus numeris datis: inuenire quem minimum metiūtur numerum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint dati bini numeri a, b. oportet iam inuenire quem minimum numerum metiuntur. Ipsi a, b: certe aut primi sunt adinuicem / aut non. Sint prius a, b: primi adinuicem. & a ipsum b multiplicans: efficiat ipsum c. & b igitur ipsum a multiplicans: ipsum efficit c per 16 septimi. Igitur ipsi a, b: ipsum c metiuntur. Dico iam q̄ & minimum. Si autem non: ipsi numeri a, b, metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso c. metiantur: & esto d. & quoties a ipsum d metitur: tot vnitates sint in e. quoties autem b ipsum c metitur: tot vnitates sint in f. Igitur a ipsum e multiplicans: efficit ipsū d. & b multiplicās ipsum f: efficit ipsum d: æqualis igitur est qui ex a, e. ei qui ex b, f. est igitur p̄ 19 septimi / sicut a ad b: sic est f ad e. ipsi autem a, b: sunt primi. primi autē per 23 septimi: & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorem / & minor minorem. Igitur per 21 septimi / b metitur ipsum e: sicut sequens sequētem. Et quoniam a ipsos b, e, multiplicans ipsos c, d, fecit: est igitur per 17 septimi / sicut b ad e, sic est c ad d. At b: ipsum e metitur. metitur ergo & c ipsum d: maior minorē. quod est impossibile. Igitur ipsi a, b, nō metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso c: quando ipsi a, b, primi adinuicem fuerint. Igitur c minimus existēs: sub ipsorum a, b, dimensionē cadit. ¶Non sint primi ipsi a, b, adinuicē. & sumantur per 35 septimi / minimi numeri eandem rationem habētium ipsis a, b: sintq́ f, e. æqualis igitur est qui ex a, f: ei qui ex b, e, per decimamnonā septimi. & a ipsum e multiplicans: efficiat ipsum c. & b igitur ipsum f multiplicans: efficit ipsum c. Igitur a, b: ipsum c metiuntur. Dico iam q̄ & minimum. si autem non: metientur ipsi numeri a, b, aliquem numerum minorem existentem ipso c. metiantur: & esto d. & quoties quidē a ipsum d metitur: tot vnitates sint in g. Quoties autem b ipsum d metitur: tot vnitates sint in h. A igitur g multiplicans: efficit ipsum d. ipse b vero ipsum h multiplicans: efficit ipsum d. ęqualis igitur est qui ex a, g: ei qui ex b, h. Est igitur per 19 septimi / sicut a ad b: sic est h ad g. Sicut autē a ad b: sic f ad e. & per vndecimā quīti: igitur sicut f ad e: sic h ad g.

b
a c d e f

a b
f e c d g h

Ipsi autem f,e:minimi.minimi vero eandem rationem habentes æque metiuntur:maior maiorẽ/& minor minorem/per 21 septimi.Igitur e ipsum g metitur.& quoniam a ipsos e,g,multiplicans/ipsos fecit c,d:est igitur per 17 septimi/sicut e ad g sic est c ad d.At e ipsum g metitur.& c igitur ipsum d metitur/maior minorem.quod est impossibile. Ipsi igitur a,b:non metientur aliquem numerum minorem existentem ipso c. Igitur c minimus existens:sub ipsorũ a,b,dimensionẽ cadit.quod oportuit facere.

a b

f e c d g h

Eucli.ex Zamb. Theorema 33. Propositio 37.

¶Si bini numeri numerum aliquem mensi fuerint:& minimus qui sub eorum dimensionem cadit/ eundem metietur. 37

¶THEON ex Zamberto. ¶Bini inq̃ numeri a,b:numerum aliquem c d metiantur.minimus vero sit e.Dico ꝙ e quoq; ipsum c d metitur.Si autem e ipsum c d non metitur:ipsum d f metiens ipse e,relinquat ipso minorem hoc est c f.& quoniam ipsi a,b,ipsum e metiuntur/at e ipsum d f:& ipsi a,b,igitur ipsum d f metiuntur.metiuntur autem & totum c d.& reliquum igitur c f metientur minorem existẽtẽ ipso e.quod est impossibile.Igitur e ipsum c d metitur.quod erat demonstrandum.

d f

a b e c

Eucli.ex Zamb. Problema.5. Propositio 38.

¶Tribus numeris datis:inuenire quem minimũ numerũ metiuntur. 38

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint dati numeri a,b,c.oportet iam inuenire:quem minimum numerum metiuntur. Suscipiatur enim per 36 septimi/minimus numerus d:qui sub ipsorum a,b,dimensionem cadat. Iam c ipsum d aut metitur:aut non metitur.metiatur prius. metiuntur autem & ipsi a,b:ipsum d.Igitur ipsi a,b,c:ipsum d metiuntur.Dico ꝙ & minimum.Si autem non:ipsi a,b,c,numeri metientur numerum minorem ipso d.metiantur e. Quoniam ipsi a,b,c,ipsum e metiuntur:igitur & a,b,ipsum e metiuntur.& minimus igitur quem ipsi a,b,metiuntur:metietur ipsum e per 37 septimi. At minimus quem ipsi a,b,metiuntur:est d. Igitur d ipsum e metietur / maior minorem.quod est impossibile.Ipsi a,b,c,igitur:non metientur numerum aliquem minorem existentem ipso d.Igitur ipsi a,b,c:minimum d metiuntur. ¶Non metiatur rursus c ipsum d: & suscipiatur per 36 septimi minimus numerus e quem metiantur ipsi c,d.Quoniam a,b,ipsum d metiuntur / at d ipsum e metitur:& a,b,ipsum e igitur metiuntur.metitur autem & c ipsum e.igitur ipsi a,b,c:ipsum e metiuntur. Dico ꝙ & minimum.si autem non:ipsi a,b,c,metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso e. metiantur f.Quoniam ipsi a,b,c,ipsum f metiuntur:& ipsi a,b,igitur ipsum f metiũtur.& minimus igitur quẽ a,b,metiũtur:ipsum f metietur per 37 septimi.minimus autem quẽ ipsi a,b,metiuntur:est d.igitur d ipsum f metitur.metitur autem & c ipsum f.Igitur ipsi d,c,ipsum metiuntur.quare per eandem & minimus igitur quem ipsi c,d,metiuntur:ipsum f metietur.At minimus quem ipsi c,d,metiũtur: est e.Igitur e ipsum f metitur:maior minorem.qđ est impossibile.Ipsi a,b,c,igitur non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso e. Igitur e minimus est:quem ipsi a,b,c,metiuntur.quod oportebat facere.

a b c d e

a b c d e f

Eucli.ex Camp. Propositio 37.



SI numerus aliquis alium numerum numeret: erit in numerato pars a numerante denominata. 37

vnitas

b ... c ..

a ....

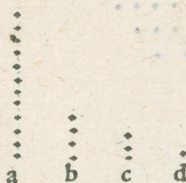
¶CAMPANVS. ¶Huius sensus est/ꝙ ois numerus numeratus a ternario:habet tertiam. & numeratus a quinario:habet quintã. sicq; de cæteris. vt si b numeret a:erit i a pars denoiata a b. numeret enim ipsũ:quoties vnitas i c.eritq; per 16 vt c quoq; toties numeret a:quoties

vnitas in b. quare tota pars est c, a: quota vnitas, b. & quia vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam: erit c pars a, denominata a b. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 39.

39 ¶Si numerum aliquis numerus metiatur: mensus cogno- gnominatam partem habebit metienti.

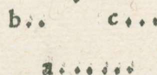
¶THEON ex Zamb. ¶Numerum enim a: numerus aliquis b metiatur. Dico φ a: cognominatam partem habet ipsi b. Quoties enim b ipsum a metitur: tot vnitates sint in c. Quoniam b ipsum a metitur per eas quæ in c sunt vnitates / metitur autem & d vnitas ipsum c per eas quæ in eo sunt vnitates: æque igitur per 15 septimi / d vnitas ipsũ c numerum metitur / & b ipsum a. Vicissim igitur per eandem / æque d vnitas ipsum b metitur numerum: metitur vero & c ipsum a. Qualis igitur pars est d vnitas ipsius b numeri: talis pars est & c ipsius a. At d vnitas: pars est ipsius b ei cognominata. & c igitur ipsius a pars est cognominata ipsi b. Quare a partem habet c cognominatã ipsi b. quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 38.

38 SI numerus aliquis partem quotamcunq; habeat: numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus

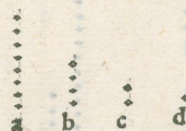
¶CAMPANVS. ¶Hæc est conuersa præmissæ: cuius est intentio / φ omnis numerus habens tertiam: numeratur a ternario. & habens quintã: a quinario. sicq; de cæteris. vt si b sit pars a denominata a c: sequitur vt c numeret a. quia enĩ b est pars a denominata a c, sed & vnitas est pars c denominata ab ipso c per cõceptionẽ: sequit̃ vt quoties vnitas numerat c, toties b numeret a. itaq; per 16 quoties vnitas b: toties c numerat a. quare constat propositum. ¶Aliter idem. Cũ sit b pars a, sit tota vnitas / c. eritq; per hanc communem scientiam / vnitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam: c denominans b in a. & quia est b in a quoties vnitas in c: euidenter sequitur propositũ per 16.



Eucli. ex Zamb. Theorema 35. Propositio 40.

40 ¶Si numerus partem habuerit quamlibet: eum cognominati numeri metietur pars.

¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus inquam a, partem habeat quãlibet b: & ipsi b parti cognominatus sit numerus c. Dico φ c ipsũ a metitur. Quoniam enim b ipsius a pars est cognominata ipsi c, est autẽ & d vnitas ipsius c pars cognominata ei: qualis igitur pars est d vnitas ipsius c numeri / talis pars est & b ipsius a. æque igitur d vnitas ipsum c numerum metitur: & b ipsum a. Vicissim igitur per 15 septimi ęque d vnitas ipsum b numerum metitur: & c ip sum a. & c igitur ipsum a metitur. quod erat demonstrandum.

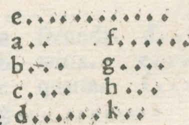


Eucli. ex Camp. Propositio 39.

39 NVmerum minimum / propositarum denominationum habentem partes: inuenire.

¶CORRELARIVM. ¶Ex quo manifestũ est / φ minimus numerus numeratus a quotlibet: est minimus habens partes denominatas ipsis.

¶CAMPANVS. ¶Sint a, b, c, d denominantes partes propositas: & e minimus numeratus ab eis sumptus secundũ 36. Ipsum e dico esse quẽ quærimus. Sint enim secundum quos numerant ipsum: f, g, h, k. eritq; per 16 & hanc communem scientiam / vnitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: vt viceuersa f, g, h, k, numerent e secundum a, b, c, d. quare



e
a. f.
b. g.
c. h.
d. k.

l
m
n
p
q

sunt partes eius ab illis dictæ. est igitur e habens partes propositarum denominationum. Minimus etiam. quoniam si alter fuerit vt l: sint partes l dictæ ab eis/m,n,p,q. eruntq; per 16 & prædictam communem scientiam a,b,c,d: viceuersa partes l dictæ ab m,n,p,q. quare non erat e minimus quem numerāt a,b,c,d. quod est inconueniens.

CAMPANI annotatio. Habito minimo/ si cura est habere secundum/aut quotumcunq;libet/ si secundum quidem: sume duplum minimi. si tertium: triplum. & ad hunc modum in alijs. Cum enim ois multiplex ipsius e numeretur ab a,b,c,d, per hanc communē scientiā/omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratū ab illo: necesse est per 37 vt omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a,b,c,d. si itaq; duplus e, nō fuerit secundus habens partes propositarum denominationū: erit alius. quem sicut sequitur esse maiorem e: sic sequitur esse minorem duplo. & quia illum numerant a,b,c,d, per 38: sequitur per correlariū 36 q̄ e numeret eundem. quod est impossibile. cū enim numeret se: numeraret per hanc communē scientiam. omnis numerus numerans totum & detractum: numerat residuum/ differentiam illius ad se. quæ cum sit minor eo: maior numerus numeraret minorem. qd esse nō potest. Sequitur itaq; duplum e: esse secundum numerum habētem propositarum denominationum partes. Similiter quoq; argues triplum e esse tertium: probato duplo esse secundum. alioqui quia esset triplo minor & duplo maior: sequeretur e numerare aliquem inter ipsius duplum & triplum. quod vt prius patet: est impossibile. probato autē triplo esse tertium: ad huius similitudinem probabis quadruplū esse quartum. & sic in cæteris.

CAMPANI additiones.

Minimum numerum habentem partes propositarū denominationum sumptarum continue: reperire.

Vt minimum numerum habentem secundam quæ secunda habeat tertiam. quæ etiam tertia habeat quartam: aut qualitercunq; contingat eas ab eisdem vel diuersis denominari. Multiplicare oportet denominatorem primæ partis in denominatorē secundæ. & ex eis productum in denominatorem tertiæ. productū quoq; in denominatorem quartæ. sicq; de cæteris vsq; ad vltimam/ a prima: vel vsq; ad primam ab vltima. & qui prouenerit: erit qui inquiritur. vt in proposito 60 vel 84. Hoc autem ita esse demōstratiue sic habeto. Sint numeri partes ꝓpositas denominantes a,b,c. volumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab a: ita q̄ illa pars habeat partem denominatā a b, sed & hæc aliam dictam a c. Ducatur itaq; c in b: & proueniat e. & e in a, & proueniat f: quem dico esse quem quærimus. Cum enim f proueniat ex a in e: erit e pars f dicta ab a. sed & propter hoc erit c pars e dicta a b. & quia vnitas est pars c dicta ab ipso c: patet f habere partes vt ꝓponitur. Si ergo f non fuerit minimus: sit g. sitq; h pars eius dicta ab a. & k pars h dicta a b. l quoq; pars k dicta a c. eritq; per 18/ f ad g: vt e ad h. & e ad h: vt c ad k. itemq; c ad k: vt vnitas ad l. quare permutatim f ad e: vt g ad h. & e ad c: vt h ad k. & c ad vnitatem: vt k ad l. ergo per 15/ erit in proportione æqualitatis f ad vnitatem: vt g ad l. ergo permutatim erit f ad g: vt vnitas ad l. quare cum g sit minor f: erit l minor vnitate. sequitur igitur impossibile: partem numeri/ minorem esse vnitate. erit itaq; f minimus: habens partes vt proponitur. Quo inuento si cura fuerit habere secundum aut quotūcūq; libet: per minimi multiplices (vt prius dictum est) sumendi erunt. hoc autem 39 proponitur in alio secundum hunc modum.

a
b
f e c vnitas g h k l

Propositis partibus quotiscunquelibet: minimum numerum eas continētium inuenire.

¶Vt si partes propositæ sint a,b,c, sintq; eas denominātes d,e,f,& sumatur minimus quē numerant d,e,f, qui sit g: hūc dico esse quē quærimus. erūt enim in eo propositæ partes per 37. qui si nō fuerit minimus eas continens: sit ergo h, quem numerabunt d,e,f. per 38 igitur non erit g minimus numeratus ab eis. quod est incōueniēs: quia minimus erat.

a tertia d . .
b quinta. e . . . .
c sexta. f . . . . . .
g . . . .
h . . . .

¶CAMPANI annotatio. ¶Intelligo vero partes a,b,c, indeterminate poni: nō sub quātitate certa. aliter enim nō esset necessariū vt minimus numerus quē numerāt d,e,f: esset minimus cōtinēs ptes propositas. plurimas enim contingit partes reperire: quas numerus numeratus ab eorū denominatoribus non continet. verbi gratia. Tres numeri qui sunt 120. 90. & 72: sunt eiusdē numeri partes. primus quidē: tertia. secundus vero: quarta. & tertius: quinta. nec tamē minimus quem numerāt denominatores eorum qui est 60: partes istas continet. Instandū igitur est (si partes sub certa quantitate ponantur) primæ consequētiæ huius demonstrationis. Non enim sequitur vt arguit per 37 si ternarius hunc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia. sed ergo habet tertiam. quapropter idem est quod proponitur secundū vtrūq; modū. sed secundum primum: conuenientius videtur quod intēditur proponi. Attendere autē oportet cū omnis pars habeat quantitatē: q in eo contingit ponere quotlibet & quaslibet partes secundum quantitatem. & inquirere quis minimus eas continet: & sub quibus denominationibus. Minimum autem eas continentem constat esse minimum numeratum ab eis: secundum quos vero numerat / sunt qui illas in illo denominant. Contingit iterum ponere quotlibet & quaslibet denominationes: & inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & secundum quas quantitates. Minimum quoq; constat esse minimum numeratum ab illis. secundum quos vero numerant: sunt qui quantitates determinant. vtrobiq; autem idcirco inquiritur minimus. quia infiniti sūt hinc quidem qui has partes continēt: inde vero in quibus hæ denominationes reperiuntur. Contingit rursus ponere quotlibet partes & totidē denominationes vel quotlibet denominationes & totidem partes. non autem quaslibet cum quibuslibet: sed certas cum certis. Si enim ponā partes tres / quatuor / quinq; & denominationes earum 6/7/8/ & inquirā quis numerus continet has partes sub istis denominationibus: similis ero inquisitori vano quærenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & non vt contingit: & inquirere quis numerus positas partes sub positis denominationibus continet / non autem quos minimus. vnicus enim est. nam siue proposita fuerit vna pars & vna denominatio / siue plures & plures: non erit sumere plures numeros quod propositum erit continentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta: non plures. Solus quoq; cuius ternarius octaua / & senarius quarta: non plures. Ideoq; proponentem partes & denominationes ipsarum in toto: non est quærere quis minimus continet has partes sub istis denomīationibus / sed quis vnus continet. proponentem autem partes tantum / contingit quærere quis minimas continet & a quibus in eo denominantur: solas quoq; proponentem denominationes / conuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autem videtur partes per denominationes inquirere: q̄ denominationes per partes. diuersitatem quidem denominationum non partium: comitatur proportionum diuersitas.

41 Eucli. ex Zamb. Problema 6. Propositio 41.

¶Numerum inuenire: qui minimus existens habeat datas partes a,b,c.

¶THEON ex Zamberto. ¶ Oportet iam numerum inuenire: qui minimus existens habeat ipsas a,b,c, partes. Sint per 39 septimi / ipse a, b,c, partes cognominatæ numeris d,e,f. & sumatur per 38 septimi / g minimus numerus: quem d,e,f, metiantur. Quoniā g ipsi d,e,f, metiū-

a secunda. d . .
b tertia. e . . .
c quarta. f . . . .
g . . . .
h . . . .

a	secunda	d..
b	tertia.	e...
c	quarta.	f....
g...........		
h..........		

tur: cognominatam partem habet g, ipsis d,e,f, per 39 septimi. Ipsas autem d,e,f, cognominatæ partes sunt a,b,c. Igitur g habet partes a,b,c. Dico q̃ & minimus existens. Si autem g non existat minimus habens ipsas a,b,c, partes: erit aliquis numerus minor ipso g qui habebit ipsas partes a,b,c. Sit per 40 septimi/h. quoniã h habet ipsas partes a,b,c: igitur h, numeri quibus cognominatæ sunt ipsæ a,b,c, metiẽtur. quibus autem ipsæ a,b,c, partes cognominatæ sunt: sunt numeri d,e,f. Igitur ipsi d,e,f: ipsum h metiẽtur/ qui minor est ipso g. Quod est impossibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipso g: qui habeat ipsas a,b,c, partes. quod oportebat demonstrare.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS Arithmeticorum elementorum septimi libri Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philsophi Mathematicorumq̃ facile principis, primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto: Arithmetica elementa. Liber Septimus.

Ex Campano. Diffinitiones.



Atera numerorum dicuntur: quorum multiplicatione numeri producuntur. 1

¶Superficialis appellatur numerus: qui sub duobus lateribus continetur. 2

¶Solidus vero: qui sub tribus/ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 3

¶Quadratus: est numerus superficialis æqualibus lateribus consistens. 4

¶Cubus: est solidus æqualibus consistens lateribus. 5

¶Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi: quorum latera sunt proportionalia. 6

Eucli. ex Camp. Propositio 1.



I numerorum quotlibet continuę proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est. 1

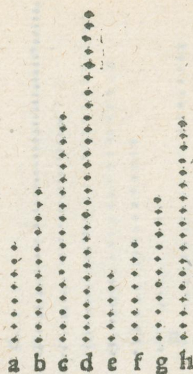
a.... b...... c.........

d... e..... f........

¶CAMPANVS. ¶Sint continue proportionales a,b,c. duoq̃ extremi qui sunt a,c: sint contra se primi. dico q̃ in eadem proportione non reperientur totidem minores. Si autem contingit: sint d,e,f. eritq̃ per 15 septimi/a ad c: sicut d ad f. & quia a & c sunt minimi in sua proportione per 23 eiusdem: sequitur per 21 vt a numeret d, & c, f, maiores scilicet minores. quod esse non potest.

1 Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

I fuerint quilibet numeri continue proportionales/ extremi vero ipsorum primi adinuicē fuerit: minimi sunt eandem rationem habentium eis.

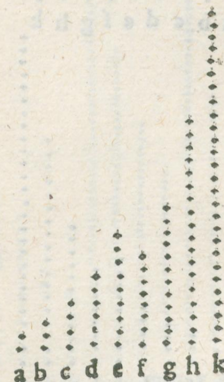


THEON ex Zamberto. Sint quilibet numeri continue proportionales: a, b, c, d. extremi autem ipsorum hoc est a, d: primi sint adinuicē. Dico ꝙ ipsi a, b, c, d: minimi sunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: sint minores ipsis a, b, c, d, ipsi e, f, g, h, in eadē ratione existētes eis. Et quoniam ipsi a, b, c, d, in eadem sunt ratione ipsis e, f, g, h, & ęqualis est multitudo ipsorum e, f, g, h, multitudini ipsorum a, b, c, d: æque igitur est sicut a ad d, sic e ad h. at a, d: primi sunt adinuicem. primi vero: & minimi per 14 septimi. minimi autē numeri metiuntur eandem rationem habentes ęqualiter: antecedens antecedentem/ & sequens sequentem per 21 septimi. Metitur igitur a ipsum e, maior minorē. quod est impossibile. Igitur ipsi e, f, g, h, minores existentes ipsis a, b, c, d: in eadem non sunt ratione ipsis. Igitur a, b, c, d: minimi sunt eandem rationem habentium eis. quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 Vmeros quotlibet continuæ proportionalitatis/ secundū proportionē datam minimos: inuenire.

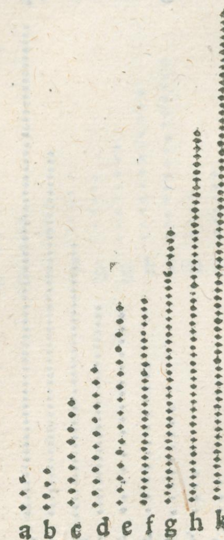
CORRELARIUM. Unde manifestum erit/ ꝙ si fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis secundum eam minimi: duo extremi erunt quadrati. ꝙ si fuerint quatuor: erunt extremi cubi.



CAMPANUS. Sint datæ proportionis minimi: a & b. ducaturꝙ; a in se: & fiat c. & in b: & fiat d. b quoꝙ; in se: & proueniat e. eruntꝙ; c, d, e: continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 septimi. Et quia c & e sunt contra se primi per 28 eiusdem: erunt c, d, e, secundum datam proportionem minimi per pręmissam. Ducatur iterum a in ōnes illos: & proueniant f, g, h. & b in e: & proueniat k. & erunt etiam f, g, h, k, continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 septimi: minimi quoꝙ; per 28 eiusdem & præmissam. Hac via & ratione inuenientur quiꝙ;/ vel sex/ vel quotlibet.

2 Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 2.

Numeros inuenire continue proportionales minimos: quos ordinauerit aliquis in data ratione.



THEON ex Zamberto. Sit data ratio in minimis numeris: ipsius a ad b. oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos quos aliquis ordinauerit in ipsius a ad b ratione. ordinētur iā quatuor. & a seipsum multiplicans: efficiat c. ipsum vero b multiplicans: efficiat ipsum d. & īsuper b seipsum multiplicās: ipsum efficiat e. Et insuper a ipsos c, d, e, multiplicās: ipsos f, g, h, faciat. at b ipsum e multiplicās: efficiat ipsum k. Et quoniam a seipsum multiplicās ipsum effecit c/ ipsum autem b multiplicās fecit ipsum d: numerus iam a, binos numeros a, b, multiplicās/ ipsos effecit c, d. Est igitur per 17 septimi/ sicut a ad b: sic est c ad d. Rursus quoniam a ipsum b multiplicans ipsum d fecit/ at b seipsum multiplicans ipsum fecit e: vterꝙ; igitur ipsorum a, b, ipsum b multiplicans effecit vtrūꝙ; ipsorum d, e. Est igitur per 18 septimi/ sicut a ad b: sic est d ad e. Sed sicut a ad b: sic est c ad d. & sicut igitur per 11 quinti/ c ad d: sic est d ad e. Et quoniam a ipsos c, d, multiplicans ipsos f, g, fecit: est igitur per 17 septimi/ sicut c ad d, sic est f ad g. Sicut autem c ad d: sic erat a ad b. & sicut igitur per 11 quiti/ a ad b: sic est f ad g. Rursus quoniā a ipsos d, e, multiplicans/ ipsos efficit g, h: est igitur per ean-

dem 17/sicut d ad e,sic est g ad h.sed sicut d ad e:sic est a ad b.& sicut
igitur per 11 quinti/a ad b:sic g ad h.& quoniam ipsi a,b,ipsum e mul-
tiplicantes/ipsos efficiũt h,k:est igitur per 18 septimi/sicut a ad b,sic h
ad k.patuit autem ꝙ & sicut a ad b:sic f ad g,& g ad h. & sicut igitur
per 11 quinti/f ad g,& g ad h:sic est h ad k. Igitur ipsi c,d,e,& f,g,h,
k:proportionales sunt in ipsius a ad b ratione.Dico ꝙ & minimi.quo-
niam ipsi a,b,minimi sunt eandem rationem habentium eis. minimi
autem eandem rationem habentium primi sunt adinuicem per 21 septi
mi:ipsi a,b,igitur primi sunt adinuicem.& vterqꝫ ipsorũ a,b,se ipsum
multiplicans:vtrumqꝫ ipsorum c,e,fecit.vtrunqꝫ autẽ ipsorum c,e,mul-
tiplicans:vtrunqꝫ ipsorum f,k,fecit.Igitur per 29 septimi/ipsi c,e,& f,
k:primi sunt adinuicem.Si autem fuerint quilibet numeri continue pro
portionales/extremi autem ipsorum primi adinuicem fuerint : minimi
sunt eandem rationem habentium eis/per primam octaui.Ipsi c,d,e,
igitur & f,g,h,k:minimi sunt eandem rationem habentium eisdem a,
b.quod oportuit fecisse.

¶PORISMA siue correlarium. ¶Proinde manifestum est/ꝙ si tres nu-
meri continue proportionales minimi fuerit eandẽ rationem habentiũ
eis:extremi eorum quadrati sunt.si autem quatuor: cubi.

a b c d e f g h k

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

SI numeri quotlibet continue proportionales secun-
dum suam proportionem fuerint minimi:duos eo-
rum extremos contra se primos esse necessario
comprobatur.

¶CAMPANVS. ¶Hæc tertia est conuersa primæ.Sint enim a,b,c,d,
continue proportionales:& secundũ suã proportionẽ minimi.dico ꝙ a
& d extremi:erunt adinuicem primi.minimi enim in proportione a ad
b:sint e & f.eruntqꝫ per 22 septimi contra se primi.per hos ergo duos se-
cundum doctrinam præmissæ inueniantur totidem continue proportio
nales & minimi:quot sunt numeri propositi.primo quidem tres qui sũt
g,h,k.deinde quatuor:qui sunt l,m,n,p.& ad hunc modum continue
per additionẽ vnius:quousqꝫ fiant tot quot sunt numeri propositi vt sũt
hic l,m,n,p.sequitur ergo l,m,n,p,æquales esse a,b,c,d:eo ꝙ in eadẽ
proportione sunt vtriqꝫ minimi.& quia l & p sunt contra se primi per
28 septimi:erunt quoqꝫ a & d illis æquales/contra se primi.quod est pro
positum.

a b c d e f g h k l m n p

Eucli.ex Zamb. Theo.2.Propo.3.Cõuersa primæ.

¶Si fuerint quilibet numeri continue proportionales/mini-
mi eandem rationem habentium eis:eorum extremi primi
adinuicem erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri continue proportio-
nales minimi eandem rationem habentium eis:a,b,c,d. Dico ꝙ extre-
mi eorum hoc est a & d:primi adinuicẽ sunt.Sumantur enim per 2 octa
ui vel 35 septimi/bini numeri minimi in ipsorũ a,b,c,d,ratione : hoc
est e,f.Tres autem g,h,k.& semper continuo vno plus:ex quo assumpta
multitudo ęqua sit multitudini ipsorũ a,b,c,d.Suscipiantur:sintqꝫ l,m,
n,x.Igitur per 29 septimi/eorum extremi l,x: primi adinuicem sunt.
Quoniã enim e,f,primi sunt/vterqꝫ autem eorum se ipsum multiplicãs
vtrũqꝫ ipsorũ g,k,fecit/vtrũqꝫ autẽ ipsorũ g,k, multiplicãs vtrũqꝫ ipso-
rũ l,x,fecit:igiť p 29 septimi & l,x,primi ipsi g,h,sũt.Et quoniã ipsi a,
b,c,d,minimi sũt eãdẽ rationẽ habẽtiũ eis/sũt autẽ & l,m,n,x,minimi
in eadẽ ratione existentes ipsis a,b,c,d,& æqualis multitudo ipsorũ a,
b,c,d,multitudini ipsorũ l,m,n,x:vnusquisqꝫ igitur ipsorum a,b,c,d,
vnicuiqꝫ ipsorum l,m,n,x,est æqualis.æqualis igitur est a ipsi l:& d ipsi
x.& quoniã ipsi l,x,primi adinuicẽ sunt/æqualis quidẽ est l ipsi a,& x

a b c d e f g h k l m n x

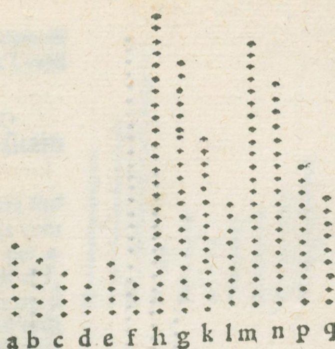
ipsi d:igitur & ipsi a, d, primi sunt adinuicem. quod demonstrasse oportuit.

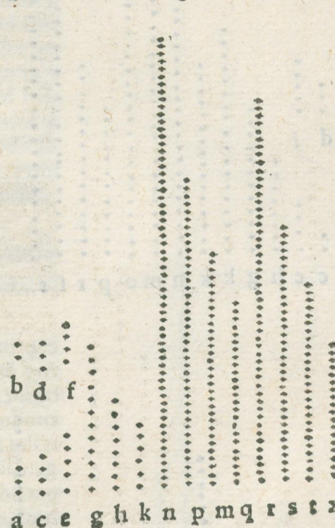
Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 SImilitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris secũdum ipsas proportiones cõtinuati proportionalibus inuenire.

CAMPANVS. Assignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur vt docet 34 septimi: sintq́ prima inter a & b. secunda: inter c & d. tertia: inter e & f. sic quoq́ de pluribus si fuerint plures. volo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g, minimum quem numerant b & c. & quoties b numerat ipsum g: toties a numeret h. d quoq́ toties numeret k: quoties c, g. Itaq́ si e numerat k: sit vt f numeret l. eruntq́ h, g, k, l: quos quærimus. constat enim per 18 septimi quod sit h ad g: sicut a ad b. & g ad k: sicut c ad d. at k ad l: sicut e ad f. Minimi quoq́. nã si alij sint minimi vt m, n, p, q: oportebit per 21 septimi/bis assumptam vt vterq́ duorum b & c numeret p. quare & g numerabit eundem: per correlarium 35 septimi. quod est inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l: minimi.

At vero si e non numerat k: sit m minimus numeratus ab eis scilicet e & k. quem m quoties numerat k: toties h numeret n. & g: toties p. erũtq́ per 18 septimi/n, p, m: in proportione h, g, k. quare n ad p: vt a ad b. & p ad m: vt c ad d. sed quoties e numerat m: toties f numeret q. & erit per eandem/m ad q: sicut e ad f. Manifestum igitur quod assignatæ proportiones: cõtinuatæ sunt in quatuor numeris/q sũt n, p, m, q. Qui si nõ fuerint minimi: sint (si possibile est) alij qui sint r, s, t, x. quia itaq́ per 21 septimi/bis assumptã vterq́ duorũ numerorũ b & c numerat s: seqtur per correlariũ 35 septimi/vt g numeret eundẽ. quare etiã k numerabit t. at quia per 21 septimi e numerat eundẽ t: nõ erit m minimus quẽ numerãt k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias sine omni offendiculo continuare poteris.

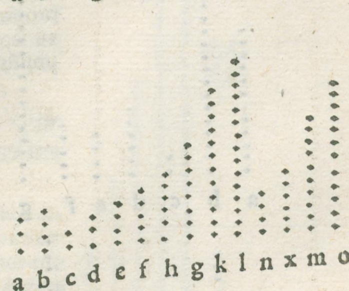


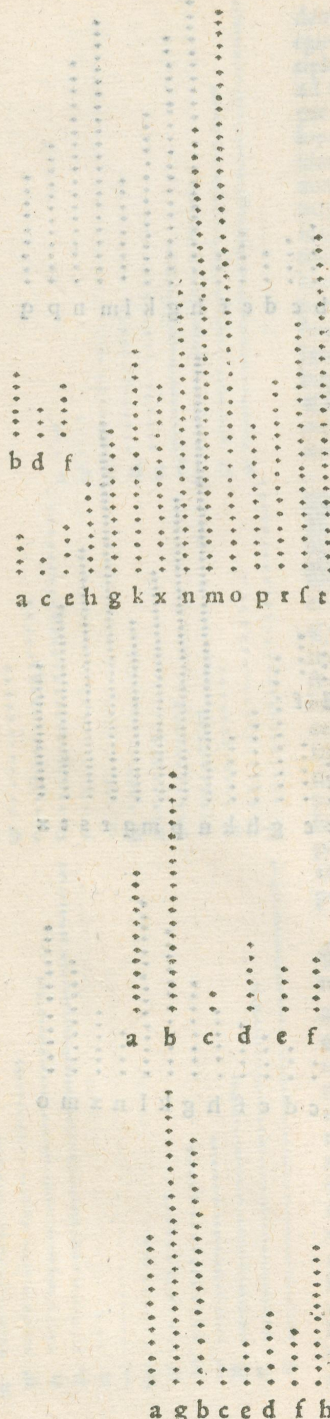


Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 4.

4 Rationibus datis quibuscunq́ in minimis numeris numeros inuenire continue proportionales minimos in datis rationibus.

THEON ex Zamberto. Sint datæ rationes in minimis numeris: ipsius a ad b, & ipsius c ad d, & ipsius e ad f. oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos: in ipsius a ad b, & c ad d, & e ad f ratione. Sumatur inq̃ g: minimus numerus quem metiantur b, c. & quoties quidem b ipsum g metitur, toties a ipsum h metiatur. quoties autem c ipsum g metitur: toties d ipsum k metiatur. At e: ipsum k aut metitur/aut non metitur. Metiatur primum. Et quoties e ipsum k metitur: toties & f ipsum l metiatur. & quoniã a ipsum h æque metitur & b ipsum g: est igitur per 17 septimi/sicut a ad b, sic est h ad g. Id propterea & sicut c ad d: sic g ad k. et insuper sicut e ad f: sic k ad l. Igitur ipsi g, h, k, l: continue sunt proportionales: & in ipsius a ad b, & ipsius c ad d, & insuper ipsius e ad f ratione. Dico quod & minimi. Si autem ipsi g, h, k, l, non sunt continue proportionales minimi in ipsius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus: erũt aliqui numeri minores ipsis g, h, k, l, in ipsius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus. sint autem n, x, m, o. Et quoniam est sicut a ad b, sic n ad x, ipsi autem a, b, minimi/minimi autẽ per 21 septimi metiuntur eandem habentes æque maior maiorem & minor minorem (hoc est antecedens antecedentem & sequens sequẽtem: igi-





tur b ipſum x metitur. Id propterea & c ipſũ x metitur. Igitur c,
b. ipſum x metiuntur. et minimus igitur quem ipſi b, c, metiun-
tur: per 36 ſeptimi/ ipſum x metietur. minimus autem quem ipſi
b, c, metiuntur: eſt g. Igitur g ipſum x metitur/ maior minorem.
quod eſt impoſſibile. Nõ erunt igitur aliqui numeri minores per
35 ſeptimi ipſis g, h, k, l: continue proportionales in ipſius a ad
b & c ad d, & e ad f, ratione. ❡ Non metiatur iam e ipſum k. &
ſumatur per 36 ſeptimi/ minimus numerus: quem metiantur ipſi
e, k: & ſit m. & quoties quidẽ k, ipſum m metitur: toties vterq; ip-
ſorum g, h, vtrunq; ipſorum n, x, metiatur. Quioties autem e ip-
ſum m, metitur: toties & f, ipſum o metiatur. Et quoniã g ipſum
n, & h ipſum x, æque metitur: eſt igitur ſicut h ad g, ſic eſt x ad
n. Sicut autẽ h ad g: ſic eſt a ad b. & ſicut igitur per 11 quĩti a ad b:
ſic x ad n. Id propterea iam & ſicut c ad d: ſic eſt n ad m. Rurſus
quoniã quoties e ipſum m metitur/ toties & f ipſum o: eſt igitur
ſicut e ad f, ſic eſt m ad o. Igitur ipſi x, n, m, o: continue propor-
tionales ſũt in ipſius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus. Dico
q; & minimi. Si autem ipſi x, n, m, o, non ſunt cõtinue propor-
tionales minimi in ipſorũ a, b/ c, d/ e, f/ rationibus: erunt aliqui
numeri ipſis x, n, m, o, minores/ cõtinue proportionales in ipſo-
rum a, b/ c, d/ e, f/ rationibus. Sint p, r, ſ, t. & quoniã eſt ſicut p ad
r ſic eſt a ad b, ipſi autem a, b, minimi/ minimi autem per 21 ſe-
ptimi metiuntur eandem rationẽ habentes eis æqualiter antece-
dens antecedentem et ſequens ſequentẽ: igitur b ipſum r meti-
tur. Id propterea iam et c ipſum r metitur. Igitur ipſi b, c: ipſum
r metiuntur. & minimus igitur per 36 ſeptimi/ quẽ ipſi b, c, me-
tiuntur: ipſum metietur r. minimus autẽ quẽ ipſi b, c, metiuntur:
eſt g. Igitur g ipſum r metitur. eſtq; ſicut g ad r: ſic eſt k ad ſ. & k
igitur ipſum ſ metitur. metitur autẽ & e ipſum ſ. Igitur ipſi e, k,
ipſum ſ metiuntur. & minimus quẽ ipſi e, k, metiuntur: per ean-
dem metietur ipſum ſ. Minimus autẽ quem ipſi e, k, metiũtur: eſt
m. Igitur m ipſum ſ metitur/ maior minorẽ. quod eſt impoſſibi-
le. Igitur non erũt aliqui numeri minores ipſis x, n, m, o: conti-
nue proportionales ĩ ipſius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus.
Igitur ipſi x, n, m, o, cõtinue proportionales minimi ſunt in ipſo-
rum a, b/ c, d/ e, f/ rationibus. quod oportuit feciſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.



5 OMnium duorum numerorum compoſito-
rum proportio vnius ad alterum: eſt ex la-
terũ ſuorum producta proportionibus.

❡ CAMPANVS. ❡ Quod proponit 24 ſexti de ſu-
perficiebus ęquidiſtantiũ laterũ: proponit hæc de numeris cõpo-
ſitis. Sint duo nũeri cõpoſiti: a, b. latera a: ſint c & d. latera b: ſint
e & f. dico itaq; q; proportio a ad b: cõſtat ex ea q̃ eſt c ad e & d ad
f. Sit enĩ vt ex d ĩ e: fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit
b, per conuerſionẽ diffinitionis laterum: erit per 18 ſeptimi/ a ad
g, ſicut c ad e. & per 19 eiuſdẽ g ad b: ſicut d ad f. quare per dif-
finitionem/ proportio a ad b: compoſita eſt ex ea quæ eſt c ad e.
& ea quæ eſt d ad f. quod eſt propoſitum.

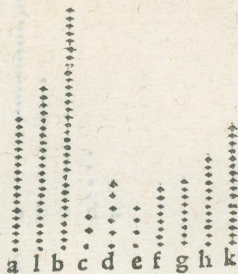
❡ CAMPANI annotatio. ❡ Nec eſt neceſſarium vt con-
tinuemus proportiones laterum (videlicet eam quæ eſt c ad e &
eam quæ eſt d ad f) in minimis numeris repertis: ſecundũ doctri-
nam præcedentis: vt docent quidam. hoc enĩ eſt propoſito pręter
neceſſariũ. Arguunt enĩ poſito q; illi minimi ſint h, k, l, ita q; ſit
h ad k ſicut c ad e, & k ad l ſicut d ad f: proportionem h ad l eſſe
compoſitam ex propoſitorum laterum proportionibus. Sumptoq;
g fieri ex d in e: arguunt a ad g, vt h ad k. quia vt c ad e/ & g ad b

vt k ad l: quia vt d ad f. ideoq; secundum æquam proportionalitatem/& a ad b: vt h ad l. concludunt igitur a ad b: componi ex quibus h & l. verũ quidem sed non necessarium assumpto.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 3. Propositio 5.

5 ¶ Plani numeri: adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.

¶ THEON ex Zam. ¶ Sint plani numeri a, b. ipsius qdẽ a: latera sint c, d. ipsius autẽ b: sint e, f. Dico ꝙ a ad b: rationẽ habet ex lateribus compositã. Rationibus datis quas habent c ad e, & d ad f, suscipiãtur per 4 octaui/numeri cõtinue proportionales minimi in ipsorum c, e, & d, f, rationibus: sintq; g, h, k. Quoniã est sicut c ad e sic est g ad h, sicutq; d ad f sic est h ad k, & d ipsũ e multiplicãs: efficiat ipsum l. Quoniã d ipsũ c multiplicans ipsum fecit a, multiplicans autẽ ipsum e ipsum efficit l: est igitur per 17 septimi/ sicut c ad e sic est a ad l. Sicut autem c ad e: sic g ad h. & sicut igitur per 11 quinti/ g ad h: sic a ad l. Rursus quoniã e ipsum d multiplicans ipsum fecit l, sed & ipsum f multiplicans ipsum fecit b: est igitur per 17 septimi/sicut d ad f, sic est l ad b. Sed sicut d ad f: sic est h ad k. & sicut igitur per 11 quinti/h ad k: sic est l ad b. patuit autẽ ꝙ sicut g ad h: sic est a ad l. Aeque igitur est per 14 septimi/sicut g ad k sic est a ad b. ipse autẽ g ad k: rationẽ habet cõpositã ex lateribus. & a igitur ad b: rationẽ habet compositã ex lateribus. quod oportuit demõstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 6.

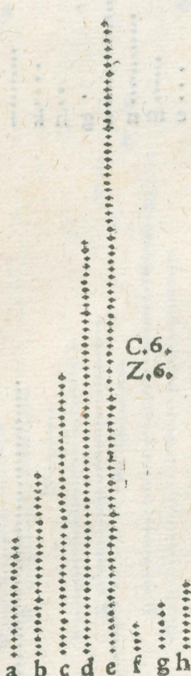
6 SI numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret: nullus eorum numerabit vltimum.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint a, b, c, d, e: continue proportionales. dico ꝙ si a non numeret b: nullus eorum numerabit e. Manifestum autem est ꝙ si ipsum numeret: omnes numerabunt e, & simpliciter quilibet præcedens quẽlibet sequentẽ. Si autem non numerat ipsum: patet ꝙ d non numerabit e, nec simpliciter aliquis eorum proximo sequentẽ e, quia sunt positi continue proportionales. Sed ꝙ nullus alius vt c numeret ipsum: sic constat. Sumãtur secundum doctrinam 2 huius/totidem minimi continue proportionales in proportione eadẽ: quot sunt ipse c & omnes sequẽtes/ qui sunt f, g, h. eruntq; per 3 huius/& f & h: contra se primi. & quia per ęquam proportionem c ad e vt f ad h: cum f non numeret h, nec c numerabit e. eodẽ modo nec aliquis aliorũ. quare liquet quod ꝓpositũ est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 6.

6 ¶ Si fuerint quilibet numeri continue proportionales / primus autem secundum non metiatur: & alius nullus nullum metietur.

¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint numeri continue proportionales a, b, c, d, e. Ipse autẽ a ipsum b nõ metiatur. Dico ꝙ & alius nullus: nullũ metietur. Quoniam quidem ipsi a, b, c, d, e, continue adinuicem sese non metiũtur/manifestum est: qa neq; a ipsum b metitur. dico iam ꝙ neq; alius vllus: vllum alium metietur. Dico enim ꝙ neq; a ipsum c metitur. quot enim sunt in ipsis a, b, c: tot sumantur per 35 septimi / minimi numeri eandem rationem habentium ipsis a, b, c. sintq; f, g, h. Et quoniam ipsi f, g, h, in eadem ratione sunt ipsis a, b, c, & est æqualis multitudo ipsorũ a, b, c, multitudini ipsorum f, g, h: ex æquali igitur per 14 septimi/est sicut a ad c sic est f ad h. Et quoniam est sicut a ad b sic est f ad g, non metitur autem a ipsum b: igitur neq; f ipsum g metitur. Igitur f non est vnitas. Si enim f esset vnitas: omnem numerum metiretur. Et f, h, per 3 octaui: primi sunt adinuicem. Igitur neq; f ipsum h metitur. & est sicut f ad h: sic a ad c. neq; igitur a ipsum c metitur. Similiter quoq; ostẽdemus: ꝙ neq; alius vlius vllum metietur. quod oportuit demonstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 7.

SI nnmerorum continue proportionalium primus 7
vltimum numeret: idem ipse & secũdũ numerabit.
CAMPANVS. Sint qui prius: cõtinue proportionales, dico si a numerat e: ipse numerabit b. alioqui: ex præmissa non numeraret e. quod est contrariũ & impossibile. Nom solum autem numerabit b: sed & omnes. & quisq; eorum: quemlibet ipsum sequentem.

a b c d e

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 7

Si fuerint quilibet numeri continue proportionales: pri- 7
mus autẽ extremum metiatur: & secundũ quoq; metietur.
THEON ex Zamberto. Sint quilibet numeri proportionales a, b, c, d. at a ipsum d metiatur. Dico q & a ipsũ b metietur. Si autẽ nõ metitur a ipsum b: neq; alius vllus per 6 octaui/ aliũ illũ metietur. quod per hypothesin est impossibile. supponitur enim a ipsum d metiri. metitur autẽ a ipsum d. metitur igitur & a ipsum b. quod oportuit demõstrasse.

a b c d

Eucli. ex Camp. Propositio 8. 8

SI inter duos numeros numeri quotlibet in cõtinua proportionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in eadẽ pportione relatos cadere necesse est.
CAMP. Sint a & b, inter quos cadũt c & d in cõtinua pportione: & in eã habẽtes se in proportione e ad f. dico q totidẽ cadũt inter e & f & in eadẽ proportione: quot inter a & b. Sint enĩ g, h, k, l, totidẽ minimi: quot sunt a & b q inter eos cadũt/ sumpti quẽadmodũ docet 2 huius/ cõtinue proportionales in eadẽ proportione. erũtq; p 3/ g & l: cõtra se primi. & p æquã pportionalitatẽ erit g ad l: sicut a ad b. ideoq; & sicut e ad f. & q a ipsi sunt in sua proportione minimi per 23 sep: seqtur per 21 eiusdẽ vt g numeret e, & l, f equaliter. toties igitur numeret h: m. et k: n. positisq; m et n inter e & f: cõstat per 18 septimi/ e, m, n, f, esse cõtinue pportionales quemadmodum sunt h, k, l, & ideo quemadmodum a, c, d, b. quare patet quod dictum est.

a c d b e m n f g h k l

CAMPANI ãnotatio. Ex hac cõstat nullã supparticularẽ posse per equalia diuidi. si enĩ hoc esset: oporteret iter duos numeros sola vnitate distantes numerum cadere mediũ. quod esse nõ potest. ideoq; tonus in musica quẽ sesquioctaua continet proportio: in duo vera semitonia diuidi nõ potest. sed necessario diuiditur in minus semitonium & maius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 8. 8

Si inter duos numeros/ cõtinue proportionales ciderint numeri: quot in eos ciderint numeri/ tot & inter eandẽ rationem habentes eis continue proportionales cadent.
THEON ex Zãb. Inter binos inq̃ numeros a, b: cõtinue proportionales cadãt numeri c, d. Fiatq; sicut a ad b: sic e ad f. Dico q quot iter ipsos a, b, continue proportionales numeri cadũt: tot quoq; iter ipsos e, f cõtinue proportionales cadẽt. Quot enĩ sũt multitudine ipsi a, b, c, d: tot sumãtur p 35 septimi/ minimi numeri eãdẽ rationẽ habẽtiũ eisdẽ a, b, e, d. sintq; g, h, k, l. Igitur extremi ipsorũ hoc est g, l: primi sũt adiuicẽ p 3 octaui. Et qm̃ ipsi a, c, et d, b, ipsis g, h, et k, l, ĩ eadẽ sũt ratiõe/ et ẽq̃lis est multitudo iosorũ a, c, et d, b, multitudini ipsorũ g, h, et k, l: ex ẽq̃li igitur p 14 septimi/ est sicut a ad b sic est g ad l. Sicut autẽ a ad b: sic e ad f. Ipsi autẽ g, l, primi sũt. primi autẽ: et minimi. minimi vero nũeri: eãdẽ rõnẽ hñtes eis ẽq̃ metiũtur maior maiorẽ et minor minorẽ p 21 septimi: hoc est ãncedẽs ãncedẽtẽ et sequẽs sequẽtẽ. Aeque igitur g ipsũ e metitur et l ipsum f. Quoties autẽ g ipsũ e metitur toties & vterq; ipsorũ h, k, vtrũq; ipsorũ m, n, metiat. Ipsi igitur g, h, k, l: ipsos e, m, n, f, æq̃ metiũ-

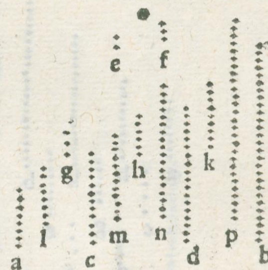
a c d b g h k l e m n f

tur. Igitur per 18 septimi/ipsi g,h,k,l: ipsis e,m,n,f,in eadem sunt ratione. Sed ipsi g,h,k,l: ipsis a,c,d,b,in eadem sunt ratione. & ipsi a,c,d,b,igitur: ipsis e,m,n,f,in eadē sunt ratione. Ipsi autem a,c,d,b: continue sunt proportionales. et ipsi a,c,d,b,igitur : ipsis e,m,n,f,in eadem sunt ratione. Quot igitur inter ipsos a,b,continue proportionales numeri ceciderint: tot & inter e,f,continue proportionales cadunt. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI inter duos numeros contra se primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint: inter vtrunq; eorum & vnitatem totidem continua proportionalitate cadere necesse est.

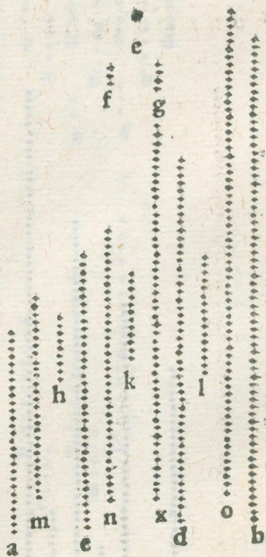
¶CAMPANVS. ¶Sint a & b contra se primi: inter quos cadāt in continua proportionalitate c & d. Dico ꝙ totidem erūt continue proportionales inter a & vnitatem: itemq; totidem inter b & vnitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, sumpti vt docet 34 septimi: ex qbus sumantur tres continue proportionales & minimi in eorū proportione prout docet 2 huius/qui sint g,h,k. deinde quatuor: qui sint l,m,n,p. & hoc toties fiat: vsquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri propositi. vt sunt hic l,m,n,p. Constat itaq; (cū sint a,c,d,b,in sua proportione minimi per primam huius/sintq; l,m,n,p, totidē minimi in eadem/non sit autem possibile esse aliquid minus minimo) ꝙ numeri l,m,n,p, æquales erunt numeris a,c,d,b, quisq; suo relatiuo. est igitur l, æqualis a: & p,b. Manifestum autē est ex secūda huius/ꝙ ex f in se fit k. & ex eodem in k: p. per diffinitionem igitur eius quod est multiplicari/erit f in k,k quoq; i p: quoties vnitas est in f. itaq; vnitas/ f,k,p: sunt continue pooportionales. similiter autē & vnitas/ e,g,l. Sumptis ergo a & b loco l & p sibi æqualium erunt inter a & vnitatem g & e,& inter b & vnitatem k & f continue proportionales totidem: quot sunt inter a & b. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 9.

9 ¶Si bini numeri primi adinuicem fuerint/& inter eos continue proportionales ceciderint numeri: quot inter eos continue ꝓportionales ceciderint numeri/tot quoq; inter vtrūq; eorum & vnitatem continue proportionales cadent.

¶THEON ex Zāb. ¶Sint bini numeri primi adinuicē a,b. & īter eos cōtinue proportionales cadāt c,d. & ponat e vnitas. Dico ꝙ quot inter a,b, cōtinue proportionales ceciderit numeri: tot quoq; inter vtrāq; ipsorū a,b,& e vnitatē cōtinue proportionales numeri cadēt. Sumātur ꝑ 35 septimi/bini numeri minimi in ipsorū a,c,d,b, ratione existētes: sintq; f,g. tres autē: sintq; h,k,l. & semper ordinatim vno plus: ex quo æqualis fiat multitudo ipsorū/multitudini ipsorū a,c,d,b. sumātur: sintq; m,n,x,o. Manifestū iā est ꝙ f seipsū multiplicās/facit ipsū h: ipsū autē h multiplicās/ipsū efficit m. & g seipsū multiplicās/ipsū l efficit: ipsum autē l multiplicās/ipsū o facit. Et quoniā ipsi m,n,x,o,ꝑ hypothesin minimi sunt eādē rationē habētiū ipsis g,f, sunt autem per 1 octaui/ & ipsi a,c,d,b, minimi eādē rationē habētiū ipsis g,f,& æqualis est multitudo ipsorū m,n,x,o, multitudini ipsorū a,c,d,b: vnusq̄sq; igit̄ ipsorū m,n,x,o vnicuiq; ipsorū a,c,d,b, est ęqualis. Aequalis igitur est m ipsi a: & o ipsi b. Et quoniā f seipsum multiplicās/ipsum efficit h: igitur per 16 septimi/f ipsum h metitur per eas quæ in f sunt vnitates. metitur autem & e vnitas ipsum f per eas q̄ in ipso sunt vnitates. pariter igitur per 15 septimi/e vnitas ipsum f numerū metitur: & f ipsum h. Est igitur sicut e vnitas ad f numerum sic est f ad h. Rursus quoniam f ipsum h multiplicās/ipsū efficit m: igitur h ipsum m metitur per eas quæ in f sunt vnitates.



Metitur autem e vnitas ipſum f numerum per eas quæ in ipſo ſunt vni tates.æque igitur per eandem/e vnitas ipſum f metitur numerum: & h ipſum m. Eſt igitur ſicut e vnitas ad f numerum ſic eſt h ad m. Oſtenſũ autem eſt ꝙ & ſicut e vnitas ad f numerũ: ſic eſt f ad h. et ſicut igitur per 11 quinti/e vnitas ad f numerũ: ſic eſt f ad h & h ad m. At m, ipſi a eſt ęqualis. eſt igitur ſicut e vnitas ad f, numerum: ſic eſt f ad h & h ad a. Id propterea per 7 & 11 quinti/& ſicut e vnitas ad g numerũ: ſic g ad l, et l ad b. Quot igitur ĩter ipſos a, b, cõtinue proportionales ceciderĩt numeri: tot & inter vtrunq; ipſorum a, b, & ipſam e vnitatem continue proportionales numeri cadunt. Quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10. 10

I inter vtrunq; eorum & vnitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint: ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse neceſſe eſt.

a h k b

c g e

d f

vnitas

¶CAMP. ¶Sint duo numeri a & b. ſintq; c & d c d inter a & vnitatẽ/e quoq; & f inter b & vnitatẽ: cõtinue proportionales. Dico totidẽ eſſe inter a & b continue proportionales. Hæc eſt conuerſa prioris. excepto ꝙ ad ſubiectũ præmiſſæ/appoſitum erat a & b eſſe contra ſe primos: quod non apponitur hic ad paſſionem. quapropter vniuerſalior eſt paſſio huius: ſubiecto illius. Quia igitur quoties vnitas in d, toties eſt d in c & toties c in a: conſtat ꝙ ex d in ſe: fit c, & ex eodẽ d in c, a. Similiter quoq; ex f in ſe & in e: fient e & b. Ducatur itaq; d in f: & productus ſit g. itemq; idem d ducatur in g & e: & ſint producti h & k. Cõſtat igitur ex 18 ſeptimi/ꝙ c ad g, vt d ad f: & ex 19 ꝙ g ad e, vt d ad f. quare c, g, e, ſunt cõtinue proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum ſunt a ad h ſicut c ad g, & h ad k ſicut g ad e: & per 19 k ad b ſicut d ad f. igitur ſunt a, h, k, b, continue proportionales. Quare conſtat propoſitum.

Eucli. ex Zãb. Theo. 8. Propo. 10. Conuerſa pręcedẽtis. 10

¶Si inter binos numeros & vnitatem continue proportionales numeri ceciderint: quot inter vtrunq; ipſorum & vnitatem continue proportionales ceciderint numeri: tot & inter eos continue proportionales cadent.

a k l b

e h g

d f

c

¶THEON ex Zamberto. ¶Inter binos inquã numeros a, b, & vnitatem c: continue proportionales cadant numeri d, e, & f, g. Dico ꝙ quot inter vtrunq; ipſorum a, b, & ipſam c vnitatem/ continue proportionales ceciderint numeri: tot quoq; inter a, b, continue proportionales cadent. Igitur d ipſum f multiplicãs: ipſum efficiat h. vterq; autẽ ipſorum d, f, ipſum h multiplicans: efficiat ipſos k, l. Et quoniam eſt ſicut c vnitas ad d numerũ ſic eſt d ad e: æque igitur c vnitas ipſum d metitur numerum: & d ipſum e. Ipſa autem c vnitas ipſum d numerum metitur per eas quæ in ipſo ſunt d vnitates. & d igitur numerus e metitur per eas q̃ in d ſunt vnitates. Igitur d ſeipſum multiplicans: ipſum e fecit. Rurſus quoniam eſt ſicut c vnitas ad d numerum ſic eſt e ad a: ęque igitur c vnitas ipſum d numerum metitur/& e ipſum a. At c vnitas: ipſum d numerum metitur per eas quæ in ipſo d ſunt vnitates. & e igitur ipſum a metitur per eas quæ in ipſo d ſunt vnitates. Igitur d ipſum e multiplicans: ipſum a facit. Id propterea iam & f ſeipſum multiplicans: ipſum g facit. ipſum autem g multiplicans: ipſum b facit. Et quoniã d ſeipſũ multiplicãs ipſũ e fecit/ipſũ autem f multiplicãs ipſum fecit h: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut d ad f ſic eſt e ad h. Id propterea iã & ſicut d ad f: ſic h ad g. Et ſicut igitur p 11 quinti e ad h: ſic h ad g. Rurſus quoniã d vtrũq; ipſorum e, h, multiplicans/ vtrunq; ipſorum a, k, fecit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ſicut e ad h ſic a ad k. Sed ſicut e ad h: ſic eſt d ad f. & ſicut igi-

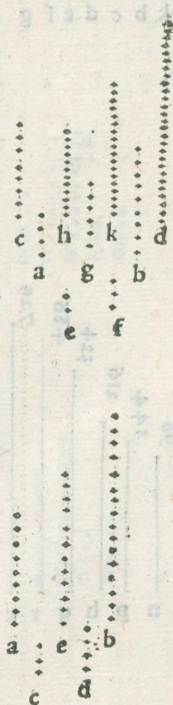
tur per 11 quinti d ad f: sic a ad k. Rursus quoniā vterq; ipsorū d, f, ipsū h multiplicans: vtrunq; ipsorum k, l, fecit: est igitur per 17 septimi/ sicut d ad f sic k ad l. Sed sicut d ad f: sic a ad k. & sicut igitur per 11 quinti/ a ad k: sic k ad l. Insuper quoniā f vtrunq; ipsorū h, g, multiplicans/ vtrūq; ipsorum l, b, fecit: est igitur per 17 septimi/ sicut h ad g: sic l ad b. Sicut autem h ad g: sic d ad f. & sicut igitur per 11 quinti/ d ad f: sic l ad b. patuit autem q; sicut d ad f: sic a ad k, & k ad l, & l ad b. igitur ipsi a, k, l, b: continue sunt proportionales. Quot igitur inter vtrunq; ipsorum a b & c vnitatem/ continue proportionales cadunt numeri: tot & inter a, b, cōtinue cadunt. quod demōstrasse oportuit.

¶ Hęc vndecima ex Campano: duabus ex Zamberto sequentibus respondet.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI fuerint ambo quadrati: erit proportio vnius ad alterum tanq̄ sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si vero ābo fuerint cubi: erit proportio alterius ad alterum tanq̄ sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo quadrati a & b: & duo cubi c & d. latera tam quadratorum q̄ cuborum: sint e quidem, a & c. f vero: b & d. Dico q; proportio a ad b erit sicut e ad f duplicata: c vero ad d sicut eadem triplicata. Manifestum enim est q; ex e in se fit a: & ex ipso e in a, c. sic quoq; ex f in se fit b: & ex ipso in b, d. ducatur igitur e in f: & ꝓueniat g. & in g & b: & proueniant h & k. eritq; per 18 septimi a ad g, sicut e ad f: & p 19 g ad b, sicut e ad f. igitur ex diffinitione/ a ad b: sicut e ad f duplicata. quod est primū. ¶ Secundum eodē modo constat. Sunt enim per 18 iterū c ad h sicut a ad g: & h ad k sicut g ad b. & per 19 k ad d sicut e ad f. quare c, h, k, d: sunt etiam continue proportionales in proportione e ad f. per diffinitionem igitur erit c ad d: sicut e ad f triplicata. quod est secundum



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 11.

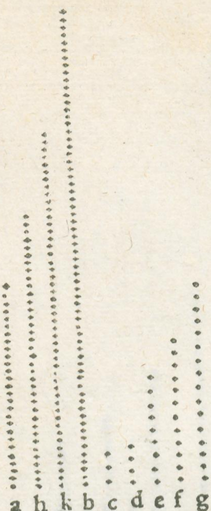
11 ¶ Duorum numerorum quadratorum: vnus medius proportionalis est numerus. Et quadratus ad quadratum duplam habet rationem: q̄ latus ad latus.

¶ THEON ex Zā. ¶ Sint quadrati numeri a, b. & ipsius qdē a: latus sit c. ipsius vero b: sit latus d. Dico q; ipsorū a, b, vnus medius proportionalis est numerus: & a ad b duplam habet rationem q̄ c ad d. Ipse autem c ipsum d multiplicans: ipsum efficiat e. Et quoniam a quadratus est/ latus autem eius est c: igitur c seipsum multiplicans ipsum efficit a. id propterea & d seipsum multiplicans: ipsum b facit. Quoniam igitur c vtrunq; ipsorum c, d, multiplicans vtrunq; ipsorum a, e, efficit: est igitur per 17 septimi sicut c ad d sic est a ad e. Rursus quoniam c ipsum d multiplicans ipsum efficit e, at d seipsum multiplicans ipsum efficit b: duo iam numeri c, d, vnum & eundem multiplicantes d, ipsos e, b, efficiunt. Est igitur per 18 septimi/ sicut c ad d: sic est e ad b. Sed sicut c ad d: sic est a ad e. & sicut igitur per 11 qnti/ a ad e: sic est e ad b. Ipsorū igitur a, b: vnus medius proportionalis est numerus c. ¶ Dico iā q; & a ad b duplam rationem habet: q̄ c ad d. Quoniam enim tres numeri proportionales sunt a, e, b: igitur per 10 diffinitionem quinti/ a ad b duplā rationem habet q̄ a ad e. Sicut autem a ad e: sic c ad d. Igitur a ad b duplā rationem habet: q̄ c latus ad d latus. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 12.

12 ¶ Duorum cuborum numerorum: bini medij proportiona

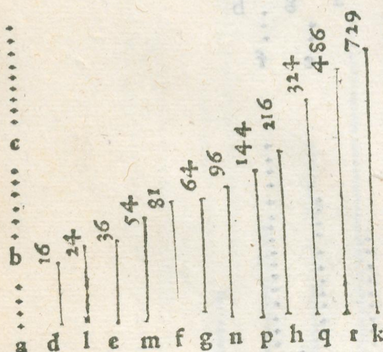
les sunt numeri. Et cubus ad cubū triplā rationem habet: q̄ latus ad latus.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini cubi numeri: a, b. & ipsius quidē a, latus esto c: ipsius autem b, latus esto d. Dico ꝙ ipsorū a, b: bini medij proportionales sūt numeri. & a ad b triplam rationē habet: q̄ c ad d. Igitur c seipsum multiplicās / ipsum efficiat e: ipsum autem d multiplicans / ipsum efficiat f. at d seipsum multiplicans: ipsum g faciat. Vterq; autē ipsorum c, d, ipsum f multiplicans: vtrunq; ipsorum h, k, faciat. Et quoniam a cubus est / ipsius autem latus est c: igitur c seipsum multiplicans ipsum efficit e, ipsum autem e multiplicans ipsum a conficit. Id propterea & d seipsum multiplicans / ipsum g efficit: ipsum autem g multiplicans / ipsum efficit b. Et quoniā c vtrunq; ipsorum c, d, multiplicans / vtrunq; ipsorum e, f, facit: est igitur per 17 septimi / sicut c ad d, sic est e ad f. Id propterea iam & per eandem / sicut c ad d: sic f ad g. Rursus quoniam c vtrūq; ipsorum e, f, multiplicans / vtrūq; ipsorum a, h, fecit: est igitur sicut e ad f, sic a ad h. sicut autem e ad f: sic c ad d. Et sicut igitur per 11 quinti / c ad d: sic est a ad h. Rursus quoniam vterq; ipsorum c, d, ipsum f multiplicans / vtrunq; ipsorum h, k, fecit: est igitur per 18 septimi / sicut c ad d, sic est h ad k. Rursus quoniā d vtrunq; ipsorū f, g, multiplicans / vtrūq; ipsorum k, b, fecit: est igitur per 17 septimi / sicut f ad g, sic est k ad b. sicut autem f ad g: sic est c ad d. & sicut igitur per 11 quinti / c ad d: sic k ad b. Patuit autem ꝙ & sicut c ad d: sic est a ad h, & h ad k, & k ad b. Ipsorū igitur a, b, bini medij proportionales sunt: hoc est h, k. ¶Dico iam ꝙ & a ad b triplam rationem habet: q̄ c ad d. Quoniam enim quatuor numeri proportionales sunt a, h, k, b: igitur per 10 diffinitionem quinti / a ad b triplam habet rationem q̄ a ad h. sicut autem est a ad h: sic est c ad d. Igitur a ad b triplam rationem habet q̄ c ad d. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

SI numerorum continuę proportionalitatis quisq; in seipsum ducatur: qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Qz si item in ipsos productos principia sua ducantur: inde quoq; productos continue proportionalitatis esse necesse est. Idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus. 12

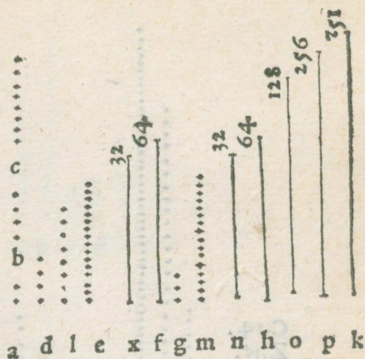


¶CAMPANVS. ¶Sint a, b, c, cōtinue proportionales: quorum quisq; in se ducatur. & proueniant ex a quidem: d. ex b vero: e. & ex c: f. Dico ꝙ d, e, f, sunt continue proportionales. ꝙ si item a ducatur in d & proueniat g, b quoq; in e & proueniat h, & c in f & proueniat k: dico etiā ꝙ g, h, k, erunt continue proportionales. Sit enim ex a in b: l. & ex c in eundem: m. eruntq; per 18 et 19 septimi / d, l, e, m, f: continue proportionales in proportione a, b, c. itaq; per æquam proportionalitatem argue d ad e: sicut e ad f. quod est primū. ¶Reliquū sic. Ducatur a in l et e: & proueniāt n & p. c quoq; ducatur in e & m: & proueniāt q & r. erūtq; per easdem / g, n, p, h, q, r, k: continue quoq; proportionales in proportione primorum. per ęquam igitur proportionalitatem conclude g ad h: sicut h ad k. quod est reliquum. Eadem erit ratio: quotiescunq; primi in productos ducātur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 13.

¶Si fuerint quilibet numeri cōtinue proportionales / & multiplicans vnusquisq; seipsum fecerit aliquos: qui fiunt ex ipsis proportionales erunt. Et si qui in principio genitos multiplicātes / fecerit aliquos: & ipsi quoq; proportionales erūt. 13

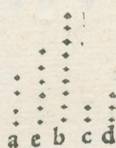
& ſemper circa extremos hoc euenit.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri continue proportionales a,b,c: ſicut a ad b ſic b ad c. & ipſi quidem a,b,c, ſe ipſos multiplicãtes: efficiãt ipſos d,e,f. ipſos autẽ d,e,f, multiplicãtes: ipſos efficiant g,h,k. Dico ꝙ & ipſi d,e,f, & ipſi g,h,k: cõtinue ſũt ꝓportionales. Ipſe nanqꝫ a ipſum b multiplicans: ipſum efficiat l. vterqꝫ autem ipſorum a,b, ipſũ multiplicãs l: efficiat vtrũqꝫ ipſorũ m,n. & rurſus ipſe b ipſum c multiplicãs: ipſũ efficiat x. vterqꝫ autem ipſorum b,c, ipſum x multiplicans: vtrũqꝫ ipſorũ o,p, faciat. Similiter iã ex ꝓcedẽtis theorematis decurſu oſtẽdemus ꝙ ipſi d,l,e, & g,m,n,h: cõtinue ſũt ꝓportionales in ipſius a ad b ratione. & ipſi e,x,f, & h,o,p,k, ſũt proportionales in ipſius b ad c ratione. Et eſt ſicut a ad b: ſic eſt b ad c. & ipſi d,l,e, igitur: ipſis e,x,f, ĩ eadẽ ſunt ratione. & inſuper ipſi g,m,n,h, ipſis h,o,p,k. & æqualis eſt quidem ipſorũ d,l,e, multitudo: multitudini ipſorum e,x,f. ei autem quæ ipſorum eſt g,m,n,h: ea quæ ipſorum eſt h,o,p,k. Ex æquali igitur per 14 ſeptimi/ eſt ſicut quidẽ d ad e ſic eſt e ad f. Sicut autem g ad h: ſic eſt h ad k. quod demonſtrare oportebat.

13 Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

SI quis quadratus numerus alium quadratum numeret: latus quoqꝫ ſuum/ latus illius numerare probatur. Si vero latus ſuum latus illius numeret: quadratus numerat quadratum.

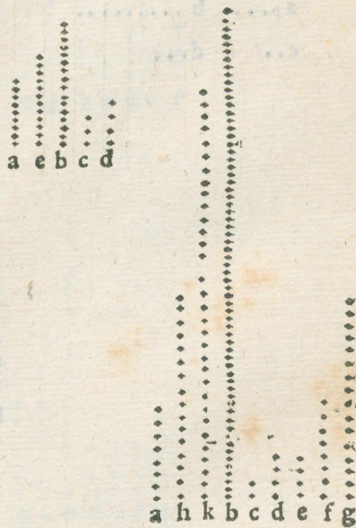


¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b quadrati: lateraqꝫ eorum c et d. dico ꝙ ſi a numerat b: c quoqꝫ numerabit d. & ecõuerſo. Conſtat enim ꝙ ex c in ſe fit a: ex d quoqꝫ in ſe/ b. fiat igitur: e ex c ĩ d. erũtqꝫ per 18 & 19 ſeptimi/ a,e,b: continue proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b: idem ipſe per 7 huius/ numerabit e. quare & c: d. quod eſt primum. ¶Conuerſa ſic patet. ſi c numerat d: a numerabit e, propter id ꝙ proportio a ad e ſicut c ad d. & ſi numerat e: ipſe numerabit b, propter hoc ꝙ ſunt continue proportionales.

14 Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 14.

¶Si quadratus numerus quadratum numerũ menſus fuerit: & latus latus metietur. Et ſi latus latus metietur: & quadratus quadratum metietur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quadrati numeri a,b. latera vero ipſorum: ſint c,d. at a ipſum b metiatur. Dico ꝙ & c ipſum d metietur. Igitur c ipſum d multiplicans: efficiat ipſum e. Igitur per 17 & 18 ſeptimi/ & 11 quinti/ ac 13 octaui/ ipſi a,e,b, continue proportionales ſunt in ipſius c ad d ratione. Et quoniam ipſi a,e,b, cõtinue ſunt proportionales: metitur a ipſum b. metitur igitur per 7 octaui/ & a ipſum e. Eſtqꝫ ſicut a ad e: ſic c ad d. metitur igitur & c ipſum d. ¶Sed iã metiatur & c ipſum d. Dico ꝙ & a ipſũ b metitur. eiſdẽ nãqꝫ diſpoſitis ſimiliter oſtẽdemus ꝙ ipſi a,e,b: cõtinue ſunt proportionales in ipſius c ad d ratione. & quoniã eſt ſicut c ad d ſic eſt a ad e, metitur autẽ c ipſum d: metitur igitur & a ipſũ e. & ſũt ipſi a,e,b: cõtinue proportionales. metitur igitur & a ipſũ b. Si quadratus igitur: & q̃ ſequũtur reliqua. quod oportebat demõſtrare.



14 Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

SI cubus aliũ cubũ numeret: latus quoqꝫ ſuũ/ latus alterius numerabit. Si vero latus ſuũ/ latus alterius numeret: cubus numerabit cubum.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b cubi: lateraqꝫ eorũ c & d. dico ꝙ ſi a numerat b: c quoqꝫ numerabit d. & econuerſo. ducatur enim b in ſe/ & fiat c: d quoqꝫ in ſe/ & fiat f. conſtat igitur ꝙ ex c in e fit a: & ex

d in g,b, fiat itaqꝫ f: ex c in d. eruntqꝫ per 17 & 19 ſeptimi/e,f,g: cõtinue proportionales in proportione c ad d. ſed & h & k: proueniant ex c in f & g. per eaſdẽ igitur erũt a,h,k,b: continue quoqꝫ proportionales in eadem proportione. itaqꝫ ſi a numerat b: idem per 7 huius numerabit h. quare & c: d. eſt enim c ad d: ſicut a ad h. conſtat igitur prima pars. Cõuerſa patet: ſicut conuerſa prioris. Nam ſi c numerat d: a quoqꝫ numerabit h. quem ſi numerat: neceſſe eſt vt numeret b.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 13. Propoſitio 15. 15

❡ Si cubus numerus cubum numerum menſus fuerit: & latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum fuerit: & cubus cubum metietur.

C.14.
Z.15.

❡ THEON ex Zamberto. ❡ Cubus enim numerus a: cubũ b metiatur. & ipſius quidem a: latus ſit c. ipſius autem b: ſit d. Dico q̈ c ipſum d metitur. Igitur c ſeipſum multiplicans: ipſum efficiat e. & inſuper c ipſum d multiplicans ipſum efficiat f. At d ſeipſum multiplicãs ipſum efficiat g. Vterqꝫ autem ipſorum c,d, ipſum f multiplicans: vtrunqꝫ ipſorum h,k, faciat. Manifeſtum iam eſt per 17 & 18 ſeptimi & 12 octaui/q̈ ipſi e,f,g, & a,h,k,b: continue ſunt proportionales in ipſius c ad d ratione. Et quoniam ipſi a,h,k,b, continue ſunt proportionales/ & metitur a ipſum b: metitur igitur per 7 octaui & a ipſum h. & eſt ſicut a ad h: ſic eſt c ad d. Metitur igitur & c ipſum d. ❡ Sed iam metiatur c ipſum d. Dico q̈ & a ipſum b metitur. Eiſdẽ nanqꝫ diſpoſitis: ſimiliter oſtendemus q̈ ipſi a,h,k,b, continue proportionales ſunt in ipſius c ad d ratione. & quoniam c ipſum d metitur/ eſtqꝫ ſicut c ad d ſic a ad h: & a igitur ipſum h metitur. Quare & a ipſum b metitur. Si cubus igitur numerus & reliqua. quod oportuit demonſtraſſe.

a h k b c d e f g

Eucli. ex Camp. Propoſitio 15 15

SI numerus quadratus quendam alium quadratum nõ numeret: nec latus ſuum/ latus illius numerabit. Si vero latus ſuum/ latus illius nõ numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex neceſſitate conuincitur.

❡ CAMPANVS. ❡ Hæc 15 proponit negationes conuerti: quæ affirmationibus quas 13 huius conuerti propoſuit opponuntur. Vt ſi ſint duo numeri quadrati a & b, quorum latera c & d, ſi a non numerat b: c quoqꝫ non numerabit d. e conuerſo etiam ſi c non numerat d: nec a, b. Sit enim primo vt a non numeret b. ſi itaqꝫ c numerat d: per ſecundam partem 13 huius/ & a numerabit b. quod eſt contrariũ poſitioni. ſicqꝫ patet primũ. ❡ Secũdũ quoqꝫ ſic. ſit vt c nõ numeret d. itaqꝫ ſi a numeret b: per primam partem 13 neceſſe eſt vt c numeret d. neceſſe eſt igitur vt numeret ipſum: cum non numerat ipſum. quod eſt impoſſibile.

a.... b.........

c.. d...

❡ CAMPANI annotatio. ❡ Quemadmodum autem neceſſe eſt conuerti negationes oppoſitas affirmationibus quas 13 demonſtrauit conuerti: ſic quoqꝫ neceſſe eſt eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus quas pręmiſſa conuerti demõſtrauit/ conuertantur. Vnde ſi cubus nõ numerat cubũ: nec latus eius numerabit latus illius. e conuerſo quoqꝫ ſi latus vnius non numerat latus alterius: nec ipſe cubus numerabit alterum cubum. demonſtratur autem hoc per præmiſſam a deſtructione conſequentis: ſicut quod propoſitum eſt per 13. ideoqꝫ hoc auctor non propoſuit: ſed per id quod propoſitũ eſt/ ipſum dedit intelligi.

Hæ ſequẽtes ex Zamberto duæ propoſitiones pręcedenti ex Campano cum annotatione eiuſdem reſpondent.

16 Eucli. ex Zāb. Theo. 14. Propositio 16. Conuersa. 14.

¶Si quadratus numerus quadratum numerum mēsus nō fuerit: neq; latus latus metietur. Et si latus latus mensum nō fuerit: neq; quadratus quadratum metietur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quadrati numeri a, b: eorum autē latera sint c, d. At a: ipsum b non metiatur. Dico q neq; c: ipsum d metietur. Si autem c ipsum d metitur: metitur per 14 octaui/ & a ipsum b. nō metitur autem per hypothesin a: ipsum b. neq; igitur c ipsum d metitur. ¶Non metiatur autē rursus c: ipsū d. Dico q neq; a ipsum b metietur. Si autē a ipsum b metitur: & c per 14 octaui/ ipsum d. Non metitur autē c: ipsum d, per hypothesin. neq; a igitur: ipsum b metitur. quod erat demonstrandum.

a b c d

17 Eucli. ex Zamb. Theo. 15. Propo. 17. Conuersa. 15.

¶Si cubus numerus cubum numerum non metiatur: neq; latus latus metietur. Et si latus latus non metiatur: neq; cubus cubum metietur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Cubus enī numerus a: cubū numerū b nō metiatur. & ipsius quidem a, latus esto c: ipsius vero b, sit d. Dico q & c ipsum d. nō metitur. Si enī c ipsum d metitur: & a ipsum b metitur per 15 octaui. non metitur autē a ipsum b per hypothesin. neq; igitur c ipsum d metitur. ¶Sed iā non metiatur c ipsum d. Dico q et a ipsum b non metitur. si enī a ipsum b metitur: et c ipsum d metietur per 15 octaui. non metitur autē c ipsum d per hypothesin. neq; a igitur ipsum b metietur. quod oportuit demōstrasse.

a b c d

Eucli. ex Camp. Propositio 16.

15 SI duo numeri superficiales fuerint similes: necesse est tertium numerum secundum proportionalitatem continuam eis interesse. Eritq; proportio vnius numeri ad alterum sibi similem: velut vnius lateris sui ad latus alterius ipsum respiciens proportio duplicata.

¶CAMP. ¶Sint duo numeri a et b: superficiales & similes. dico q inter ipsos cadet vnus numerus in cōtinua proportione. latera enī a, sint c et d: b vero latera/ sint e et f. eruntq; ex cōuersione diffinitionis numerorū similiū/ c ad e: sicut d ad f. cōstat autē q ex c in d fiat a. et ex e i f: b. fiat itaq; g ex e in d. eritq; p 19 septimi/ a ad g: sicut c ad e. et p 18 eiusdē g ad b sicut d ad f. quare a ad g: sicut g ad b. est itaq; g: cōtinua proportionalitate medius inter a et b. quod est propositum. ¶Correlarium autem patet: cum sit a ad b per diffinitionem sicut a ad g duplicata/ quæ eadem est illi quæ est c ad e.

a g b c d e f

17 Eucli. ex Camp. Propositio 17.

SI secundum continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris intersit: illi duo numeri superficiales sunt & similes.

¶CAMPANVS. ¶Hæc est cōuersa præmissæ. Vt si inter a et b sit c sub continua proportionalitate constitutus: a et b erunt superficiales et similes. sint enī d et e minimi in proportione qua continuantur a, c, b: qui per 21 septimi/ numerabunt a et c æqualiter. sitq; vt secundū f. & per eādem c et b æqualiter: et sit vt secundū g. erunt igitur per diffinitionē a et b superficiales. et erunt etiā per diffinitionem/ d et f, latera numeri a: e quoq; et g, latera numeri b. Q2 autē ipsi sint similes: sic habeto. cū enī ex d in g sit c, et ex e in f sit idē c: erit per secundā partem 20 septimi/ d ad e sicut f ad g. per diffinitionē igitur a et b sunt similes, quod est ꝓpositū.

a c b d e f g

¶Hoc autē vltimū quod est a et b esse similes: potest etiā haberi per 19 et 18 septimi/et p has hypotheses ꝙ a, c, b, sunt cōtinue proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a et c secundum f, et c et b secundum g.

a c b d e f g

Eucli. ex Camp. Propositio 18. 18



I fuerint duo numeri solidi similes: necesse est eis duos numeros secundum continuam proportionalitatem interesse. eritq; proportio vnius solidi ad alterum sibi similem: velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se proportionaliter/ proportio triplicata.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: solidi similes. dico ꝙ inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint eni latera numeri a: c, d, e. latera vero b: sint f, g, h. etūtq; ex conuersione diffinitionis numerorum similium/ c ad f, & d ad g: sicut c ad h. Sit igitur ex c in d, k: & ex f in g, l. eruntq; ex diffinitione/ k & l: superficiales & similes. quare per 16 huius/ vnus numerus cadit inter eos medius secundū proportionem c ad f. qui sit m. Manifestum autem est ꝙ ex e in k: fit a, & ex h in l: b. igitur ex e in m & l, fiāt n & p: erunt per 18 septimi/ a ad n sicut k ad m, & n ad p sicut m ad l. quare a, n, p: sunt continue proportionales in proportione c ad f. & quia per 19 eiusdem p ad b sicut e ad h, & ideo sicut c ad f: sequitur vt quatuor numeri a, n, p, b, sint continue proportionales secundum proportionem c ad f. sunt itaq; inter a & b duo numeri n & p: medij in continua proportionalitate suorum laterum interpositi. quod est propositum. Correlarium autem patet: cum proportio a ad b sit per diffinitionem sicut a ad n triplicata / quæ est eadem illi quæ est c ad f.

a n p b c d e f g h k m l

Eucli. ex Camp. Propositio 19. 19



I eis secūdum continuam proportionalitatem duo numeri interiacent: quilibet duo numeri/ solidi sunt atq; similes.

¶CAMPANVS. ¶Hæc est cōuersa præmissæ. vt si inter a & b sint duo numeri c & d medij in continua proportione: erunt a & b solidi & similes. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione cōtinue proportionales: qui sunt e, f, g. eruntq; per 17/ e & g: superficiales & similes. sint ergo h & k: latera e. at l & m: latera g. eritq; per correlariū 16 huius/ e ad f: sicut h ad l, aut sicut k ad m. Manifestum autem est ex tertia ꝙ e & g sunt contra se primi. ideoq; per 23 septimi/ in sua proportione minimi. & quia per æquam proportionalitatem sunt a ad d & c ad b sicut e ad g: sequitur per 21 septimi/ vt ipsi numerent a & d æqualiter. quod sit secundum n. & item c & b æqualiter: quod sit secundum p. Quia igitur ex h in k fit e, & ex e in n fit a: sequitur per diffinitionem vt a sit solidus eiusq; latera h, k, n. similiter quia ex l in m fit g, & ex g in p, b: sequitur etiam vt b sit solidus & eius latera l, m, p. Ipsos autem esse similes sic constabit. Cū ex g in n fiat d, & ex eodem in p, b: erit per 18 septimi/ n ad p sicut d ad b. & quia sic erant h ad l, & k ad m: per diffinitionem manifestum est a & b esse similes. quod est propositum.

n p
k l
h m
a c d b e f g

¶Quatuor pręcedentes ex Campano Euclidis propositiones/ scilicet 16/17/18/ 19: quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus puta 18/19/20/21/ hoc ordine respondent. prima: primę. secunda: tertię. tertia: secundæ. quarta. quartæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

¶Duorum ſimilium planorum numerorum: vnus medius proportionalis eſt numerus. Et planus ad planum duplam habet rationem: q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini plani numeri a, b. et ipſius a, latera ſint c, d: ipſius autem b, ſint e, f. At ſimiles plani ſunt: qui proportionalia habent latera/ per 22 diffinitionem ſeptimi. eſt igitur ſicut c ad d: ſic eſt e ad f. Dico igitur ꝙ ipſorū a, b, vnus medius proportionalis eſt numerus: et a ad b duplā rationē habet: q̃ c ad e, vel d ad f. hoc eſt q̃ ſimilis rationis latus: ad ſimilis rationis latus. Et quoniam eſt ſicut c ad d ſic eſt e ad f: viciſſim igitur eſt per 13 ſeptimi / ſicut c ad e ſic eſt d ad f. Et quoniam a planus eſt/ ipſius autē latera ſunt c, d: igitur d ipſum c multiplicās/ ipſū a facit. Id propterea iā & e ipſū f multiplicās: ipſū efficit b. At d ipſū e multiplicās: ipſū efficiat g. & quoniā d ipſū quidē c multiplicās ipſū efficit a, ipſū autē e multiplicās ipſū conficit g: eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut c ad e ſic eſt a ad g. Sed ſicut c ad e: ſic eſt d ad f. & ſicut igitur per 11 quinti/ d ad f: ſic a ad g. Rurſus quoniā e ipſū quidē d multiplicans ipſum efficit g, ipſum autē f multiplicās ipſum b conficit: eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut d ad f, ſic eſt g ad b. oſtēſum autē eſt ꝙ & ſicut d ad f: ſic eſt a ad g. & ſicut igitur per 11 quinti/ a ad g: ſic eſt g ad b. Igitur ipſi a, g, b, continue ſunt proportionales. Ipſorum igitur a, b: vnus medius proportionalis eſt numerus. ¶Dico iam inſuper ꝙ & a ad b duplā rationem habet: q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus/ hoc eſt q̃ c ad e, vel q̃ d ad f. Quoniam enim ipſi a, g, b, in principio proportionales ſunt: igitur per 10 diffinitionem quinti/ a ad b duplam habet rationem q̃ ad g. & eſt ſicut a ad g: ſic eſt c ad e, & d ad f. & a igitur ad b duplam rationem habet q̃ c ad e vel d ad f. quod erat demonſtrandum.

a g b c d e f

19 Eucli. ex Zamb. Theorema. 17. Propoſitio 19.

¶Duorum ſimilium ſolidorum numerorum: bini medij proportionales ſunt numeri. Et ſolidus ad ſolidum ſimile triplam rationem habet: q̃ ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit bini ſimiles ſolidi numeri: a, b. & ipſius quidem a: latera ſint c, d, e, numeri. ipſius autem b: ſint f, g, h. & quoniam per 22 diffinitionem ſeptimi/ ſimiles ſolidi ſunt qui latera habēt proportionalia: eſt igitur ſicut c ad d ſic eſt f ad g, ſicut autem d ad e ſic g ad h. Dico ꝙ ipſorum a, b, bini medij proportionales ſunt numeri. & ꝙ a ad b triplam rationem habet: q̃ c ad f, vel d ad g, vel inſuper e ad h. Igitur c ipſum d multiplicās: ipſum efficiat k. at f ipſum g multiplicās: ipſum efficiat l. Et quoniam ipſi c, d, ipſis f, g, in eadem ſnnt ratione/ ex ipſiſqꝫ c, d, gignitur k, ex ipſis autē f, g, gignitur l: igitur k, l, ſimiles plani ſunt numeri. Ipſorū igitur k, l: vnus medius proportionalis eſt numerus per 18 octaui. ſit m. Igitur m ex ipſis d, f, gignitur: quemadmodum ex precedenti patuit theoremate. Eſt igitur ſicut k ad m: ſic eſt m ad l. Et quoniam d ipſum quidem c multiplicās fecit ipſum k, ipſum autē f multiplicans fecit ipſum m: eſt igitur per 17 ſeptimi/ ſicut c ad f, ſic eſt k ad m. ſed ſicut k ad m: ſic m ad l. Ipſi igitur k, m, l, continue ſunt proportionales: in ipſius c ad d ratione. Et quoniam eſt ſicut c ad d ſic eſt f ad g: viciſſim igitur per 13 ſeptimi/ eſt ſicut c ad f, ſic eſt d ad g. Rurſus quoniam eſt ſicut d ad e ſic g ad h: viciſſim igitur per 13 ſeptimi / eſt ſicut d ad g ſic eſt e ad h. Ipſi igitur k, l, m: continue ſunt proportionales in ipſius c ad f, & d ad g ratione/ & inſup ipſius e ad h. Vterqꝫ iā ipſorū e, h, ipſum m multiplicans: vtrūqꝫ ipſorum n, x, faciat. & quoniam a ſolidus eſt/ latera autem eius ipſi c, d, e: igitur e eum qui ex c, d, multipli-

a n x b c d e f g h k m l

cãs/ipsũ efficit a. at qui gignitur ex c,d: est k. Igitur e ipsũ k multiplicãs: ipsũ efficit a. Id ꝓpterea iã & h ipsũ q gignit̃ ex f,g hoc ẽ l multiplicãs: ipsum efficit b. Et quoniam e ipsum k multiplicans ipsum a efficit/ sed iam & ipsum m multiplicans ipsum n efficit: est igitur per 17 septimi/ sicut k ad m sic est a ad n. Sicut autẽ k ad m: sic est c ad f, & d ad g, & insuper e ad h. sicut igitur c ad f, & d ad g, & e ad h: sic est a ad n. Rursus quoniã vterq; ipsorum e,h, ipsum multipliãs m, vtrũq; ipsorũ n,x, facit: est igitur per 18 septimi/ sicut e ad h sic est n ad x. Sed sicut e ad h: sic est c ad f, & d ad g. & sicut igitur per 11 quinti/ c ad f, & d ad g, & e ad h: sic est a ad n, & n ad x. Rursus quoniã h ipsum m multiplicãs ipsum conficit x, sed & ipsum l multiplicans ipsum efficit b: est igitur per 17 septimi/ sicut m ad l sic x ad b. Sed sicut m ad l: sic est c ad f, & d ad g, & e ad h. & sicut igitur c ad f, & d ad g, & e ad h: sic non solum x ad b, sed & a ad n, & n ad x. Igitur ipsi a, n, x, b: continue sunt proportionales in prædictis laterum rationibus. ¶ Dico insuper q̃ & a ad b triplam rationem habet: q̃ similis rationis latus ad similis rationis latus/ hoc est q̃ c numerus ad f, vel d ad g, & insuper q̃ e ad h. Quoniam certe quatuor numeri continue sunt proportionales hoc est a, n, x, b: igitur per 10 diffinitionem quinti/ a ad b triplam rationem habet q̃ similis rationis latus ad similis rationis latus/ hoc est q̃ c numerus ad f numerum/ & d ad g, & e ad h. quod erat demonstrandum.

a n x b c d e f g h k m l

Euclí. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20. 20

¶ Si binorum numerorum vnus medius proportionalis fuerit numerus: similes plani erunt ipsi numeri.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duorum inq̃ numerorũ a, b: vnus medius proportionalis esto c numerus. Dico q̃ ipsi a, b: similes plani sũt numeri. Sumantur per 35 septimi inq̃ minimi numeri eandem rationem habentium ipsis a, c, b, duo: sintq; d, e. Est igitur sicut d ad e: sic est a ad c. sed sicut a ad c: sic est c ad b. & sicut igitur per 11 quĩti/ d ad e: sic c ad b. Aeque igitur d ipsũ a metitur: & e ipsũ c. quoties autẽ d ipsũ a metitur: tot vnitates sint ĩ f. igitur f ipsũ d multiplicãs ipsũ efficit a. Ipsũ autẽ e multiplicãs: ipsũ facit c. quare a planus est: latera autẽ eius sũt d, f, ꝑ 22 diffinitionẽ septimi. Rursus quoniã ipsi d, e, minimi sunt eãdem rationem habentium ipsis c, b: æque igitur per 21 septimi d ipsum c metitur & e ipsum b. Quoties autẽ e ipsum b metitur: tot vnitates sint in ipso g. Igitur e ipsum b metitur per eas quæ in g sũt vnitates. igitur g ipsum e multiplicãs: ipsum efficit b. igitur b planus est per 22 diffinitionem septimi: latera autem eius sũt e, g. Igitur ipsi a, b: plani sunt duo numeri. ¶ Dico insuper q̃ & similes. Quoniam enim vterq; ipsorũ f, g, ipsum e multiplicans/ vtrunq; ipsorũ c, b, efficit. est igitur per 17 septimi/ sicut f ad g sicut est c ad b. Sicut autẽ c ad b: sic d ad e. & sicut igitur per 11 quĩti/ d ad e: sic f ad g. Ipsi igitur a, b: similes plani sunt numeri. eorum enim latera proportionalia sunt. quod erat ostendendum.

Hoc fiet: ꝑ 35 septimi/ sumendo ipsorum aut a c aut c b, maximã dimẽsionem per quã inueniẽtur duo in eadẽ ratione minimi. hoc est d, e.

a c b d e f g

Euclí. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21. 21

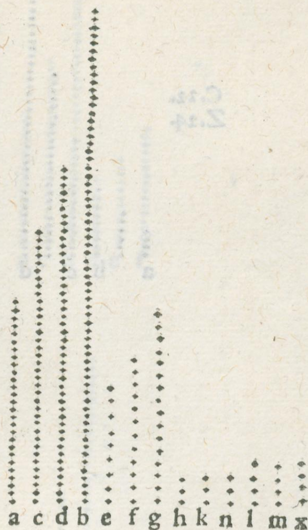
¶ Si duorũ numerorum duo medij proportionales fuerint numeri: similes solidi sunt ipsi numeri.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duorum inq̃ numerorum a, b: duo medij proportionales sint numeri c, d. Dico q̃ ipsi a, b: similes solidi sunt. Sumantur inq̃ per 35 septimi/ aut 2 octaui/ minimi numeri eandem rationem habẽtium eisdem a, c, d, b, tres: sintq; e, f, g. Igitur per 3 octaui/ eorum extremi e, g, primi adinuicẽ sunt. & quoniã ipsorũ e, g, vnus medius proportionalis est numerus: similes igitur plani sunt per 20 octaui. Sint igitur ipsius quidem e: latera h, k. ipsius autem g: sint l, m. Manifestum igitur est ex hoc: q̃ ipsi e, f, g, continue proportionales sunt in ipsius h ad l ratione, & ipsius k ad m. Et quoniã ipsi e, f, g, minimi sunt eandẽ rationem habentium eisdem a, c, d: ex æquali igitur per 14 septi-

Hoc fiet: ꝑ 35 sep. sumendo ipsorũ aut a c d aut c d b, maximã dimẽsionẽ per quã iuenient̃ tres in eadẽ rõne minimi. Aut ipsorũ vel a c vel c d vel d b sumẽdo maximã dimẽsionẽ ꝑ quã sumẽt duo ĩ eadẽ rõne minimi/ ꝑ quos ꝑ 2 oct. sument̃ tres. hoc ẽ e, f, g.

a c d b e f g h k l m

mi/est sicut e ad g sic est a ad d. At e,g: per 3 octaui primi sunt. primi autem: & minimi. minimi vero per 21 septimi/metiuntur eandem rationē habentes æqualiter: maior maiorem & minor minorem/hoc est antecedens antecedentem/ & sequens sequentem. quoties igitur e ipsum a metitur: tot vnitates sint in ipso n. Igitur enī ipsum e multiplicans: ipsum efficiat a. At e est ex h,k. Igitur eum qui ex h,k, gignitur multiplicans: ipsum efficit a. Solidus igitur est a. latera autem eius sunt h,k,n. Rursus quoniam ipsi e,f,g, minimi sunt eandem rationem habentium eisdem c,d,b: æque igitur e ipsum c metitur/ & g ipsum b. Quoties autē g ipsum b metitur: tot vnitates sint in x. Igitur g ipsum b metitur p eas quæ in x sunt vnitates. Igitur x ipsum g multiplicans: ipsum efficit b. At g: est ex l,m. Igitur x eum qui ex l,m, gignitur multiplicans: ipsum conficit b. Solidus igitur est b. latera autem eius sunt l,m,x. Igitur ipsi a,b: solidi sunt. Dico insuper ꝙ & similes. quoniam n,x, ipsum e multiplicantes/ipsos conficiunt a,c: est igitur per 18 septimi/sicut n ad x sic est a ad c, hoc est e ad f. Sed sicut e ad f: sic est h ad l, & k ad m. & sicut igitur per 11 quinti/h ad l: sic k ad m & n ad x. & sunt quidem ipsi h,k,n, latera ipsius a: ipsi vero x,l,m, latera sunt ipsius b. Igitur ipsi a,b: numeri solidi sunt similes. quod oportuit demonstrasse.



a.... b...... c.........

20 Eucli. ex Camp. Propositio 20.

SI trium numerorum continue proportionalium primus fuerit quadratus: tertiū quoq; quadratū esse.

¶CAMPANVS. ¶Sint tres numeri continue proportionales a,b,c, sitq; a quadratus. Dico ꝙ c est etiam quadratus. sunt enim pe 17 a & c superficiales & similes. cum igitur a sit quadratus: per hypothesin: erit c quadratus.

22 Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 22.

¶Si tres numeri continue proportionales fuerint/ primusq; fuerit quadratus: & tertius quadratus erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint tres numeri cōtinue proportionales a,b,c, primus autem sit quadratus. Dico ꝙ & tertius quadratus est. quoniam enim ipsorum a,c, per 20 octaui / vnus medius proportionalis est numerus b: igitur a,c, similes plani sunt. at quadratus est a. quadratus est & c. quod erat demonstrandum.



21 Eucli. ex Camp. Propositio 21.

SI quatuor numerorum continue proportionalium primus fuit cubus: quartum cubum esse necesse est.

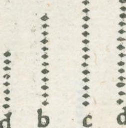
¶CAMPANVS. ¶Sint quatuor numeri continue proportionales a,b,c,d, sitq; a cubus. dico ꝙ d est etiam cubus. constat enim per 19 ꝙ a & d sunt solidi similes. & quia a est cubus per hypothesin: erit etiam d cubus.

Camp. 21.
Zamb. 23.

23 Eucli ex Zamb. Theorema 22. Propositio 23.

¶Si quatuor numeri continue proportionales fuerint / primus autem cubus fuerit: & quartus cubus erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor numeri proportionales continue: a,b,c,d. sit autē a cubus. dico ꝙ & d: cubus erit. Quoniam enim ipsorum a,d, similes sunt solidi numeri: at a cubus est / cubus igitur est & d. quod demonstrasse oportuit.



22 Eucli. ex Camp. Propositio 22.

SI duorum numerorum quorum proportio sicut quadrati ad quadratum / fuerit vnus quadratus: alterum quoq; quadratum esse.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: in proportione duorũ quadratorum qui sunt c & d. sitq; a vel b quadratus. dico reliquum esse quadratum. Cum enim c & d sint quadrati: sequitur eos esse superficiales. Ideoq; per 16 cadet vnus medius inter eos in continua proportione. quare per 8 & inter a & b. per 26 igitur constat propositum.

C.22.
Z.24



Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 24

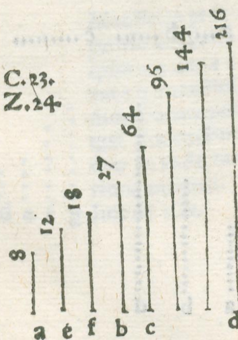
¶Si bini numeri rationem habuerint quã quadratus numerus ad quadratum numerum/primus autem fuerit quadratus: & secundus quadratus erit. 24

¶THEON ex Zamberto. ¶Bini inq̃ numeri a, b, adinuicem rationem habeant: quam quadratus numerus c ad quadratum numerum d. Dico ꝙ & b quadratus est. Quoniam ipsi c, d, sunt quadrati: ipsi c, d, igitur similes plani sunt. Ipsorum igitur c, d: per 18 octaui vnus medius proportionalis est numerus. Et est sicut c ad d: sic est a ad b. Ipsorum igitur a, b, vnus medius proportionalis est numerus. At a quadratus est. & b igitur quadratus est. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 23. 23

SI duorum numerorum quorum proportio vnius ad alterum sit sicut cubi ad cubum/alteruter fuerit cubus: & alterum cubum esse.

C.23.
Z.24.



¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b in proportione duorum cuborum qui sunt c & d. sitq; a vel b cubus. dico reliquum esse cubum. Necesse est enim ꝙ c & d sint solidi similes: quippe omnes cubi sunt similes & solidi. itaq; per 18 inter ipsos cadent duo medij in continua proportione. totidem igitur per 8 cadent inter a & b. itaq; per 21 manifestum est quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 25. 25

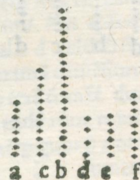
¶Si bini numeri adinuicem rationem habuerint quam cubus numerus ad cubũ numerum/primus autem cubus fuerit: & secundus cubus erit.

¶THEON ex Zamb. ¶Bini inquã numeri a, b, adinuicem rationem habeãt: quam cubus numerus c ad cubũ numerum d. cubus autem esto a. Dico ꝙ & b cubus est. Quoniam enim ipsi c, d, cubi sunt: sũt igitur p 19 octaui/ipsi c, d, similes solidi. ipsorũ igitur c, d, bini medij sũt proportionales per 21 octaui. quot autem inter ipsos c, d, continue proportionales cadunt: totidem & inter eandem rationem habentes cadunt numeri per 8 octaui. cadant ipsi e, f. Quoniam igitur quatuor numeri a, e, f, b, continue proportionales sunt/& a cubus est: cubus igitur est per 23 octaui/& b. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 24. 24

NVmerorum superficialium similium est proportio vnius ad alterum: sicut proportio quadrati ad quadratum.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b superficiales similes. dico ꝙ vnus ad alterum est proportio sicut quadrati ad quadratum. erit enim per 16 inter eos vnus numerus medius in continua proportione qui sit c. sumptis itaq; tribus minimis in proportione eorũ qui sunt d, e, f: erũt per correlarium 2/d & f quadrati. & quia per æquam proportionalitatem est a ad b sicut d ad f: constat verum esse quod proponitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propositio 26 26

¶Similes plani numeri adinuicem rationem habent: quam

quadratus numerus ad quadratum numerum.

¶THEON ex Zāberto. ¶Sint similes plani numeri a,b. Dico q̄ a ad b rationē habent quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Quoniam ipsi a,b, similes plani sunt: ipsorum igitur a,b, vnus medius proportionalis cadit numerus per 18 octaui. Cadat: & sit c. assumanturq; per 35 septimi/minimi numeri eandem ipsis a,b,c, habentium rationem: sintq; d,e,f, ipsi igitur ipsorum extremi hoc est d,f, sunt quadrati. Et quoniā est sicut d ad f sic a ad b, & ipsi d,f, sunt quadrati: igitur a ad b rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum, quod demonstrare oportebat.

a c b d e f

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 Mnium duorum solidorum similium est proportio vnius ad alterum: sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b solidi similes. dico q̄ proportio vnius eorum ad alterū: est sicut alicuius cubi ad aliquem alium cubum. Sunt quidem per 18 inter eos duo numeri medij secundum cōtinuam proportionem: qui sint c & d. in eorum proportione sint minimi quatuor e,f,g,h: quorū e & h erunt cubi per correlarium secundæ. quia igitur per æquam proportionalitatem est a ad b sicut e ad h: liquet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 27.

27 ¶Similes solidi numeri adinuicem rationem habent: quam cubus numerus ad cubum numerum.

C. 25. Z. 27.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint similes solidi numeri a,b. Dico q̄ a ad b rationem habet: quā cubus numerus ad cubum numerū. Quoniā enim ipsi a,b, similes solidi sunt: ipsorum igitur a,b, per 19 octaui bini sunt numeri proportionales. cadant: & sint c,d. Accipianturq; per 35 septimi/minimi numeri eandem habentium rationē ipsis a,c,d,b: sintq; ipsis æquales multitudine e,f,g,h. Ipsi igitur eorum/e,h, extremi cubi sunt. estq; sicut e ad h: sic a ad b. Et a igitur ad b rationem habet: quā cubus numerus ad cubum numerum. quod oportuit demonstrasse.

a c d b e f g h

¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Arithmeticorum elementorum
octaui libri
Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile pricipis, primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto: Arithmetica elementa. Liber Nonus.

Ex Campano. Diffinitiones.



Par numerus: est qui potest in duo æqualia diuidi. 1

¶Impar numerus: est qui in duo æqualia diuidi non potest, additq; supra parem vnitatem. 2

¶Pariter par: est quem cuncti pares eum numerãtes, paribus vicibus numerant. 3

¶Pariter impar est quem cũcti pares eum numerantes, imparibus vicibus numerant. 4

¶Pariter par & impariter: est quem pares eum numerãtes, quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant. 5

¶Impariter impar: quem cuncti impares eum numerãtes, imparibus vicibus numerant. 6

¶Perfectus numerus appellatur: qui omnibus partibus suis quibus numeratur, est æqualis. 7

¶Abundans dicitur: qui omnibus suis partibus minor est. 8

¶Diminutus vero: qui maior. 9

Eucli. ex Camp. Propositio 1.



SI fuerint duo numeri superficiales similes: qui ex ductu alterius in alterum producetur, numerum quadratum esse necesse est. 1

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b superficiales similes: ex quorum multiplicatione proueniat c. dico c esse quadratũ. fiat enim d ex a in se. eritq; per 18 septimi, d ad c: sicut a ad b. & quia inter a & b cadit medius secundũ cõtinuã proportionalitatẽ per 16 octaui: sequitur per 8 eiusdem vt vnus quoq; cadat inter d & c. itaq; cum d sit quadratus: erit per 20 eiusdem c quoq; quadratus. quod est propositũ.

C.1.
Z.1.

a b d c

Eucli ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.



SI bini similes plani numeri sese inuicem multiplicantes, aliquẽ fecerint: factus ex eis quadratus erit. 1

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini similes plani numeri a, b. & a ipsum b multiplicãs: ipsum efficiat c. Dico q́ c quadratus est. ipse enĩ a seipsum multiplicans: ipsum d efficiat. ipse igitur d: quadratus est. Quoniam igitur a seipsum quidem multiplicans ipsum d fecit, ipsum autem b multiplicans ipsum c fecit: est igitur per 17 septimi, sicut a ad b sic d ad c. Et quoniam ipsi a, b, similes plani sunt numeri: vnus medius per 18 octaui proportionalis cadit numerus ipsorũ a, b. Si autẽ inter binos numeros continue proportionales, numeri proportionales ceciderint: quot inter ipsos cadunt totidem quoq; per 8 octaui, & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipsos c, d,

vnus medius proportionalis numerus cadit. est autem ipse d: quadratus. quadratus igitur est c. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 SI ex ductu alterius in alterum tetragonus producatur: duo quilibet numeri sunt superficiales similes.

¶CORRELARIVM. ¶Ex his itaqꝫ patēs est/ quia si tetragonus in tetragonū ducat̄: q ex eis producetur/ tetragonū esse. Si vero ex ductu tetragoni in numerū aliquē/ tetragonus producatur: illū numerū aliquē esse tetragonū. Itēqꝫ si ex ductu tetragoni in numerū aliquē/ non tetragonus producatur: eū numerū aliquem nō tetragonū esse. Si vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur: qui inde producetur/ non tetragonum esse necesse est.

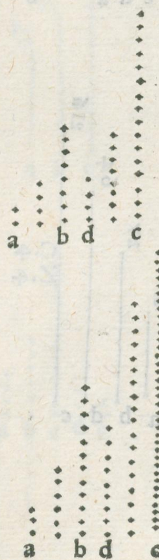
¶CAMPANVS. ¶Hæc est cōuersa prioris. Vt si ex a in b fiat c, fueritqꝫ c quadratus: erūt a & b, sūpficiales similes. Sit eni d ex a in se. eritqꝫ per 18 sep. d ad c: sicut a ad b. Per 16 autē octaui/ cū d & c sint superficiales similes/ eo ꝙ sunt ambo quadrati: erit inter eos vnus numerus medius secundū cōtinuam proportionem. per 8 itaqꝫ eiusdem erit etiā vnus inter a & b. igitur per 17 eiusdem/ a & b sunt superficiales similes. quod est propositum

¶Prima pars correlarij patet per præmissam. sunt eni ōnes tetragoni: superficiales similes. Secūda patet ex hac: cū sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia pars patet/ ex prima ipsius correlarij parte: a destructiōe cōsequētis. Quarta vero patet ex eiusdē parte secūda: a destructione etiā cōsequētis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2

2 ¶Si bini numeri inuicem sese multiplicantes/ quadratum fecerint: similes plani sunt.

¶THEON ex Zamb. ¶Bini eni numeri a, b, inuicē sese multiplicantes: quadratū efficiāt c. Dico ꝙ ipsi a, b: similes plani sunt numeri. Ipse eni a seipsum multiplicans: ipsum d efficiat. d igitur quadratus est. Et quoniā a seipsum qdē multiplicās ipsū d fecit/ ipsū autē b multiplicās ipsū c fecit: est igitur ꝑ 17 sep. sicut a ad b, sic d ad c. & qm̄ d quadrat⁹ est/ sed & c: ipsi igit d, c, similes plani sunt. ipsorū igitur d, c, ꝑ 18 octaui/ vnus medius proportionalis est numerus. Ipsorū igitur d, b: ꝑ 8 octaui/ vnus medius est proportionalis. Si autē binorū numerorū vnus medius proportionalis est nūerus: ꝑ 18 octa. similes plani sūt nūeri. ipsi igitur a, b, sil'es plani sūt. qđ oportuit demōstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 3.

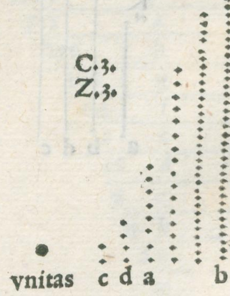
3 SI numerus cubus in seipsum ducatur: qui inde producetur erit cubus.

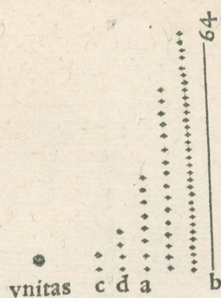
¶CAMPANVS. ¶Sit a cubus: ex quo in se ducto fiat b. dico b esse cubū. sit eni c latus cubicū a. ex c vero in se: fiat d. patet itaqꝫ ꝙ ex c in d: fit a. sunt igitur vnitas/ c, d, a: cōtinue proportionales. quod ex 18 septimi & p̄sentibus hypothesib⁹ manifestū est. & qa est a ad b sicut vnitas ad a, eo ꝙ quoties vnitas est i a toties a in b: erūt inter a & b, duo numeri medij secundū proportionalitatē cōtinuā ꝑ 8 octaui. cū igitur ex hypothesi sit a cub⁹: erit per 21 eiusdē/ b quoqꝫ cub⁹. qđ oportebat demōstrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

3 ¶Si cub⁹ nūer⁹ seipsū multiplicās aliquē fecerit: fact⁹ cub⁹ erit

¶THEON ex Zāb. ¶Cubus eni numerus a, seipsum multiplicās: ipsum efficiat b. Dico ꝙ b cubus est. accipiatur eni ipsius a, latus c: & c seipsum multiplicans/ ipsum efficiat d. manifestū iam est: ꝙ c ipsium d multiplicās ipsum efficit a. & quoniā c seipsum multiplicans ipsum d fecit: igitur c ipsum d metitur per eas quæ ipso sunt vnitates. Sed & vnitas ipsum c metitur: per eas quæ in ipso sunt vnitates. Est igitur sicut vnitas ad c: sic c ad d.





Rursus quoniã c ipsũ d multiplicãs ipsum efficit a: igitur ipse d ipsũ a metitur p eas quæ in ipso c sunt vnitates. At vnitas ipsum c metitur p eas q̃ in ipso sũt vnitates. Est igitur sicut vnitas ad c: sic d ad a. Sed sicut vnitas ad c: sic c ad d. & per 11 quinti/igitur sicut vnitas ad c: sic c ad d & d ad a. Ipsius igitur vnitatis & a: bini medij sunt continue proportionales numeri c, d. Rursus quoniam a seipsum multiplicans: ipsum b fecit: igitur a ipsum b metitur per eas quæ in seipso sunt vnitates. Metitur autẽ & vnitas ipsum a per eas q̃ in seipso sunt vnitates. Est igitur sicut vnitas ad a: sic a ad b. Ipsius autẽ a & vnitatis: bini medij sũt proportionales nũeri. & ipsorũ igit a, b: bini medij ꝓportionales sũt numeri p 8 octa. Si autẽ binorũ numerorũ bini medij ꝓportionales fuerit nũeri/primus autẽ cub9 fuerit: & quart9 cubus erit per 21 octaui. est autẽ a cub9. & b igit̃ cub9 est. qđ ostẽdere oportuit.

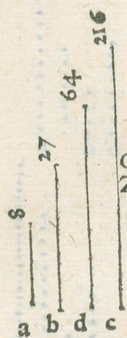
Eucli. ex Camp. Propositio 4. 4



I cubus ĩ aliũ cubũ ducatur: qui inde ꝓducet̃ erit cub9.

CAMPANVS. Sint a & b cubi: fiatq; c ex a in b. dico c esse cubũ. fiat enĩ d ex a in se. eritq; per p̃missã d cub9. & q̃a per 18 septimi est a ad b sicut d ad c: constat ex 23 octaui c esse cubum. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4. 4



Si cubus numerus cubum numerum multiplicans: aliquem
C.4 fecerit: factus cubus erit.

Z.4 THEON ex Zamberto. Cubus enim numerus a, cubũ numerũ b multiplicans: efficiat c. Dico q̃ c cubus est. Ipse nanq; a seipsum multiplicans ipsum efficiat d. Igitur d cubus est per præcedentem. Et quoniã a seipsum multiplicans ipsum d fecit/ipsum autẽ b multiplicans ipsum c fecit: est igitur per 17 septimi/sicut a ad b sic d ad c. Et quoniã ipsi a, b, cubi sunt: similes solidi sunt ipsi a, b. Ipsorũ igitur a, b, per 19 octaui/bini medij sunt proportionales nũeri. Quare & p 8 eiusdẽ ipsorũ d, c, bini medij proportionales sunt numeri: est autem d cubus. cubus igitur est & c. quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 5. 5

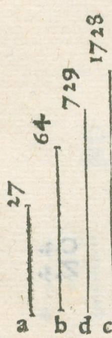



I numerus cub9 in numerũ aliũ ducatur/fueritq; productus cub9: ĩ quẽ duct9 est/nũerũ cubũ esse necesse est.

CORRELARIVM. Vnde & manifestũ est/quia ex ductu cubi in non cubum: producitur non cubus. Ductoq; cubo in numerum aliquem/si fuerit qui inde producitur non cubus: in quem ille ductus fuerit/necesse est esse nõ cubum.

CAMP. Sit enĩ ex a cubo in b numerũ: productus c cubus. dico b esse cubũ. fiat enĩ d ex a in se: q per antep̃missã erit cub9. q̃a igitur est per 18 septimi/a ad b sicut d ad c, estq; a cubus/sed & d & c cubi: erit per 23 octaui/a
C.5. b cubus. quod est propositum. Prima pars correlarij: patet ex hac quinta/a
Z.5. destructione cõsequẽtis. secũda: p p̃missã/similiter a destructione cõsequẽtis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.



Si cubus nu merus numerum aliquem multiplicans/cubum 5 fecerit: & multiplicatus cubus erit.

THEO ex Zãb. Cubus enĩ nũerus a numerũ aliquẽ b multiplicãs: cubũ efficiat c. Dico q̃ b cubus est. Ipse enĩ a seipsũ multiplicãs: ipsũ d efficiat. Cub9 igit̃ est p 3 noni & ipse d. & q̃m a seipsũ multiplicãs ipsũ d fecit/ipsum autẽ b multiplicans ipsum c fecit: est igitur per 17 sep. sicut a ad b, sic d ad c. & q̃m ipsi d, c, cubi sũt: similes solidi sunt. Ipsorũ igitur d, c, per 19 octaui bini medij sunt proportionales numeri. Estq; sicut d ad c: sic est a ad b. & ipsorum igitur a, b, per 8 eiusdẽ/bini medij sunt proportionales numeri. estq; a cubus. cu bus igitur & b. quod oportuit demonstrasse.

6 Eucli. ex Camp. Propositio 6.

SI ex ductu cuiusdā numeri in seipsū cubus producatur: eum esse cubū necessario comprobatur.

¶CAMPANVS. ¶ Sit vt ex a in se fiat b: sitq; b cubus. dico ergo a esse cubū. Fiat eni c ex a in b: eritq; ex diffinitione/ c cubus. & quoniam cōstat ex 18 septimi q᷒ sit a ad b sicut b ad c: cū sint b & c cubi/ sequitur ex 23 octaui/ a esse cubum. quod est propositum.

512 c
64 b
8 a

6 Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

¶Si nūerus seipsū multiplicās/ cubū fecerit: et ipse cub⁹ erit.

¶THEON ex Zāb. ¶Numerus eni a seipsum multiplicās: cubū efficiat b. Dico q᷒ a cubus est. Ipse inq̄ a ipsum b multiplicās: ipsum efficiat c. Qm̄ igitur a seipsum qᵭē multiplicās ipsū b fecit/ ipsum autē b multiplicās ipsū c fecit: igitur c per 4 noni cubus est. Et qm̄ a seipsū multiplicās ipsum b facit/ ipsum autē b multiplicās ipsum efficit c: sicut igitur p 17 septi. a ad b, sic b ad c. Et quoniā ipsi b, c, cubi sūt: similes solidi sunt. ipsorū igitur b, c, p 19 octaui bini sūt medij ꝓportionales numeri: estq; sicut b ad c sic a ad b. & ipsorū igitur a b bini medij sūt proportionales numeri p eādē. est autē b cubus. cubus igit̄ est & a. qđ ostēdere oportuit.

27 729 19683
a b c

7 Eucli. ex Camp. Propositio 7.

SI numerus cōpositus in numerum quemlibet ducatur: qui inde producetur erit solidus.

¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus cōpositus/ q ducat̄ in b: & ꝓueniat c. dico c esse numerū solidū. Cū eni a sit cōposit⁹: numeratur ab aliquo numero/ q sit d. nūeretq; eū secūdū e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b, c: erit ex diffinitiōe solidorū c solid⁹/ eiusq; latera e, d, b. qđ ē propositū.

a b c d e

7 Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

¶Si compositus numerus numerum aliquem multiplicās/ aliquem fecerit: factus solidus erit.

¶THEON ex Zāb. ¶Cōpositus inq̄ numerus a, numerū aliquē b multiplicās: ipsū c efficiat. Dico q᷒ solid⁹ est. Qm̄ eni a cōpositus est: eū aliqs numerus metietur p diffinitionē. metiatur eū d. & quoties d ipsū a metitur: tot vnitates sint i e. Igitur e ipsū d multiplicās: ipsū efficit a. Et qm̄ a ipsū b multiplicās ipsū c fecit/ & a ē ex d, e: q igit̄ ex d, e, ipsū b multiplicās: ipsū efficit c. & b igitur eū q ex d, e, multiplicās: ipsū c fecit. Igitur c solidus est: latera autē ipsius/ sūt ipsi d, e, b. quod ostēdere oportuit.

a b c d e

8 Eucli. ex Camp. Propositio 8.

SI fuerit numeri ab vnitate cōtinue proportionales: tertius ab vnitate erit quadratus / ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab vnitate/ cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itemq; septimus ab vnitate / est quadratus cubicus: ac deinceps quinq; semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

¶CAMPANVS. ¶Sint cōtinue proportionales: vnitas/ a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n. Dico b esse quadratū: & d, omisso c, & sic alios vno semp obmisso. vnde simpliciter ōnes existentes in locis iparibus: sunt quadrati. vt sunt terti⁹/ qntus & septim⁹. Dico itē c esse cubū: & f, duob⁹ obmissis. & sic i ceteris. Omnisq; simpliciter est cub⁹: cui⁹ ab vnitate locus addit super ternariū vel quēlibet multiplicē ipsius ternarij/ vnitatē. vt sunt quartus/ septim⁹/ decimus / tertiusdecim⁹ & sextusdecimus. in hoc eni cōueniunt ōnes qui duos trāsmittunt. Iteq; dico f ab vnitate septimū: esse quadratū cubicum. & similiter n: quinq; numeris intermissis. ideq; in ceteris. Simpliciter autē dico/ cuius locus ab vnitate addit super senarium vel quēlibet multiplicē ipsius/ vnitatē/ vt sunt septimus/ tertiusdecimus/

4096 n
2048 m
1024 l
512 k
256 h
128 g
64 f
32 e
16 d
8 c
4 b
2 a
o
vnitas

4096 n
2048 m
1024 l
512 k
256 h
128 g
64 f
32 e
16 d
8 c
4 b
2 a
vnitas

decimusnonus/& vicesimusquintus:illũ esse quadratũ cubicum. quadra-
tum quidẽ: quoniam eius locus impar. cubum autẽ: quoniã super multi-
plicẽ ternarij addit vnitatẽ. quippe senarij multiplices: cunctos ternarij
necesse est esse multiplices. ¶Quæ autẽ proposita sunt: sic cõstat. Est eni
ex hypothesi a in b: quoties vnitas in a. itaq; b: ex diffinitione quadra-
tus. Quia igitur b, c, d, sunt cõtinue ꝓportionales: cũ b sit quadratus/pa-
tet ex 17 vel 20 octaui/d esse quadratum. Eadẽ ratione & f: quia d, e, f,
sunt cõtinue proportionales/& d est quadratus. Idem in cæteris vno in-
termisso. Cõstat itaq; primũ. ¶Secundũ sic. Cũ sit b in c quoties a in b
ex hypothesi: sequitur a diffinitione vt ex a in b suũ quadratũ fiat c. igi-
tur ex diffinitione cubi: c est cubus. At quia c, d, e, f, sunt cõtinue propor-
tionales/sed & f, g, h, k, est autẽ c cubus: necesse est per 19 vel 21 octaui
vt f quoq; sit cubus/ideoq; & k. Idemq; in cæteris: duobus transmissis.
Quare liquet secũdũ. ¶Quoniã autẽ i f septimo/& in n tertiodecimo/
cæterisq; quinq; medios obmittentibus/simpliciter vero & in omnibus
quorum locus super quẽlibet multiplicem senarij addit vnitatem/termi-
nantur quadratorũ & cuborũ cõputationes/in his quidem vnius/in illis
autẽ duorũ obmissione: sequitur ipsos esse quadratos ex huius prima par-
te/& cubicos ex secũda. quare quadrati cubici. Cõstat ergo totũ quod di-
citur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8. 8

¶Si ab vnitate quilibet numeri ordine proportionales fue-
rint: tertius ab vnitate quadratus est/& vnum relinquentes
omnes. quartus autẽ cubus: & binos relinquẽtes õnes. septi-
mus vero cubus simul & quadratus: & q̃nq; reliquẽtes oẽs.



¶THEON ex Zãberto. ¶Sint ab vnitate quilibet ordinatim propor-
tionales numeri: a, b, c, d, e, f. Dico ꝙ terti⁹ quidẽ ab vnitate scilicet b,
est quadratus: & vnũ relinquẽtes õnes. quartus autẽ c est cubus: & binos
relinquẽtes õnes. septimus vero f, cubus & simul quadratus: & q̃nq; reli-
quẽtes õnes. Quoniã enĩ est sicut vnitas ad a sic a ad b: æque igitur vni-
tas ipsum a numerũ/& a ipsũ b metitur ꝑ eas q̃ in ipso a sũt vnitates.
& q̃m a ipsum b metitur ꝑ eas q̃ in ipso a sunt vnitates: igit̃ a seipsum
multiplicãs/ipsũ efficit b. quadratus igitur est b. Et quoniã ipsi b, c, d,
ordinatim sũt proportionales/& b quadratus est: igitur per 22 octaui &
d quadratus est. & iã id propterea & f quadratus est. Similiter iã demõ-
strabimus ꝙ & vnũ relinquẽtes: quadrati sunt õnes. Dico iã ꝙ & quart⁹
ab vnitate hoc est c, cubus est: & binos relinquẽtes õnes. Quoniã eni est
sicut vnitas ad a numerũ sic b ad c: ęque igitur vnitas ipsum a numerũ/
& b ipsum c metitur per eas q̃ in ipso a sunt vnitates. & a igitur ipsum b
multiplicans: ipsum efficit c. Quoniã igitur a seipsũ quidẽ multiplicãs
ipsum efficit b, ipsum autẽ b multiplicãs ipsum c fecit: cubus igitur est
ipse c. Et quoniã ipsi c, d, e, f, ordinati sunt proportionales/ipse autẽ c cu-
bus est: & f igitur ꝑ 22 octaui cubus est. Demõstratum autẽ est: ꝙ f septi-
mus ab vnitate existẽs/quadratus est. Igitur f cubus est & quadratus. Si-
militer iam ostendemus ꝙ & quinq; relinquẽtes cubi sunt omnes & qua-
drati, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 9. 9

SI numeris quotlibet ab vnitate cõtinua proportio-
nalitate dispositis/ vnitatẽ sequẽs quadratus fuerit:
cæteri quoq; õnes erunt quadrati. Si vero qui vnita-
tem sequitur fuerit cubus: cæteri quoq; omnes erunt cubi.

¶CAMPANVS. ¶Sint qui prius cõtinue proportionales ab vnitate:
sitq; a quadratus. dico õnes esse quadratos. Aut sit idẽ cubus. tũc quoq;
dico õnes esse cubos. b enĩ constat esse quadratũ per præmissam. quia er-
go a ad b sicut b ad c: ex 22 octaui/sequitur c esse quadratũ. idẽ quoq; ex
eiusdẽ 17 vel 20 potes arguere. De sequẽtibus autẽ idẽ eodẽq; modo pro-

n
m
l
k
h
g
f
e
d
c
b
a
vnitas

bebis. q̃re patet primũ. ¶Secundũ autẽ sic. Cũ b fiat ex a in se: si fuerit a cubus/ erit per 3 ipse quoq; cubus. c vero constat esse cubũ per præmissã. itaq; per 23 octaui/ d õnesq; sequentes cubicos esse probabis: est enĩ a ad b, sicut c ad d. Idẽ quoq; arguere potes ex 19 vel 21 eiusdẽ. sũt enĩ a, b, c, d, sed et b, c, d, e, singuliq; quatuor cõtinue sũpti: cõtinue ꝓportionales.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

9 ¶Si ab vnitate quilibet numeri consequẽter proportionales fuerint / qui vero post vnitatem quadratus fuerit: & reliqui omnes quadrati erunt. Et si qui post vnitatem cubus fuerit: & reliqui omnes cubi erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ab vnitate consequenter proportionales: quilibet nũeri a, b, c, d, e, f. qui vero post vnitatẽ: a sit quadratus. Dico ꝙ & reliqui omnes quadrati erũt. Q̃z quidẽ tertius ab vnitate/ b sit quadratus & vnũ relinquentes õnes: patet ex pręcedẽti. Dico ꝙ & reliqui õnes quadrati sunt. Nã quoniã ipsi a, b, c, ordinati sũt proportionales/ & a est quadrat9: igitur ꝑ 22 octaui/ & c est quadrat9. Rursus quoniã ipsi b, c, d, ordine sunt proportionales/ & b est quadratus: & d igitur ꝑ 22 octaui est quadratus. Similiter iam ostẽdemus ꝙ & reliqui omnes quadrati sunt. ¶Sed iã esto a cubus. Dico ꝙ reliqui õnes cubi sũt. Q̃z quidẽ quartus ab vnitate hoc est c cubus est/ & binos relinquẽtes õnes: ex pręcedenti patet. Dico iã ꝙ & reliqui õnes cubi sunt. Quoniã enim est sicut vnitas ad a sic a ad b: æque igitur vnitas ipsum a numerum metitur/ & a ipsum b metitur. Vnitas autẽ: ipsum a metitur per eas quæ in ipso sũt vnitates. & a igitur ipsum b metitur per eas q̃ in ipso sunt vnitates. Igitur a seipsum multiplicãs: ipsum b fecit. Est autẽ & a cubus. Si autẽ cub9 numerus seipsum multiplicãs fecerit aliquẽ: factus/ cubus est per 3 noni. & b igit cubus est. Et quoniã quatuor numeri ordine proportionales sũt ipsi a, b, c, d, & a cubus est: & d igitur ꝑ 23 octaui cubus est. Iã id ꝓpterea & e cubus est: & similiter reliqui õnes sũt. Q̃d oportuit demõstrasse.

Quadrati

531441 f 732969

59049 e 531441

6561 d 59049

729 c 6561

81 b 729

9 a 81

o

vnitas

Cubi

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 SI numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate dispositis/ vnitatẽ sequẽs nõ quadratus fuerit: nõ erit aliorũ q̃sq̃ quadratus / exceptis ab vnitate tertio et ijs qui deinceps vno semper intermisso reperiuntur tetragoni. Si vero secundus ab vnitate non fuerit cubus: nullus cęterorum erit cubus/ exceptis ab vnitate quarto & deinceps ijs qui duorum semper intermissione formantur cubicis.

¶CAMPANVS. ¶Hæc ex opposito subiecti præmissæ: infert partẽ oppositi passionis. Dico autẽ partẽ: quoniã ex 8 cõstat õnes i locis iparib9 cõstitutos esse quadratos. õnesq; quorũ locus super ternariũ vel quẽlibet ipsius multiplicem addit vnitatẽ: esse cubos. Sint itaq; qui prius ab vnitate continue proportionales. non sit autem a quadratus: sed nec cubus. dico nullum ex omnibus esse quadratum aut cubicum: nisi quos octaua proponit. Si enĩ quis alius ponatur quadratus: sequitur per 22 octaui/ a esse quadratum. Q̃z si cubus: sequitur per 23 eiusdem/ a esse cubum. quorum vtrumq;: contrarium est hypothesi. Constat ergo propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

10 ¶Si ab vnitate quilibet numeri ordinatim proportionales fuerit/ qui vero post vnitatẽ non fuerit quadratus: neq; alius vllus quadratus erit / exceptis tertio ab vnitate & vnum relinquentibus omnibus. & si qui post vnitatem/ cubus nõ fue-

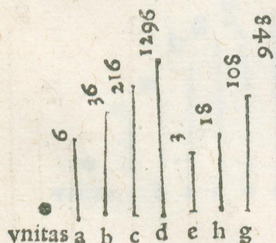
rit:neq; alius vllus cubus erit exceptis quarto ab vnitate & binos relinquentibus omnibus.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ab vnitate ordinatim proportionales quilibet numeri a,b,c,d,e,f: qui vero post vnitatem a nõ sit quadratus. Dico ꝙ neq; alius vllus quadratus erit exceptis tertio ab vnitate & vnũ relinquẽtibus omnibus. Si enim possibile: esto c quadratus. est autem & b: quadratus. ipsi igitur b,c, adinuicem rationẽ habẽt quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Estq; sicut b ad c: sic a ad b. ipsi igitur a,b, adinuicem rationem habent: quã quadratus numerus ad quadratum numerum. quare per 26 octaui: ipsi a,b, similes plani sunt. & quadratus est b. igitur a est quadratus. qđ nõ suppositũ est. Igiť c nõ est quadratus, neq; vllus alius eadẽ ratione: exceptis ab vnitate tertio & vnũ relinquẽtibus omnibus. ¶Sed iã a nõ sit cubus. Dico ꝙ neq; alius vllus cubus: erit exceptos ab vnitate quarto & binos reliquẽtibus omnibus. Si eni est possibile: sit d cubus. Est autem & c cubus per 8 noni. quartus enim ab vnite. Estq; sicut c ad d: sic b ad c. igitur b ad c rationẽ habet quã cubus numerus ad cubum numerũ. quare ꝑ 27 octaui / ipsi b,c, similes solidi sũt. & cubus est c. igiť b cubus est. Estq; sicut vnitas ad a sic a ad b. At vnitas metitur ipsũ a per eas quæ in ipso sũt vnitates. Igitur a seipsũ multiplicãs cubũ efficit. Si vero numerus seipsũ multiplicãs / cubũ fecerit: & ipse cubus erit per 6 noni. Cubus igitur est & a. quod suppositũ nõ est. Igitur d cubus nõ est. Similiter iã ostẽdemus ꝙ neq; alius vllus cubus est: præter quartũ ab vnitate & binos reliquẽtes omnes. quod ostẽdendũ fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

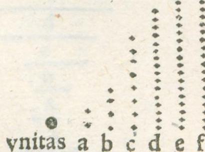
SI numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus vltimũ numeret: eum quoq; qui vnitaem sequitur numerare necesse est. 11



¶CAMPANVS. ¶Sint vsq; ad d cõtinue proportionales ab vnitate. sitq; e numerus primus: de quo ponatur / ipsum numerare d. dico ꝙ idẽ numerabit a. Nam si nõ: erit ad ipsum primus per 32 septimi. & quia ex a in se fit b: sequitur ex 26 eiusdẽ vt ipse quoq; sit primus ad b. sed & ad c & ad d sequitur ipsum esse primũ per 25 eiusdem: eo ꝙ ex a in b fit c, & ex eodem in c, d. non ergo numerat d: cum sit primus ad ipsum. quare accidit cõtrariũ hypothesi. ¶Idẽ aliter. ¶Cũ sit e prim⁹: si nõ numerat a, primus erit ad ipsum per 32 sep. itaq; per 32 eiusdẽ erũt minimi in sua proportione. quia autẽ e ex hypothesi numerat d: sit vt secundũ f. constat vero ꝙ ex a in c: fiat d. ergo per secundã partẽ 30 septimi / erit a ad e: sicut f ad c. quare per 21 eiusdem e numerabit c, & sit vt secũdũ g. & quia ex a in b fit c: sequitur quoq; per easdem & eodem modo vt e numeret b. esto ergo ꝙ secundum h. & quoniam rursus ex a in se sit b: necesse est iterum per easdem vt e numeret a: sed positum erat non numerare. ergo accidit impossibile.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

IN numeris ab vnitate continue proportionalibus / 12 minor maiorem numerat: secũdum aliquem in illa proportionalitate dispositum.



¶CAMPANVS. ¶Sint ab vnitate vsq; ad f continue proportionales. dico nullũ ipsorũ numerare f: nisi secundum aliquem aliorũ. Cõstat eni ꝙ e numerat ipsum f secũdũ a. est eni e ad f: vt vnitas ad a. Sed & d numerat eundẽ f secundũ b. est nanq; per æquã proportionalitatẽ d ad f: vt vnitas ad b. De c quoq; patet eodẽ modo ꝙ secũdũ seipsum numeret eũ. Econuerso quoq; a numerat eũ secundum e: eo ꝙ sicut vnitas ad e ita a ad f. b vero secundũ d: est eni vt vnitas ad d, ita b ad f. verũ igitur est qđ proponitur. Quippe quotus quisq; qui proponitur vltimum numerare /

fuerit sub vltimo secūdū totum supra vnitatem: numerare ipsum conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

¶Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propositiones: duabus præcedētibus ex Campano ordine præpostero respondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 11.

11 ¶Si ab vnitate quilibet numeri cōtinue proportionales fuerint: minor maiorem metitur per aliquem præexistentem in proportionalibus numeris.

¶THEON ex Zāb. ¶Sint ab vnitate a: quilibet numeri cōtinue proportionales b, c, d, e. Dico ꝙ ipsorū b, c, d, e, minor/ b: ipsum e maiorē metitur per aliquem ipsorum c, d. Quoniam enim est sicut a vnitas ad b sic d ad e: æque igitur a vnitas ipsum b numerum metitur & d ipsum e. vicissim igitur per 15 sep. æque a vnitas ipsum d metitur: & b ipsum e. At a vnitas ipsum d metitur: per eas quę in ipso sunt vnitates. & b igitur ipsum e metitur per eas quæ in ipso d sunt vnitates. Quare minor b ipsum e maiorem metitur per aliquem numerum præexistentem in proportionalibus numeris. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12

12 ¶Si ab vnitate quilibet numeri cōtinue proportionales fuerint: quot primorum numerorum vltimum metiētur/ tot & eum qui apud vnitatem est metientur.

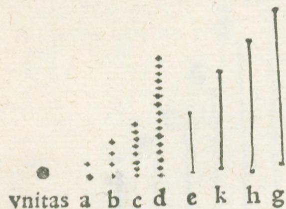
¶THEON ex Zāberto. ¶Sint ab vnitate quilibet continue proportionales numeri a, b, c, d. Dico ꝙ quot primorū numerorū ipsum d metiūtur: tot quoqꝫ & ipsum a metiētur. metiatur enī ipsum d numerus aliqs primus e. Dico ꝙ e ipsum a metitur. non enī metiatur e ipsum a, est autem e primus/ ōnis autē numerus ad omnē numerū quem non metitur primus est per 31 septimi: ipsi igitur a, e, primi sunt adinuicē. Et quoniā e ipsum d metitur: metiatur ipsum per f. Igitur e ipsum f multiplicans: ipsum efficit d. Rursus quoniam a ipsum d metitur per eas quæ in ipso c sūt vnitates: igitur a ipsum c multiplicās/ ipsum d efficit. Sed & e ipsum f multiplicās: ipsum d efficit. Igitur qui ex a, c: ei qui ex e, f, est æqualis. Est igitur sicut a ad e: sic est f ad c. At ipsi a, e: primi. primi vero & minimi. minimi autē metiūtur eandem rationem habentes æqualiter per 21 septimi/ antecedens antecedentē & sequens sequentē. metitur igitur e ipsum c. metiatur ipsum per g. Igitur e ipsum g multiplicans: ipsum efficit c. Sed per præcedentē & a ipsum b multiplicās: ipsum efficit c. qui igitur ex a, b: ei qui ex e, g, est æqualis. Est igitur sicut a ad e: sic g ad c. Ipsi autē a, e: primi. primi vero & minimi. minimi autē numeri: per 21 septimi/ metiuntur eandem rationē habentes eis ęqualiter/ antecedēs antecedētē/ & sequens sequentē. metitur igitur e: b. metiatur ipsum per h. igitur e ipsum h multiplicans: ipsum b efficit. Sed & a seipsum multiplicans: ipsum efficit b. qui igitur ex e, h. ei qui ex a est æqualis: est igitur sicut e ad a sic a ad h. At ipsi a, e: primi. primi autē & minimi. minimi vero: p 21 septimi/ metiūtur eādē eis rationē habētes æqualiter/ antecedēs añcedētē & sequēs sequētē. Igitur e ipsum a metitur. Ipsi igitur a, e: nō sūt adinuicem primi. Cōpositi igitur. At compositos numeros: aliquis primus numerus metitur. Ipsi igitur a, e: sub alicuius numeri primi dimēsio nē cadūt. & quoniā e primus supponitur. At primus numerus sub alterius numeri mēsurā nō cadit per diffinitionē q̄ sub suijpsius: igitur e ipsos a, e, metitur. quare e ipsum a metitur. Suppositū autē est etiā ꝙ non metitur. quod absurdū est. Igitur e ipsū a metitur. metitur autē & d. Igitur e ipsos a, d, metitur. similiter iā demōstrabimus ꝙ quot numeri primi ipsum d metiuntur: tot & ipsum a metientur. quod ostendere oportuit.



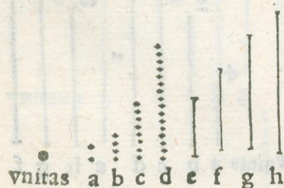
Eucli. ex Camp. Propositio 13. 13



QVotlibet numeris ab vnitate continue proportio
nalilibus/ si qui vnitatē sequitur fuerit numerus
primus: maximum eorum nisi de numeris in illa
proportionalitate dispositis/nullus numerabit.



¶CAMPANVS. ¶Sint vt prius vsq; ad d, cōtinue proportionales ab
vnitate: sitq; a numerus primus. Dico ꝙ nullus numerabit vltimum/nec
simpliciter aliquem eorum: nisi aliquis eorum qui antecedit vltimum/
vel eum qui ponitur numerari. Sit enī (si possibile est) e diuersus ab eis:
qui numeret d. qui si fuerit primus: per 11 numerabit a. non igitur est a
primus, quod est cōtra hypothesin. Si autem ipse fuerit compositus: ne-
cesse est per 30 septimi: vt aliquis primus numeret eum/qui non erit nisi
a. Nam si est alius ab a vt f: cum necesse sit ipsum numerare d, arguetur
etiam eundē numerare a per 11. sic quoq; a non erit primus. Est igitur a
primus: numerans e. Quoniam autem e numerat d: sit vt secundum g.
eritq; per secundā partē 20 septimi/a ad e: sicut g ad c. fit enim d ex a in
c. Quare cum a numeret e: & g numerabit c. sitq; vt secundū h. sequiturq;
vt a numeret g: sicut sequebatur vt numeraret e. alioqui si g quidē est pri
mus: cum numeret c, sequitur per 11 ipsum numerare a. Si autem compo
situs: per eandem sequitur numerum primum numerantem g, numerare
a. quod est inconueniēs. Itaq; a numerat eū. Sequitur ergo per 2 partē 20
septimi vt h numeret quoq; b: eo ꝙ tā ex a in b q̄ ex g in h constat pro-
duci c. numeret h itaq; ipsum: secūdum k. Constat autē (vt prius de g) ꝙ
a numeret h. Nam si non: non erit a primus. itaq; per secundam partem
20 septimi/sequitur vt k numeret a. fit enim tam ex a in se q̄ ex h in k: b.
Manifestum est autem k non esse a. nullus enim numerorum g, h, k, est
aliquis ex a, b, c, d. si enim g esset aliquis ex eis: cum ipse numeret d se-
cundum e, esset per præmissam / e quoq; aliquis ex eis. sed non erat.
igitur g. Similiter cum h numeret c secundum g: non erit h aliquis
ex a, b, c. nam esset per præmissam & g. ostensum est autem ꝙ non. nec
igitur h. Eadem ratione nec k. cum enim ipse numeret b secundum h,
si ipse esset a: conuinceretur per præmissam/h quoq; esse a. At non erat.
nec igitur k erit a. Numerat autem ipsum. non est itaq; a primus. quod
est impossibile.



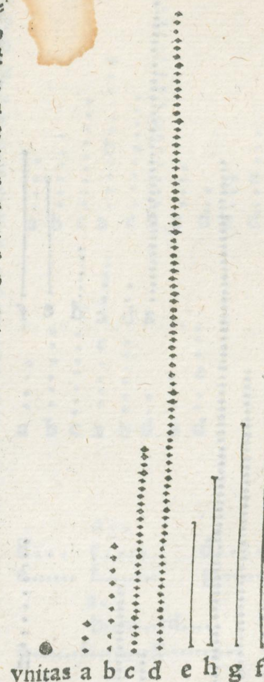
¶ALITER idem. ¶Si e diuersus ab a, b, c, d, numerat d: sit vt secun-
dum f. & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f: se-
quitur ex 33 septimi/ꝙ ipse numeret e vel f. numeret ergo e. quia igitur
tam ex a in c q̄ est e in f fit d: erit per secundā partem 20 septimi/a ad
e sicut f ad c. numerat itaq; f: c. sit vt secundum g. eritq; per 33 septimi: vt
a quoq; numeret f vel g. sitq; vt f. Sequiturq; per secundam partem 20
eiusdem vt g numeret b: sitq; vt secundum h. Vt prius igitur/a numera-
bit g vel h: & sit vt numeret g. h ergo per secundam partem 20 numera
bit a. Si itaq; h non est æqualis a: non erit a primus. Quod est contra
hypothesin. Si autem ęqualis: erit vnusquisq; numerorū g, f, e, aliquis
ex a, b, c, d, per præmissam quoties oportet assumptam. Non est igitur e
diuersus ab eis. quod est etiam contra hypothesin. Itaq; constat verum
esse quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 13. 13

¶Si ab vnitate quilibet numeri ordinatim proportionales
fuerint/qui vero post vnitatem/primus fuerit: maximum
nullus alius metietur præter præexistentes in proportiona-
libus numeris.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ab vnitate quilibet numeri continue
proportionales: a, b, c, d. qui vero post vnitatē: sit primus/hoc est a. Di-
co ꝙ maximum eorū d nullus alius metietur: præter ipsos a, b, c. Si enī

possibile: metiatur ipsum/e.& e nulli ipsorum a,b,c,d sit idem. manifestum ꝙ e primus non est. Si enim e primus est/& ipsum d metitur: & ipsum a metietur primum existentem/eidem non idem existens. quod est impossibile. Igitur e primus nō est. Compositus igitur. Omnis autem compositus numerus: sub alicuius primi mensuram cadit. Dico ꝙ eum nullus alius metietur præter a. Si enim aliquis alius primus ipsum e metitur/& e ipsum d metitur: & ipse igitur ipsum d metietur. quare & ipsum a metietur primum existētem: cum ei non sit idem. quod est impossibile. Igitur a ipsum e metitur. Et quoniam e ipsum d metitur: metiatur ipsum per f. Dico ꝙ f nulli ipsorum a,b,c, est idem. Sit nanq̃ si possibile est: alicui ipsorū idem. Cum f metiatur ipsum d per e, sed vnus ipsorum a,b,c, ipsum d metitur per aliquem ipsorum a,b,c: igitur e vni ipsorum a,b,c, est idem. quod non supponitur. Igitur f vni ipsorum a,b,c, non est idem. Similiter iam ostendemus ꝙ a ipsum f metitur: ostendētes rursus ꝙ f nō est primus. Si enim est primus/& ipsum metitur d: et ipsum a metitur primum existentem non existens ei idem. quod est impossibile. Igitur f non est primus. Cōpositus igitur: & perinde eum aliquis primus numerus metietur. Dico ꝙ eum nullus alius primus metietur præter a. Si enim aliquis alius primus ipsum f metitur/at f ipsum d metitur: & ille igitur ipsum d metietur. quare & ipsum a metietur primum existentem: cum ei non sit idem. quod est impossibile. Igitur a ipsum f metitur. Et quoniam e ipsum d metitur per f: ipse igitur e ipsum f multiplicās/ipsum efficit d. Sed & a ipsum c multiplicans: ipsum d fecit. qui igitur ex a,c: ei qui ex e,f, est ęqualis. proportionalis igitur est sicut a ad e: sic f ad c. At a ipsum e metitur. & f igitur ipsum c metitur. metiatur ipsum per g. similiter ostendemus ꝙ ipse g nulli ipsorum a,b, est idem: & ꝙ eum metitur ipse a. Et quoniā f ipsum c metitur per g: igitur g ipsum f multiplicans ipsum fecit c. sed & a ipsum b multiplicans: ipsum fecit c. qui igitur ex a,b: ei qui ex f,g, est æqualis. proportionalis igitur est sicut a ad f: sic g ad b. metitur autē a ipsum f. metitur igitur et g ipsum b. metiatur ipsum per h. Similiter iam ostendemus ꝙ h ipsi a non est idem. & quoniam g ipsum b metitur per eas quæ in h sunt vnitates: igitur g ipsum h multiplicans ipsum efficit b. Sed & a seipsum multiplicās: ipsum b fecit. Qui ex h,g, igitur: ei qui ex a quadrato est æqualis. Est igitur sicut h ad a: sic a ad g. metitur autē a ipsum g. metitur igitur & h ipsum a primum existentem: non existens ei idem. quod absurdum est. Igitur ipsum d maximum alter numerus non metietur præter ipsos a,b,c. quod oportuit ostendere.



14 Eucli. ex Camp. Propositio 14.

SI propositus fuerit numerus/minimus quē numerant primi assignati: nō numerabit eum aliquis numerus primus præter illos assignatos.

¶CAMPANVS. ¶Sit a minimus numerus numeratus a numeris primis qui sunt b,c,d. Dico ꝙ alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem: sit e primus numerans eum secundum f. quia ergo quilibet numerorum b,c,d, numerat a productū ex e in f, est autem quilibet eorum primus: sequitur ex 33 septimi/vt quilibet eorum numeret e vel f. sed e nullus numerat cum sit primus. quilibet ergo eorum numerat f. cū itaq̃ sit f minor a, vtpote qui numerat eum secū dum e: non erit a minimus numeratus ab illis. quod est inconueniens.



14 Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 14.

¶Si minimum numerum primi numeri mensi fuerint: nullus alius primus numerus ipsum metietur præter eos qui in principio metiuntur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Minimus inquam quem ipsi b,c,d, primi metiuntur: sit a. Dico q ipsum a nullus alius primus numerus metietur: præter b,c,d. si enim possibile: metiatur eum primus numerus e. & e nulli ipsorum b,c,d, esto idem. Et quoniam e ipsum a metitur: ipsum metiatur per f. ipse igitur e ipsum f multiplicãs: ipsum efficit a. Et a: primi numeri b,c,d, metiuntur. si autem bini numeri sese inuicem multiplicantes fecerint aliquem/ factum vero ex eis metiatur aliquis primus numerus: & vnum eorum qui in pricipio/ metietur per 32 septimi. ipsi igitur b,c,d, vnum ipsorũ e,f, metientur: Ipsum autem e non metietur. nam e primus est: & nulli ipsorũ b,c,d, est idem. ipsum igitur f metiuntur minorẽ existentem ipso a. quod est impossibile. Nam a supponitur minimus quem ipsi b,c,d, metiuntur. Ipsum igitur a: numerus primus non metietur præter b,c,d. quod oportuit demonstrare.

a b c d e f

¶Hæc decimaquinta sequens ex Campano propositio: nullam in Zamberto respondentem habet.

Eucli. ex Camp. Propositio 15. 15

SI quotlibet numeri continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi: quicunq aliquem illorum numerat/ alteri terminorum illius proportionis erit cõmensurabilis.

¶CAMPANVS. ¶Sint a,b,c,d,e, cõtinue proportionales & minimi secundum proportionẽ f ad g qui sint in sua proportione minimi: & ponatur h numerare c. Dico q h est cõmensurabilis f vel g. sumãtur enĩ in eadem proportione quatuor minimi qui sunt k,l,m,n. cõstat autem ex 2 octaui/ q ex f in m fit c. alioqui contingeret esse minus minimo. quod esse non potest. Itaq per correlarium 33 septimi/ erit h cõmensurabilis f vel m. q si f: constat propositum. si autẽ m: sumantur in eadẽ proportione tres minimi qui sint p,q,r. eritq ex 2 octaui/ vt m fiat ex f in r. ne minus minimo aliquid esse cogamur cõcedere. quare per prædictũ correlarium h est cõmesurabilis f vel r. sed nõ erat f. sic enim constabat propositum. cõmensurabilis igitur est r. qui cum ex 2 octaui/ fiat ex g in se: sequitur ex dicto correlario vt h sit cõmẽsurabilis g. quod est propositũ.

h g

a b c d e k l m n p q r f

Eucli. ex Camp. Propositio 16. 16

SI fuerint numeri quotlibet continue proportionales in sua proportione minimi: quilibet eorũ ad cõpositũ ex reliquis primus esse necessario cõprobat.

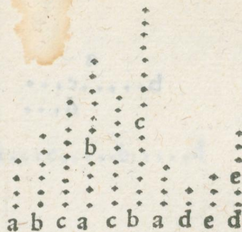
¶CAMPANVS. ¶Sint a,b,c,d, continue proportionales & minimi. dico compositum ex a,b,c: primum esse ad d. Si enim non: aliquis numerus qui sit e, compositũ ex a,b,c, numerabit & d. per præmissam igitur erit e: cõmunicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt f & g. erit itaq numerus aliquis numerans e, & alterum duorum f,g: qui sit h. quia ergo h numerat e: numerabit d, & compositũ ex a,b,c. & quia numerat f vel g quorum vterq numerat vtrunq mediorum/ & simpliciter omnes si plures duobus sint: ex 2 octaui sequitur vt ipse numeret b & c. ergo & a: quia numerat totum a,b,c. non sunt igitur a & d cõtra se primi. quod est inconueniẽs per 3 octaui. ¶Similiter quoq constabit: cõpositum ex a,b,d, primũ esse ad c. Si enim vt prius c numerat ambos: sequitur per præmissam vt aliquis numerus qui etiã sit h, numeret e & alterum duorum f,g. itaq h numerat c: & totum a,b,d. sed & b: cũ vtraq radicum numeret omnes medios. igitur & compositum ex a & d. Et quia necessario numerat alterum duorum a,d: cum numeret alterum duorum f,g, numerabit & reliquum. Non sunt igitur a & d contra se primi. & ita idem vt prius.

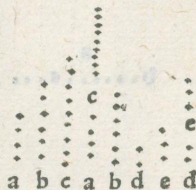
d c b b

a b c d a a e f g h

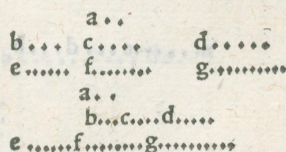
¶CAMPANI additiones. ¶Demonstrant autem idem aliter de tribus

continue proportionalibus & minimis sine āminiculo præmissæ. probāt
enim ex quibusq; duobus cōpositū primū esse ad reliquū. Sint itaq; tres
continue proportionales & minimi a,b,c: quorum termini d & e. dico
tunc compositū ex a & b: primū esse ad c. & cōpositū ex b & c: ad a. itēq;
ex a & c: ad b. Manifestū enim est ex 2 octaui: ꝙ ex d in se/ fit a: & in e,
fit b. & ex e in se: c. & ex 22 septimi/ ꝙ d & e sunt cōtra se primi. Itaq; ex
prima parte 29 eiusdem: erit totus d e primus ad vtrūq; eorū. quia igi-
tur vterq; numerorū d & d e primus est ad e: erit per 25 eiusdem qui ex
d in d e producitᷣ (et ipse est cōpositus ex a & b) primus ad e. sequitur
ergo per 26 eiusdē vt etiā compositus ex a & b sit primus ad c. fit eni c ex
e in se. simili quoq; demonstratione probabis cōpositum ex b & c pri-
mū esse ad a. ¶At vero compositū ex a & c, primū esse ad b: sic habeto.
Cum sit enim vterq; duorū d & e primus ad totum d e: erit per 25 septi-
mi/ q ex d in e producitur (& ipse est b) primus ad d e. itaq; per 26 eius-
dem qui ex d e in se prouenit (& ipse est qui cōponitur ex a & c & du-
plo b) primus erit ad b. sequitur ergo compositū ex a & c primum esse ad
b. necesse enim est vt ex duobus cōpositus cū primus fuerit ad vnū eorū
ex quibus componitur: sit primus ad reliquū. demonstratum autē est hoc
supra 29 septimi. Oportet autem stabilire ad robur istius demonstratio-
nis compositū ex a & b produci ex d in cōpositū ex d & e: supposito ꝙ
ex d in se fit a & ex eodem in e, b, itēq; ꝙ ex d e in se producatur com-
positū ex a & c & duplo b, supposito eo quod prius/ & ꝙ ex e in se fit c.
1 Huius itaq; gratia proponimus hæc demonstranda.

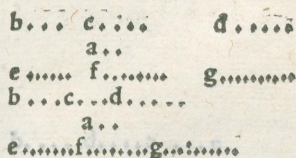




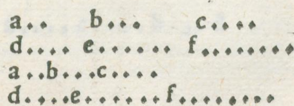
¶Quod fit ex ductu vnius numeri in quotlibet: tantum est
quantum quod ex ductu eiusdem in compositum ex illis.



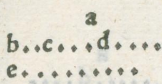
¶Idem proponit prima secundi de lineis. Sit enim vt ex a in b & in c
& in d: proueniant e & f & g. Dico ꝙ ex a in compositum ex b & c & d:
prouenit compositū ex e & f & g. Sequitur enim ex conuersione diffini-
tionis eius quod multiplicatur/ vt tota pars sit b, e, tota c, f, sed & d tota
g: quota est vnitas a. per 5 itaq; septimi/ tota quoq; pars erit composi-
tus ex b & c & d, cōpositi ex e & f & g: quota est vnitas a. ergo per diffi-
nitionem ex a in compositum ex b & c & d: fit compositus ex e & f & g.
2 quod est propositum.
¶Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in vnum: æquū
est ei quod fit ex composito eorum in eundem.



¶Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est. Vt si ex b & c
3 & d in a, fiant e & f & g: fiet quoq; compositus ex his ex illorū composi-
to in eundem. quod ex 17 septimi/ & præmonstrato facile concluditur.
¶Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet
alios: æquum est ei quod fit ex composito horum in compo
situm illorum.



¶Vt si a,b,c, multiplicēt d,e,f, quilibet quemlibet/ iunganturq; produ-
cta: dico aggregatum ex productis esse æquale producto ex composito
ex a & b & c, in compositum ex d & e & f. Est eni per præmissam quod
fit ex composito ex a,b,c, in d: quantum quod ex singulis in illum d. sic
& in e & in f. ex composito autem horum a,b,c, in quēlibet illorum d,
4 e,f: per ante præmissam fit quantum ex composito in compositum. itaq;
constat propositum.
¶Numero in quotlibet partes diuiso/ tantum est quod fit
ex toto eo in se: quantum quod ex eo in omnes suas partes.



¶Idem proponit secunda secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b & c &
d: dico ꝙ tantum fit ex a in se: quantum in omnes illos b,c,d. posito
enim e æquali a: constat ex prima harum incidentium tantum fieri ex e
in a quantum in omnes partes a. sed per conceptionē ex e in a fit quan
tum ex a in se. & ex e in partes a: quantum ex a in easdem. Manifestum
ergo est: verum esse quod dicitur.

¶Numero in duo diuiso/quod fit ex toto in alterum diuidē 5
tium: tantum est quantū quod ex eodem in se & in alterū.

a
b.....c...
d...

¶Idem proponit tertia secundi de lineis. Sit enim a diuisus in b & c. dico tantum fieri ex a in c: quantum ex c in se & in b. Nam quod ex a in c: est quantum quod ex c in a, per 17 septimi. Sūpto itaq; d æquali c: erit a in c, quantum d in a. At per primam harum/ d in a: est quātum in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c est quantum c in a & in b & in se propter æqualitatem c & d: constat propositum.

¶Numero in duo diuiso/quod ex ductu totius in se: est 6
quantum quod ex ductu vtriusq; diuidentium in se & alterius eorum bis in alterum.

a
b.......c...

¶Idem proponit quarta secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b & c: dico tantum fieri ex a in se/quantum ex b in se & c in se & ex b bis in c. Est enim per 4 harū/quod ex a in se: quantum quod ex eo in b & in c. ex eo autem in b: per præmissam est quantum ex b in se & in c. at ex a in c: per eandem est quātum ex c in se & in b. Et quia ex c in b tantum est quantum ex b in c per 17 septimi: liquet verum esse quod proponitur.

¶Numero per duo æqualia duoq; inæqualia diuiso/quod 7
fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato intermedij ęquum est quadrato medietatis totius

a......c...d...b

¶Idem proponit de lineis 5 secundi. Vt si a b diuidatur ī duos numeros æquales qui sint a c & c b, itemq; in duos inæquales quorum sit maior a d & minor d b: dico q illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale est quadrato c b. Per præmissam enim/ quadratū c b est æquale quadrato c d & quadrato d b & ei q fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in se & in c d tantum fit: quantum in c b per primam harum/ & ideo quantum in a c. Itaq; ex b d in se & in c d bis: quantum ex ipso b d in a d. per eandem igitur/quadratum c b superat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d. constat ergo propositum.

¶Cum fuerit numerus in duo ęqualia diuisus/eiq; alius nu 8
merus adiunctus: quod fit ex ductu totius cōpositi in adiunctum cum quadrato medietatis/æquum est quadrato cōpositi ex dimidio & adiuncto.

a.....c.....b.....d

¶Idē propronit 6 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus in duos ęquales numeros qui sint a c & c b: addaturq; ei numerus b d. dico illud q fit ex toto a d ī d b, cū quadrato b c: esse æquale quadrato c d. Est eni ex 6 harū/quadratū c d ęquale quadrato d b & quadrato b c & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum/ex b d in se & in b c bis: est quantum ex b d in d a. sunt enim a c & c b: æquales. Itaq; quadratū c d superat id quod fit ex b d in d a: in quadrato c b. quod est propositum.

¶Cum numerus in duo diuiditur: quod fit ex toto in se cū 9
eo quod ex altero diuidentiū in se/est æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in se.

a
b......d....

¶Idem proponit 7 secūdi de lineis. Sit enim numerus a diuisus in b et d. dico quadratum a cum quadrato d: tantum esse quantum quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Cōstat quidem ex 6 harum q quadratum a tātum est: quātum quadratum d & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq; quadratum a cum quadrato d: tantum est quantum quod ex d bis in se & bis in b cū quadrato b. Sed ex d bis in se & bis in b: fit quātum ex d bis in a/ per primam harū. ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b: est quantum quadratum a cum quadrato d. quare patet propositum.

10 ¶Cum fuerit numerus in duo diuisus/eiqꝫ additus ęqualis vni diuidentium: quadratum totius compositi ęquum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

¶Idem proponit 8 secundi de lineis. Sit numerus a b diuisus in a c & c b: cui addatur b d qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum esse: quantum est id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Est namqꝫ ex 6 harum/quadratum a d: æquũ quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratũ b d est æquale quadrato c b: erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b in b d bis. Per præmissam autem/ est quadratum a b cum quadrato c b: quãtum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaqꝫ quadratum a d tantum est quantum quod ex a b in b d bis & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b c tãtũ fit quãtum in b d: constat verum esse quod propositum est.

a . . . c . . . . . b . . . . d

11 ¶Cum fuerit numerus in duo æqualia duoqꝫ inæqualia diuisus: quadrata amborum inæqualium pariter accepta duplum sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.

¶Idem proponit 9 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus per duos æquales qui sint a c & c b: & per duos inæquales qui sint a d & d b. Dico ꝙ quadrata duorũ numerorum a d & d b pariter accepta: sunt duplum duobus quadratis duorum numerorũ a c & c d pariter acceptis. Est enim per 6 harum/quadratum a d: quãtum quadratũ a c & quadratum c d, & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autẽ a c est ęqualis c b: erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaqꝫ quadratum a d cum quadrato b d: sunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplũ eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autẽ eius quod fit ex b c in c d cũ quadrato b d: est æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b sunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a sunt æquales: patet propositum.

a . . . . . c . . . d . . . b

12 ¶Cum fuerit numerus in duo æqua diuisus/aliusqꝫ adiunctus: quadratum totius compositi cum quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato compositi ex medietate & adiuncto.

¶Idem proponit 10 secundi de lineis. Sit enim numerus a b diuisus in duos æquales a c & c b: sitqꝫ sibi adiunctus numerus b d. dico quadratũ a d cum quadrato b d: duplum esse ad quadratum a c cum quadrato c d. Cũ sit enim numerus c d in duo diuisus / sibiqꝫ sit a c additus æqualis vni diuidentium: erit per 10 harum/ quadratum a d quãtum quod fit ex c d in c a quater/cum quadrato b d. Quia vero a c est æqualis c b: erit quadratum a d quantum quod fit ex d c in c b quater / cum quadrato b d. Itaqꝫ quadratum a d cum quadrato d b: erit quantum quod fit ex d c in c b quater cũ duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum/duplũ est ad quadratum c d cum quadrato c b. Cum igitur sit quadratum c b æquale quadrato a c: constat propositum.

a . . . . c . . . . b . . . d

13 ¶Numerum aliquem ita diuidere/vt quod sub toto & vna eius portione continetur æquum sit quadrato alterius: est impossibile.

¶Quod 11 secundi proponit faciendũ in lineis: demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus: a b. Dico ĩpossibile esse ipsum sic diuidi: vt proponitur. sic enim diuideretur secundũ proportio-

a . . . . . . c . . . e . . d . . b

a . , . , . . c . . . . e . . d . . b

tionem habentem medium & duo extrema/ vt patet ex diffinitione & 20 septimi. Si autem potest: diuidatur in c, sitq́ a b ad b c: sicut b c ad c a. erit itaq́ a c minor c b. detrahatur igitur ab eo æq̄lis sibi q̄ sit c d. q̄a igitur est proportio toti9 a b ad totum b c sicut b c detracti ab a b ad c d detractū ab b c: erit eadē a c residui a b ad b d residuū b c. q̄re b c ad c d sicut c d ad d b. erit igitur c d: maior d b. Detracto itaq́ d e de c d vt sit d e æqualis d b: erit etiam proportio b c ad c d, sicut c d ad d e. quare sic d b residui c b: ad c e residuum c d. potest igitur c e detrahi ab e d. non erit itaq́ finis istius detractionis. quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 15.

¶ Si tres numeri continue proportionales fuerint minimi eandem eis habentium rationem: bini quilibet compositi ad reliquum primi erunt.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint tres numeri continue proportionales minimi eandem eis habētium rationem: a, b, c. Dico ꝙ ipsorum a, b, c, bini quilibet compositi: ad reliquū primi sunt. scilicet a b ad c, & b c ad a, & a c ad b. Assumantur per 35 septimi/ bini minimi numeri eandem ipsis a, b, c, habentium rationem: sintq́ d e, e f. manifestum iam est ꝙ d e seipsum multiplicans/ ipsum efficit a: & ipsum e, f, multiplicās/ ipsum b fecit. & insuper e f seipsum multiplicans: ipsum efficit c. Et quoniam ipsi d e, e f, minimi sunt: primi adinuicem sunt per 24 septimi. Si autem bini numeri primi adinuicem fuerint: & vterq́ ad vtrunq́ primus est/ per 30 septimi. Igitur d f: ad vtrunq́ ipsorū d e, e f, primus est. Sed & d e ad e f primus est. Ipsi igitur d f, d e: ad ipsum e f primi sunt. & qui ex d f, d e, igitur: ad e f per 26 septimi/ primus est. Si vero bini numeri primi fuerit adinuicē: q̄ ex vno eorū gignitur ad reliquū prim9 est, per 27 septimi. quare qui ex d f, d e: ad eum qui est ex e f, primus est. Sed qui ex f d, d e: est q̄ ex d e vna cū eo q̄ ex d e, e f, p 3 secūdi. Qui igitur ex d e vna cū eo qui ex d e, e f: ad cū q̄ ex e f primus est. Est autē qui ex d e: ipse a. qui vero sub d e, e f: ipse b. qui autē ex e f: est c. Ipsi a, b, igitur compositi: ad c primi sunt. Similiter ostendemus ꝙ ipsi b, c, ad a primi. ¶ Dico iam ꝙ ipsi a, c: ad b primi sunt. nam quoniam d f ad vtrūq́ ipsorum d e, e f, primus est: & qui ergo ex d f, ad eū qui sub d e, e f, primus est. Sed ei qui ex d f: æquales sunt qui ex d e, e f, vna cum eo qui bis est sub d e, e f. Et qui ex d e, e f, igitur vna cū ijs qui bis sub d e, e f: ad eum qui sub d e, e f, primi sunt. Diuidendo quoq́/ qui ex d e, e f, vna cum eo qui sub d e, e f: primi sunt ad eum qui sub d e, e f. Insuper diuidendo/ qui ex d e, d f: ad eum qui sub d e, e f, primi sunt. Est autem qui ex d e: ipse a. qui ex e f: ipse c. qui vero sub d e, e f: ipse b. Ipsi ergo a, c, compositi: ad b primi sunt. quod ostendere oportuit.

b c a b f e

a b c d

Si enī q̄ ex d e vna cū eo q̄ ex e f, & qui sub d e, e f, nō essent primi: cū cōis dimēsio metiatur cōpositū/ nō erūt q̄ ex d e, e f, vna cū eo q̄ sub d e, e f, et q̄ sub d e, e f, primi. At iterū cū cōis dimēsio metiatur & cōpositū: nō erūt q̄ ex d e, e f, vna cū eo qui sub d e, e f bis, et qui sub d e, e f, adinuicem primi. cuius cōtrarium est ostensum.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

SI fuerint duo numeri contra se primi: quantus est primus eorum ad secundum/ tantum esse secundum ad tertium quenq̄ impossibile est.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint a & b contra se primi. dico impossibile esse: aliquem eis in cōtinua proportionalitate adiungi. Si enim potest: sit c. quia igitur a ad b sicut b ad c, sunt autem a & b in sua proportione minimi per 23 septimi: sequitur per 21 eiusdem/ vt a numeret b. qui cum etiam numeret se: non erunt a & b contra se primi. quod est contrarium positioni.

a b c

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 16.

¶ Si bini numeri primi adinuicem fuerint: non erit sicut primus ad secundum sic secundus ad aliquem alium.

THEON ex Zāberto. Bini inq̄ numeri a,b: primi sint adinuicē. Dicoq; non est sicut a ad b: sic b ad aliquē alium. Si enim possibile: sit sicut a ad b, sic b ad c. Ipsi autem a,b: primi sunt. primi autem: & minimi per 23 septimi. minimi vero: metiuntur eandem rationē habentes ęqualiter per 21 septimi/antecedens antecedentem & sequens sequentem. metitur igitur a ipsum b: antecedēs antecedentē. metitur autem & seipsum. igitur a: ipsos a,b, metitur primos adinuicem existentes. quod est absurdum. non est igitur sicut a ad b: sic b ad c. quod ostendere oportebat.

a b c

18 Eucli. ex Camp. Propositio 18

SI quotlibet numerorum continue proportionaliū duo extremi fuerint contra se primi: quantus est primus ad secundum / tantum esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.

CAMPANVS. Sint a,b,c, cōtinue proportionales. sintq; a & c cōtra se primi. dico q; in eadem proportione non potest eis adiungi alius. Si enī potest: sit d. Quia igitur est a ad b sicut c ad d: erit permutatim a ad c, sicut b ad d. sūt autē a & c: in sua proportione minimi/ per 23 septimi. itaq; per 21 eiusdē a numerat b. quare etiā numerat c. numerorum enī continue proportionalium/ si primus numerat secundum: ipse numerat omnes/ & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequentem. at quia etiā numerat se: non erunt a & c contra se primi. quod est incōueniēs.

a b c d

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 17.

17 Si fuerint quilibet numeri cōtinue proportionales / ipsorū autem extremi primi adinuicē fuerint: non erit sicut primus ad secundum/ sic vltimus ad aliquem alium.

THEON ex Zamberto. Sint quilibet numeri cōtinue proportionales: a,b,c,d. ipsorum autē extremi/ sint primi adinuicem. Dico q; nō est sicut a ad b, sic d ad aliquem alium. Si enim possibile: esto sicut a ad b sic d ad e. vicissim igitur per 13 septimi est sicut a ad d, sic b ad e. Ipsi autem a,d, primi sunt. primi autē: & minimi. minimi vero numeri: metiuntur eandem rationem habentes æqualiter per 21 septimi/ antecedens antecedentem/ & sequens sequentē. metitur igitur a ipsum b. estq; sicut a ad b: sic b ad c. & b igitur ipsum c metitur. quare & a ipsū c metitur. & quoniam est sicut b ad c sic c ad d, metitur autem b ipsum c: metitur igitur & c ipsum d. Sed a ipsum c metitur. quare & a ipsum d metitur. metitur autē & seipsum. Igitur a: ipsos a,d, metitur primos inuicem existentes. quod est impossibile. Nō est igitur sicut a ad b: sic d ad aliquem alium. quod ostendere oportuit.

a b c d e

19 Eucli. ex Camp. Propositio 19

PRopositis duobus numeris: an sit eis tertius continue proportionalis / perscrutari.

CAMPANVS. Sit a & b duo nūeri propositi. volo inquirere/ an eis possit tertius sub cōtinua proportionalitate adiungi. Igitur si ipsi sūt cōtra se primi: impossibile est per 17. si vero cōpositi: ducatur b in se/ & proueniat c. quē si a numerat: erit. si vero nō numerat: nō erit. Numeret enī eū secūdū d: q erit quē quærimus per 2 partē 20 septimi. Sit ergo vt non numeret eū: est tamē vt a ad b sic b ad d. itaq; qa ex b in se fit c: sequitur per primam partē 20 sep. vt ex a in d sit idem. igitur a numerat c secundum d. sed erat positum q; non. quare sequitur impossibile.

a b a b d c a b d c

18 Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 18.

Binis numeris datis: cōsiderare si possibile est eis tertium proportionalem inuenire

ℭTHEON ex Zamberto. ℭSint bini dati nnmeri a,b.sitq; oportunũ
scrutari: si est possibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipsi a,
b, aut sunt primi adinuicem: aut non. Si quidem igitur primi sunt adin
uicem: patet per 16 noni/ꝙ impossibile est eis inuenire proportionalem
tertium. Sed iam non sint ipsi a,b, primi adinuicem: & b seipsum multi
plicans ipsum efficiat c. Iam a aut ipsum c metitur: aut nõ metitur. Me
titur prius per d. Ipse igitur a ipsum d multiplicãs: ipsum efficit c. Sed
& b seipsum multiplicãs: ipsum c efficit. qui ex a,d, igitur: ei qui ex b
est æqualis. Est igitur sicut a ad b: sic b ad d per secũdam partem 19 septi
mi. Ipsis igitur a,b: tertius inuenitur d. Sed iam non metiatur a ipsum
c. Dico ꝙ ipsis a,b: impossibile est tertium inuenire proportionalem nu-
merũ. Si enĩ possibile: inueniatur d. Igitur qui ex a,d: ei est æquus qui ex
b. q autẽ ex b: est ipse c. Igitur qui ex a,d: æquus est ipsi c. Quare a ipsũ
d multiplicãs: ipsum efficit c. Igitur a: ipsum c metitur per d. Sed suppo
nitur etiam non metiri. quod est impossibile. Non est igitur possibile ip
sis a,b, tertium proportionalem inuenire: quando a ipsum c non meti-
tur. quod oportuit ostendere.

a b a b d c a b d c

216

a b c a b c e d a b c e d

a b c a b c d e

Eucli. ex Camp. Propositio 20.

DAtis tribus numeris continue proportionalibus: 20
an sit aliquis quartus eis continue proportionalis
inquirere.

ℭTHEON ex Zamberto. ℭSint continue proportionales a,b,c. Volo
inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi. igi
tur si a & c sunt cõtra se primi: impossibile est per 18. Si autem compositus: sit d qui prouenit ex b in c. quem si numerat a: erit. si vero non nu-
merat: non erit. Numeret enim eum secũdũ e: qui erit quem quærimus
per secundã partem 20 septimi. Sit ergo vt nõ numeret eum: est tamen
vt a ad b, sicut c ad e. itaq; quia ex b in c fit d: sequitur per primam par-
tem 20 septimi/vt ex a in e sit idem. ergo a numerat d secundum e. sed
positum erat ꝙ non. ℭIdẽ potes perscrutari: quotlibet continue propor-
tionalibus propositis. si enim duo extremi sint contra se primi: finem ha
bet intẽtio per 18. si autẽ cõpositi: ducto secũdo in vltimũ/si productũ nu
meret primus/is secundũ quẽ eũ nũerat: est quẽ q̃rimus per secundã par
tem 20 septimi. si autem primus productũ nõ numerat: nullus erit. quot-
libet enim posito: per primam partem eiusdem secundum ipsum positũ
numerabit primus productum. quod positum erat non numerare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 19.

ℭTribus numeris datis: considerare si est possibile eis quar- 19
tum inuenire proportionalem.

ℭTHEON ex Zãb. ℭ Sint dati tres numeri a,b,c. sitq; oportunũ cõ-
iectare: si possibile est eis quartũ proportionalẽ inuenire. Iã ipsi a,b,c,
aut cõtinue sunt proportionales & eorũ extremi a,c, sunt primi adinui
cẽ/aut non sũt cõtinue proportionales & eorũ extremi primi sũt adiui-
cẽ: aut cõtinue sunt proportionales & eorũ extremi nõ sũt adiuicẽ primi/
vel neq; sũt cõtinue proportionales neq; eorũ extremi primi sunt ad-
inuicẽ. ℭSi qdẽ igitur ipsi a,b,c, continue sunt proportionales/& eorũ
extremi a,c, sunt primi adinuicem: patet per 17 noni ꝙ est impossibile
eis quartum proportionalem inuenire numerum. ℭNon sint iã ipsi a,b,
c, continue proportionales: extremis rursus primis existentibus adinui-
cem. Dico ꝙ & sic quartũ proportionalẽ inuenire: est impossibile. Si enĩ
possibile: inueniatur d. Vt sit sicut a ad b sic c ad d. fiatq; sicut b ad c sic d
ad e. Et quoniã est sicut qdẽ a ad b sic c ad d, sicut autẽ b ad c sic d ad e:
ex æquali igitur per 14 septimi/est sicut a ad c sic c ad e. At a,c, primi
sunt. primi autẽ & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationẽ ha-
bentes: antecedẽs antecedentẽ/& sequens sequentẽ/per 21 septimi. meti-
tur igitur a ipsum c: antecedens antecedẽtem. metitur autem & seipsum.

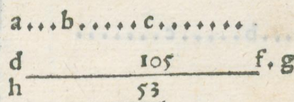
Igit̃ a ipsos a,c,metit̃ primos adiuicẽ exñtes.qđ ẽ ĩpossibile.ipsis igit̃ a,b, c,4.ꝑportionalẽ iuenire est ĩpossibile. ℂSi iã rursus sint ipsi a,b,c,cõtinue ꝑportionales:at a,c,nõ sint primi adiuicẽ.Dico ꝙ eis 4.proportionalẽ inuenire est possibile.Nã b ipsũ c multiplicãs:ipsũ efficiat d.Igit̃ a ipsũ d aut metit̃:aut nõ metitur.Metiatur prius ipsũ:p e.Igitur a ipsũ e multiplicãs: ipsũ efficit d.sed & b ipsũ c multiplicãs:ipsũ d efficit.Igitur q ex a,e : ei est æquus q ex b,c.ꝑportionalis igit̃ est sicut a ad b:sic c ad e.Sed iam nõ metiat̃ a ipsũ d.dico ꝙ ipsis a,b,c,4.proportionalẽ iuenire est ĩpossibile.Si ei possibile:inueniatur e.Igitur qui ex a,e,ei qui ex b,c,est æqualis.Sed qui ex b,c,est ipse d.& q ex a,e,igitur ipsi d est æqualis. Igitur a ipsum e multiplicans:ipsum efficit d.Igitur a ipsum d metitur.sed & nõ metitur.quod est impossibile.Igitur ipsis a,b,c,4.proportionalem inuenire numerũ est ĩpossibile:qñ a ipsũ d nõ metit̃. ℂSi iã ipsi a,b,c,neq; cõtinue sint ꝑportionales neq; eorũ extremi adiuicẽ sint primi:& b ipsũ c multiplicãs ipsũ efficiat d.Similiter oñdetur ꝙ si qdẽ a ipsũ d metitur:possibile est eis proportionalẽ inuenire.si aũt nõ metitur:est impossibile.quod ostẽdere oportebat.



21 Eucli.ex Camp. Propositio 21.

DAtis quotlibet numeris primis:aliquem primum ab eis diuersum esse necesse est.

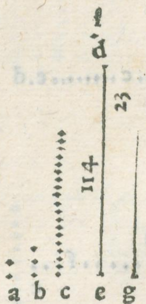
ℂCAMP. ℂNihil aliud intẽditur:nisi ꝙ nũeri primi sint ĩfiniti/demõstrare.Sint eni a,b,c,numeri primi.dico esse aliquẽ primũ diuersum ab eis.sit qdẽ d f minimus quẽ numerãt:cui addita vnitate fiat d g.q est primus aut cõpositus.si prim9:cõstat propositũ. si cõpositus:numerat eũ aliqs primus/ q sit h.quẽ nõ est possibile esse aliquẽ ex primis ꝑpositis. Si eni esset aliqs eorũ:cũ qlibet ipsorũ numeret d f,ipse quoq; numeraret eũdẽ.at quia numerat d g:oporteret ipsũ numerare f g q est vnitas.quod est ĩpossibile.Idẽ sequitur posito d f quotlibet numero quẽ numerãt a,b,c.quare cõstat propositũ.



Eucli.ex Zamb. Theorema 20. Propositio 20.

20 ℂ**Primi numeri:plures sunt omni proposita multitudine primorum numerorum**

ℂTHEON ex Zãb.Sint propositi primi nũeri a,b,c.Dico ꝙ ipsis a,b,c,plures sunt primi numeri. Accipiatur eni per 39 sep.minimus quẽ ipsi a,b,c,metiãtur:sitq; d e. addaturq; ipsi d e:vnitas d f.iã e f aut est prim9 aut nõ.sit prius primus.inuẽti iã sũt primi nũeri a,b,c,e,f:plures ipsis a,b,c. Sed iã nõ sit e f prim9.igit̃ eũ aliqs nũer9 metitur p 34.sep.metiatur eũ numerus primus g.Dico ꝙ g nulli ipsorũ a,b,c,est idẽ.Si eni possibile:sit.ipsi aũt a,b,c:ipsũ d e metiũtur.igitur & g:ipsũ d e metietur. metitur aũt & e f.& reliquã d f vnitatẽ metietur g numerus existẽs.qđ est absurdũ.igitur g nõ est idẽ vni ipsorũ a,b,c.ipse aũt supponit̃ & prim9.Inuẽti igitur sũt primi nũeri plures ꝑposita multitudine ipsorũ a,b,c:ipsi a,b,c,g.qđ oñdere oportuit.



22 Eucli.ex Camp. Propositio 22.

SI coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.

ℂCAMPANVS. ℂSit quisq; numerorũ a,b,c:par.Dico ex eis cõpositũ: esse parẽ.habet enim ex conuersione diffintionis/quisq; eorũ:medietatem. Sint ergo eorum medietates d,e,f.quia igitur sicut a ad d sic b ad e,& c ad f: erit ex 13 septimi/sicut a ad d sic totus a b c ad totũ d e f.itaq; d e f est medietas a b c.ergo per diffintionem/a b c: est par. quod est propositum.

a..b.....c.......e

21 Eucli.ex Zamb. Theorema 21. Propositio 21.

ℂ**Si pares numeri quilibet componantur:totus par est.**

ℂTHEON ex Zãb. ℂCõponãtur eni numeri quilibet pares ipsi a b,b c,c d,d e.Dico ꝙ totus a e par est.Nã quoniã vnusquisq; ipsorũ a b, b c,c d, d e,par est:partem habet dimidiam.quare & totus a e habet partem dimidiam.numerus autem par est qui bifariam diuiditur per diffinitionem.igitur a e par est.quod ostendere oportuit.

a....b......c.......d........e

Eucli. ex Camp. Propositio 23

SI numeri impares numero pares coaceruentur: totus 23
quoq; ex eis coaceruatus erit par.

a...b.....c.......d.........

¶CAMPANVS. ¶Sit quilibet numerorum a,b,c,d: impar. dico ex eis cō positum: esse parem. dempta eni a quolibet vnitate: cōstat residuos esse pares: & quia ille vnitates. demptæ componūt parem/ cum sint numero pares: constat propositum per præmissam.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 22.

¶Si impares numeri quilibet componātur/ fuerit autem mul- 22
titudo par: totus par erit.

a....b.........c.......d...e

¶THEON ex Zāb. ¶Componātur enim impares numeri qlibet/ multitudine pares: a b, b c, c d, d e. Dico q totus a e par est. Nā quoniā vnusquisq; ipsorū a b, b c, c d, d e, impar est: ablata vnitate ab vnoquoq; / vnusquisq; reliquus par erit. Quare & cōpositus ex ipsis par erit per 21 noni. Est autē & vnitatū multitudo par. Totus igitur a e par est. quod ostēdere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

SI numeri impares numero impares coaceruentur: to- 24
tum quoq; ex eis coaceruatum imparem esse.

a...b.....c.......

¶CAMPANVS. ¶Sit quilibet numerorum a,b,c: impar. Dico totū ex eis compositum esse imparē. Erit eni per præmissam cōpositus ex a & b: par. & quia c, dempta vnitate/ est par: erit per antepræmissam totus a,b,c, dēpta vnitate/ par. Per diffinitionem itaq; constat totum esse imparem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 23

¶Si impares numeri quilibet componātur/ multitudo autem 23
ipsorum fuerit impar: & totus impar erit.

a.....b.......c........e.d

¶THEON ex Zāb ¶Cōponātur eni qlibet ipares numeri/ quorū multitudo sit impar: a b, b c, c d. Dico q totus a d ipar est. Auferat ab ipso c d: vnitas d e. reliquus igitur c e par est. est aūt & a c par. & totus igitur a e par est. est autē d e vnitas. totus igitur a d impar est. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 25

SI a nūero pari nūerus par detrahat: reliquus erit par. 25
¶CAMP. ¶Sit a totus par: a quo detrahatur b q quoq; sit par/ & residuus sit c. Dico c esse parem. sit enim d medietas a: e quoq; sit medietas b. detractoq; e de d: sit reliquus f. erit per 13 septimi/ c ad f: sicut a ad d. quare f est medietas. itaq; c est par. quod est propositum.

a
.........d.....f...
b c
......e...... ......

Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propositio 24.

¶Si a pari numero par auferatur: reliquus par erit.

a.......c....b

¶THEON ex Zāb. ¶A pari enim a b, auferatur. Dico q reliquus a c par est. Nam quoniā a b par est habet partem dimidiam. iam id propterea & b c: habet partem dimidiam. quare & reliquus c a habet partem dimidiam. par igitur est a c. quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 28

SI de nūero pari imparē tollas: qui relinquit ipar est.
¶CAM. ¶Sit a b par: a quo tollatur a c q sit ipar. Dico c b residuū esse iparē: subtrahatur eni ab a c: vnitas q̄ sit c d. eritq; a d par. itaq; per 25: d b quoq; erit par. Quia igitur d c est vnitas: sequitur c b esse imparem. quod est propositum.

a.....d.c...b

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 25.

¶Si a pari numero impar auferatur: reliquus impar erit.

a.........c.d....b

¶THEON ex Zamberto. ¶A pari namq; numero a b: auferatur impar b c. Dico q reliquus c b impar est. Auferatur ab ipso b c: vnitas c d. igitur d b: par est. Est autem a b quoq; par. & reliquus igitur a d: par est. at c d

est vnitas. igitur a c impar est quod. ostendere oportuit.

27 Eucli.ex Camp. Propositio 27

SI a numero ipari detrahatur ipar: reliquus erit par.

¶CAMPANVS. ¶ Sit a b numerus ipar: a quo detrahaē b c qui etiam sit impar. dico reliquum qui est a c: esse parē. Detrahatur enim ab vtroq; duorum numerorū a b & b c: vnitas quæ sit b d. eritq; vterq; duorum residuorum quæ sunt a d & d c: par. per præmissam itaq; constat a c esse parem. quod est propositum.

a . . . . c . . . . d . b

26 Eucli.ex Zamb. Theorema 26. Propositio 26

¶Si ab impari numero impar auferatur: reliquus par erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Ab impari nāq; a b: impar auferatur b c. Dico q̄ reliquus c a par est. nā quoniā a b impar est: auferatur vnitas b d. reliquus igitur a d: par est. Iā id propterea & c d par est per diffinitionē. quare & reliquus c a par est. quod ostendere oportuit.

a . . . . c . . . . . . d . b

28 Eucli.ex Camp. Propositio 28

SI a numero impari numerum parem subtrahas: qui relinquitur impar est.

¶CAMPANVS. ¶ Sit a b impar: a quo detrahatur a c qui sit par. Dico b c residuū esse imparem. Sit enim b d vnitas: eritq; a d par. Et quia a c est par: erit per 25 c d par. cum itaq; sit d b vnitas: erit c b impar. quod est propositum.

a . . . . c . . . . d . b

27 Eucli.ex Zamb. Theorema 27. Propositio 27

¶Si a b impari numero par auferatur: reliquus impar erit.

¶THEON ex Zāb. ¶Ab impari namq; a b: par auferatur b c. Dico q̄ reliquus c a impar est. Auferaē vnitas a d. igitur d b par est. est aūt b c par. & reliquus igitur c d: par est. igitur c a ipar est. qđ ostēdere oportuit.

a . d . . . . c . . . . b

29 Eucli.ex Camp. Propositio 29.

SI numerus impar in numerum parem ducatur: qui inde producetur erit par.

¶CAMPANVS. ¶Ex 23 manifestum est quod dicitur.

28 Eucli.ex Zamb. Theorema 28 Propositio 28

¶Si impar numerus parem multiplicans / aliquem fecerit: qui gignitur par est.

¶THEON ex Zamberto. ¶Impar inq̄ a, parem b multiplicans: ipsum efficiat c. Dico q̄ c par est. Nam quoniā a ipsum b multiplicās / ipsum c fecit: igitur c ex totidē ipsi b ęqualibus quotæ sūt in a vnitates cōponiē. estq; b par. igitur c ex paribus cōponitur. Si vero numeri pares q̄libet cō ponātur: totus par est. per 21 noni igitur: c par est. quod oñdere oportuit.

a b c

30 Eucli.ex Camp. Propositio 30

SI in imparē ducatur impar: qui produceē erit impar.

¶CAMPANVS. ¶Hæc quoq; ex 24 manifesta est.

¶Hæ sequētes 2 ex Campano propositiones: nullas sibi ex Zamberto respondentes habent.

31 Eucli.ex Camp. Propositio 31.

¶Si nūerus ipar nūerū parē nūeret: nūero pari eū nūerabit.

¶CAMPANVS. ¶Si enim numero impari eum numeraret: ex impari in imparem fieret par. quod est inconueniens per præmissam.

32 Eucli.ex Camp. Propositio 32.

¶Si impar imparem numeret: impariter eum numerat.

¶CAMPANVS. ¶Si enim pariter eum numeraret: ex numero impari in numerum parem fieret impar. quod est inconueniens per 29.

Eucli.ex Zamb. Theorema 29. Propositio 29

¶Si impar numerus imparem numerum multiplicans/fecerit aliquem:factus impar erit. 29

¶THEON ex Zamberto. ¶Impar enim numerus a,imparem numerum b multiplicans:ipsum efficiat c.Dico ꝙ c impar est.Nam quoniã a ipsum b multiplicans:ipsun facit c:igitur c ex totidem ipsi b æqualibus quotæ sunt in a vnitates/cõponitur.Est autẽ vterqꝫ ipsorũ a,b: impar. Igitur c ex imparibus conflatur numeris:quorum multitudo impar est. Quare per 23 noni/c impar est.quod ostendere oportuit.

a b c

Eucli.ex Camp. Propositio 33

SI numerus impar numerum parem metiatur: eiusdem quoqꝫ dimidium/ipsum metiri necesse est. 3

a. f.
b. e.
c. d.

¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus par cuius dimidiũ b:sitqꝫ c numerus impar qui numeret a. dico ꝙ c numerabit b.numeret enim a secundum d.eritqꝫ per 31:d numerus par. Esto igitur eius dimidiũ/e:ducaturqꝫ c in e, & proueniat f.eritqꝫ per 18 septimi a ad f:sicut d ad e.& quia etiã est a ad b sicut d ad e:sequitur b & f esse æquales.cum itaqꝫ c numeret f:idẽ numerabit b.quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 30. Propositio 30.

¶Si impar numerus parem numerum mensus fuerit:& eius dimidium metietur. 30

¶THEON ex Zamberto. ¶Impar enim numerus a:parem numerum b metiatur.Dico ꝙ & eius dimidium metietur.Nam quoniam a ipsum b metitur:ipsum metiatur per c.Dico ꝙ c non est impar. Si enim possibile:sit impar.Et quoniã a metitur ipsum b per c:igitur a ipsum c multiplicans/ipsum efficit b. Igitur b componitur ex imparibus numeris: quorum multitudo impar est.Igitur b impar est.quod est absurdum.supponitur enim par.Igitur impar non est.par igitur est c. Quare a ipsum b metitur pariter.& c igitur ipsum b metiẽ per a.habet aũt vterqꝫ ipsorũ c,b,partem dimidiam.est igitur sicut c ad b sic dimidium ad dimidium. metitur autem c:ipsum b per a.& dimidium ipsius metietur ipsius b dimidium per a.igitur a,dimidium multiplicans ipsius c:dimidium ipsius b efficit.Igitur a ipsius b dimidium metitur . meliturqꝫ per ipsius c dimidium. Idqꝫ propterea a ipsius dimidium metietur.quod ostendere oportuit.

a c b

Eucli.ex Camp. Propositio 34

SI numerus impar ad aliquem fuerit primus: idem ad eiusdem duplum erit primus. 34

¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus impar primus ad b:cuius duplũ sit c.Dico ꝙ a est primus ad c.sin autem:numeret eos d.Cũqꝫ a sit impar: sequitur d esse imparẽ.quicũqꝫ enim impar parem numerat:pari numero eũ numerabit per 31.per præmissam itaqꝫ a numerabit b.non sunt igitur a & b contra se primi.quod est contra hypothesin.

c
a. d
b

Eucli.ex Zamb. Theorema 31. Propositio 31

¶Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit: & ad ipsius duplum primus erit. 31

¶THEON ex Zamberto. ¶Impar enim numerus a,ad numerum aliquem b,primus esto:ipsius autem b, duplus esto c. Dico ꝙ a ad c primus est.Si autem a,c,non sunt primi:metitur eos aliquis numerus,metiatur:et esto d.est autem impar numerus:a.impar igitur & d.Et quoniã d impar existens ipsum c metitur/est autem & c par:igitur d metietur ipsius c dimidium per præcedentẽ.Dimidiũ autẽ ipsius c:est b.igitur d:ipsum b metitur.metitur autem & a.Igitur d:ipsos a,b,metitur primos ad inuicem existentes.quod est absurdum.Igitur a ad c primus est.Ipsi igi-

a b c d

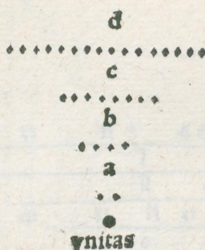
tur a,c,primi sunt adinuicem.quod erat ostendendum.

35 Eucli.ex Camp. Propositio 35.



Vmeri a duobus dupli: sunt pariter pares tantū.

❡CAMPANVS. ❡Sint vnitas/a,b,c,d, continue proportionales: sitq; a binari9. Dico omnes eos esse pariter pares: eisq; secundum hanc proportionē in infinitum auctis/nullum alium esse pariter parem. De his quidē constat per diffinitionem: cum per 12 quilibet præcedens numeret quemlibet sequentē per aliquē eorū quos omnes oportet esse pares/ & nullus alius numeret aliquem eorum per 13 eo q͠ a qui est binarius vnitatem sequens est primus. Q͠z autē nullus alius ab his sit pariter par: cōstat sic. Posito enim aliquo: diuidatꝛ in duas medietates/eiusq; medietas in duas. & hoc toties fiat: quousq; nūerus aut vnitas diuisionē impediat/quod necesse est euenire per vltimā petitionē. Si qdē numerus hanc prohibeat: ipse erit impar. qui cum numeret pariter parem positū: non erat pariter par qui positus est pariter par. Si autem vnitas: non erit is alius a continue duplis ab vnitate.



32 Eucli.ex Zamb. Theorema 32. Propositio 32

❡A binario duplorum vnusquisq; : pariter par est tantum.

❡THEON ex Zamberto. ❡A binario enī a: duplicētur quilibet numeri b,c,d. Dico q͠ ipsi b,c,d: pariter pares sunt tantum. Q͠z quidem vnusquisq; pariter par est: manifestum est/a binario enim est duplicatus. Dico q͠ & tantū. Exponatur vnitas. Quoniā igitur ab vnitate quilibet numeri continue proportionales sunt/qui autem post vnitatē a primus est: maximū ipsorū a,b,c, hoc est d nullus metitur præter ipsos a,b,c, per 13 noni. Est aūt vnusquisq; ipsorū a,b,c: pariter par. Igitur d pariter par est tantum. Similiter iam ostendemus q͠ & vnusquisq; ipsorum a,b,c: pariter par est tantum. quod oportuit ostendere.

vnitas a b c d

36 Eucli.ex Camp. Propositio 36.

Vmerus cuius medietas est īpar: est pariter īpar.

❡CAMPANVS. ❡Sit a numerus: cuius medietas quę sit b, sit impar. Dico a, esse pariter imparē. Sit enī c binarius: manifestum itaq;: quoniam ex c in b fit a. Sit autem d quilibet numerus par numerans a: qui numeret eum secundum e. eritq; per secundam partē 20 septimi/e ad b: sicut c ad d. Igitur e numerat b: quia c numerat d. Erit itaq; e numerus impar: erat enim & b. per diffinitionem igitur a est pariter impar.



33 Eucli.ex Zamb. Theorema 33. Propositio 33.

❡Si numerus dimidium impar habuerit: pariter impar est tantum.

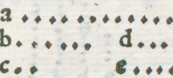
❡THEON ex Zāb. ❡Numer9 enī a: dimidiū habeat īpar. Dico q͠ a pariter īpar est tm̄. Q͠z qdē pariter īpar: est manifestum. eius nāq; dimidiū īpar existens: eum pariter metitur per diffinitionē. Dico q͠ & tm̄. Si enī a pariter par est: & eius dimidium par est per diffinitionē. metietur igitur eum par numerus: per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur per 39 numerus par: impar existens. quod est absurdum. Igitur d: pariter impar est tantum. quod oportuit ostendere.

a

37 Eucli.ex Camp. Propositio 37

Mnis numerus a duobus non duplus/cuius medietas est par: est pariter par & impariter.

❡CAMPANVS. ❡Sit numerus a, nō duplus a duob9: cuius medietas quæ sit b, ponatur par. dico ipsum esse pariter parē & impariter. Sit enī c binarius. de quo manifestū est q͠ ipse numerat a secundū b. quia vero a non est duplus a duobus : necesse est si eius medietas quæ est b in alias



a
b d
c e

duas medietates diuidatur/medietatiſq; medietas in alias duas/vttandem occurrat numerus impediẽs diuiſionẽ.qui propter hoc ꝙ diuiſionẽ nõ recipit:erit impar.ſitq; is in quo ſiſtit diuiſio:d.In nũero quippe neceſſe ẽ ſtare.qa ſi vſq; ad vnitatẽ ꝑueniret diuiſio: eſſet a de numeris duplis a binario/de quibus nõ eſt.de d vero manifeſtũ eſt ꝙ ipſe numerat a per hãc cõmunẽ ſciẽtiã. Omnis numerus numerãs aliũ numerat omnẽ numeratũ ab illo.Numeret ergo eum ſecundũ e.eritq; e:par.alioquin cũ d ſit maior ĩpar:ſequeret̃ per 30 a eſſe imparẽ.Quia igitur b numer9 par numerat a ſecundũ c qui quoq; eſt par (eſt enĩ binarius) at vero c numerus par numerat eundẽ ſecundum d qui eſt impar:conſtat ex diffinitione numerum a eſſe pariter parem & impariter.quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 34.

¶Si numerus neq; a binario fuerit duplus/neq; dimidium 34
impar habuerit:pariter par eſt & pariter impar.

¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus enĩ a non ſit a binario duplus: neq; dimidiũ habeat impar.Dico ꝙ a pariter par eſt & pariter impar.ꝙ quidẽ a pariter par eſt:manifeſtũ eſt.dimidiũ namq; non habet impar. Dico iam ꝙ & pariter impar eſt.Si enim ipſum a biſariam ſecuerimus/ idq; ſemper efficientes:in quẽdam numerum deſinemus imparem qui ipſum metietur a per parẽ numerũ.Si autem non deſinemus:ad binariũ inquã veniemus.eritq; ipſe a:a binario duplicatus.quod non ſupponitur.Quare a: pariter impar eſt.patuit autẽ ꝙ & pariter par.Igitur a: pariter par eſt & pariter impar.Quod oſtendere oportuit.

a

Eucli.ex Camp. Propoſitio 38

SI de ſecũdo atq; vltimo numerorũ cõtinue ꝓportio 38
naliũ/ęquale primi dematur:quãtũ eſt reliquũ ſecũdi ad primũ tãtũ eſſe reliquũ vltimi ad coaceruatũ ex cunctis pręcedẽtibus neceſſario comprobatur.

g l n m h
e f
c k d
a b

¶CAMPANVS.¶Sint cõtinue proportionales a b,c d,e f,g h.dematurq; de c d,æqualis a b: qui ſit c k.& de g h:qui ſit g l. Dico tunc ꝙ proportio k d ad a b:eſt ſicut l h ad cõpoſitũ ex e f,c d & a b. Sumatur ex g h,æqualis e f qui ſit g m:& æqualis c d,qui ſit g n.eritq; l n:æqualis k d. Manifeſtũ autẽ eſt per 12 ſeptimi/ꝙ cũ ſit g h ad g m ſicut g m ad g n:erit h m reſiduũ ad m n reſiduũ,ſicut g h ad g m,ideoq; ſicut e f ad c d.ſimili quoq; modo erit m n ad l n:ſicut c d ad a b.Permutatim igitur erit h m ad e f,& m n ad c d:ſicut n l ad a b.itaq; cõiuncti per 13 ſeptimi/erit l h cõpoſitus ex h m,m n & l n,ad cõpoſitũ ex e f,c d & a b:ſicut l n ad a b,ideoq; ſicut k d ad a b.quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 35. Propoſitio 35.

¶Si fuerint quilibet numeri continue proportionales/au- 35
ferantur autem a ſecundo & vltimo ęquales ipſi primo: erit ſicut ſecundi exceſſus ad primum/ſic vltimi exceſſus ad omnes ſeipſum præcedentes.
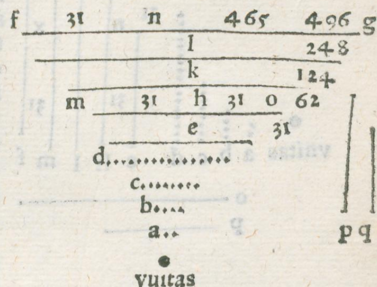
f
h
k
l
c
g
a b d e

¶THEON ex Zãb.¶Sint quilibet numeri cõtinue proportionales a, b c,d,e f:incipientes ab a minimo.auferaturq; ab ipſis b c & e f: ipſi a æqualis vterq; ipſorũ c g,f h.Dico ꝙ eſt ſicut b g ad a:ſic eſt h e ad a, b c,d.Ponatur enim ipſi quidẽ b c æqualis f k:ipſi autẽ d æqualis f l.Et qm̃ f k ipſi c b eſt æqualis/quorũ f h ipſi c g eſt æqualis : reliquus igit h k reliquo g b eſt æqualis.Et qm̃ eſt ſicut e f ad d ſic eſt d ad b c,& b c ad a,æquus autẽ eſt d ipſi f l, & b c ipſi f k,& a ipſi f h:eſt igitur ſicut e f ad f l,ſic l f ad f k & k f ad f h. diuidendo ergo ꝑ 17 ꝗnti/& ſicut e l ad l f:ſic l k ad f k & h k ad f h.Eſt igitur & ſicut vnus ãñdentiũ ad vnũ ãñcedẽtiũ:ſic oẽs ãñcedẽtes ad oẽs ſequẽtes.Eſt igitur ſicut k h ad f h:ſic e l,l h,k h ad ipſos l f,f k,f h.æqualis autẽ eſt k h : ipſi b g.& f h:ipſi a.

Ipsi autem f l, f k, f h: ipsis d, b c, a. est igitur sicut b g ad a: sic e h ad d, b c, a. Est igitur sicut secundi excessus ad primũ: sic est vltimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 39.

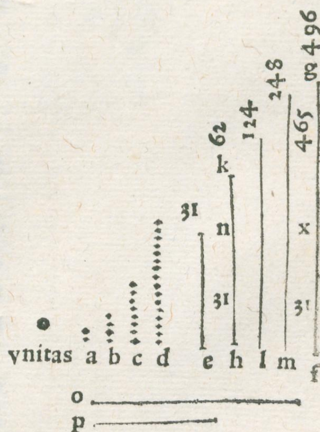
39 CVm coaptati fuerint numeri ab vnitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primũ: extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.



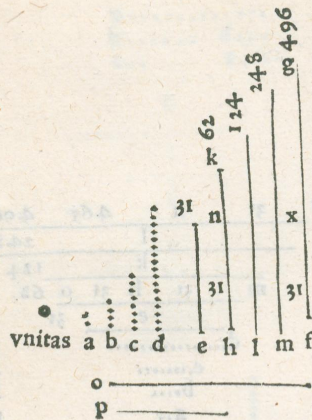
¶CAMPANVS. ¶Sint ab vnitate continue dupli: a, b, c, d. ex eis aũt & vnitate coaceruatus sit e: qui ponatur esse numerus primus. in quem e multiplicetur d: & proueniat f g. dico f g esse numerum perfectum. Sumantur igitur h, k, l, continue dupli ad e: vt tot sint e, h, k, l, quot sint cõtinue dupli ad vnitatem sumpti. eritq; per æquam proportionalitatem l ad e: sicut d ad a. quare per primam partem 20 septimi/ ex a in l prouenit f g. nam ipse f g: prouenit ex d in e. Et quia a est binarius: est f g duplus ad l. sunt igitur e, h, k, l, & f, g: continue proportionales. Dematur igitur ex h, ęqualis e qui sit m h: & residuus h o, qui erit etiam ęqualis e. itẽq; ex f g dematur eidẽ e æqualis qui sit f n. eritq; per præmissam n g: quãtum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & f n cum sit ęqualis e: est quantum aggregatum ex a & b & c & d & vnitate. itemq; totus f g est quantus aggregatus ex omnibus his scilicet a, b, c, d & vnitate & illis e, h, k, l. de quibus omnibus manifestum est: q; numerant eum scilicet f g. e quidem secundum h: & h secundum k. quod ex prima parte 20 septimi/ conuincitur: adiuuãte æqua proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enĩ vt d ad c: sic k ad h. et vt d ad b: sic k ad e, per ęquam proportionalitatẽ. quare & ex c in h, & ex b in k, necesse est prouenire f g: quẽ dudum pro duxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g: ipse erit per diffinitionẽ numerus perfectus. ¶Q2 autẽ nullus alius eũ numeret: patet. Si enĩ hoc possibile est: sit p qui numeret eum secũdum q. eritq; per 33 septimi: vt e numeret alterũ eorum. ponaturq; q; numeret p. Et quia per secundam partem 20 septimi/ est q ad d sicut e ad p: sequitur vt q numeret d. quare cum a qui sequitur vnitatẽ sit primus (est enim binarius) erit q per 13 huius aut a aut b aut c. quicunq; autem horum fuerit: erit p, aut l aut k aut h. si enim q fuerit a: constat q; p erit l. quod si fuerit b: p erit k. si autem c: p quoq; erit h. non est igitur p diuersus ab illis vt fuerat positum. relinquitur ergo q; f g sit numerus perfectus. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 36. Propositio 36.

36 ¶Si ab vnitate quilibet numeri continue expositi fuerint in duplici proportione/ ex quo totus compositus primus fuerit & totus in vltimum multiplicatus aliquem fecerit: qui gignitur perfectus erit.



¶THEON ex Zamberto. ¶Ab vnitate siquidẽ exponãtur quilibet numeri continue in duplici proportione/ ex quo totus compositus primus sit: a, b, c, d. & toti æquus esto e. & e ipsum d multiplicãs: ipsum efficiat f g. Dico q; f g perfectus est. Quot enim sunt multitudine ipsi a, b, c, d: totidem ab e accipiantnr in duplici proportione hoc est e, h k, l, m. Ex æquali igitur per 13 septimi/ est sicut a ad d: sic est e ad m. Igitur qui ex e, d: ei est æquus qui ex a, m. estq; qui ex e, d: ipse f g. Igitur qui ex a, m: ipsi f g est æqualis. Igitur a ipsum m multiplicans: ipsum efficit f g. igitur m: ipsum f g metitur per eas quæ in a sũt vnitates. Est autem binarius a. duplus ergo est f g ipsius m. Sunt autem & m, l, h k, e, continue duplices adinuicem. igitur e, h k, l, m, f g. continue sunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam a secundo k h, & vltimo f g: ipsi e primo æqualis vterq; ipsorum h n & f x. est igitur per præceden-



tem: sicut secundi numeri excessus ad primum: sic vltimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. est igitur sicut n k ad e: sic est x g ad ipsos m, l, k h, e. At est n k: ipsi e æquus. & qui est x g igitur: ipsis m, l, h k, e, est æquus. Est autem & x f: ipsi e æqualis. at e: ipsis a, b, c, d, & vnitati. Totus igitur f g: æquus est & ipsis e, h k, l, m, & ipsis a, b, c, d, & vnitati, et sub eorum dimensionem cadit. Dico ꝙ & f g, nullus alius metitur: preter ipsos a, b, c, d, e, g k, l, m, & vnitatē. Si enim possibile: metiatur ipsum f g ipse o, & o nulli ipsorum a, b, c, d, e, h k, l, m, esto idem. & quoties o ipsum f g metitur: tot vnitates sint in p. Igitur o ipsum p multiplicans: ipsum facit f g. Sed & e ipsum d multiplicans: ipsum efficit f g. est igitur per 19 septimi sicut e ad o sic p ad d. vicissim igitur per nonam eiusdē sicut e ad p: sic o ad d. Et quoniā ab vnitate continue proportionales sunt ipsi a, b, c, d, qui vero post vnitatē a primus est: igitur d nullus alius numerus metietur preter a, b, c, per 13 noni. Supponiturq; nulli ipsorum a, b, c, ipse o idem. igitur ipsum d ipse o nō metitur. Sed sicut o ad d sic e ad p. neq; e igitur ipsum p metitur. estq; e primus. omnis autē primus numerus ad omnem quem non metitur primus est per 31 septimi. igitur ipsi e, p: primi sunt adinuicē. primi autem: & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter per 21 septimi: antecedens antecedentem & sequens sequentem. Estq; sicut e ad p: sic o ad d. æque igitur e ipsum o metitur: & p ipsum d. Sed d nullus alius metietur preter a, b, c. igitur p vni ipsorum a, b, c, est idem. Sit p ipsi b idē. & quot sunt ipsi b, c, d, multitudine: totidem assumātur ab ipso e ipsi e, h k, l. sintq; ipsi e, h k, l: ipsis b, c, d, in eadem ratione. ex equali ergo per 25 est sicut b ad d: sic e, ad l. igitur q ex b, l: ei qui ex d, e, est æqualis. Sed qui ex d e: ei qui ex p o est æqualis. & qui ex p o igitur: ei qui ex b l est æqualis. Est igitur sicut p ad b: sic l ad o estq; p ipsi b idē. & l igitur ipsi o est idē. quod est impossibile. Nam o nulli expositorum supponitur idem. igitur ipsum f g aliquis numerus non metitur præter a, b, c, d, e, h k, l, m, & vnitatem. & ostensum est ꝙ f g: ipsis a, b, c, d, e, h k, l, m, & vnitati est æqualis. perfectus autem numerus est per diffinitionem qui suis partibus est æqualis. perfectus igitur est f g. quod ostendere oportuit.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Arithmeticorum elementorum
Noni libri
Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile pricipis, primū ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto: Geometrica elementa. Liber Decimus.

Ex Campano. Diffinitiones.



1 Vantitates quibus fuerit vna quantitas cōmunis eas numerans: dicentur communicantes.

2 ¶Quibus vero non fuerit vna communis quantitas eas numerans, dicentur incommensurabiles.

3 ¶Lineæ in potentia cōmunicantes dicuntur: quarum superficies quadratas vna communis superficies numerat

4 ¶Lineæ incommensurabiles in potentia dicuntur: quarum superficies quadratas non numerat vna communis superficies. Quæ cum ita sint: manifestum est quia omni lineę positæ, multæ aliæ sunt incommensurabiles, quędam in longitudine tantum: quædam in longitudine & potentia.

5 ¶Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita: vocetur rationalis.

6 ¶Lineæq; ei communicantes: dicuntur rationales.

7 ¶Eidem autem incommunicantes: dicuntur irrationales siue surdæ.

8 ¶Omnis vero quadrata superficies de qua per hypothesin ratiocinamur: dicitur rationalis.

9 ¶Superficies vero ei communicantes: dicuntur rationales.

10 ¶Eidem autem incommensurabiles superficies: dicuntur irrationales siue surdę.

11 ¶Latera vero quæ in illas quadratas possunt: dicuntur irrationalia.

Eucli. ex Zamb. Diffinitiones



1 Ommensurabiles magnitudines dicuntur: quas eadem mensura dimetietur.

2 ¶Incommensurabiles autem: quæ sub nullius communis mensuræ dimensionē cadūt.

3 ¶Rectæ lineæ potentia commensurabiles sunt: quando quę ab ipsis quadrata, eadem area dimetitur.

4 ¶Incommensurabiles autem, quando ea quæ ex ipsis quadrata, nulla area communi mensura dimetitur. His expositis indicatur, ꝙ proposita recta linea hoc est a qua & cubi-

tales/& palmi/& digitales/ac pedales sumunẽ mensuræ: ipsi sunt rectæ lineæ multitudine infinitæ cōmensurabiles & incommensurabiles. Cōmensurabiles quidem: aut potentia tā tum/aut potentia & longitudine simul. Incommensurabiles vero: aut lōgitudine tantū/aut longitudine & potētia simul.

¶Vocatur igitur ipsa q dē proposita recta linea: rationalis. 6

¶Et quæ huic commensurabiles & longitudine & potētia/ 7
& potentia tantum: rationales.

¶Quæ autem incommensurabiles per vtrunqꝫ/hoc est lon- 8
gitudine & potentia: irrationales appellantur.

¶Et quod quidem a proposita recta linea quadratum: ra- 9
tionale.

¶Et quæ huic commensurabilia: irrationalia. 10

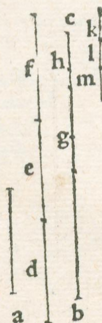
¶Et quod ab incommensurabili: irrationale. 11

¶Et quæ huic commensurabilia: irrationalia dicuntur. 12

¶Et ipsorū (si qudrata fuerint) latera/sinautē/aliæ quæpiā 13
rectæ lineæ ipsa potentes æqualiaqꝫ ipsis quadrata describē
tes: irrationales vocentur.

Eucli. ex Camp. Propositio 1 1

SI duabus quantitatibus inæqualibus propositis maius dimidio a maiori detrahatur/itemqꝫ de reliquo maius dimidio dematur/deinceps quoqꝫ eodem modo: necesse est vt tandem minore positarum minor quantitas relinquatur.



¶CAMP. ¶Sint duæ quantitates inæquales a & b c: b c maior. dico ꝙ necesse erit reliq quātitatē minorē esse a. Multiplicetẽ ei a toties quousqꝫ excedat b c: sitqꝫ eius multiplex d e f maius b c. Detrahatẽ itaqꝫ ab ipsa b c, maius dimidio: quod sit b g. itēqꝫ ex residuo quod est g e, maius dimidio: quod sit g h. hoc quoqꝫ toties fiat: quousqꝫ b c diuisa sit in tot partes quoties a continetur in d e f. Dico tunc ꝙ vltimum residuum vt est hic h c: est minus a. Multiplicetur nāqꝫ h c, quoties est multiplicata a in d e f: sitqꝫ eius multiplex k l m. Quia igitur vnaquęqꝫ quantitatū k, l, m, est æqualis h c: sequitur vt & k sit minor b g. sed & l: minor g h. at quia m est æqualis h c: erit per cōceptionem k l m minor b c. quare minor d e f. Cū sit ergo d e f ad a sicut k l m ad h c, sitqꝫ d e f maior k l m: sequitur per 14 quinti/ꝙ a sit maior h e. quod est propositū. ¶Idēqꝫ sequitur: si a maiori dimidium dematur itemqꝫ de reliquo dimidiū/fiatqꝫ toties quousqꝫ maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet suo multiplice maiorem positarum quantumlibet excedente.

¶CAMPANI Annotatio. ¶Attendere autem oportet: ꝙ huic ꝓpositioni videtur decima quinta tertij contradicere/proponens angulum contingentiæ minorem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento. Posito enī angulo quolibet rectilineo/si ab ipso maius dimidio dematur/itemqꝫ de residuo maius dimidio: necesse videtur hoc toties posse fieri quousqꝫ angulus rectilineus minor angulo contingentiæ relinquatur. cuius oppositum 15 tertij syllogizat. Sed hi non sunt vniuoce anguli. nō enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At vero nec angulum contingentiæ toties contingit sumi: vt qualencunqꝫ rectilineū excedat. quod necessariū est (vt ex præhabita demonstratione patet) ad hoc

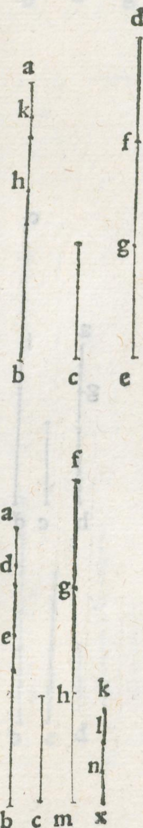
vt consequens ex antecedente sequatur. Planum ergo est etiam quemlibet angulum rectilineum: infinitis angulis contingentiæ esse maiorem.

1 Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

¶Duabus magnitudinibus inęqualibus expositis/si a maiori auferatur maius q̃ dimidium/& eius quod relictum est maius q̃ dimidium/idq; semper fiat: relinquetur quædã magnitudo minor minore magnitudine exposita.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binę magnitudines inęquales a b, c: quarum maior sit a b. Dico q; si ab ipsa a b auferatur maius q̃ dimidiũ/& reliqui maius q̃ dimidium/& hoc semper fiat: relinquetur quædã magnitudo minor minore magnitudine exposita c. Et quoniam minor est c: igitur c multiplicata/maior erit ipsa a b. multiplicetur: & esto d e ipsius quidem c multiplex/maior autem ipsa a b. Diuidaturq; d e in æquales ipsi c: hoc est d f, f g, g e. Auferaturq; ab ipsa a b maius q̃ dimidium: b h. & ab ipsa a h maius q̃ dimidiũ: hoc est h k. & hoc fiat semper: ex quo quę in a b sunt diuisiones/æquales sint multitudine eis quæ in ipso d e sunt diuisionibus. sintq; igitur a k, k h, & h b, diuisiones: æquales existẽtes multitudine ipsis d f, f g, & g e. Et quoniam maior est d e ipsa a b, auferturq; ab ipsa d e minor q̃ dimidiũ hoc est e g, ab ipsa autẽ a b maius q̃ dimidium b h: reliquum igitur g d reliquo h a, maius est. Et quoniam maius est g d ipsa h a, auferturq; ab ipsa g d dimidium hoc est g f, ex ipsa autem a h maius dimidio hoc est h k: reliquum igitur d f, reliquo a k maius est. Aequale autem est d f: ipsi c. & c igitur: ipso a k maius est. minus igitur est a k: ipso c. Reliquitur igitur ex a b magnitudine ipsa a k magnitudo: minor existẽs minore exposita magnitudine c. quod oportuit demõstrasse. Similiter quoq; ostẽdetur si dimidia sublata fuerit.

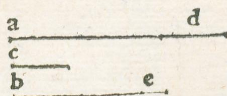
¶ALITER IDEM ostendere. ¶ Constent binæ magnitudines inæquales a b, c. Et quoniam minor est c: igitur c multiplicata/maior erit ipsa a b. multiplicetur: & esto f m ipsius c multiplex. Diuidaturq; f m in ipsi c æqualia: hoc est m h, h g, g f. Et ab ipsa a b, auferatur maius q̃ dimidium/b e: & ex ipsa e a, maius q̃ dimidium/hoc est e d. & hoc fiat: ex quo quæ in ipsa f m diuisiones/æquales fiant ipsis quæ sunt in a b diuisionibus. fiant autem sicut b e, e d & d a. Et ipsi d a: vnaquæq; ipsarum k l, l n, & n x, esto æqualis. & hoc fiat: ex quo diuisiones quæ sunt in k x, fiant æquales eis quæ sunt in m f. Et quoniam b e maior est q̃ dimidium ipsius a b: ipsa b e maior est ipsa e a. multo maior igitur est b e: ipsa d a. Sed ipsi d a: æqualis est k l. igitur b e: maior est ipsa k l. Rursus quoniã d e maior est q̃ dimidiũ ipsius e a: ipsa igitur d e maior est ipsa d a. sed ipsa d a: ęqualis est ipsi l n. igitur ipsa e d. maior: est ipsa l n. Tota igitur d b: maior est ipsa k n. Sed ipsa d a: æqualis est ipsi n x. Tota igitur b a maior est ipsa k x. Sed ipsa m f: maior est b a. multo maior igitur est m f: ipsa k x. Et quoniam m h, h g, & g f, sibi inuicem sunt æquales/& k l, l n, & n x sibi inuicẽ sunt æquales/& æqualis est multitudo ipsarũ quæ in m f multitudini ipsarũ q̃ in k x: est igiť sicut m h ad k l, sicut h g ad l n, & n x ad g f. igitur per 12 quinti sicut m h ad k l: sic m f ad k x. Maior autem est m f ipsa k x. maior igitur est & g f ipsa k l. At f g: æqualis est ipsi c. ipsa autem k l: ipsi a d. Igitur c maior est ipsa a d. Quod oportuit demonstrare.



2 Eucli. ex Camp. Propositio 2.

SI fuerint duæ quãtitates inæquales/ detrahaturq; a maiori ęquale minori donec minus eo supsit/ac deinde a minori ipsius reliq. æquale demať donec minus eo relinquatur/ denuo quoq; reliquo primo æquale reliqui secũdi donec minus eo supersit auferatur/& in huiusmo-

di continua detractione nullum reliquum quod ante relictū numeret inueniatur: eas duas quantitates incommensurabiles esse necesse est.



¶CAMPANVS. ¶Simile huic proposuit prima septimi in numeris. Sint duæ quātitates inæquales a & b, maior a: quibus (si fiat reciproca quoad potest detractio) non occurrat(etiam si infinities fiat)aliqua quantitas detractionem impediens/siue ante relictum numerans, dico eas incōmensurabiles esse. Si autem sint cōmensurabiles: sit cōmunis earū mēsura c. Detrahat̄ igitur b ex a quoties potest: sitq; residuū d. quod residuū detrahatur ex b quoties potest: & sit residuū e. Fiatq; toties ista detractio: quousq; ex alterutra duarū quātitatū a & b, remaneat minus c. hoc enī necesse est esse possibile per præcedentē. sitq; hic e minus c. Cum igitur c mensuret b detractam ab a, & etiam a: mensurabit per cōceptionem/d residuū. ideoq; cū mēsuret d detractū ab ipso b, & etiā ipsum b: mēsurabit e residuum. sed erat e minus c. maior ergo quantitas: mensurat minorem. quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

¶Si duabus magnitudinibus inæqualibus expositis / sublata semper minore a maiori/reliqua minime metiatur præcedentem: incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines. 2



¶THEON ex Zamberto. ¶Duabus inq̄ magnitudinibus inæqualibus existentibus a b, c d, & existente minore ipsa a b: sublata semper minore ipsa a b, a maiori c d, reliqua nequaquā metiatur præcedētē. Dico q̄ incōmensurabiles sunt ipsæ a b, c d, magnitudines. Si enim sunt cōmensurabiles: metietur per 1 diffinitionē decimi/eas aliqua magnitudo. metiatur si possibile est: & esto e. & a b ipsam d f metiens: relinquat seipsa minorē c f. At c f ipsam b g metiens: per 1 decimi/relinquat seipsa minorem a g. & hoc semper fiat: ex quo sumpta fuerit quædā magnitudo quę sit minor ipsa e. fiat. & per præcedentem sumatur a g minor ipsa e. Qm̄ e ipsam a b metitur/sed a b ipsam d f metitur: igitur e ipsam d f metietur. metitur autē & totā c d. igitur & reliquā c f metietur. Sed c f ipsū b g metitur. & e igitur ipsū b g metitur. metitur aūt & totū a b. & reliquū igitur a g metietur: maius min9. quod est impossibile. Ipsas igitur a b, c d: nulla metietur magnitudo. Incōmēsurabiles igitur sunt ipsę a b, c d, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponātur/ auferaturq; semper a maiori minor/& reliquum tamen præcedentem non metiatur: ipsæ magnitudines erūt incōmensurabiles. quod oportuit demōstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

PRopositis duabus quantitatibus inæqualibus cōmunicantibus: maximam quātitatem cōmuniter eas numerantem inuenire. 3

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc itaq; manifestum est/quæ duas metitur quantitates: maximam quoq; communiter ambas metientem metiri.

¶CAMPANVS. ¶Huius demonstrationem/si 2 septimi non ignoras: non potes ignorare. Si enī nūeri nomē in quantitatis nomē conuertas: idem prorsus hic & illic efficies. processus enim vtrobiq; idem erit.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 3.

¶Duabus magnitudinibus commensurabilibus datis: maximam earum communem inuenire mensuram.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datę binæ magnitudines commensurabiles a b & c d: quarum minor sit a b. oportet iam ipsarum a b & c d: maximam cōmunem inuenire mensuram. Igitur a b aut metitur ipsam



c d: aut non. Si enim metitur/metitur & seipsam: igitur a b ipsarum a b & c d cōmunis est dimēsio. Et manifestum est ꝙ & maxima. maior nāqꝫ ipsa a b magnitudine: ipsam a b non metietur. ¶Non metiatur autem a b: ipsam c d. Sublata igitur semper minore a maiori/id quod relinquitur metietur quandoqꝫ præcedentē: eo quia ipsæ a b, c d, sunt cōmensurabiles. & a b ipsam e d metiens/relinquat ipsa minorem e c: at e c ipsam f b metiens/relinquat ipsa minorem hoc est f a. at f a: ipsam c e metiatur. Quoniam igitur a f ipsam c e metitur/sed c e ipsam f b metitur: & a f igitur ipsam f b metietur. Metitur autem & seipsam. & totam igitur a b metietur ipsa a f. Sed a b ipsam d e metitur. igitur a f ipsam e d metietur. metitur autē & c e. & totam igitur c d metitur. Igitur a f ipsas a b & c d metietur. igitur a f: ipsarū a b & c d cōmunis est dimensio. ¶Aio quoqꝫ ꝙ & maxima. si enim non: erit aliqua magnitudo maior ipsa a f, quæ ipsas a b & c d metietur. Sitqꝫ inq̄ g. Quoniam igitur g ipsam a b metitur/sed a b ipsam e d metitur: & g igitur ipsam e d metietur. Metitur autem & totam c d. & reliquam igitur c e metietur ipsa g. Sed c e ipsam f b metitur. igitur & g ipsum f b metietur. metitur autem & totam a b. & reliquā igitur a f metietur/ maior minorem. quod est impossibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipsa a f: ipsas a b & c d magnitudines non metietur. Igitur a f: ipsarum a b & c d maxima cōmunis dimensio est. Duabus igitur magnitudinibus cōmensurabilibus datis a b & c d: maxima cōmunis dimensio inuenta est. quod fecisse oportuit.

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc inq̄ manifestū est/ꝙ si magnitudo binas magnitudines mensa fuerit: & maximam earum communem dimēsionem metietur.

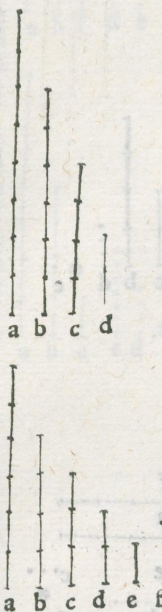
Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 PRopositis tribus quantitatibus communicantibus: maximam eas communiter numerātem inuenire.

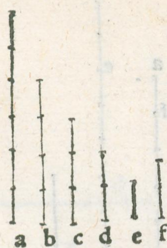
¶CAMPANVS. ¶Hæc ex tertia septimi/sic patet: sicut premissa ex secunda. Simulqꝫ correlariū ex hac deduces: vt illic ex secunda deductum est.

4 Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 4.

¶Tribus magnitudinibus commensurabilibus datis: maximam earum communem mensuram inuenire.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datæ tres magnitudines commensurabiles a, b, c. oportet iam ipsarum a, b, c: maximam cōmunem mensurā inuenire. Sumatur enim per 3 decimi/ipsarum duarū a, b, maxima communis mensura: sitqꝫ illa d. Igitur d ipsam c aut metitur: aut non metitur. metiatur primum. Quoniā igitur d ipsam c metitur/metitur & ipsas a b: igitur d ipsas a, b, c, metitur. Igitur d: ipsarum a, b, c, cōmunis dimensio est. Et manifestū ꝙ maxima. maior nāqꝫ ipsa d magnitudo: ipsas a, b, c, non metietur. ¶Non metiatur iam d ipsam c. Dico primū ꝙ cōmensurabiles sunt ipsæ c, d. Quoniam enim cōmensurabiles sunt ipsæ a, b, c: metietur eas aliqua magnitudo/quæ videlicet & ipsas a, b, metietur. quare & ipsarum a, b, maximā cōmunem mensuram d metietur per correlariū præcedentis. metitur autem & c. quare dicta aliqua magnitudo metietur ipsas c, d. Cōmensurabiles igitur sunt ipsæ c, d. Sumatur per 3 decimi/earum cōmunis maxima dimensio: sitqꝫ e. Quoniā igitur e ipsam d metitur/sed d ipsas a, b, metitur: & e igitur a, b, metitur. metitur autem & c. Igitur e: ipsarū a, b, c, cōmunis est mēsura. ¶Dico ꝙ & maxima. Si enī possibile: sit e minor magnitudo ipsa f. metiaturqꝫ f: ipsas a, b, c. Et quoniam f ipsas a, b, c, metitur/metitur & ipsas a, b: & ipsarum igitur a, b, per præcedēs correlarium maximam communē mensuram metietur. At ipsarum a, b, maxima communis mēsura est d. Igitur f ipsam d metitur. metitur autem & c. igitur f ipsas c, d, metitur. & ipsarum ergo c, d, maxi-

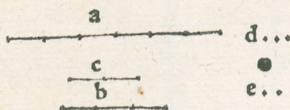


mam cõmunem mensuram: per pręcedens correlarium metietur f. maxima vero communis mensura ipsarum c, d: est e. igitur f ipsam e metitur: maior minorem. quod est impossibile. Ipsa igitur magnitudine e, maior aliqua magnitudo: ipsas a, b, c, non metitur. Igitur e ipsarũ a, b, c, maxima cõmunis est dimensio: si non metiatur d ipsam c. Si autem metiatur: ipsa est d. Tribus igitur magnitudinibus cõmensurabilibus datis: maxima cõmunis earum dimensio inuenta est. quod facere oportebat.

¶CORRELARIVN. ¶Ex hoc proinde manifestum est/ ꝙ si magnitudo tres magnitudines mensa fuerit: & maximam quoq; earum cõmunẽ dimẽsionem metietur. Smiliterq; & in pluribus & cõmunis maxima mẽsura/ & subinde correlarium: inuenietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.





Mnium duarum quantitatum communicantium 5
est proportio: tanq̃ numeri ad numerum.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ quantitates a & b: cõmunicãtes. Dico ꝙ earum proportio est sicut alicuius numeri ad aliũ numerum. Sit enim c maxima quãtitas communiter mensurans a & b, reperta vt docet secũda huius: quæ mẽsuret a secundũ numerum d, & b secundum numerũ c. eritq; a ad c vt d ad vnitatem: eo ꝙ sicut a est multiplex c, ita d est multiplex vnitatis. ac c ad b, vt vnitas ad e: quoniam sicut c est submultiplex b, ita vnitas est submultiplex e. igitur per æquã proportionalitatem a ad b: vt d ad e. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 5.

¶Commensurabiles magnitudines: adinuicem rationẽ habent quam numerus ad numerum. 5



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint commensurabiles magnitudines a, b. Dico ꝙ a ad b rationem habet: quam numerus ad numerum. Quoniam enim cõmẽsurabiles sunt a, b: metietur eas aliqua magnitudo. metiatur: & esto c. Et quoties c ipsam a metitur/ tot vnitates sint in d: quoties autẽ c ipsum b metitur/ tot vnitates sint in e. Quoniam igitur c ipsum a metitur per eas quæ in d sunt vnitates/ & vnitas metitur ipsum d per eas quæ in ipso sunt vnitates: æque igitur vnitas ipsum d metitur numerum/ & c magnitudo ipsam a. est igitur sicut c ad a: sic est vnitas ad d. cõtra/ igitur ꝑ correl. 4 q̄nti sicut a ad c: sic d ad vnitatem. Rursus quoniã c ipsam b metitur per eas quæ in e sunt vnitates/ metitur autem & vnitas ipsum e per eas quæ in eo sunt vnitates: æque igitur vnitas ipsum e metitur/ & c ipsum b. Est igitur per idẽ sicut c ad b: sic est vnitas ad e. Patuit autem ꝙ & sicut a ad c: sic d ad vnitatẽ. ex æquali igitur per 22 quinti/ est sicut a ad b: sic est d numerus ad e numerum. Commensurabiles igitur magnitudines a, b, adinuicem rationem habẽt: quam numerus d ad numerum e. quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.



I fuerint duæ quantitates quarum sit proportio vnius ad alteram tanq̃ numeri ad numerum: eas duas communicantes esse necesse est. 6



¶CAMPANVS. ¶Hæc est conuersa prioris. Vt si sit a ad b sicut numerus c ad numerũ d: erunt duæ quãtitates a & b cõmunicantes. Sit enim e toties mensurans b: quoties est vnitas in d. & toties mensurans f: quoties vnitas in c. Cum sit igitur f ad e vt c ad vnitatem/ ac e ad b vt vnitas ad d: erit per æquam proportionalitatem f ad b vt c ad d. quare etiam vt a ad b. Igitur per primam partem 9 quinti/ f est æqualis a. Cũ itaq; e mensuret f: per conceptionem mensurabit a. igitur a & b communicãtes. mensurabat enim & b. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 6.

¶Si binæ magnitudines adinuicem rationẽ habuerint quã 6

numerus ad numerum: commensurabiles erunt ipsę magnitudines.

¶THEON ex Zamberto. ¶Binę inquã magnitudines a,b, adinuicem rationem habeant: quam numerus d ad numerum e. Dico q̃ cõmensurabiles sunt ipsæ a,b, magnitudines. Quot enim sunt in ipsa d vnitates: in tot æquales diuidatur per 9 sexti ipsa a, & vni earũ æqualis esto c. Quot autem vnitates sunt in e: ex totidem magnitudinibus ipsi c æqualibus componatur f. Quoniã igitur quot sunt vnitates in ipsa d, tot magnitudines sunt & in ipsa a æquales ipsi c: qualis igitur pars est g vnitas ipsius d, talis pars est & c ipsi9 a. est igitur sicut c ad a: sic g vnitas ad ipsum d. Metitur autem g vnitas ipsum d numerũ. metitur igitur & c ipsum a. Et quoniam est sicut c ad a sic est g vnitas ad numerum d: & contra per correlariũ 4 quinti/ sicut est a ad c, sic est d numerus ad g vnitatẽ. Rursus quoniam quot vnitates sunt in e, tot sunt & in ipsa f æquales magnitudines ipsi c: est igitur sicut c ad f, sic g vnitas ad e numerũ. Patuit autem & sicut a ad c: sic est d ad vnitatem g. Ex æquali igitur per 22 quinti est sicut a ad f: sic est d ad e. Sed sicut d ad e sic est a ad b. Igitur per 11 quinti/ & sicut a ad b: sic est & a ad f. Igitur a: ad vtrãq; ipsarũ b, f, eandẽ habet rationem. æqualis per 9 quinti/ igitur est b ipsi f. metitur autem & c ipsum f. metitur igitur & b. sed & etiam a. Igitur c ipsas a,b, metitur. Cõmensurabilis igitur est a ipsi b. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum: commensurabiles erũt ipsæ magnitudines. quod erat ostendendum.



¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc proinde manifestum est/ si fuerint bini numeri d, e, & recta linea sicut a: q̃ datur & factu est possibile sicut numerus ad numerum sic recta linea ad rectam lineam. Si autem vt ipsarum a, f, media proportionalis sumpta fuerit/ sicut b: erit sicut a ad f, sic quod ex ipsa a: ad id quod ex ipsa b. hoc est sicut prima a ad tertiam f: sic quod a prima ad id quod ex secunda simile similiterq; descriptũ/ per correlariũ 19 sexti. Sed sicut a ad f: sic est d numerus ad e numerum. fit igitur sicut d numerus ad e numerum: sic quod ex a recta linea ad id quod ex b recta linea.

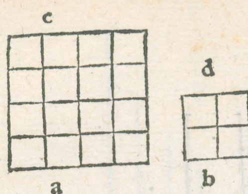


¶ALITER idem ostendere. ¶Binæ inquã magnitudines a,b, adinuicem rationem habeant: quam numerus c ad numerum d, dico q̃ ipsę magnitudines sunt commensurabiles. Quot enim sunt in ipso c vnitates/ in tot æqualia diuidatur a: & vni earum æqualis esto e. Est igitur sicut vnitas ad c numerum: sic est e ad a. est autẽ & sicut c ad d: sic a ad b. ex ęquali igitur per 22 quinti/ est sicut vnitas ad ipsum d numerum: sic est e ad b. metitur autem vnitas ipsum d. metitur igitur & e ipsum b. metitur aũt & a: quoniam vnitas ipsum c. Igitur e vtramq; ipsarum a,b, metitur. Ipsæ igitur a,b, commensurabiles sunt: & e ipsarum communis est dimensio.



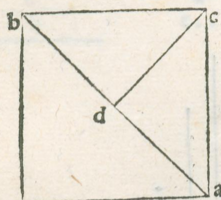
Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 Omnium duarum superficierum quadratarũ quarum latera in longitudine communicant/ est proportio vnius ad alteram: tanq̃ numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Si vero fuerit proportio superficiei quadratę ad superficiẽ quadratã tãq̃ proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera earum in longitudine communicantia. Q̃ si fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiem quadratam/ non velut numeri quadrati ad numerum quadratum: latera earum erunt in longitudine incommensurabilia.



e. . . . f. .
g. . . . . h. . . .

CAMPANVS. Sint a & b, duæ lineæ quadratæ: quarum quadrata sint c & d. Dico q; si a & b communicant in longitudine: erit proportio c ad d, sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. & ecõuerso. Si autem proportio c ad d non sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ: a & b erunt incommensurabiles in longitudine. & econuerso. Veruntamẽ istud argumentum quartũ non proponit. Primũ patet sic. Si a & b communicant in longitudine: ipsæ per 5 erũt in proportione duorum numerorum qui sint e & f, quorum quadrati sint g & h. Quia ergo est c ad d sicut a ad b proportio duplicata per 18 sexti: sequitur vt sit etiam c ad d sicut e ad f duplicata. sed etiam est per 11 octaui/ g ad h vt e ad f. duplicata. ergo c ad d: sicut g ad h. quod est primum. Secundũ sic. Sit c ad d: sicut g numerus quadratus ad h numerum quadratum. dico q; a & b erunt in longitudine communicantes. Cum enim sit c ad d vt a ad b duplicata per 18 sexti/ & g ad h per 11 octaui vt e ad f duplicata/ quare & simpla a ad b sicut simpla e ad f: per 6 igitur sunt a & b communicãtes. quod est secundum. Tertium vero patet ex primo: a destructione consequentis. Similiter quartum patet ex secundo: a destructione consequentis.



CAMPANI annotatio. Ex tertia parte huius: nota diametrum esse incommensurabilem costæ. Cum enim sit quadratum diametri duplum quadrato costę/ dupla vero proportio non sit sicut numerorum quadratorum: sequitur diametrum esse incommensurabilem costę in longitudine. Alioqui cũ quaternarius sit numerus quadratus: essent omnes pariter pares/ quadrati/ et etiã alij infiniti qui non sunt quadrati. Ducit autem Aristoteles ad istud inconueniens/ si diameter ponatur commensurabilis costæ: q; impar numerus erit æqualis pari. quod sic patet. Sit enim diameter a b commensurabilis lateri a c. eritq; per 5 a b ad a c: sicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo hi numeri e & f: qui sint minimi in sua proportione. eritq; ob hoc: alter eorum impar. Si enim vterq; par: non erunt minimi. quadrati quoq; eorum sint g & h. si ergo e est impar: erit quoq; ex 30 noni g impar. sit itaq; k duplus ad h. eritq; k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c vt e ad f: erit per 8 sexti/ & 11 octaui quadratum a b ad quadratum a c vt g ad h. est itaq; g duplus ad h. sic enim est quadratum a b ad quadratum a c per penultimam primi. Et quia etiam k est duplus ad h: sequitur per 9 quinti vt g numerus impar sit æqualis k numero pari. Quod si e sit par/ & f impar: erit proportio f ad dimidiũ e quod sit l, sicut a c ad dimidium a b, quod sit a d. & ideo erit proportio quadrati a c ad quadratum a d: sicut proportio numeri h qui est impar per 30 noni ad quadratum numeri l qui sit m. cui k ponatur esse duplus: eritq; k per diffinitionem/ par. At quia quadratum a c est duplum ad quadratum a d per penultimam primi: erit h duplus ad m. cumq; k sit etiam duplus ad m: erit per 9 quinti/ numerus impar b æqualis k numero pari. quod est propositum.

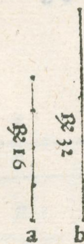
e. . . . f. . . . .
g. . . . . h. . . . .
k. . . . .

e. .l. . f. . . . .
m. . . . k. . . . . . . h. . . . .

Sequentia duo ex Zamberto Theoremata/ in Cãpano nihil respondens habent.

Eucli. ex Zamb. Theo. 5. Propo. 7. Conuersa quintę. 7

Incommensurabiles magnitudines adinuicem rationem non habent: quam numerus ad numerum.



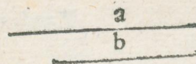
THEON ex Zamberto. Sint incommensurabiles magnitudines: a, b. Dico q; a ad b, rationem non habet: quam numerus ad numerum. Si enim habet a ad b eam rationem q̃ numerus ad numerum: commensurabilis erit a ipsi b per 6 decimi. Non est autem. igitur a ad b rationem non habet: quam numerus ad numerum. Incommensurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem: quam numerus ad numerum. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Zamb. Theo. 6. Propo. 8. Conuersa sextæ. 5

Si binæ magnitudines adinuicem rationem non habue-

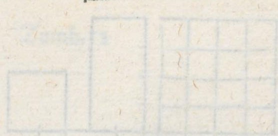
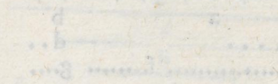
rint quã numerus ad numerum incõmensurabiles erunt ipsę magnitudines.

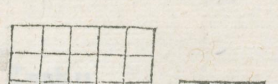
¶THEON ex Zamb. ¶Binæ inq̃ magnitudines a,b, adinuicẽ nõ eam habeat rationem: quam numerus ad numerum. Dico q ipsæ a,b: magnitudines sunt incommensurabiles. Si enim cõmensurabilis est a ipsi b: rationem habebit quam numerus ad numerũ per 5 decimi. non habet autẽ. Incõmensurabiles igitur sunt ipsæ a, b, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines: & quæ sequuntur reliqua. quod erat ostendendum.



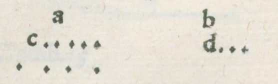
9 Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 9.

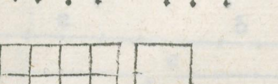
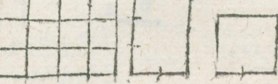
¶A longitudine cõmensurabilibus rectis lineis quadrata: adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Et quadrata adinuicem rationem habẽtia quam quadratus numerus ad quadratum numerũ: latera quoq; habebunt longitudine commensurabilia. A longitudine vero incommẽsurabilibus rectis lineis quadrata: adinuicem rationem nõ habẽt quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Et quadrata adinuicẽ rationẽ nõ habẽtia quã quadratus numerus ad quadratum numerũ: neq; latera habebunt longitudine commensurabilia.

1 ¶THEON ex Zamb. ¶Sint enim a,b: longitudine cõmensurabiles. Dico q quadratũ quod ex a ad id quod ex b quadratũ rationem habet: quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quoniã enim cõmensurabilis est a ipsi b longitudine: igitur a ad b rationẽ habet quã numerus ad numerũ per 5 decimi. habeat in quã quã c ad d. Quoniã igitur est sicut a ad b sic est c nũerus ad d numerũ/sed ipsius quidẽ a ad b rationis dupla est ipsius a quadrati ad ipsus b quadratũ ratio (similes nãq; figuræ p 19 sexti & per correlariũ primũ 20 sexti: in dupla sunt ratione similis rationis laterũ) ipsius autẽ c numeri ad d numerũ rationis dupla est ratio ipsius c quadrati ad ipsius d quadratũ (Binorũ & enim quadratorũ numerorũ per 11 octaui vnus medius proportionalis est numerus/& quadratus ad quadratũ duplam rationẽ habet quã latus ad latus): est igitur sicut quadratũ quod ex a ad quadratũ quod ex b, sic qui ex c numero quadratus numerus ad eum qui ex d numero quadratum numerum.

¶ALITER idem demonstrare. Quoniam enim cõmensurabilis est a ipsi b: rationem habet per 5 decimi quam numerus ad numerum. habeat autem quã c ad d. et c seipsum multiplicans/efficiat e: ipsum autem d multiplicans/efficiat ipsum f. at d seipsum multiplicans: efficiat ipsum g. Quoniam igitur c seipsum multiplicãs ipsum efficit e, at multiplicans ipsũ d fecit ipsum f: est igitur per 17 septimi sicut c ad d hoc est sicut a ad b, sic est e ad f. Sed sicut a ad b: sic id quod fit ex a ad id quod fit sub a,b, per 1 sexti. Est igitur sicut quod ex a ad id quod fit sub a,b: sic e ad f. Rursus quoniã c ipsum d multiplicãs ipsum efficit f, d autẽ seipsum multiplicãs ipsum efficit g: est igitur per 17 septimi sicut c ad d hoc est a ad b, sic est f ad g. Sed sicut a ad b: sic est quod fit sub a, b, ad id quod fit ex b. est igitur sicut quod fit sub a,b, ad id quod fit ex b: sic est f ad g. Sed sicut quod fit ex a ad id quod fit sub a,b: sic e ad f. ex æquali igitur per 22 quinti sicut quod ex a ad id quod ex b. sic est e ad g. est autẽ vterq; ipsorum e, g: quadratus. e quidẽ ab ipso c: at g, est ab ipso d. Quod igitur ex a ad id quod ex b: eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. quod oportebat demonstrare.

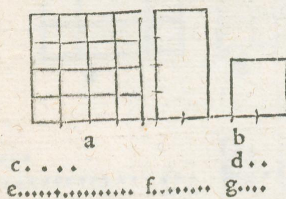






2 ¶Sed iã esto sicut quadratus qui ex a ad eũ qui ex b: sic qui ex c quadratus ad eum qui ex d quadratum. Dico q a ipsi b commensurabilis est longitudine. Quoniam enim est sicut quadratus qui ex a ad eũ quadratum qui ex b sic qui ex c quadratus ad eum qui ex d quadratum / sed ipsius quidem quadrati qui ex a ad eum qui ex b dupla ratio est q̃ ea q̃ est ipsius a ad b, quadrati autẽ qui ex c numero ad eum qui ex d numero quadratum per vndecimam octaui ratio

dupla est ea ratione quę est ipsius c numerri ad ipsum d numerum : est igitur
sicut a ab b, sic est c numerus ad d numerum. Igitur a ad b eam habet rationẽ
quam c numerus ad d numerum. Commensurabilis est igitur per sextam deci-
mi/a: ipsi b longitudine.



a ℞.18. b ℞ 9

¶ALITER idem demonstrare. ¶Sed habeat iã quod ex a ad id quod ex b:
eam rationem quam quadratus numerus e ad quadratum numerum g. Dico
quod commensurabilis est a ipsi b. Sit inquam ipsius e, latus c: ipsius autem
g, sit d. & c ipsum d multiplicans: ipsum efficiat f. Ipsi igitur e, f, g, continuę
sunt proportionales: in ea quę est ipsius c ad d ratione/ per decimamseptimã
& decimamoctauam septimi. Et quoniam eorũ quę ex a, & b, hoc est ipsorũ e,
g, medium proportionale est idquod sub a, b, per decimãseptimam sexti hoc
est ipsum f: est igitur sicut quod ex a ad id quod sub a, b, sic e ad f, sicut autem
quod sub a, b, ad id quod ex b: sic f ad g. Sed sicut quod ex a ad id quod sub a,
b: sic est a ad b. Igitur a & b: commensurabiles sunt. rationem etenim habent:
quam numerus e ad numerum f. hoc est c ad d. Quod oportebat demonstrare.
¶Sed iam incommensurabilis esto a ipsi b longitudine. Dico ꝙ quadratum
quod ex a ad quadratum quod ex b eam nõ habet rationem: quam quadratus
numerus ad quadratum numerum. Si enim quadratus qui ex a ad eũ quadra-
tum qui ex b, eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerũ qua
dratum: commensurabilis erit a ipsi b. non est autem. Igitur quadratus qui ex
a ad eum quadratum qui ex b, per præcedentem/ eam nõ habet rationem: quã
quadratus numerus ad quadratum numerum.
¶Rursus quadratum quod ex a ad id quadratum quod ex b rationem non ha
beat: quam numerus quadratus ad numerum quadratum. Dico ꝙ incommen-
surabilis est a: ipsi b longitudine. Si autẽ fuerit commensurabilis a ipsi b: qua
dratum quod ex a ad quadratum quod ex b eam habebit rationem quam nu-
merus quadratus ad numerum quadratum: non habet autem. Igitur commẽsu-
rabilis non est a ipsi b longitudine. Incommensurabilis igitur est a : ipsi b lon-
gitudine. A longitudine commensurabilibus igitur quadrata: & quæ sequũtur
reliqua. quod demonstrasse oportuit.

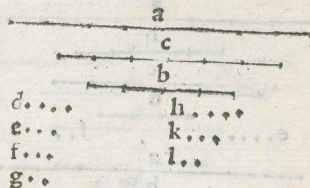
¶CORRELARIVM. ¶Et manifestũ est ex his/ ꝙ longitudi
ne commensurabiles rectę lineę: omnino sunt potentia. quæ au-
tem potentia : non omnino longitudine. longitudine vero incom
mensurabiles: non omnino potentia. quæ autem potentia: omni-
no & longitudine. ¶Quoniam enim ex longitudine commen-
surabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus
ad quadratum numerũ/ at quę rationem habent quam numerus ad numerum
commensurabilia sunt per 6 decimi: longitudine igitur commensurabiles re-
ctæ lineæ/ non solum longitudine sunt commensurabiles sed & potẽtia. Rur
sus quoniã quæcunq; quadrata rationem habent quã numerus ad numerum cõ
mensurabilia sunt per 6 decimi/ at quatenus rationem habẽt quã quadratus
numerus ad numerũ quadratum eorum latera lõgitudine cõmẽsurabilia sunt:
quæcunq; igitur quadrata rationem habentia non quidem quã quadratus nu
merus ad quadratũ numerũ sed simpliciter quã aliquis numerus ad numerũ/
commensurabilia potentia quidẽ habent latera non autem & lõgitudine. Quã
re longitudine quidẽ cõmensurabiles rectę lineæ: omnino & potentia. q̃ autẽ
potentia: non omnino lõgitudine/ nisi rationem habuerint eorũ quadrata quã
quadratus numerus ad quadratũ numerũ. ¶Dico iam ꝙ & quę longitudine
incõmnsurabiles: non omnino & potentia. Quandoquidem quadrata com-
mẽsurabilia: possunt rationẽ habere nõ quidẽ quã quadratus ad quadratũ/ sed
simpliciter quã aliqs nũerus ad numerũ. & ob id potẽtia cõmẽsurabilia latera
habebũt: & lõgitudine incõmensurabilia. Quare quę lõgitudine incõmẽsurabi
biles rectæ lineæ: nõ omnino & potẽtia. Sed lõgitudĩe existẽtes incõmẽsurabilia,
les possũt & potẽtia esse incõmẽsurabiles: si eorũ quadrata sũt icõmẽsurabi

Quæ autem potentia incommenſurabiles: omnino & lõgitudine incõmenſurabiles. Si enim longitudine cõmenſurabiles fuerint: erũt quoq; & potentia cõmẽſurabiles. Supponũtur autẽ & incõmenſurabiles: quod eſt abſurdũ. Quę igitur potentia incommenſurabiles: omnino & longitudine.

8 Eucli. ex Camp. Propoſitio. 8.

Zamb. 12

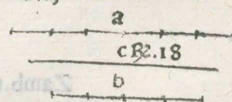
SI fuerint duæ quantitates vni quantitati communicantes: ipſas quoq; inuicem commenſurabiles eſſe neceſſe eſt.



¶CAMPANVS. ¶Sit vtraq; duarum quantitatum a & b: communicãs quantitati c. dico a & b eſſe cõmenſurabiles. Eſt enim per 5 / a ad c: ſicut numerus ad numerum. ſimiliter quoq; per eandem / c ad b: ſicut numerus ad numerum. Sit itaq; numerus d ad numerum e, ſicut a ad c: numeruſq; f ad numerum g, ſicut c ad b. At proportiones quæ ſunt d ad e & f ad g: continentur in tribus terminis qui ſunt h, k, l, vt docet 4 octaui. eritq; per ęquam proportionalitatẽ / a ad b: ſicut h numerus ad l numerum. per 6 igitur ſunt a & b: communicantes. quod eſt propoſitum.

¶CAMPANI additio. ¶Ex hac quoq; ſequitur / ꝙ ſi fuerint duæ quantitates ſibi inuicem communicãtes: cuicũq; vna earum communicat / & reliqua. & cuicũq; vna non communicat: nec reliqua. Sint enim duæ quantitates a & b cõmunicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ ſit c, cũ qua communicet a. dico ꝙ b communicabit cum eadem. quod ex hac octaua patet: cum vtrumq; earum communicet cum a, ex hypotheſi. ¶Qz ſi iterum a & b ſint communicantes vt prius: ponatur c quælibet quantitas cum qua nõ communicet a. dico ꝙ b non communicabit cũ eadem. Si enim c communicaret cũ b: quum a quoq; per hypotheſin cõmmunicet cũ eodem b, eſſent per hanc octauam a & c communicantes. ſed poſitum erat / ꝙ non eſſent. Quare conſtat quod diximus.

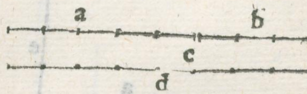
Zamb. 13



9 Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

Zamb. 15

SI fuerint duæ quantitates communicantes: totum quoq; ex eis confectum vtriq; earum erit communicans. Si vero fuerit totum vtriq; commenſurabile: erunt ambę cõmenſurabiles.



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ quãtitates a & b cõmenſurabiles. dico totum ex eis compoſitum quod ſit c: vtriq; earum eſſe commenſurabile. & ecõuerſo. Adhuc quoq; ſi totum ex eis compoſitum vni earum communicet: dico ꝙ cõmunicabit alteri / & ipſæ ſimiliter inter ſe etiã cõmunicabunt. Idem quoq; in contrario. ſi enim a & b ſint incommunicantes: dico ꝙ c vtriq; earum erit incommunicans. & econuerſo / ſi c alteri earum ſit incommunicans: erit qnoq; incõmunicans & alteri / & ipſæ etiam inter ſe. Sint itaq; primum a & b communicantes: ſitq; earum communis menſura d. quę cum vtramq; earũ numeret: per conceptionem ſimilem antepenultimæ ſeptimi / numerabit & c. quare per diffinitionem c communicabit vtriq; earum ſcilicet a & b. Econuerſo quoq; ſi c cõmunicet vtriq; earum: ſit omnium communis menſura d. conſtat itaq; per diffinitionem / a & b communicantes eſſe. Sed communicet c cum altera earũ quæ ſit a. dico ꝙ communicabit cum b: & a etiam & b cõmunicabũt adinuicem. ſit enim d communiter menſurans c & a. Quia igitur d menſurat totum & detractum: per cõceptionem ipſa menſurabit reſiduum videlicet b. per diffinitionem ergo / & c communicat cũ b: & a communicat quoq; cũ b.

Zamb. 16.

¶CAMPANI additio. ¶Si autem a & b ſint incommunicantes: erit c incommunicans vtriq; earũ. Si enim cũ vtraq; ſeu etiam cum altera earũ communicaret: & ipſæ cõmunicarent adinuicem. quod eſt cõtra hypotheſin. Similiter quoq; econuerſo ſic eſt incommunicans vtriq; earum ſeu etiam alteri earũ: erit quoq; incommunicans reliquæ / & ipſæ inter ſe. quod palam eſt ex prædemonſtratis: a deſtructione conſequentis.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

Zamb. 11.


Mnium quatuor quãtitatũ proportionalium si fuerit 10
prima cõmunicãs secundę: tertia quoq3 erit communi-
cans quartæ. Si vero prima incõmẽsurabilis fuerit secũ
dæ: tertia quoq3 incõmensurabilis erit quartæ.

CAMPANVS. Sint quatuor quãtitates proportionales: a, b, c, d. dico ꝙ
si a cõmunicat cũ b: c quoq3 cõmunicabit cũ d. ꝙ si a est incommẽsurabilis b:
c quoq3 erit incõmẽsurabilis d. Et si a cõmunicat cũ b in potentia tãtũ: c quo-
q3 cõmunicabit cũ d in potentia tantũ. verũtamen illud non proponit author
quia facile patet ex demõstratione priorũ. Si enim a cõmunicat cũ b: erit per
5 a ad b sicut numerus ad numerũ. sit ergo sicut e ad f. At quia est per hypothe
sin a ad b sicut c ad d: erit c ad d, sicut numerus e ad numerũ f. per 6 igit est c
cõmunicãs cũ d. quod est primũ. Secũdũ patet ex primo: a destructiõe con
sequẽtis. Si enim a est incõmensurabilis b: oportet c esse incõmensurabilẽ d. nã
si esset ei commẽsurabilis: cũ sit vt c ad d sic a ad b per hypothesin / esset per
primã partẽ a cõmunicãs cũ b. sed nõ erat. Quare constat totũ quod ꝓponit au
thor. Quod autẽ adiũximus / videlicet ꝙ si a cõmunicat cũ b in potẽtia tantũ /
c communicat cũ d in potẽtia tãtũ: sic patet. Cũ enim a nõ cõmunicet cũ b in
longitudine: nec c quoq3 ex parte secũda huius / cõmunicabit cũ d in longitu-
dine. At vero cũ quadratũ a communicet cũ quadrato b ex hypothesi: erit p 5 /
quadratũ lineæ a ad quadratũ lineæ b, sicut numerus ad numerũ qui sint e & f.
Et quia quadratũ c ad quadratũ d sicut quadratũ a ad quadratũ b: erit etiã qua
dratũ c ad quadratũ d, sicut nũerus e ad numerũ f. per 6 igit / c & d: communi
cant in potẽtia. & quia nõ cõmunicãt in longitudine: constat propositum.

a
b
c
d
e. . . . f. .
a
b. ℞ 32
c
d ℞ 18

Eucli. ex Camp. Propositio. 11. 11

Zamb. 14.


Roposita qualibet recta linea: duas ei incõmẽsurabiles
alteram in longitudine tantũ / alteram in longitudine &
potentia rectas lineas inuenire.

CAMPANVS. Sit linea a proposita. volo duas lineas reperire: quarũ vna
cõmunicet cũ a in potẽtia tãtũ / altera vero sit incõmẽsurabilis ei in lõgitudine
& i potẽtia. Sumo itaq3 duos nũeros nequaq̃ se habẽtes in ꝓportiõe aliquorũ
nũerorũ quadratorũ: sintq3 hi b & c. quos facile est sumere: cũ quilibet quadra
t9 nũer9 ad quẽlibet nõ quadratũ eã habeat proportionẽ quã nequaq̃ habẽt ali
qui nũeri quadrati / cõfirmãte hęc 22 octaui. Duob9 talibus nũeris sũptis / inue
nio lineã d: ad cuius quadratũ se habeat quadratũ lineæ a, sicut numerus b ad
numerũ c. Hãc autẽ lineã ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales
quot sũt vnitates in nũero b: quod facile facio adiuuãte 11 vel 12 sexti. dehinc
sup extremitatẽ lineę a, erigo lineã e ꝑpẽdiculariter: i qua toties cõtineat vna
ex partib9 a, quoties vnitas est in c. Quia igit ex prima sexti ꝓportio quadra-
ti lineæ a ad supficiem q̃ fit ex a i e est sicut a ad e, & ideo sicut nũeri b ad nũe
rũ c: ponat d medio loco ꝓportionalis iter a & e sicut docet 9 sexti. Quia tũc
ꝑ primã partẽ 6 eiusdẽ quadratũ d erit ęquale supficiei ꝓductæ ex a in e: erit
proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineę d sicut nũeri b ad nũerũ c. quã-
re a & d: sũt commẽsurabiles in potẽtia / ex diffinitione. & per vltimã partẽ: ip
se sũt icommẽsurabiles in lõgitudine. repta est itaq3 d prima linea: quã proposi
tũ erat inquirere. Alterã sic reperio. Interpono vt docet 9 sexti: lineã f medio lo
co proportionalẽ iter a & d, eritq3 ꝑ correlariũ 17 sexti quadratũ a ad quadra
tũ f: sicut a ad d. itaq3 ꝑ secũdã partẽ 10: quadratũ a est icommẽsurabile quadra
to f. igit linea f est incommẽsurabilis lineæ a in potẽtia. quare & in longitudi
ne. est itaq3 f secũda linea quam propositũ erat reperire. Et sic patet propositũ.

e
a
b . . . . f ℞ cub. 48
c . . . d ℞ q. 12

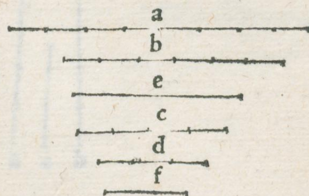
Eucli. ex Camp. Propositio 12.

Zamb. 17


Mnium quatuor linearum proportionalium si pri-
ma tanto amplius possit secunda quantum est quadra-
tum alicuius lineæ comunicantis sibi in longitudine:
necesse est tertiã quoq3 tãto amplius posse quarta / quan-

tum est qudratum alicuius lineę comunicantis sibi in longitudine. Quod si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius lineę incommensurabilis sibi in lõgitudine: erit quoque tertia potentior quarta quadrato alicuius lineę sibi incommensurabilis in longitudine.

¶CAMPANUS. ¶Sit quatuor lineę proportiõales a, b, c, d: sitque a maior b, & c maior d. sit quoque a potentior b, quadrato lineæ e: & c potentior d, quadrato lineæ f. dico quod si a cõmunicet e in longitudine: c quoque cõmunicabit f in lõgitudine. quod si a nõ cõmunicat e in lõgitudine: nec c cõmunicabit f in lõgitudine. Quod & si a cõmunicat e in potẽtia tãtũ: c quoque cõmunicabit f in potẽtia tãtũ. Verũtamẽ istud vltimũ nõ proponit author: quia facile patet ex priorũ demõstratiõe. Cũ sit enim proportio a ad b sicut c ad d: erit quadrati a ad quadratum b, sicut quadrati c ad quadratũ d. Et quia quadratum a est quale quadratis duarum linearum b & e, similiter quadratum c quadratis duarum linearum d & f: erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, sicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo disiunctim erit quadratum b ad quadratum e: sicut quadratum d ad quadratum f. ergo b ad e sicut d ad f. item per ęquã proportionalitatem erit a ad e: sicut c ad f. ergo per primam partem decimę cõstat prima pars huius: & per secundam secunda / & per tertiam ibi adiunctam: tertia hic adiuncta.



¶Quinque præcedentes propositiones ex Campano cũ suis additionibus: sequẽtibus septem ex Zamberto cũ sibi præmissis lẽmatibus hoc ordine respondẽt. Octaua apud Campanum cum additione: duodecimę & decimętertiæ ex Zamberto propositionibus respõdet. Nona apud Campanũ cum additione: decimæquintæ & decimęsextæ ex Zamberto propositionibus. Decima autem & vndecima apud Campanum: decimę & vndecimę ex Zamberto propositionibus præpostero respondẽt ordine. Duodecima vero apud Campanum: decimæquartæ ex Zamberto propositioni respondet.

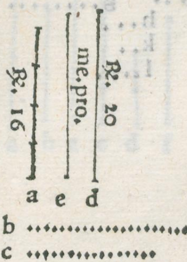
¶THEON. Lemma.

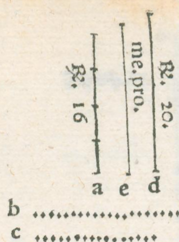
¶Quoniam autem ostẽsum est in arithmeticis ex 26 octaui quod similes plani numeri adinuicem rationem habẽt quam quadratus numerus ad quadratum numerum / & quod si bini numeri adinuicem rationẽ habuerint quã quadratus numerus ad quadratum numerum similes sũt ipsi plani numeri per 24 eiusdem: manifestum ex his quod dissimiles plani numeri hoc est latera proportionalia non habentes / adinuicem rationem non habent quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim habebunt: similes ipsi plani erunt. quod quidem non supponitur. Dissimiles igitur plani numeri adinuicem rationem non habent: quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

10 Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propositio 10.

¶Propositæ rectæ lineę binas rectas incommenserabiles inuenire lineas: alteram quidem longitudine tantum / alterã autem & potentia.

¶THEON ex Zãb. ¶Sit proposita recta linea a. oportet iã ipsi a, binas rectas inuenire incõmẽsurabiles: alterã quidẽ lõgitudine tãtũ / alterã autẽ & potẽtia. Ponãtur bini numeri b, c, adiuicẽ rationẽ nõ habẽtes quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: hoc est nõ similes plani (similes nãque plani per 26 octaui adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum) & fiat sicut b ad c: sic quod ex a quadrato ad id quod ex d quadratũ. cõmẽsurabile igitur est quod ex a: ei quod ex d. cõmensurabilis igitur potẽtia est a ipsi d. & quoniã b ad c rationẽ nõ habet quam

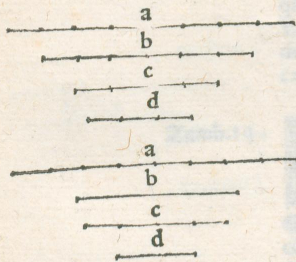




quadratus numerus ad quadratum numerum: neq; igitur quod ex a ad id quod ex d rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. incommēsurabilis igitur est per 9 decimi a ipsi d: lōgitudine. Capiatur per 13 sexti/ ipsarum a, d, media proportionalis e. est igitur sicut a ad d: sic quod ex a quadratum ad id quod ex e. Incommensurabilis autem est a: ipsi d longitudine. incommēsurabile igitur est & id quod ex a quadratum: ei quod ex e quadrato. Incommensurabilis igitur est a ipsi e: potētia. Propositæ igitur rectæ lineæ a, inuentæ sunt binæ rectæ lineæ incommensurabiles: longitudine inquam tantum ipsa d, at e potentia & longitudine. Propositæ igitur rectæ lineæ rationali/ a qua diximus mensuras capi/ sicut est ipsi a: inuēta est tantū potentia cōmēsurabilis d, hoc est rationalis/ potentia tantum commensurabilis. irrationalis autem e. irrationales enim in vniuersum appellat: longitudine & potentia ipsi rationali incommensurabiles.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 11.

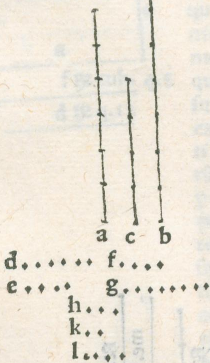
¶ Si quatuor magnitudines proportionales fuerint/ prima autē secundæ fuerit commēsurabilis: & tertia quartæ commensurabilis erit. & si prima secundæ incommēsurabilis fuerit: & tertia quartæ incommensurabilis erit. 11



¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sint quatuor magnitudines proportionales a, b, c, d, sicut a ad b, sic c ad d: sit autem a ipsi b commensurabilis. Dico q; & c ipsi d est commensurabilis. Quoniam enim commensurabilis est a ipsi b: rationem habet per 5 decimi quam numerus ad numerum. Estq; sicut a ad b: sic c ad d. Igitur & c ad d eam habet rationem: quā numerus ad numerum. Commensurabilis igitur est c ipsi d. ¶ Sed iam a ipsi b incōmēsurabilis esto. Dico q; & c ipsi d est incōmēsurabilis. Quoniā eni incōmensurabilis est a ipsi b: igitur per 7 quinti/ a ad b eam nō habet rationē quā numerus ad numerū. & est sicut a ad b: sic c ad d. Igitur per 8 decimi/ c ad d eam nō habet rationem quam numerus ad numerum. Incommensurabilis est igitur c ipsi d. Si quatuor igitur magnitudines: & quæ sequuntur reliqua. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 12.

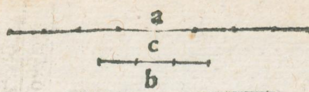
¶ Quæ eidem magnitudini commensurabiles: & adinuicem sunt commensurabiles. 12



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Vtraq; enim ipsarū a, b: ipsi c sit commensurabilis. Dico q; & a ipsi b est commensurabilis. Quoniam enim commensurabilis est a ipsi c: igitur per 5 decimi/ a ad c eam habet rationem quam numerus ad numerum. habeat quam d ad e. Rursus quoniam commensurabilis est c ipsi b: igitur per eādem c ad b eam habet rationem quam numerus ad numerū. habeat autem quam f ad g. Et rationibus datis quibuscunq;/ ea scilicet quam habet d ad e, & f ad g, capiantur per 4 octaui numeri continue proportionales in datis rationibus: sintq; h, k, l, sicut a ad e sic h ad k, sicutq; f ad g sic k a l. Quoniam igitur est sicut a ad c sic d ad e, sed sicut d ad e sic h ad k: et igitur per 11 quinti sicut a ad c sic est h ad k. Rursus quoniam est sicut c ad b sic f ad g, sed sicut f ad g sic k ad l: & sicut igitur c ad b sic k ad l. est autem & sicut a ad c sic est h ad k. ex æquali igitur per 22 quinti/ est sicut a ad b: sic est h ad l. Igitur a ad b rationē habet: quā numerus h ad numerum l. Commēsurabilis est igitur p 6 decimi a ipsi b. Quæ eidem igitur magnitudini cōmēsurabiles: & adinuicē sūt cōmēsurabiles. Quod oportuit demōstrasse.

¶ THEON. ¶ Lemma.

¶ Si fuerint binæ magnitudines/ & altera quidem commensurabilis fuerit eidem/ altera vero incommensurabilis: incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.



¶Sint enim binę magnitudines a,b,& alia quidem c:& a ipsi quidem c esto commẽsurabilis/at b ipsi c esto incommensurabilis. Dico φ & a: ipsi b est incommensurabilis. Si enim commensurabilis est a ipsi b, est quoqꝫ & c ipsi a:& c igitur per 12 decimi/ipsi b est cõmensurabilis. quod non supponitur.

Eucli.ex Zamb. Theorema 10. Propositio 13.

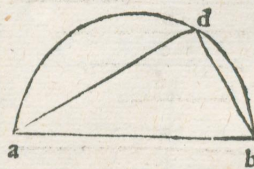
13 ¶Si binæ magnitudines commensurabiles fuerint/alteraqꝫ earum magnitudini alicui incommensurabilis fuerit:& reliqua eidem incommensurabilis erit.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ magnitudines commẽsurabiles a,b:earumqꝫ altera videlicet a,alicui hoc est c sit incommẽsurabilis. Dico φ & reliqua b:ipsi c incõmensurabilis est. Si enim cõmẽsurabilis est b ipsa c,iã a ipsi b cõmensurabilis est:et a igiť p 12 decimi ipsi c cõmẽsurabilis est. quod est impossibile. Igitur b & c sũt incõmẽsurabiles. Si binæ igitur magnitudines commensurabiles fuerint:& quæ sequũtur reliqua. quod erat ostendendum.

¶THEON. ¶Lemma.

¶Duabus datis rectis lineis inæqualibus: inuenire cui maius potest maior minore.

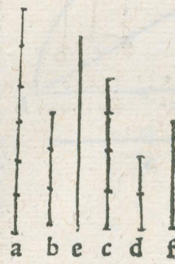


¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ datæ inęquales rectę lineæ a b, c:quarum maior sit a b. oportet iam inuenire cui maius/a b possit ipsa c. Describatur super a b, semicirculus a d b:& in ipso per 1 quarti coaptetur ipsi c æqualis a d. connectaturqꝫ d b. manifestum est iam φ angulus a d b rectus est:& φ a b ipsa a d hoc est ipsa c maius potest ipsi d b.

¶Similiter autem & duabus datis rectis lineis:potens ipsas sic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ a d, d b:oporteatqꝫ inuenire potentem ipsas. Ponatur enim/vt a d, d b, compræhendant rectum angulum:connectaturqꝫ a b. Manifestum rursus est per 47 primi: φ est ipsa a b.

Eucli.ex Zamb. Theorema 11. Propositio 14.

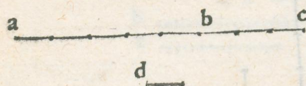
14 ¶Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint/potueritqꝫ prima secunda maius eo quod fit ab eidem longitudine cõmensurabili:& tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine commensurabili. Et si prima secunda maius potuerit eo quod fit ab incommensurabili eidem longitudine:& tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine incommensurabili.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor rectæ lineę proportionales a, b,c,d:sicut a ad b sic c ad d.& a quidem ipsa b maius possit eo quod fit ex e.c vero ipsa d:eo qđ fit ex f. Dico φ si a ipsi e est cõmensurabilis:cõmensurabilis est quoqꝫ c ipsi f.sed si a ipsi e incõmensurabilis est:incommensurabilis est quoqꝫ c ipsi f. Quoniam enim est sicut a ad b,sic est c ad d:est igitur sicut id quod ex a ad id quod ex b,sic est id quod ex c ad id quod ex d. Sed eidẽ quod fit ex a:æqua sunt ea quæ fiũt ex e,b. ei autem quod fit ex c:æqua sunt ea quæ fiunt ex d,f. Igitur per 9 quinti sicut quę ex e,b,ad id quod ex b:sic quæ ex d,f,ad id quod ex d. Manifestũ igitur est per 17 quinti/φ sicut quod ex e ad id quod ex b:sic est id quod ex f ad id quod fit ex d. Est igitur & sicut e ad b:sic est f ad d. Cõuersim igitur est per 22 sexti:& correlariũ 4 quinti/sicut b ad e:sic est d ad f. est autem & sicut a ad b:sic est c ad d. ex æquali igitur per 22 quinti/est sicut a ad e sic est c ad f. Si igitur cõmensurabilis est a ipsi e, cõmensurabilis est quoqꝫ per 11 decimi c ipsi f:si vero incõmensurabilis est a ipsi e, incommensurabilis est c ipsi f. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales:& quæ sequuntur reliqua. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 15.

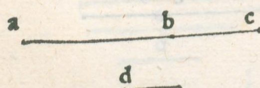
¶Si binæ magnitudines commensurabiles/ compositæ fue- 15
rint: & tota vtriꝗ ipsarum commensurabilis erit. Et si tota
vni earum commensurabilis fuerit: & quæ in principio ma-
gnitudines/ commensurabiles erunt.



¶THEON ex Zamberto. ¶Componātur binæ magnitudines cōmen-
surabiles a b, b c. Dico ꝙ tota a c vtriꝗ ipsarum a b, b c, commensurabi-
lis est. Quoniam enim cōmensurabiles sunt ipsæ a b, b c: ipsas aliqua ma
gnitudo metietur per primam diffinitionem decimi. metiatur: & sit d.
Quoniam igitur d ipsas a b, b c, metitur: & totum a c metietur. meti-
tur autem & ipsas a b, b c. igitur d: ipsas a b, b c, & a c metietur. Cōmen
surabilis igitur est per 12 decimi/ a c: vtriꝗ ipsarum a b, b c. ¶Sed iā a c
vni ipsarum a b, b c, sit commensurabilis: sitꝗ ipsi a b. Dico ꝙ a b, b c,
commensurabiles sunt. Quoniam enim cōmensurabiles sunt a b & a c:
metietur eas per primam diffinitionem decimi/ aliqua magnitudo. me-
tiatur: & esto d. Quoniam igitur d ipsas a c & a b metitur: & reliquā igi-
tur metietur b c. metitur autem & a b. igitur d: ipsas a b, b c, metietur. Cō
mensurabiles igitur sunt: a b & b c. Si binæ igitur magnitudines: & reli-
qua quæ sequuntur. quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Zamb. Theo. 13. Propo. 16. pręcedētis cōuersa. 16

¶Si binæ magnitudines incommensurabiles compositę fue
rint: & tota vtriꝗ ipsarum incommensurabilis erit. Et si to-
ta vni ipsarum incommensurabilis fuerit: & quæ in principio
magnitudines/ incommensurabiles erunt



¶THEON ex Zamberto. ¶Componantur enī binæ magnitudines in-
cōmensurabiles: a b, b c. Dico ꝙ tota a c: vtriꝗ ipsarum a b, b c, incōmen
surabilis est. Si enim c a & a b incōmensurabiles non sunt: ipsas aliqua
metietur magnitudo per 1 diffinitionē decimi. metiatur si est possibile:
sitꝗ d. Quoniam igitur d ipsas c a & a b metitur: & reliquā b c metietur.
metitur autem & a b. igitur d: ipsas a b & b c metietur. Commensurabiles
igitur per 1 diffinitionē decimi/ sunt ipsæ a b, b c. Supponūtur autem ꝙ
& incōmēsurabiles. qđ est īpossibile. Ipsas igitur a b & a c: aliqua magni
tudo nō metietur. Incōmensurabiles sūt ipsæ c a et a b. Similiter iā demō
strabimus: ꝙ & ipsæ a c et c b incōmēsurabiles sūt. ¶Sed iam ipsa a c,
vni ipsarum a b & b c incommensurabilis esto: & primum ipsi a b. Dico
ꝙ & ipsæ a b, b c, incommensurabiles sunt. Si enim sunt cōmensurabi-
les: metietur eas aliqua magnitudo per eādem. metiatur: sitꝗ d. Quoniā
igitur d ipsas a b & b c metitur: & totam igitur a c metietur. metitur autē
& a b. Igitur d: ipsas c a & a b metitur. Commensurabiles igitur sunt ipsæ
c a & a b. Suppositæ vero sunt ꝙ & incōmensurabiles. quod est impossi-
bile. Ipsas igitur a b & b c: aliqua magnitudo non metietur. Incommēsu-
rabiles igitur sunt ipsæ a b & b c. Similiter iam demonstrabitur ꝙ ipsa
a c reliquæ b c incommensurabilis est. Si binæ igitur magnitudines: &
quæ sequuntur reliqua. quod erat ostendendum.

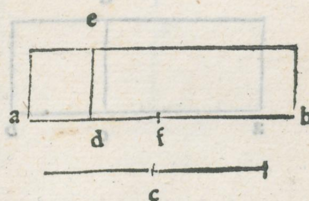
Eucli. ex Camp. Propositio 13. 13



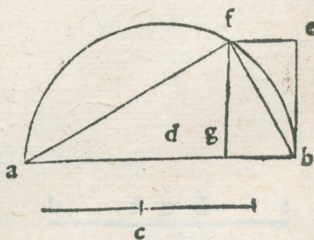
SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorē
in duo communicantia diuidat superficies sibi ad
iuncta ęqualis quartæ parti quadrati breuioris li
neæ/ cui adiunctę superficiei desit ad complēdam
totam lineam superficies quadrata: necesse est ipsam lineam
longiorem linea breuiori tanto amplius posse/ quantum est
quadratum alicuius lineæ communicantis eidem longiori in
longitudine. Si vero longior fuerit potentior breuiori/ augmē

to quadrati lineæ communicantis sibi in lõgitudine/eiq; adiungatur superficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ/cui desit quadrata superficies: superficiem sibi adiũctam/eandem lineam longiorem in duas portiones commẽsurabiles diuidere necesse est.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ inæquales a b & c: maior a b. & adiungatur ad lineam a b, quarta pars quadrati lineæ c: ita q᷑ desit ad complendam lineam a b, superficies quadrata. hoc enim est possibile per 27 sexti. Qđ facile fiet hoc modo. Diuidatur a b in duas lineas a d & d b. ita q᷑ inter eas cadat medietas lineæ c, continue proportionalis. Hoc autem qualiter fiat: in fine demonstrationis huius docebitur. Eritq; ex 16 sexti/superficies b d in d a quæ sit b e: æqualis quadrato medietatis lineæ c. quare ex 4 secũdi erit eadẽ subquadrupla quadrati lineæ c. deest quoq; ad complendam lineam a b, superficies quadrata: cum & a d sit æqualis d e. Dico itaq; q᷑ si superficies b e diuidat lineam a b in duo cõmunicãtia: erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineæ secum communicantis in longitudine, & econuerso. Cum enim sit linea a b maior linea c: non erit a d æqualis d b. sic enim: esset superficies d e, quadrata. & quia ipsa est æqualis quadrato medietatis lineæ c: esset a d æqualis medietati c, & tota a b toti c. quod est contra hypothesin. Non est igitur a d æqualis d b. Itaq; de maiori earum quæ sit d b, abscindatur d f æqualis a d. eritq; per 8 secundi quadratum totius a b: æquale ijs quæ sunt ex d b in d a quater & quadrato f b. quare linea a b, erit potentior linea c in quadrato lineæ f b. quã necesse est cõmunicari toti a b: si linea a d est cõmunicans lineæ d b. si enim hoc fuerit: erit d b cõmunicans d f eius æquali. quare per 9/b f cõmunicat cum f d. & ideo toti a d. & propter hoc cum tota a f. igitur & cum tota a b. Sicq; patet primum. ¶Conuersum huius sic patet. Sit a b potentior c in linea f b quæ cõmunicet cum eo in longitudine. Dico tũc q᷑ quarta pars quadrati lineæ c addita ad lineam a b, ita q᷑ desit superficies quadrata: diuidet lineam a b in duo cõmunicantia. Diuidatur enim f a per æqualia in d. & fiat superficies b e ex d b in d a & deerit ad complendam lineam a b: superficies quadrata. eritq; per 8 secundi: quadratum a b æquale quadruplo superficiei b e cum quadrato f b. igitur quadruplum superficiei b e est æquale quadrato c: cum superficies d e sit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur q᷑ d b est cõmunicans cũ a d: cum sit f b cõmunicans cũ a b. Si enim hoc fuerit vt q᷑ a d sit cõmunicans cum a b: erit etiam cõmunicans cum a f. per 9. quare & cum a d. sed & cum d f. itaq; & d b est cõmuuicans cum a d. quod est secundum.



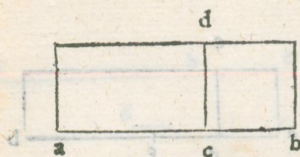
¶NVNC autẽ monstrandũ est qualiter linea a b (cum ipsa posita fuerit maior linea c) possit sic diuidi vt inter partes eius cadat medietas lineæ c, continue proportionalis. Cum enĩ sic fuerit diuisa: superficies quæ fiet ex vna in alterã/ erit æqualis quadrato medietatis lineæ c. & ipsa erit superficies æqualis quartæ parti quadrati lineæ c, adiũcta ad lineam a b: ita q᷑ desit superficies quadrata. hoc enim sic fiet. Diuisa a b per æqualia in d: lineetur super eam semicirculus a f b. & sumatur b e perpendicularis ad a b: quæ ponatur æqualis medietati lineæ c. & ducatur e f æquidistãs ad a b: vsq; quo secet circunferẽtiam semicirculi in puncto f. (necesse est enĩ vt secet eam: cum linea a b sit maior linea c.) & ducatur f g perpendicularis ad a b. quæ cum per 34 primi sit æqualis lineæ e b: erit quoq; æqualis medietati lineæ c. Ducãtur itaq; lineæ f a, f b. eritq; per primam partem 30 tertij/ angulus a f b: rectus. & ideo per primam partem correlarij 8 sexti/ erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b. quare medietas lineæ c quæ est sibi æqualis: erit etiam proportionalis inter easdem. quod est nostrum propositum.



¶THEON. ¶Lemma.

¶Si ad aliquam rectam lineam comparetur parallelogrã-

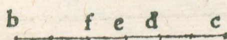
mum ſpecie deficiens a quadrato:comparatum æquum eſt
ei quod fit ſub comparatione factorum ſegmentorum ipſius
rectæ lineæ.

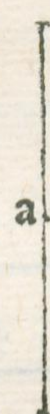


¶THEON ex Zāb. ¶Ad aliquā rectā lineā a b:cōparetᷣ parallelogrāmū
a d deficiēs ſpecie a quadrato d b. Dico ꝙ a d ęquū eſt ei qđ fit ſub a c,c
b. & ex ſeipſo manifeſtum eſt. Quoniam enim quadratum eſt d b:æqua-
lis eſt d c ipſi c b. & a d eſt quod fit ſub a c, c d:hoc eſt quod fit ſub a c &
c b. Si ad aliquam igitur rectam lineam:& quæ ſequuntur reliqua. quod
fuerat demonſtrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 17. 17

¶Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales/quartæ autem parti
eius quod ex minori æquum maiori comparatum fuerit de-
ficiens ſpecie a quadrato/& in commēſurabilia ipſam diuiſe
rit longitudine:maior minori maius poterit eo quod fit ex ſi
bi longitudine cōmenſurabili. Et ſi maior minore poterit eo
quod fit a ſibi commenſurabili longitudine/quartę vero par
ti eius quod a minori æquale maiori comparatum deficiens
ſpecie a quadrato: & in commēſurabilia longitudine ipſam
diſtribuet.





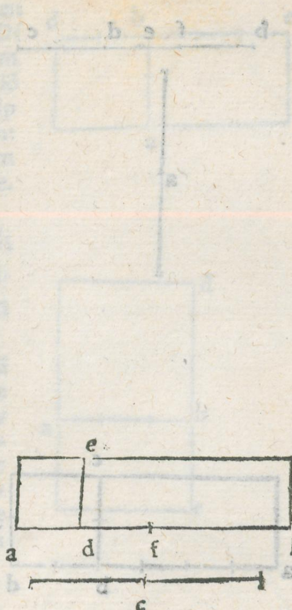
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ rectæ lineæ inæquales a & b c:
quarum maior ſit b c. quartæ vero parti eius quod fit ex minore ipſa a,
hoc eſt ex dimidio ipſius a æquum ad ipſum b c comparetur per 28 ſexti/
deficiens ſpecie a quadrato:ſitq; quod fit ſub b d & d c. commenſurabilis
autē eſto per hypotheſin:b d ipſi d c longitudine. Dico ꝙ b c:ipſa a ma
ius poteſt/eo quod fit a ſibi longitudine commenſurabili. Secetur enim
per 10 primi/b c bifariā in ſigno e:ponaturq; per 3 primi/ipſi d e ęqua-
lis e f. reliqua igitur d c:æqualis eſt ipſi b f. Et qm̄ recta linea b c ſecatur
in ęq̄lia in ſigno e, & in inæqualia in d:igitur per 5 ſecundi quod ſub b
d & d c compræhenditur rectangulum vna cum eo quod fit ex e d, qua-
drato/ęquum eſt ei quod fit ex e c quadrato. Et ipſa quadruplicētur. qua-
ter igitur quod ſub b d & d c vna cum eo quod fit ex e d ſumpto:æquū
eſt ei quod fit ex quater ſumpto e c quadrato. Sed ei quidem quod fit qua
ter ſub b d & d c:æquum eſt id quod fit ex a ſumptum quadratū. ei autē
quod ex d e quater ſumpto:æquum eſt id quod fit ex d f. dupla enim eſt
d f ipſius d e. Ei autem quod fit ex e c quater ſumpto:æquum eſt id quod
fit ex b c quadrato. dupla enim rurſus eſt b c ad ipſam c e. Quæ igitur ex
a & d f quadrata:æqualia ſūt ei quod fit ex b c quadrato. Quare id quod
ex b c fit: eo qđ fit ex a maius eſt/eo quod fit ex d f. Igitur b c:ipſa a ma-
ius poteſt/ ipſa d f. oſtendendum ꝙ & commenſurabilis eſt b c ipſi d f.
Quoniam enim commenſurabilis eſt b d ipſi d c longitudine: cōmenſu
rabilis igiᷣ eſt per 15 decimi et b c ipſi d c. ſed c d:ipſis c d et b f cōmēſu
rabilis eſt lōgitudine. æqualis enī eſt c d ipſi b f. & b c igitur:ipſis b f & c
d lōgitudine cōmenſurabilis eſt per 12 decimi. Igiᷣ ꝑ 15 & b c ipſi f d cō
mēſurabilis eſt longitudine. Igitur b c ipſa a maius poteſt:eo qđ fit a ſibi
lōgitudine cōmenſurabili. ¶ Quartæq; eius qđ fit ex a, ad ipſum b c cō-
paretur deficiēs ſpecie a quadrato:ſitq; quod fit ſub b d & d c. Demōſtra-
bile eſt ꝙ commenſurabilis eſt b d ipſi d c longitudine. Eiſdem nāq; diſ-
poſitis ſimiliter:oſtendemus ꝙ b c ipſa a maius poteſt/eo quod fit ex f d.
poteſt autem b c ipſa a maius eo quod fit ex ſibi cōmenſurabili. Commē
ſurabilis igitur eſt b c ipſi f d longitudine. Quare & reliquæ vtriq; ipſarū
b f & c d:cōmenſurabilis longitudine eſt b c. æqualis autem eſt b f ipſi d
c. & b c igitur commenſurabilis eſt ipſi c d. Manifeſte igitur b d ipſi d c
eſt commēſurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines in-
æquales & reliqua. quod erat oſtendendum.



14 Eucli. ex Camp. Propositio 14.



SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorem diuidat in duas partes incommensurabiles superficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris sibi adiuncta, ita q desit ad eius completionem superficies quadrata: erit longior, potentior breuiori, augmento quadrati lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine. Si vero longior, potẽtior fuerit breuiori, quadrato lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine, adiũgaturq; ei superficies æqualis parti quartæ quadrati breuioris, defueritq; longiori superficies quadrata: necesse est vt ipsa superficies sibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones incommensurabiles diuidat.

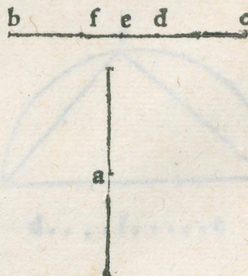


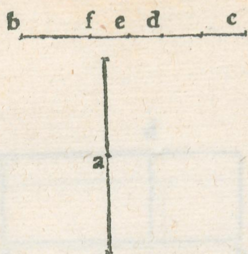
¶CAMPANVS. ¶Hęc 14 ex cõtrario antecedẽtis præmissæ infert cõtrarium consequentis præmissæ. & non differt eius dispositio a dispositione illius. sed & modus argumẽtandi vtrobiq; idem. Si enim a d non cõmunicet cum d b: nec d f sibi adæqualis cõmunicabit cum eadem d b. itaq; per 9 d f non communicabit cum f b. quare neq; a f. sunt enim a f & d f communicantes tanq̃ numerans & numeratum. ideo neq; a b cõmunicabit cum linea f b. Qz si hoc fuerit videlicet si a b non communicet cum f b: non communicabit cum a f. quare neq; cum a d aut d f. neq; igitur a b cum d a. ¶Potest quoq; hæc 14 demonstrari per præmissam. prima pars huius ex secunda illius, & secunda ex prima: a destructione consequẽtis. Si enim a d & d b non communicẽt: nec etiam a b & f b communicabunt. nam si a b & b f communicarẽt: oporteret per secundam partẽ præmissæ vt a d communicaret cum d b. sed positum est q non. Eodem modo de secunda parte. si enim b a & b f non communicant: nec a d & d b communicabunt. nam si sic: sequitur per primam partem præmissæ, vt a b & b f communicent quæ non communicant. quare patet propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theo. 15. Propo. 18. præcedẽtis conuersa.

18 ¶Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod fit ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiẽs specie a quadrato, & per incommensurabilia ipsam diuiserit longitudine: maior minore maius potest, eo quod fit ex sibi incõmensurabili longitudine. Et si maior minore maius potuerit eo quod fit ex sibi incommensurabili, quartæ autem ipsius quod fit ex minore æquum, ad maiorem comparatum fuerit deficiens specie a quadrato: in incommensurabilia sibi longitudine ipsam dispescit.

¶THEON ex Zamberto. ¶ Sint binæ rectæ lineæ inæquales a & b c: quarum maior sit b c. quartæ autem parti eius quod fit ex a, ad ipsam b c æquale comparetur deficiens specie a quadrato: sitq; quod fit sub b d & d c. Incommẽsurabilis autem esto b d: ipsi d c. Dico q b c, ipsa a maius potest: eo quod fit a sibi incõmẽsurabili. Ipsis nãq; dispositis vt in p̃missa: similiter demõstrabimus, q b c ipsa a maius potest eo quod fit ex f d. Demõstrandũ igitur q incõmensurabilis est b c ipsi d f. Quoniam enim incommensurabilis est b d ipsi d c: incommensurabilis igitur est per 16 decimi, b c ipsi c d longitudine. Sed ipsa d c commensurabilis est vtriq; & b f & d c: quia b f ipsi d c est æqualis. & b c igitur per 13 ipsis b f & d c incommensurabilis est. & perinde per 16 decimi, & reliquæ f d incõmensurabilis est b c lõgitudine. Et b c: ipsa a maius potest, eo quod fit ex f d.

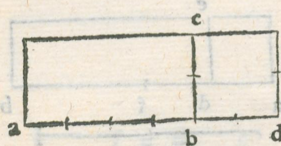




Igiť b c maius poteſt eo qđ fit a ſibi cōmenſurabili lōgitudine. ℭPoſſit iam rurſus b c maius q̈ a: eo quod fit a ſibi incōmenſurabili. quartæ autē parti eius quod fit ex a, æquale ad ipſam b c cōparetur deficiens ſpecie a quadrato: & eſto id quod fit ſub b d & d c. Demonſtrandum q' incommenſurabilis eſt b d ipſi d c longitudine. Eiſdem namq; diſpoſitis ſimiliter demonſtrabimus: ꝙ b c ipſa a maius poteſt eo quod fit ex f d. Sed iam per hypotheſin b c ipſa a maius poteſt eo quod a ſibi fit incommenſurabili. Incommenſurabilis eſt igitur b c ipſi f d lōgitudine. Quare per 16 decimi & reliquæ b f & d c vtriq;: incommēſurabilis eſt b c. Sed vtraq; b f & d c: ipſi d c commenſurabilis eſt longitudine. Igitur per 13 decimi b c ipſi d c incommenſurabilis eſt longitudine. quare & b d ipſi d c incommenſurabilis eſt longitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ: & reliqua quæ ſequuntur. quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 15 15


Mnis ſuperficies rectangula quam continent duæ lineæ in longitudine rationales: rationalis eſſe probatur.



ℭCAMPANVS. ℭSint duæ lineæ a b & b c continētes ſuperficiem rectangulam a c: rationales in longitudine. dico ſuperficiem a c eſſe rationalem. deſcripto enim quadrato cuiuſuis earum / vt c d lineæ b c: erit per primam ſexti c d ad a c, ſicut b d ad a b. Quia igitur b d cōmunica in longitudine cū a b ex hypotheſi, eo ꝙ b c ſua æqualis: erit per primā partē decimæ / c d cōmunicans a c. Cum ſit itaq; c d rationalis per diffinitionem: erit & a c rationalis. quod eſt propoſitum

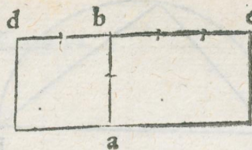
ℭTHEON Lemma.

ℭQuoniam oſtenſum eſt ꝙ quæ longitudine cōmenſurabiles omnino etiam potentia ſunt commenſurabiles, quę autem potentia non omnino etiam longitudine verumtamen poſſunt & longitudine cōmenſurabiles eſſe & incommenſurabiles: manifeſtum ꝙ ſi poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, quæ & ei commenſurabilis non ſolum longitudine verum & potentia. Si autē enim longitudine commenſurabiles: omnino etiam & potentia. Si autē poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit potentia ea quidem & lōgitudine: dicitur etiam rationalis & ei commenſurabilis longitudine & potentia. Quæ vero expoſitæ rurſus rationali commenſurabilis exiſtens potentia, longitudine fuerit ei incommenſurabilis: dicitur ſic rationalis, potentia tantum commenſurabilis. Rationales enim appellat expoſitę rationali: longitudine & potentia commenſurabiles, aut & potētia tantū. Sunt autem aliæ quoq; rectæ lineæ quæ longitudine incommenſurabiles ſunt expoſitæ rationali, potentia vero tantum cōmenſurabiles: & id propterea rurſus appellantur rationales, commenſurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed commenſurabiles adinuicem vel non ſolum potētia veruntamen & longitudine / vel potentia tantum: & ſi longitudine quidem, & ipſæ rationales longitudine commenſurabiles, audito ꝙ & potētia. Si vero potentia tantum adinuicem ſunt commenſurabiles: appellantur & ipſæ rationales potentia tantum commenſurabiles. Qz autem rationales commenſurabiles ſunt: hinc certum eſt. Quoniam enim rationales ſunt que expoſitæ rationali ſunt commenſurabiles, quæ vero eidem commenſurabiles & adinuicem ſunt commenſurabiles per. 12. decimi: quæ rationales igitur / ſunt commenſurabiles.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 19.

ℭSub rationalibus longitudine commenſurabilibus rectis 19 lineis iuxta aliquem prædictorum modorum compræhenſum rectangulum rationale eſt.

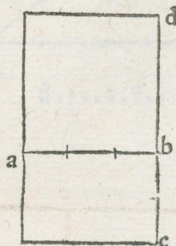
¶THEON ex Zāberto. ¶Sub rationalibus enim longitudine commensurabilibus rectis lineis a b & b c: rectangulum comprahendatur a c. Dico ꝙ a c: rationale est. Describatur enim per 46 primi ex a b: quadratum a d. rationale igitur est a d. Et quoniam commēsurabilis est a b ipsi b c lōgitudine: æqualis autē est a b ipsi b d: commensurabilis est igitur b d ipsi b c longitudine. estq; sicut b d ad b c: sic est d a ad a c. rationale autem: d a. rationale igitur per 11 decimi est & a c. Quod sub rationalibus commensurabilibus igitur longitudine: & reliqua. quod oportuit ostendisse.



Eucli. ex Camp. Propositio 16.

16 CVm adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali superficies rationalis rectangula: latus eius secundum erit in longitudine rationale/ laterię primo in longitudine commensurabile.

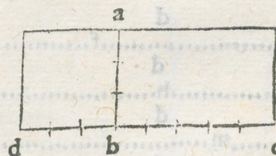
¶CAMPANVS. ¶Hæc est quasi cōuersa prioris. Vt si superficies a c adiuncta ad lineam a b rationalem in longitudine/ fuerit rationalis: dico ꝙ latus eius secundum quod est b c erit etiam rationale in longitudine/ & communicans lateri primo. Sit enim a d quadratum a b. eritq; rationale ex diffinitione: & propter hoc erit communicans cum superficie a c rationali. Quia igitur per primam sexti sicut a d ad a c ita est etiam d b ad b c, communicat autem d a cum a c: erit per primam partem decimę b d communicans cum b c. ergo cum b a sua æquali. Sed b a: rationalis est, quare per diffinitionem & b c. Constat itaq; propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 20.

20 ¶Si rationale ad rationalem comparatum fuerit: latitudinē efficit rationalem/ commensurabilēq; ei ad quam comparatur longitudine.

¶THEON ex Zamberto. ¶Rationale enim a c, ad rationalem iuxta aliquem prædictorum modorum a b comparetur: latitudinem efficiens b c. Dico ꝙ rationalis est b c: & commensurabilis ipsi b a longitudine. Describatur enim per 46 primi ex a b, quadratum a d. Rationale igitur per 9 diffinitionem decimi est a d. rationale autem & a c. commensurabile igitur per conuersionem 10 diffinitionis est d a ipsi a c. Estq; sicut d a ad a c: sic est d b ad b c. commēsurabilis igitur est per 11 decimi d b: ipsi b c. Aequalis autem est d b: ipsi b a. commensurabilis igitur est a b: ipsi b c. Rationalis autem est a b. rationalis igitur est per conuersionem 7 diffinitionis & b c: & commēsurabilis ipsi b a longitudine. Si rationale igitur ad rationalem comparatū fuerit: & quæ sequuntur reliqua. quod erat ostendendum.



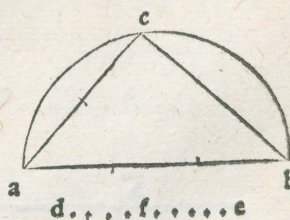
¶Subsequentes ex Campano propositiones/ 17 scilicet & 18: respondent 29 & 30 ex Zamberto infra suo loco & ordine dispositis.

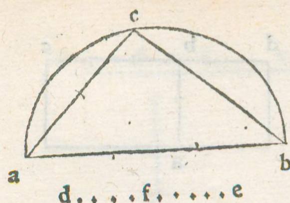
Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 DVas lineas inuenire potentia tantum rationales cōmensurabiles: quarum longior plus possit breuiori/ quadrato lineæ sibi cōmensurabilis in longitudine.

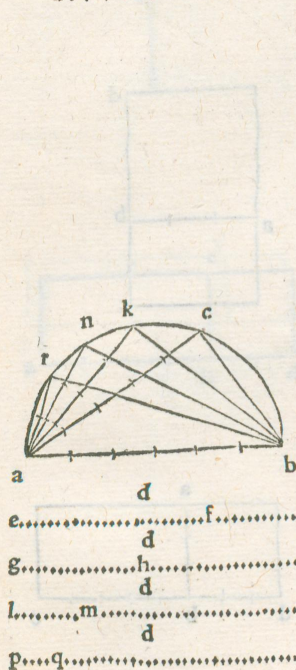
Zamb. 29.

¶CAMPANVS. ¶Propositū est inuenire duas lineas rationales potentia tantum communicantes: quarum longior sit potētior breuiori/ quadrato lineæ sibi communicātis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineā rationalem quæ sit a b: super quam describo semicirculum a c b. & sumpto aliquo numero vt d e, diuido ipsum in duos nuuneros d f & f e: ita ꝙ sit proportio d e ad d f sicut numeri quadrati ad nmerum quadratum/ non sit autem proportio d e ad f e vt numeri quadrati ad nu





merum quadratum.talis autē numerus est quilibet quadratus diuisibilis
in quadratum & non quadratum/vt 9 qui diuiditur in 4 & 5:& omnes
horum æque multiplices. Et inuenio lineam:ad cuius quadratum se ha
beat quadratum lineæ a b, sicut numerus d e ad numerum d f. qualiter
autem ipsa reperiatur:in demonstratione 5 dictum est. Hanc lineam in-
uentam quę necessario est minor a b, coapto per primam quarti intra se-
micirculum a c b:sitq́ a c. & subtraham lineam c b. Dico duas lineas a b
& c b:esse quas quærimus. Erit enim per primam partem 30 tertij/ angu
lus c rectus:& ideo per penultimam primi/quadratū a b æquale est qua
dratis duarum linearum a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b
ad quadratū lineæ a c est sicut d e ad d f per hypothesin:erit per euersam
proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c
b, sicut d e ad f e. ergo quadratū c b:communicat cum quadrato a b per
6 huius. erit igitur quadratum c b, rationale per diffinitionem:cum cō-
municet rationali superficiei. Et quia c b & a b sunt incommensurabiles
per vltimam partem 7:constat duas lineas a b & c b esse rationales/ po
tentia tantum communicantes. At quia linea a b est potentior linea c b in
quadrato lineæ a c quę per secundam partem septimæ communicat secū
in longitudine:constat habitum esse propositum.

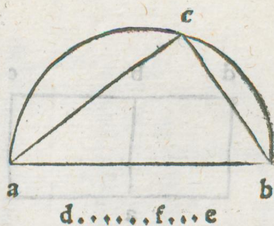


¶CAMPANI annotatio. ¶ Si autem libeat plures duabus potentia tā-
tum rationales communicantes quarum vna potentior longior sit quali-
bet aliarum in quadrato alicuius lineæ secum cōmunicantis in longitu-
dine/reperire:sit vt prius linea a b rationalis in longitudine, super quā
describatur semicirculus a c b. sumaturq́ nūerus d quadratus/qui sit di-
uisibilis in multos quadratos & non quadratos:quorum nō quadratorū
minime sit proportio sicut aliquorum numerorum quadratorum. tales au
tē numeri vltro se offerūt. vt 36:qui est diuisibilis in 25 & 11, itēq́ in 16
& 20, rursusq́ in 9 & 27, ac iterum in 4 & 32. istorum vero non quadra
torum qui sunt 11, 20, 27, 32, adinuicem non est proportio sicut alicuius
numeri quadrati ad alium numerū quadratum. Esto igitur vt numerus d
quadratus: diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq́ quadra-
tum lineæ a b ad quadratum lineæ a c: sicut numerus d ad numerum
e. & ducatur linea c b. & constat propositum vt prius demonstratum est:
a b & b c esse duas tales lineas quas inquirimus. Similiter quoq́ diuidā
d in g quadratum & h nō quadratum:sitq́ quadratum lineæ a b ad qua
dratum lineæ a k:sicut d ad g. & ducatur linea k b. eruntq́ vt prius duæ
lineæ a b & k b:quales inquirimus. Eodem modo si rursus diuidatur d in
l quadratum & m non quadratum/& ponatur proportio quadrati lineæ
a b ad quadratū lineæ a n sicut d ad l, & producatur n b:erūt duæ lineæ
a b & b n quales inquirimus. Qz si rursus diuidatur d in p quadratum &
in q non quadratum/& fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratū
lineæ a r sicut d ad p, & protracta fuerit linea r b:erūt etiam duæ lineæ a
b & b r, quales inquirimus. Sūt itaq́ lineæ a b, b c, bk, b n, b r, potentia
tantum rationales & in ea cōmunicātes:quarum vna videlicet a b est po
tentior qualibet aliarum in quadrato lineæ secum communicantis in lon
gitudine. Si igitur quatuor linearum b c, b k, b n, b r, nulla communicat
alij in longitudine:constat propositū. Istud autē sic probatur. patet enim
ex præmissis:ꝙ quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ a b est sicut nu
merus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b k
est sicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratū
lineæ b k est sicut numerus d ad numerum h. ergo per æquam proportio-
nalitatem quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ b k: est sicut nume-
rus f ad numerum h. sed nullus quatuor numerorū f, h, m, q:se habet ex
hypothesi ad alium sicut numerus quadratus ad numerum quadratum.
quare per 3 partem septimæ/duæ lineę b c, b k:sunt incōmensurabiles in
longitudine. Eadem ratione quælibet duæ ex illis quatuor sunt incom-
mensurabiles in longitudine. Liquet ergo quod volumus.

18 Eucli. ex Camp. Propositio 18. Zamb.30

DVas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus possit breuiori quãtum est quadratum lineæ sibi incommensurabilis in longitudine: inuenire.

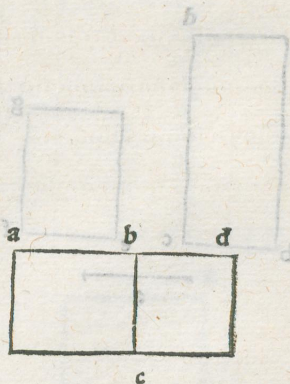
¶CAMPANVS. ¶In hac quoq; remaneat eadem dispositio eædemq; hypotheses quæ in præmissa: hoc solum mutato ꝙ proportio numeri d e ad neutrũ duorũ numerorũ d f & f e, sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. hoc autẽ facile fiet: posito d e quolibet nũero quadrato diuiso in duos nũeros nõ quadratos. vt si d e sit 9: & d f 6, & f e 3. argumẽtãdo vt prius: hoc dũtaxat excepto ꝙ a b & a c sint incõmẽsurabiles in lõgitudine per vltimã partem 7. ¶CAMPANI additio. ¶ Et sciendũ ꝙ duæ lineæ quales hęc & pręmissa docent inuenire: componũt binomiũ. & minori earum abscisa de maiori: quæ reliqua est dicitur residuũ. ¶Nota etiam ꝙ lineæ tantum potẽtia rationales communicãtes: possunt esse vna rationalis & alia irrationalis. sicut latera tetragonica duarum superficierum quarum vna sit 25 pedum & alia 24: sunt rationalia potentia tantũ communicantia. latus enim primæ superficiei est 5: latus vero secũdæ non numeratur. Et possunt esse ambæ irr tionales: vt latera tetragonica duarũ superficierum quarũ vna sit 24 pedũ, & alia 23. neutrius enim numeratur latus, suntq; in longitudine incommẽsurabilia ex vltima parte septimæ. ¶Qr si libeat etiam inuenire plures lineas duabus potẽtia tantum rationales communicantes, quarum vna sit potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ secum non communicantis in longitudine: sumatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi ꝙ ipsius ad nullã suarum partium nec alicuius ad aliquam aliarum sit proportio vt numeri quadrati ad numerũ quadratum. vt 25: potest diuidi in 2 & 23, item in 5 & 20, & rursus in 7 & 18. Et sic processus idem qui fuit in pręmissa.



19 Eucli. ex Camp. Propositio 19.

OMnis superficies quam continent duæ lineæ potẽtialiter tantum rationales communicantes: est irrationalis, diciturq; superficies medialis. eiusq; latus tetragonicum scilicet quod in eam potest: est irrationale, diciturq; linea medialis

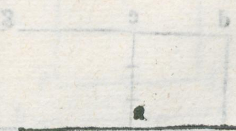
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b, b c, continẽtes superficiem a c: rationales potentia tãtum communicantes. quæ qualiter reperiantur: ex præmissa & antepræmissa manifestum est. dico superficiem a c esse irrationalem. Sit enim d c quadratum b c. eritq; rationale per hypothesin: eo ꝙ linea b c est rationalis in potentia. Et quia ex prima sexti a c ad c d sicut a b ad b d, nõ communicat autem a b cum b d quia ex hypothesi non communicat cũ sua æquali quę est b c: sequitur per secundam partem 10 vt etiam a c non cõmunicet cum c d. quare per diffinitionem, superficies a c est irrationalis: ideoq; & suum latus tetragonicum est etiam irrationale. Dicitur autem hæc superficies medialis: quoniã ipsa est medio loco proportionalis inter duas superficies rationales videlicet inter quadrata duarum linearum ipsam continentiũ. Et lineam potens in ipsam dicitur medialis: quoniam ipsa quoq; est medio loco proportionalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes. & hæ duæ lineæ: sunt latera dictæ superficiei. Et hoc est quod volumus.

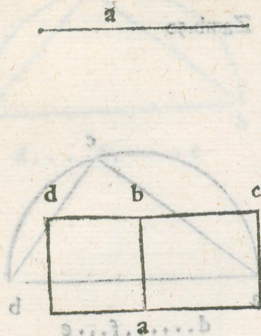


¶THEON. Lemma.

¶Potens irrationalem aream: irrationalis est.

¶ Possit enim a, irrationalem aream: hoc est id quod fit ex a quadratum æquale irrationali areę. Dico ꝙ a irrationalis est. si enim est rationa-





le a: erit rationale quoq; id quod ex a quadratum. sic enim in diffinitionibus non est autẽ. Irrationalis igitur est a. Potẽs irrationalẽ igitur: & reliqua. quod erat ostendendum.

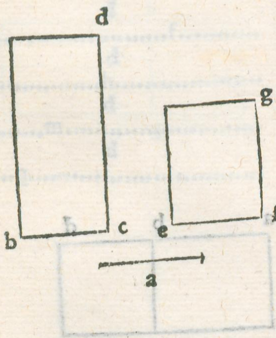
Eucli. ex Zamb. Theorema 81 Propositio 21 21

¶Sub rationalibus potẽtia tantum commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum irrationale est: illud ꝙ potens irrationalis est/voceturq; media.

¶THEON ex Zamb. ¶Sub rationalibus enim potentia tantum commensurabilibus rectis lineis a b & b c: comprehendatur rectangulum a c. Dico ꝙ a c irrationale est: potẽsq; illud irrationalis est/& media appellatur. Describatur enim per 46 primi ex a b: quadratum a d. Et quoniam incommensurabilis est a b ipsi b c longitudine (potentia namq; tantũ supponũtur cõmẽsurabiles) æqualis autẽ est a b ipsi b d: incõmẽsurabilis igit̃ est & b d ipsi b c lõgitudine. Estq; sicut d b ad b c: sic est a d ad a c. incõmẽsurabilis igitur est p 11 decimi d a ipsi a c. Rationale autẽ est d a. irrationale igit̃ est a c. quare & ipsum potẽs a c, hoc est potẽs ęquale ei quadratũ: irrationalis est. voceťq; media: eo ꝗa ex ipsa quadratũ ęquale est ei quod fit ab b c, & eo quia ipsa media per secundam partem 17 sexti proportionalis est ipsis a b & b c. Sub rationalibus igitur potentia tantum: & reliqua. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio. 20 20

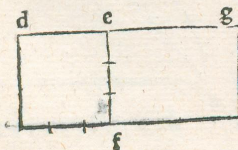
CVm adiuncta fuerit lineę in lõgitudine rationali superficies ęqualis quadrato lineę medialis: latus eius secundum potentialiter tantũ erit rationale/laterique primo in longitudine incommensurabile.



¶CAMPANVS. ¶Hæc est quasi cõuersa præmissæ. Sit a linea medialis. sitq; linea b c rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiungatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate vt docet 10 sexti: eritq; superficies ex b c in d æqualis quadrato lineę a, per 16 eiusdem. dico latus eius secundum/quod est d c: esse rationale in potentia tantum/ & incommensurabile in lõgitudine lateri b c. Eritq; ex præmissa per diffinitionem lineæ medialis: vt linea a possit in aliquam superficiẽ contentam a duabus lineis potentia tantũ rationalibus communicantibus/quæ sit superficies e g cuius latera e f & f g. Eruntq; duę superficies b d & e g per primam partem 13 sexti laterum mutuorum: propter hoc ꝙ ipsę sunt æquales & rectangulæ. proportio ergo b c ad e f: est sicut f g ad c d. Quare per 10 cum b c communicet in potentia cum e f, eo ꝙ quadrata vtriusq; earum sunt rationalia ex hypothesi: f g communicabit in potentia cum c d. Cũ igitur quadratum f g sit rationale per hypothesin: erit quoq; quadratum c d rationale per diffinitionem. At quia superficies b d est irrationalis sicut sua æqualis e g, per præmissam: sequitur vt quadratum lineæ c d nõ communicet cum superficie b d. Et quia quadratum lineæ c d ad superficiem b d est per primam sexti sicut c d ad c b: erit per secundã partem 10 vt c d non commuuicet cum b c. Quare cũ b c sit rationalis in lõgitudine ex hypothesi: erit c d irrationalis in longitudine / & potentia tantũ rationalis. Patet ergo proposita conclusio.

¶THEON. Lemma.

¶S fuerint binę rectæ lineæ: est sicut prima ad secundam sic quod fit a prima ad id quod sub duabus rectis lineis.

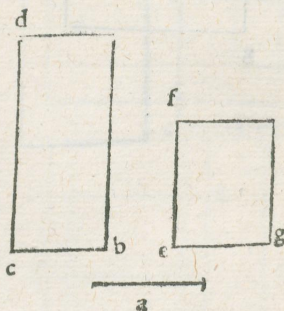


¶Sint binæ rectæ lineæ: f e, e g. Dico ꝙ est sicut f e ad e g: sic est quod ex f e, ad id quod sub f e & e g. Describatur enim per 46 primi ex f e, quadratum d f: compleaturq; f g. Quoniam igitur est sicut d e ad e g sic est f d ad f g, & est quidem f d id quod fit ex f e, at f g iam id est quod sub

sub d e & e g hoc est quod sub f e & e g: est igitur sicut f e ad e g, sic quod ex f e ad id quod sub f e & e g. similiter quoq; & sicut quod sub g e & e f: ad id quod ex e f. hoc est sicut g d ad d f: sic e g ad e f.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 22.

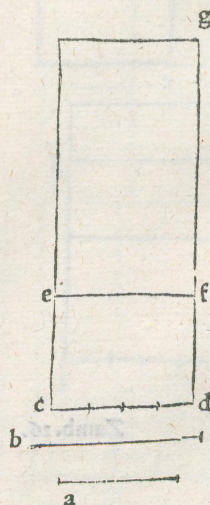
22 ¶Media ad rationalem comparata: latitudinem efficit rationalem, & ei incommensurabilem ad quam comparatur longitudine.



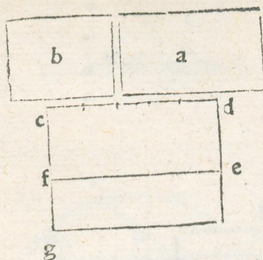
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit per 21 decimi media quidem a: rationalis autem c b. & ei quidem quæ fit ex a æqua ad b c comparetur per 45 primi area rectangula b d: latitudinem efficiens c d. Dico ꝙ rationalis est c d: & incommensurabilis ipsi c b longitudine. Quoniã per 21 decimi a media est: aream potest compræhẽsam sub rationalibus potentia tantum commensurabilibus. possit autem g f. potest autem & b d. æqualis igitur est b d: ipsi g f. est autem & ei æquiangula. Aequaliũ autem & æquiangulorum parallelogrammorum per 14 sexti, reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. proportionalis igitur est sicut b c ad e g: sic e f ad c d. est igitur per 22 sexti: & sicut id quod ex b c ad id quod ex e g: sic est id quod ex e f ad id quod ex c d. Commensurabilis autem est per hypothesin, quæ ex b c: ei quæ ex e g. Rationalis enim est vtraq; ipsarum. Commensurabilis igitur est per 11 decimi & quæ ex e f: ei quæ ex c d. Rationalis autem est quæ ex e f. rationalis igitur & quæ ex c d. rationalis igitur est c d. Et quoniam incommensurabilis est e f ipsi e g longitudine (potentia enim tantum sunt commensurabiles ex constructione) sicut autem e f ad e g sic per lemma præcedens quod ex e f ad id quod sub e f & e g: incommensurabilis igitur est per 11 decimi quæ fit ex e f ei quæ sub f e & e g. Sed ei quidem quæ fit ex e f: commensurabilis est ea quæ fit ex c d. rationales enim sunt potentia. Quæ autem sub f e & e g fit incommensurabilibus, & quæ sub d c & c b: æquales sunt ei quæ ex a. Incõmensurabilis igitur est per 13 decimi (& quomodo aduerte) quæ ex c d ei quæ sub d c & c b. Sicut autẽ quæ ex c d ad eã quæ sub d c & c b: sic per lemma præcedens est d c ad c b. Incommẽsurabilis igitur est d c: ipsi c b longitudine. Rationalis igitur est c d: & ipsi c b longitudine commensurabilis. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 21.

21 OMnis linea communicans mediali: est medialis.



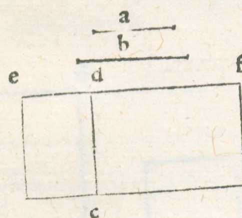
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a medialis: cui ponatur linea b esse communicans siue in longitudine siue in potẽtia tantum. Dico ꝙ etiam linea b est medialis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies c f æqualis quadrato lineę a, & item superficies e g æqualis quadrato lineæ b. hoc autẽ qualiter fiat: in præmissæ demonstratione dictũ est. Eritq; per præmissam linea d f rationalis in potentia tantum: & incommensurabilis lineæ c d. Et quia per primam sexti e g ad c f sicut f g ad d f, cõmunicat autem e g cum c f eo ꝙ quadratum b cõmunicat cum quadrato a per hypothesin, quibus quadratis dictæ superficies positę sunt æquales: sequitur per primam partem decimæ vt linea f g communicet cum linea d f. quare f g est rationalis in potentia tantum sicut est d f, & incommensurabilis in longitudine lineæ e f, cum linea d f sibi communicans sit incommensurabilis eidem e f eo ꝙ suæ æquali. Hoc enim probatum est in 8, ꝙ si fuerint duæ quãtitates communicãtes: cuicunq; vna earum non communicat, nec reliqua. itaq; per 19 erit superficies e g medialis; & eius latus tetragonicũ quod est b, mediale. Quod est propositum.



CCAMPANI additio. Similiter quoqꝫ omnis superficies commu nicãs superficiei mediali: medialis esse conuincitur. Sit enim superficies a medialis: cui ponatur superficies b esse cõmunicans. dico superficiem b esse medialem. quod sic cõstabit. Sit linea c d rationalis in lõgitudine: adiungaturqꝫ ei superficies c e, quę sit æqualis superficiei a. quod hoc mo do fiet. Inueniatur linea c f ad quam sic se habeat vnum ex lateribus superficiei a: sicut linea c d se habet ad reliquũ. hæc autẽ linea qualiter reperia tur: in 10 sexti dictum est. eritqꝫ ex 15 eiusdem superficies d f æqualis a. Itemqꝫ eodem modo ad lineam e f adiũgatur superficies e g: quę sit ęqua lis b. erit itaqꝫ per 20 linea c f potentia tantum rationalis: erit quoqꝫ lineę c d in longitudine incõmensurabilis. Et quia a & b erant cõmunicantes ex hypothesi: erunt quoqꝫ c e & e g eis æquales cõmunicantes. itaqꝫ per primam sexti & per primam partem decimæ huius / erunt duæ lineæ c f & f g: communicantes in longitudine. Est igitur linea f g rationalis in potentia tantum: & lineæ e f incõmensurabilis in longitudine. quare per 19 superficies e g erit medialis: cum linea e f sit rationalis in longitu dine sicut c d sibi æqualis. Cum sit ergo b æqualis e g: erit quoqꝫ b media lis. quod est propositum. Et nota ꝙ omnes superficies mediales cõmu nicantes: componunt superficiem medialem. Vnde tota d g est medialis. quia cum duæ lineæ c f & f g sint rationales in potentia tantũ / & non cõ municantes in longitudine: sequitur vt tota c g sit rationalis in potentia tantum / & non communicans c d in longitudine. itaqꝫ per 19 d g est me dialis. Eodemqꝫ modo si sint plures.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 23.

CQ uæ mediæ commensurabilis: media est.



CTHEON ex Zamb. Sit media a: & ipsi a cõmensurabilis esto b. Di co ꝙ & b media est. Exponatur enĩ rationalis c d. & ei quæ ex a fit æqua lis / ad c d comparetur area rectãgula c e per 44 primi: latitudinẽ effi ciẽs e d. Rationalis igitur est per præcedentem e d: incommensurabilisqꝫ ipsi c d longitudine. ei autem quæ ex b æqualis / ad c d comparetur per 44 primi area rectangula c f: latitudinem efficiens d f. Quoniam igitur commensurabilis est a ipsi b: commensurabile est quoqꝫ id quod ex a ad id quod ex b. Sed ei quidem quod ex a: ęquum est e c. ei autem quod fit ex b: æquum est c f. Commensurabile igitur est e c ipsi c f. estqꝫ sicut e c ad c f: sic est e d ad d f. Commẽsurabilis igitur est per 11 decimi e d ipsi d f longitudine. Rationalis autem est e d: & ipsi d c incommensuralis lõ gitudine. Rationalis igitur est & d f & ipsi d c longitudine incommensu rabilis. Igitur c d & d f per 13 decimi rationales sunt potentia tantum cõ mensurabiles. Quod autem sub rationalibus potentia tantum commensu rabilibus rectis lineis compræhenditur rectangulum: irrationale est per 21 decimi. & illud potens / irrationalis est: appellaturqꝫ media. potẽs igi tur id quod sub c d & d f: media est. potestqꝫ b quod sub c d & d f fit. me dia igitur est b. quod erat ostendendum.

CCORRELARIVM. Hinc igitur est manifestum: ꝙ mediæ areæ ra tionali commensurabilis media est. possunt enim eas rectæ lineæ quæ po tentia sunt commensurabiles: quarum altera media. quare & reliqua me dia est. Similiter autem ex eis quæ de rationalibus & medijs dicta sunt: sequitur vt mediæ longitudine commensurabilis / media appelletur eiqꝫ commensurabilis non tantum longitudine sed & potentia. quoniam in vniuersali longitudine commensurabiles omnino & potentia. Si vero mediæ commensurabiles potentia tantum: dicuntur mediæ potentia tan tum commensurabiles.

Eucli. ex Camp. Propositio 22.

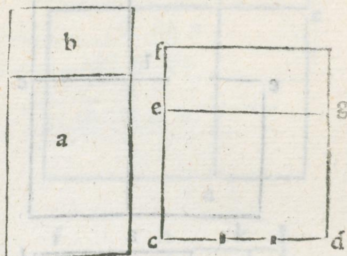
Zamb. 26.



OMnis differentia qua abundat mediale a mediali: irrationalis esse probatur.

CCAMPANVS. Sit vtraqꝫ duarum superficierum a b & a: medialis.

dico ꝙ superficies b quæ est earum differentia: est irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine cui adiũgatur superficies d e ęq̃lis superficiei a: & superficies d f æqualis totali superficiei a b. hoc autem qualiter fiat: in præmissa docuimus. Quia ergo d f est æqualis a b, & d e ęqualis a: erit per cõceptionẽ g f æqualis b. Si itaq; superficies b nõ est irrationalis sed rõnalis: erit & f g sua æq̃lis rõnalis. At cũ linea e g sit rationalis in longitudine sicut sua æqualis c d: erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & cõmunicãs lineæ e g. p 20 autẽ est vtraq; duarũ linearũ c e & e f potentialiter tantum rationalis: & lineæ c d incommensurabilis in longitudine. itaq; e f linea est incommensurabilis lineæ c e in longitudine. Et quia per primam sexti quadratum lineæ e f ad superficiem quæ fit ex e f in c e est sicut e f ad c e: sequitur per secundam partem decimæ vt quadratum lineæ e f sit incommensurabile superficiei factæ ex e f in c e. quare & ipsum quadratum erit incommensurabile duplo superficiei ex e f in c e. quadratum vero c e cum sit rationale: est cõmunicans quadrato e f. totum igitur ex ambobus compositum erit per 9 cõmunicãs quadrato e f. Et ideo incommẽsurabile duplo superficiei ex e f in c e. Et quia per 4 secundi quadratum lineæ c f est æquale duobus quadratis duarum linearũ c e & e f & duplo superficiei ex c e in e f, & duplum superficiei c e in e f est incõmẽsurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f: sequitur per ea quæ addita sunt in 9/ vt quadratum c f sit incommẽsurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatũ ex his quadratis sit rationale: sequitur quadratum lineæ c f non esse rationale. & ideo linea c f non est rationalis in potẽtia. & idcirco non erit superficies d f medialis: neq; a b sibi æqualis. quod est inconueniẽs: cũ sit cõtrarium positis. Relinquitur igitur ꝙ superficies b: est irrationalis. quod est propositum.

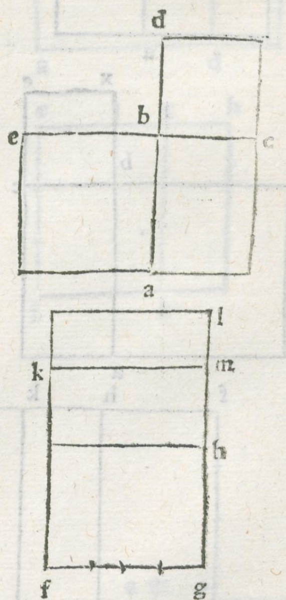


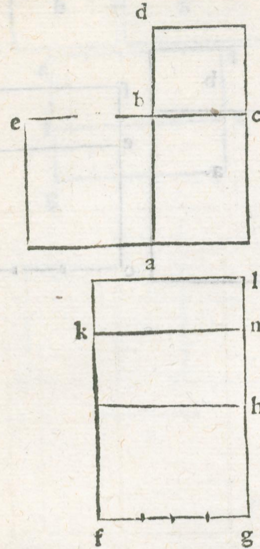
Eucli ex Camp. Propositio 23.

Zamb. 25.

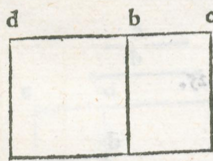
23 Omnis superficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicãtes: aut rationalis est aut medialis.

CAMPANVS. Sint duæ lineę a b & b c mediales potentia tantum cõmunicantes: dico ꝙ superficies a c ab eis cõtenta aut est rationalis/ aut medialis. Sint enim: c d quadratum lineæ b c, & a e quadratũ lineæ a b. eruntq; ex hypothesi hęc duo quadrata cõmunicantia. & erit per primam sexti superficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea f g quæ sit rationalis in longitudine: cui adiũgatur superficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis superficiei a c, & k l ęqualis quadrato d c. erũtq; hæ tres sup̃ficies f h, h k & k l cõtinue proportionales: sicut suæ æquales a e, a c, & d c. quare per primã sexti erũt etiã tres lineæ g h, h m, & m l, quæ sunt bases earum: continue proportionales. Et cum sup̃ficies f h & k l sint cõmunicãtes sicut duo quadrata a e & c d eis æqualia: sequitur per primam sexti & decimã huius vt linea g h sit cõmunicans cum m l. vtraq; autem earum est rationalis: in potentia per 20 huius. igitur superficies vnius earũ in alteram est rationalis. omnis enim superficies quam continẽt duæ lineæ rationales in potẽtia/ cõmunicantes in longitudine: necessario est rationalis/ vt patet ex prima sexti & prima parte decimæ huius & ex diffinitione sup̃ficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæsextæ quadratum lineæ l m est æquale superficiei ex g h in m l: erit quadratum lineæ h m rationale. Si ergo linea h m est rationalis in longitudine siue cõmunicans lineę k m quæ est æqualis lineæ f g: erit per 15 sup̃ficies h k rationalis, ideoq; & sua æqualis a c. Si autẽ h m sit irrationalis in longitudine siue incommensurabilis lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g: cum ipsa sit rationalis saltem in potẽtia eo ꝙ suum quadratum est rationale/ erit ex 19 superficies h k medialis. quare & sua æqualis a c. Constat ergo propositum.

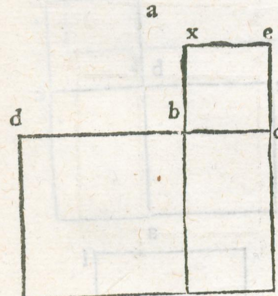




¶CAMPANI annotatio. ¶Et nota ꝙ si duæ lineæ a b & b c essent mediales in longitudine communicantes: esset superficies a c medialis tantum. esset enim superficies a c communicans vtriq; duorũ quadratorũ a e & c d per primam sexti & per præsentem hypothesin: & per 10 huius. & ideo superficies h k æqualis a c: esset communicans vtriq; superficiei f h & k l. igitur per primam sexti/ & 10 huius linea h m esset communicans vtriq; duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ essent rationales in potẽtia tantum/ non cõmunicantes in lõgitudine lineæ f g: esset quoq; h m rationalis in potentia tantum/ non communicans in longitudine lineæ f g. quare per 19 esset superficies h k medialis tantum. & ideo etiam a c sibi æqualis. ¶Si autem duæ lineæ a b & b c essent mediales neq; in longitudine neq; in potentia cõmunicantes: superficies a c neq; esset rationalis neq; medialis. si enim sic esset/ scilicet ꝙ duę lineæ a b et b c essent mediales neq; ĩ lõgitudine neq; in potẽtia cõmunicãtes: essent duo quadrata a e & c d incõmunicantia. itaq; & duæ superficies f h & k l eis æquales quoq; essent incommunicãtes. quare & duæ lineæ g h & m l essent incommẽsurabiles per primam sexti: & per secundã partẽ decimi Et quia vtraq; earũ est rationalis tantum in potentia: per 20 esset superficies vnius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratum lineæ h m sit æquale dictæ superficiei quæ fit ex g h in m l, per primã partem 16 sexti: esset per 19 linea h m linea medialis. per 15 ergo non esset superficies h k rationalis, nec etiã per 20 medialis, quare nec sua æqualis a c.



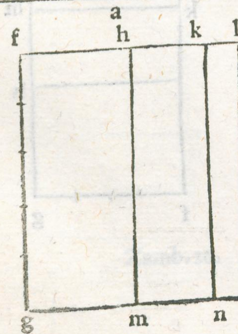
¶Præcedentes duę ex Campano propositiones scilicet 22 & 23: tribus ex Zamberto sequẽtibus videlicet 24, 25, & 26, inuerso ordine respondent. 22 namq; ex Camp. 26 ex Zamb. 26 autem ex Camp. cum additione: 24 & 25 ex Zamberto respondent.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 24. 24

¶Sub medijs longitudine commensurabilibus rectis lineis comprætensum rectangulum: medium est.

¶THEON ex Zãb. ¶Sub medijs inquã lõgitudine cõmensurabilibus rectis lineis a b, b c: cõpræhendatur rectangulũ a c. dico ꝙ a c mediũ est. Describatur eñi per 46 primi ex a b: quadratum a d. medium igitur est a d. Et quoniam cõmensurabilis est a b ipsi b c longitudine/ æqualis autẽ est a b ipsi b d: commensurabilis igitur est d b ipsi b c lõgitudine. Quare & d a ipsi a c per correlariũ 23 decimi cõmẽsurabilis est. medium autem est d a. medium igitur est & a c. quod oportebat ostendere.



Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 25. 25

¶Sub medijs potentia tantum cõmensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulũ: aut rationale aut mediũ est.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sub medijs potentia tantum commensurabilibus rectis lineis a b, b c: compræhendatur rectangulum a c. Dico ꝙ a c: aut rationale/ aut medium est. Describãtur inquam per 46 primi ex a b & b c: quadrata a d & b e. medium est igitur vtrunq; ipsorum a d & b e. Exponaturq; rationalis f g. ipsiq; a d æquum ad f g comparetur per 44 primi rectangulum parallelogrammum g h, latitudinem efficiens f h. Ipsi autẽ a c ad h m æquũ comparetur per eandem rectangulum parallelogrammum m k: latitudinem efficiens h k. Et insuper per eandẽ ipsi b e æquum similiter ad k n cõparetur n l: latitudinẽ efficiẽs k l. Quoniã in rectas lineas igitur sunt f h, h k, & k l, & quoniam vtrũq; ipsorũ a d & b e medium est/ estq; æquale a d ipsi g h, & b e ipsi n l: mediũ igitur est & vtrũq; ipsorũ g h, n l. & ad rationalẽ f g cõparant. Rationalis igitur est per 22 decimi vtraq; ipsarũ f h & k l: & incõmensurabilis ipsi f g lõgitudine.

Quoniam igitur commēsurabile est a d ipsi b e: commensurabile igitur est per 11 decimi & g h ipsi n l. estq; sicut g h ad l n: sic per primam sexti est f h ad k l. Commensurabilis igitur est per eandē 11/ f h ipsi k l longitudine. Ipsæ igitur f h, k l: rationales sunt longitudine commensurabiles. Rationale est igitur per 19 decimi quod sub f h, k l. Et quoniam ęqualis est quidem d b ipsi b a, & x b ipsi b c: est igitur sicut d b ad b c, sic est a b ad b x. Sed sicut quidem d b ad b c: sic est per primam sexti / & per 11 quinti d a ad a c. sicut autem a b ad b x: sic est a c ad c x. est igitur sicut d a ad a c: sic est a c ad c x. æquū autem est ad ipsi g h, & a c ipsi m k, & c x ipsi n l. est igitur per 17 sexti/ sicut g h ad m k: sic est m k ad n l. est igitur sicut & f h ad ipsum h k: sic est h k ad ipsum k l. Igitur quod sub f h, k l: æquū est ei quod fit sub h k. Rationale autem est quod sub f h, f l. rationale igitur est & quod fit ex h k. Rationalis est igitur per 19 decimi ipsa h k. & si quidem commensurabilis est ipsi f g longitudine: rationale est per 22 decimi h n. Si autem incommensurabilis est ipsi f g longitudine: ipsæ h k & h m rationales per 21 decimi sunt potentia solum cōmensurabiles. medium igitur est h n. Igitur h n aut rationale est aut medium. æquum autem est h n ipsi a c. igitur a c vel rationale vel medium est. Sub medijs igitur potentia tantum cōmensurabilibus: & quæ sequūtur reliqua. Quod erat ostendendum.

26 Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 26.

¶Medium: non excedit medium rationali.

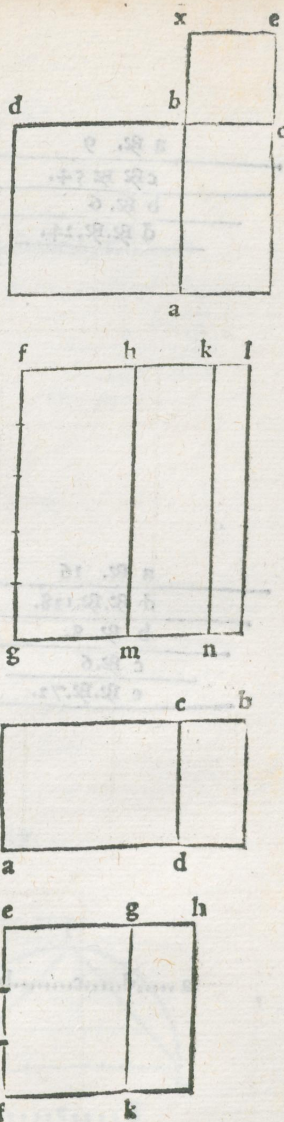
¶THEON ex Zamb. ¶Si enim possibile: medium a b, mediū a c excedat rationali d b. ponaturq; rationalis e f. ipsiq; a b æquum ad e f comparetur per 44 primi parallelogrammum rectangulū f h: latitudinē efficiens e h. ipsi autem a c ęquum auferatur f g. reliquum igitur b d: per tertiam communem sententiam reliquo k h est æquale. Rationale autem est d b: rationale igitur est & k h. Quoniam igitur medium est vtrunq; ipsorum a b, a c, estq; a b ipsi f h æquale per correllarium 23 decimi/ at a c ipsi f g: medium igitur est vtrunq; ipsorum f h, f g. & ad rationalem e f cōparatur. Igitur rationalis est vtraq; ipsarum h e & e g: & incommensurabilis ipsi e f lōgitudine per 22 decimi. Et quoniam rationale est d b, estq; ipsi k h æquale: rationale igitur est & k h. ad rationalēq; e f comparatur. rationalis igitur est per 20 decimi g h: & ipsi e f longitudine commensurabilis. Sed e g rationalis est: & ipsi e f longitudine incommensurabilis. incommensurabilis igitur est per 13 decimi e g ipsi g h longitudine. estq; sicut e g ad g h: sic quod fit ex e g ad id quod sub e g & g h. Incommensurabile igitur est per 11 decimi & lemma 21 decimi quod fit ex e g ei quod sub e g & g h. Sed ipsi quidem quod fit ex e g: commensurabilia sunt quæ fiunt ex e g & g h quadrata rationalia etenim vtraq; ei autem quod sub e g & g h commensurabile est per 13 decimi id quod bis sub e g & g h. duplum nanq; est illius. Incommēsurabilia igitur sunt per 16 decimi quæ fiunt ex e g & g h: ei quod bis sub e g & g h. & vtraq; igitur quæ ex e g & g h & quod bis sub e g & g h quod est quod fit ex e h: p 4 secundi incommensurabile est eis quæ fiunt ex e g & g h. Rationalia autem sunt quæ fiūt ex e g & g h per diffinitionem. Irrationale igitur est quod fit ex e h. irrationalis igitur est e h. sed & rationalis. quod est impossibile. medium igitur medium non excedit rationali. quod erat ostendendum.

Sequētes duę ex Zāb. neutiq̄ in Cāpano respōdētes hn̄t.

27 Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 27.

¶Medias inuenire potentia tantum commensurabiles: rationale comprahendentes.

¶THEON ex Zamb. ¶Exponantur binæ rationales potentia tantum commensurabiles a, b. sumanturq; per 13 sexti ipsarū a, b, media proportionalis c. Fiatq; per 12 sexti sicut a ad b, sic c ad d. Et quoniam ipsę a, b,



a R. 9
c R. R. 54.
b R. 6
d R. R. 24.

rationales sunt pot ntia tantũ cõmensurabiles: igitur quod sub a,b, hoc est quod ex c fit/ per 21 decimi medium est. media igitur est c. Et quoniam est sicut a ad b sic c ad d, ipsæ autem a,b, potentia tantum sunt commẽsurabiles: & c,d, igitur per 11 decimi/ potentia tantum sunt commensurabiles: estq; c media. media igitur est per 23 decimi/ & d. Ipsę igitur c,d, p constructionem: mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Dico q & rationale comprædendunt. Quoniam enim est sicut a ad b sic est c ad d: vicissim igitur per 16 quinti est sicut a ad c sic est b ad d. Sed sicut a ad c: & c ad b. & sicut igitur per 11 quinti/ c ad b sic b ad d. igitur quod sub c,d: æquum est ei quod fit ex b. Rationale autem est quod fit ex b. Rationale igitur est quod sub c,d. Inuentæ igitur sunt mediæ potẽtia tantũ commensurabiles: rationale comprædendentes. quod fecisse oportuit.

a ℞. 9
c ℞ ℞ 54.
b ℞. 6
d ℞. ℞. 24.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propositio 28.

¶ Medias comperire potentia tantum commẽsurabiles: medium comprædendentes.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponantur enim tres rationales potentia tantum commẽsurabiles: a,b,c. suscipiaturq; per 13 sexti ipsarum a,b: media proportionalis d. Fiatq; per 12 sexti sicut b ad c: sic d ad e. Quoniã enim a,b, rationales sunt/ potentia tantum commensurabiles: igitur per 21 decimi/ quod sub a b hoc est id quod fit ex d, medium est. media igitur est d. Et quoniam b,c, potentia solum sunt commensurabiles / estq; sicut b ad c sic est d ad e: ipsæ igitur d,e, per 11 decimi potentia tantum sunt commensurabiles. media vero est d. & igitur e. Igitur ipsæ d,e: mediæ sunt potentia tantum commẽsurabiles. Dico q & medium comprædunt. Quoniam enim est sicut b ad c sic est d ad e: vicissim igitur per 16 quinti/ sicut b ad d sic est c ad e. Sicut autem b ad d: sic d ad a. Et sicut igitur per 11 quinti d ad a: sic c ad e. Quod igitur sub a,c: per 16 sexti/ æquum est ei quod sub d,e. medium autem quod sub a,c. medium igitur per correllarium 23 decimi quod sub d e. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles : medium comprædendentes. quod fecisse oportuit.

a ℞. 16
d ℞. ℞. 128.
b ℞. 8.
c ℞. 6
e ℞. ℞. 72.

Lemma.

¶ THEON.

¶ Comperire duos quadratos numeros: vt ex eis compositus sit quadratus.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Exponant̃ bini nũeri a b & b c. sintq; aut pares/ aut ĩpares. Et quoniã si a pari par auferatur & si ab ĩpari impar/ per 26 noni reliquus erit par: si igitur ab a b pari par b c, aut ab impari a b, impar b c auferatur/ reliquus a c par est. Secetur a c bifariam in d. sint autẽ ipsi a b, b c: aut similes plani / aut quadrati qui & similes plani sunt. Igitur qui sub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c d quadrato: æquus est per 6 secundi ei qui fit ex b d quadrato. estq; quadratus qui sub a b, b c: quoniam patuit per primã noni q si bini similes plani multiplicantes se adinuicẽ aliquẽ fecerint/ factus quadratus est. Inuenti igitur sunt bini quadrati numeri qui sub a b, b c, & qui ex c d: qui compositi / b d quadratũ cõficiũt.

a .....d.....c.......b

¶ CORRELARIVM. ¶ Ac manifestum q inuenti sunt rursus bini quadrati & qui ex b d & qui ex c d: & perinde eorum excessus qui sub a b, b c, est quadratus/ quando ipsi a b, bc, similes fuerint plani. Quando autem non fuerint similes plani: inuenti sunt bini quadrati & qui ex b d & qui ex d c, quorum excessus qui sub a b & b c non est quadratus.

¶ Lemma præcedentis oppositum.

¶ Inuenire binos quadratos numeros: vt ex eis compositus non sit quadratus.

¶ Sint enĩ a b, b c, similes plani vt qui sub a b, b c, per 1 noni sit quadratus: sitq; par c a. seceturq; c a bifariam in d. Manifestum iam est q qui sub a b, b c, quadratus vna cum eo qui fit ex c d quadrato: æquus est ei

a..g..h.d.e.f...c.......b

qui ex b d quadrato. Auferatur autem vnitas d e. Igitur qui sub a b & b c vna cum eo qui ex c e: minor est eo qui fit ex b d quadrato. Dico igitur ꝙ qui sub a b, b c, quadratus vna cũ eo qui ex c e: nõ est quadratus. Si enim est quadratus: vel est æqualis ei qui ex b e, vel eo minor. Maior autẽ nõ erit: cum qui sub a b, b c, quadratus vna cum eo qui ex c d quadrato hoc est qui ex b d, primus sit maiorũ quadrato qui ex b e, vnitas enim nõ secatur. maior autẽ est eo qui sub a b. b c, vna cũ eo qui ex c e. c d enim: ipso c e vnitate maior. Sit autem (si possibile est) prius qui sub a b, b c, vna cũ eo qui fit ex c e: æqualis ei qui ex b e. sitq; ipsius d e vnitatis: duplus g a. Quoniam igitur totus a c totius c d duplus est / & a g ipsius d e est duplus: & reliquus igitur per 7 septimi g c reliqui e c duplus est. bifariam igitur ipsum g c: ipse e dispescit. Igitur qui sub g b & b c vna cũ eo qui fit ex c e: æquus est ei qui fit ex b e quadrato. Sed qui sub a b, b c, vna cũ eo qui ex c e: ęquus supponitur ei qui ex b e quadrato. Qui sub g b, b c, igitur vna cũ e c qui fit ex c e: ęquus ei est qui fit sub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c e. Cõmuni igitur sublato qui ex c e: ducitur a b æqualis ipsi g b. quod est impossibile. Qui sub a b, b c, igitur vna cũ eo qui ex c e: æquus nõ est ei qui fit ex b e. Dico iam ꝙ neq; minor eo qui ex b e. Si enim possibile: sit ei qui ex b f æqualis, & ipsius d f duplus h a. Cõducaturq; duplus rursus h c ipsius c f: & vt f ipsum h c bifariam secet. ac per hoc eo qui sub h b, b c, vna cũ eo qui ex f c: æquus erit ei qui ex b f. Supponitur autem ꝙ qui sub a b, b c, vna cũ eo q ex c e: est ęqualis ei q ex b f. Cõducatur igit̃ ęqualis q sub a b, b c, vna cũ eo qui ex c e: ei qui ex h b & b c vna cũ eo qui fit ex c f. quod absurdum est. Igitur qui qui sub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c e: ęquus non est minori eo qui fit ex b e. patuit autẽ ꝙ neq; ei qui ex b e. neq; eo maiori. Igitur qui sub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c e: quadratus non est. Cum autem sit possibile & pluribus modis prædicta ostendere: sufficiant nobis tamen prædicta / ne materia lõgior existens lõgius protrahatur.

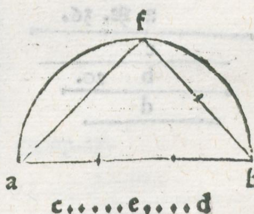


Eucli. ex Zamb. Problema 6. Propositio 29.

29 ℂComperire binas rationales potentia tantum commensurabiles: vt maior minore maius possit eo quod fit ex commẽsurabili sibi longitudine.

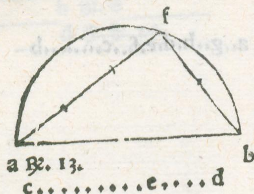
Camp. 17

ℂTHEON ex Zamb. ℂ Exponatur enim quædã rationalis a b. & bini quadrati c d, d e, vt ipsorũ residuus c e nõ sit quadratus per correlariũ 1 lemmatis 28 decimi. & super a b describatur semicirculus a f b. Fiatq; sicut per correlarium 6 decimi d c ad c e: sic ꝙ ex b a quadratum ad id quod ex a f quadratũ. cõnectaturq; f b. Quoniã igitur est sicut quod ex b a ad id quod est a f, sic ex d c ad c e: igit̃ quod ex b a ad id quod ex a f, eã habet ratiõẽ quã numerus c d ad numerũ c e. Cõmensurabile igitur est quod ex b a: ei quod ex a f. Rationale autẽ quod fit ex a b. rationale igitur & id quod fit ex a f. Rationalis igitur est & a f. Et quoniã d c ad c e rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neꝙ quod ex a b igitur ad id quod ex a f rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ nũerũ. Igitur a b: p 9 decimi ipsi a f lõgitudine incõmẽsurabilis est. Ipsæ igitur a f, a b: rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Et quoniã est sicut d c ad c e, sic est quod ex a b ad id quod ex a f: cõuertendo igitur p correlariũ 19 quinti sicut c d ad d e, sic quod ex a b ad id quod ex b f. At c d ad d e eã habet rationẽ quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quod igitur ex a b ad id quod ex b f: eã habet rationẽ quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Cõmẽsurabilis igitur est p 9 decimi a b ad b f lõgitudie. Et quod ex a b per 47 primi æquũ est eis quæ fiũt ex a f & f b. Igitur a b ipsa a f maius potest ipsa b f sibi cõmensurabili. Inuẽtæ igitur sunt binę rationales potẽtia tãtũ commẽsurabiles b a & a f: vt b maior ipsa a f maius possit eo quod ex f b sibi longitudine commensurabili. Quod facere oportebat.



Eucli.ex Zamb. Problema.7 Propositio 30. 30

Camp.18 ❡Comperire binas rationales potentia tãtum commẽsura
biles:vt maior minore maius possit eo quod fit a sibi longi
tudine incommensurabili.

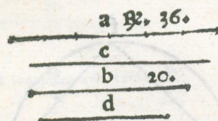


❡THEON ex Zamb. ❡Exponatur rationalis a b:biniq; numeri qua-
drati c e & e d, vt ex eis compositus non sit quadratus per lẽma 2 vicesi
mæoctauæ decimi. Describaturq; super a b, semicirculus a f b:fiatq; per
correlariũ 6 decimi sicut d c ad c e, sic quod fit ex a b ad id quod ex a f.
connectaturq; f b. Similiter iam ostẽdemus sicut in præcedenti: ipsæ
b a & a f rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et quoniã
est sicut d c ad c e sic est quod ex b a ad id quod ex a f:conuertendo igi
tur per correlarium 19 quinti sicut c d ad d e, sic quod ex a b ad id quod
ex f b. At c d ad d e rationem non habet quam quadratus numerus ad
quadratum numerum. neq; igitur quod ex a b:ad id quod ex b f ratio-
nem habet quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Incom
mensurabilis igitur est a b ipsi b f longitudine:potestq; a b ipsa a f ma
ius eo quod fit ex b f sibi incommensurabili. Ipsæ igitur a b, b f, rationa
les sunt potentia tãtum commensurabiles & a b ipsa a f maius potest eo
quod fit ex f b sibi longitudine incommẽsurabili. quod fecisse oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio 24. 24

Duas lineas mediales potentia tantum communicã
tes superficiemq; rationalem continentes/quarum
longior sit potentior breuiore/augmento quadra-
ti lineæ communicantis eidem longiori in longitu
dine:inuenire.

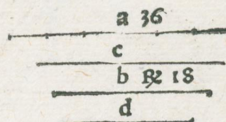
❡CAMPANVS. ❡Cũ omnes duę lineę mediales potẽtia tantũ cõmu
nicantes cõtineãt superficiẽ rationalem aut medialem/vt ex præmissa
patet;docet inuenire eas duas quæ continent superficiem rationalem &
eas quæ medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas media-
les potentia tantum communicantes/quarũ longior possit amplius bre
uiori in quadrato alicuius lineæ sibi cõmunicantis in longitudine:quæ
contineant superficiem rationalem. Ad hoc secundum doctrinam 17 su
mo duas lineas a & b potentia tantum rationales communicantes:qua
rum longior quæ sit a, possit amplius breuiori quæ sit b, in quadrato ali
cuius lineæ secum communicantis in longitudine. & ponam lineam c
secundum doctrinam 9 sexti:medio loco proportionalem inter a & b. &
ponam vt sit proportio a ad b:sicut c ad d. quod qualiter fiat:in 10 sexti
dictum est. Dico tũc duas lineas c & d:esse quas quærimus. Patet enim
ex 19: superficies quã cõtinent duæ lineæ a & b, est medialis. Et quia
per primam partẽ 16 sexti/quadratũ lineæ c est dictæ superficiei æqua-
le:erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autem sit a ad b sicut c ad d,
& b communicet cum a in potentia tantum ex hypothesi quia tam a q̃
b rationalis est in potentia:sequitur per 10 c quoq; communicet cum
d in potentia tantum. Itaq; per 21 cum c sit linea medialis: erit etiam d
medialis. & per primam partem 12 erit linea c potentior linea d:in qua
drato lineæ sibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c &
d contineant superficiem rationalem:ipsę sunt quales inquirimus. Eas
autem cõtinere superficiem rationalem:sic habeto. Cum sit a ad b sicut
c ad d:erit permutatim a ad c sicut b ad d. sed erat a ad c:sicut c ad b. igi
tur est c ad b:sicut b ad d. itaq; per primam partem 16 sexti superficies
quam continẽt duæ lineæ c & d:est æqualis quadrato b. est autem qua-
dratum b, rationale per hypothesin:cum ipsa sit rationalis in potentia.
Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d:est rationalis. Quare
constat propositum.



25 Eucli. ex Camp. Propoſitio 25.

DVas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemqꝫ rationalem continentes/ quarum longior ſit potentior breuiori/ quadrato lineę eidem longiori in longitudine incommenſurabilis: inuenire.

¶CAMPANVS. ¶Poſitis duabus lineis a & b rationalibus potētia tā tum communicantibus quarum longior poſſit amplius breuiori in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine quæ quidem reperiuntur ſecundum doctrinam 18, cæteriſqꝫ poſitionibus manentibus ſicut in præmiſſa: argumentando modo conſimili patebit duas lineas c & d eſſe quales quærimus. ¶Et nota q̧ duę lineæ quas hęc & pręmiſſa docent inuenire: componunt bimediale primum. & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt/ dicitur reſiduum mediale primum.

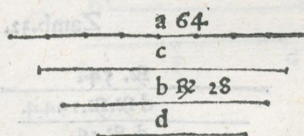


31 Eucli. ex Zamb. Problema 8. Propoſitio 31.

¶Comperire binas medias potentia tantum commenſurabiles rationale compræhēdentes: vt maior minore maius poſſit eo quod fit a ſibi longitudine commenſurabili.

Camp. 24.

¶THEON ex Zamb. ¶Exponantur per 29 decimi binæ rationales potentia tantum cōmenſurabiles/ a, b: vt a maior exiſtens/ ipſa b minore maius poſſit eo quod fit ex ſibi longitudine commenſurabili/ & ei quod ſub a, b, cōprehēditur ęquū eſto id quod ex c. Medium autē eſt quod ſub a, b. medium igitur eſt per correlarium 23 decimi quod ſub c. media igitur eſt c per 21 decimi. Ei vero quod fit ex b: æquū eſto quod fit ſub c, d. Rationale autē eſt quod fit ex b. rationale igitur & quod ſub c, d. Et quoniā per 1 ſexti eſt ſicut a ad b ſic eſt quod ſub a, b, ad id quod ex b, ſed ei quidē quod ſub a, b, æquum eſt id quod fit ex c, ei autem quod fit ex b æquum eſt quod ſub c, d: ſicut igitur a ad b, ſic quod ex c ad id quod ſub c, d. Sicut autem quod fit ex c ad id quod ſub c, d: ſic eſt c ad d. & ſicut igitur a ad b, ſic c ad d. Commēſurabilis autē eſt per hypotheſin a: ipſi b potētia tantū. cōmenſurabilis igitur p 11 decimi & c ipſi d potētia tātū. At c: media eſt. media igitur eſt per 23 decimi & d. Et quoniam eſt ſicut a ad b & c ad d, at a ipſa b maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili: & c igitur ipſa d maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili. Inuentæ ſunt igitur binæ mediæ potentia tantum commēſurabiles c, d, rationale cōpræhēdentes: & c ipſa d maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine commenſurabili. ¶Similiter iā oſtendetur q̧ & eo quod ex incommenſurabili: quādo a ipſa b maius potuerit eo quod fit ex ſibi incommenſurabili. Quod facere oportuit.



Camp. 25.

26 Eucli. ex Camp. Propoſitio 26.

DVas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemqꝫ medialem continentes/ quarum longior breuiore tanto amplius poſſit quantum eſt quadratum alicuius lineæ incommenſurabilis ipſi longiori in longitudine: inuenire.

¶CAMPANVS. ¶Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potētia tantum communicantes ſuperficiemqꝫ rationalem continentes/ quarum longior plus poſſit breuiori in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine/ & ſecum incommenſurabilis in longitudine: nūc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes ſupefirciemqꝫ medialem coutinentes quarum longior ſit potentior breuiori in quadrato lineæ non ſecū cōmenſurabilis/ ſed ſolū ſibi incommenſu

a 36
d.℞.℞.864
b ℞ 24
c ℞. 12.
e ℞.℞.96

rabilis in longitudine. illud enim facile habetur ex isto. Sint itaq; tres li
neæ sumptæ secundum doctrinam 18 a, b, c, potentia tantum ratio-
nales & in ea solum communicantes: sitq; a potentior b & c, quadrato li
neæ sibi incommensurabilis in longitudine. & ponatur d medio loco
proportionalis inter a & b vt docet 9 sexti: & sit d ad e sicut a ad c. dico
duas lineas d & e esse quales inquirimus. Cum sit enim quadratũ lineæ
d æquale superficiei quæ continetur sub a & b per primã partẽ 16 sexti.
sitq; superficies contẽta sub a & b medialis ex 19 cum a & b sint poten
tia tantum rationales communicantes: erit ex eadem linea d medialis.
At quia a ad c sicut d ad e, communicat autem a cum c in potentia tan
tum ex hypothesi: sequitur ex 10 vt e quoq; cõmunicet cum d in poten-
tia tantum. Itaq; per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a est poten-
tior c, quadrato lineæ sibi incõmensurabilis in longitudine: erit quoq;
per 12 d potentior e quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitu-
dine. Si igitur duæ lineæ d & e contineant superficiem medialem: cõ
stat eas esse quales inquirimus. Eas autẽ cõtinere superficiẽ medialẽ: sic
habetur. Cum sit ex hypothesi a ad c sicut d ad e: erit permutatim a ad d
sicut c ad e. Sed a ad d est sicut d ad b per hypothesin. itaq; d ad b sicut
c ad e. igitur per primam partem 12 sexti superficies quã continent d &
e: est æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continent superficiem
medialem per 19: cum ipsæ sint rationales in potentia tantum commu
nicantes ex hypothesi. itaq; d & e continent superficiem medialẽ. Quod
est propositum. ¶CAMPANVS. ¶Si autem cura esset inuenire duas li
neas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; media-
lem continentes / quarum longior esset potentior breuiori, quadrato li-
neæ secum communicãtis in longitudine: sumeremus tres lineas secũ-
dum doctrinam 17 a, b, c, potentia tantum rationales & in ea solum cõ
municantes / & poneremus lineam a esse potentiorem linea c, quadrato
alicuius lineæ sibi communicantis in longitudine / cætera vero manerẽt
vt prius. & argumentatione consimili concluderemus: duas lineas d & e
esse quales proponitur inquirere. ¶Et nota ꝙ duæ lineæ quas hæc 26
docet inuenire: componunt bimediale secũdum. & minori earum absci-
sa de maiori: quæ reliqua est / dicitur residuum mediale secundum.

Zamb.32.

℞. 54.
d ℞.℞.1944
d ℞.36
e ℞ ℞ 496
c ℞ 18

Eucli. ex Zamb. Problema 9. Propositio 32. 32

¶Inuenire duas medias potentia tantum commensurabi-
les medium cõpræhendentes: vt maior minore maius pos-
sit eo quod fit ex sibi commensurabili.

¶THEON ex Zamb. ¶Exponantur tres rationales potentia tantum
commensurabiles a, b, c: vt a per 29 decimi ipsa c maius possit eo quod
fit ex sibi commensurabili. & ei quidem quod sub a, b: æquum sit per 13
& 17 sexti quod fit ex d. medium autem est quod sub a, b. medium igitur
est per eandem quod ex d. & d igitur media est. Ei autem quod sub b, c:
æquum esto quod sub d, e. Et quoniam per primam sexti & lemma 21
decimi sicut quod sub a, b, ad id quod sub b, c, sic est a ad c, sed ei quidẽ
quod sub a, b, æquum est id quod fit ex d, ei autem quod sub b, c, æquũ
est id quod sub d, e: est igitur per 9 quinti: sicut a ad c sic quod fit ex d ad
id quod sub d, e. Sicut autẽ quod fit ex d ad id qđ sub d, e, sic est d ad
e. & sicut igitur per 11 quinti a ad c: sic d ad e. Commensurabilis autem
est a ipsi c potentia tantum. cõmensurabilis igitur est per 11 decimi & d
ipsi e potentia tantum. Media autem est d: media igitur per 22 decimi
est & e. Et quoniam est sicut a ad c sic est d ad e, & a q̃ c maius potest
eo quod fit ex sibi cõmensurabili: & d igitur q̃ e maius poterit eo quod
fit ex sibi commensurabili per 14 decimi. Dico insuper ꝙ compræhen
sum sub d, e, mediũ est. Quoniam enim æquũ est quod sub b, c, ei quod
sub d, e. mediũ autẽ quod sub b, c: mediũ igitur per correlarium 22 &
quod sub d, e. Inuentæ sunt igitur duæ mediæ potentia tantum commen

a ℞ 64.
d ℞ ℞ 3072.
b ℞ 48
e ℞ ℞ ℞.1456
c ℞ 28

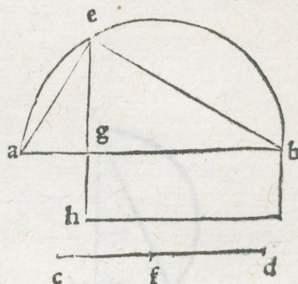
ſurabiles d, e, medium compræhendentes: vt maior minore maius poſ-
ſit eo quod fit ex ſibi commenſurabili. ¶Similiter iã rurſus oſtendetur ꝙ
& ei quod ex incommenſurabili: quando a ipſa c maius poterit eo quod
fit ex ſibi incommenſurabili. quod facere oportuit.

Cãp. 26.

27 Eucli. ex Camp. Propoſitio 27.

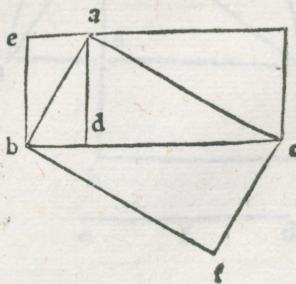
DVas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuper-
ficiemq; medialem continentes/quarum quadrata
ambo pariter accepta ſint rationale: inuenire.

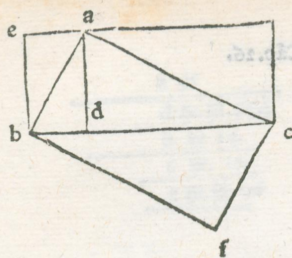
¶CAMPANVS. ¶Propoſitum eſt inuenire duas lineas inconmenſura
biles tam in potentia q̃ in longitudine: quę contineant ſuperficiem me-
dialem/& quadrata ambarum pariter accepta faciant ſuperficiem ratio-
nalem. Ad hæc autem ſumo per 18/duas lineas a b & c d potentia tan-
tum rationales cõmunicantes: quarum longior quæ ſit a b, ſit potentior c
d, quadrato alicuius lineæ ſecum incommenſurabilis in longitudine. Et
ſuper lineam a b deſcribo ſemicirculum a e b. Et diuido lineã c d p ęqua
lia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad puctum g: ita ꝙ linea e f ca-
dat in medio loco proportionalis inter a g & g b. & qualiter hoc fiat: in
13 dictum eſt. Et pono ꝙ ſuperficies b h fiat ex a g in g b. eritq; ex pri-
ma parte 16 ſexti/quadratum c f: ęquale ſuperficiei b h. Et quia quadra
tum c f eſt æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta ſecundi/& quia ſu
perficiei b h deeſt ad complendam lineam a b, ſuperficies quadrata cum
a g ſit æqualis g h, & quia linea a b potentior eſt linea c d, quadrato li-
neæ ſibi incommenſurabilis in longitudine ex hypotheſi: erit ex ſecunda
parte 14 linea a g incommenſurabilis lineæ g b. Educo igitur a pun-
cto g perpendicularem ſuper lineã a b vſq; ad circunferentiam ſemicir-
culi: quę ſit g e. & protraho lineas a e & e b. Quas dico eſſe quales quæri-
mus. erit enim e g ęqualis c f: eo ꝙ vtraq; cadit medio loco proportiona
lis inter a g & g b. prima quidem/per primam partem correlarij 8 ſexti:
ſecũda vero/per hypotheſin. propter quod: quadratum vtriuſq; earũ per
primam partem 16 ſexti eſt æquale ſuperficiei a g in g b, quæ eſt b h. ip
ſę igitur ſunt æquales. At quia per quartã ſexti proportio a e ad e b eſt ſi-
cut a g ad g e, ſunt autem a g & g e & g b continue proportionales: erit
a e ad e b duplicata/ſicut a g ad g b. quare per 18 ſexti erit quadratũ li-
neæ a e ad quadratũ lineæ e b: ſicut a g ad g b. Cũ ſit igitur a g incõmu-
nicans g b: erit per ſecundã partem 10 quadratum a e incõmunicans qua
drato e b. quare duæ lineæ a e & e b ſunt incommẽſurabiles in potentia.
Et quia per penultimam primi quadratum a b eſt æquale quadratis dua-
rum linearum a e & e b pariter acceptis/quadratum autem a b eſt rationa
le cum a b ſit rationalis in potentia per hypotheſin: erunt quoq; quadra-
ta duarum linearum a e & e b pariter accepta/rationale. Si vero hæ duæ
lineæ continẽt ſuperficiem medialem: habitum eſt propoſitum. Erat autẽ
c d rationalis in potentia & in ea tantum communicans lineæ a b:
quare & c f. & ideo etiam g e ſibi æqualis erit potẽtia rationalis: & tan-
tum in eadem communicans cum a b. itaq; per 19 ſuperficies a b in g e
eſt medialis. Quia igitur per 4 ſexti & per primam partem 15 eiuſdem
ſuperficies a e in e b eſt ſuperficiei a b in g e æqualis: conſtat duas li-
neas a e & e b, eſſe quales volumus. ¶Et nota ꝙ duæ lineæ quas docet
hæc 27 inuenire: componunt lineam maiorem. & minori earum abſciſa
de maiori: quæ reliqua eſt/dicitur linea minor.



¶THEON Lemma.

¶THEON ex Zãb. ¶Eſto triangulũ rectangulum b a c: rectũ habens q
ſub b a c: exciteturq; per 11 primi/perpẽdicularis a d. Dico ꝙ quod ſub c
b & b d: ęquũ eſt ei quod fit ex b a. quod vero ſub b c, c d: ei quod ſub c a.
quod autem ſub d b & d c: æquum eſt ei quod fit ex a d. & inſuper id qđ
ſub b c, a d: æquũ eſt ei quod fit ſub b a & a c. In primiſq;: ꝙ id quod ſub
c b & b d ęquum eſt ei quod ex a b. Quoniã enĩ in rectangulo triangulo b
a c, ab angulo recto in baſin excitata eſt a d: igitur per 8 ſexti/triangula

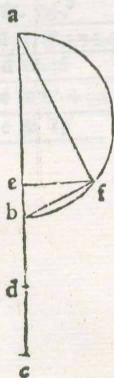




a b d & a d c similia sunt & toti a b c, & sibi inuicem. Et quoniam trian-
gulum a b c simile est triangulo a d b: est igitur sicut c b ad b a, sic est a b
ad b d. Igitur quod sub c b & b d: æquũ est ei quod fit ex a b. Id propter-
ea iam quod sub b c & c d: æquum est ei quod fit ex a c. Et quoniam si
in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis excite-
tur/ excitata basis segmentorum media proportionalis est per correllariũ
8 sexti: est igitur sicut b d ad d a, sic est a d ad d c. Igit̃ per 17 sexti quod
sub b d, d c: æquum est ei quod ex d a. Dico autem ꝙ & id quod sub b c
& a d, æquum est ei quod sub b a & a c. Quoniã enim vt diximus a b c si
mile est ipsi a c d: est igitur sicut b c ad a c, sic b a ad a d. Si fuerint autem
quatuor rectæ lineæ proportionales: quod sub extremis per 16 sexti æquũ
est ei quod sub medijs. quod igitur sub b c, a d: ęquũ est ei quod sub b a, a
c. Vel etiam quando circunscribemus e c rectangulum parallelogrammũ
complebimusq; a f: ęquum erit per 41 primi e c ipsi a f. vtrunq; enim eo
rũ: ipsius a b c trianguli duplum est. estq; quod ex b a, a c: id quod sub b
c, a d. quod autem est a f: id quod sub b a & a c. Quod igitur sub b c, a d:
æquum est ei quod sub b a & a c.

Eucli. ex Zamb. Problema 10. Propositio 33. 33

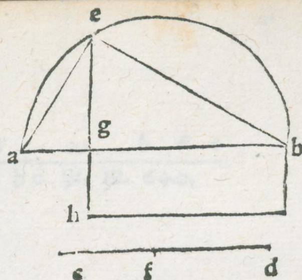
¶ Inuenire binas rectas lineas potentia incommẽsurabiles:
conficientes conflatum ex quadratis quæ ab ipsis rationale/
quod vero sub ipsis medium.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponantur per 30 decimi binæ rationales
potentia tantum commensurabiles a b, b c: vt maior a b minore b c ma
ius possit eo quod fit ex sibi incommẽsurabili. Seceturq; per 10 primi b c
bifariam in d. & ei quod fit ex altera ipsarum b d, d c, per 26 sexti ęquum
ad ipsam a b comparetur parallelogrammum deficiens specie a quadra-
to: sitq; quod sub a c b. Describaturq; super a b semicirculus a f b: excite-
tur q; per 11 primi ipsi a b ad angulos rectos e f. cõnectãturq; a f & f b. Et
quoniam binæ rectæ lineæ sunt a b, b c, & a b ipsa b c maius potest eo qđ
fit a sibi incommensurabili/ quartæ autem parti illius quod fit ab ipsa b c
minore hoc est ab eius dimidio æquum ad ipsam ab parallelogrammũ
comparatũ est deficiens specie a quadrato/ efficitq; id quod sub a e, e b:
incommensurabilis igitur est per secundam partem 18 decimi a e ipsi e
b. Estq; sicut a e ad e b: sic quod sub b a, a e, ad id quod sub a b & b e. Ei
autem quod sub b a & a e: æquum est id quod fit ex a f. Quod autem sub
a b & b e: per lemma præcedentis ei quod ex b f est æquale. Incommẽsu-
rabile igitur est quod fit ex a f: ei quod fit ex b f. Ipsę igitur a f, f b: poten-
tia sunt incõmensurabiles. Et quoniam a b rationalis est: rationale igitur
est per 7 diffinitionẽ decimi quod fit ex a b. quare & compositum ex eis
quæ ex a f, f b, rationale est. Et quoniã rursus quod sub a e, e b, æquũ est
per lemma præcedentis ei quod fit ex e f, supponitur autem id quod sub
a e, e b, ipsi quod ex b d æquale: æqualis igitur est f e ipsi b d. Dupla igi-
tur est b c: ipsius f e. Quare & qđ sub a b, b c: duplũ est eius quod fit sub
a b, e f. medium autem est qđ sub a b, b c. medium igitur & id quod sub
a b, e f. æquum autem est quod sub a b, e f: ei quod sub a f, f b. medium
igitur & quod sub a f, f b. patuit vero ꝙ & rationale compositum ex eis
quæ ab ipsis quadrata. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ potentia in-
commensurabiles a f, f b: efficientes compositũ inquã ex eis quæ ab ipsis
sunt quadratis rationale/ & quod sub ipsis medium. quod erat agẽdum.

Eucli. ex Camp. Propositio 23. 23


Vas lineas potentialiter incommensurabiles super-
ficiemq; rationalem continentes / quarum ambo
quadrata pariter accepta sint mediale: inuenire.



CAMPANVS. Sit hic prorsus eadem dispositio quæ prius in præmissa. Sint autem duæ lineæ a b & c d: quales proponit 25. eruntq; simili argumentatione præmissæ duæ lineæ a e & e b: quales hæc 18 proponit. Cum sit enim a b linea medialis: erit eius quadratum mediale per 19. et ideo quadrata duarum linearum a e & e b: sunt mediale per penultimã primi. Et quia a b in c d continet superficiem rationalem: sequitur etiam vt a b in c f, & ideo in g e sibi æqualem, cõtineat superficiem rationalẽ. itaq; & a e in e b. Patet ergo quod queritur. Vnde duæ lineæ quas hæc 28 docet inuenire: componunt lineam potẽtem in rationale & mediale. & minori earũ abscisa de maiori; quæ reliqua est/ dicitur linea quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Eucli. ex Zamb. Problema 11. Propositio 34.

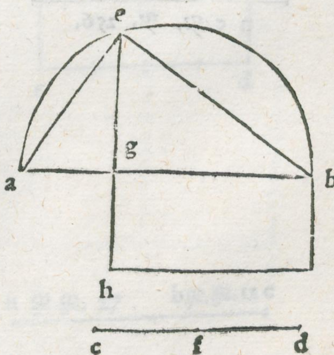
34 Binas rectas lineas potentia incommensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ab ipsis sunt quadrata medium/ quod vero sub ipsis rationale: comperire.



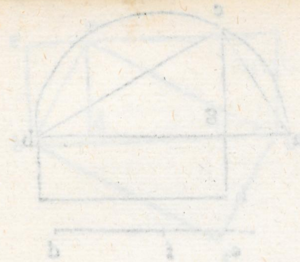
THEON ex Zamberto. Exponantur binæ medię potentia tantum commensurabiles a b, b c, rationale compræhendentes quod sub ipsis: vt a b, ipsa b c maius possit eo quod fit a sibi incommensurabili. Describaturq; super ipsa a b: semicirculus a d b. seceturq; per 10 primi b c, bifariã in e. compareturq; per 28 sexti ad ipsam a b, ei quod ex b e æquũ parallelogrammum specie deficiens a quadrato: sitq; quod sub a f, f b. Incommẽsurabilis igitur est a f ipsi f b longitudine. Exciteturq; per 11 primi ab f: ipsi a b ad angulos rectos f d. connectanturq; ipsæ a d & d b. Quoniã igitur incommensurabilis est a f ipsi f b: incommensurabile est igitur & quod sub b a & a f, ei quod sub a b & b f. Aequale autem est id quod sub b a & a f, ei quod fit ex a d. quod autẽ sub a b, b f: ei quod ex d b. incõmẽsurabile igitur est & id quod ex a d: ei quod ex d b. Et quoniã mediũ est quod fit ex a b: medium igitur est & compositum ex eis quæ fiunt ex a d, d b. Et quoniam dupla est b c ipsius d f: duplum igitur est quod sub a b, b c, eius quod sub a b, f d. Rationale autẽ est quod sub a b, b c, supponitur enim rationale. Igitur & quod sub a b, f d. Ei autem quod sub a b, f d: æquum est per lemma 32 decimi quod sub a d, d b. Quare & quod sub a d, d b: rationale est. Inuentæ sunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incõmensurabiles a d, d b: efficientes compositũ ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis medium/ quod vero sub ipsis rationale. Quod facere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29 DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes/ quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale/ duplo superficiei vnius in alteram incommensurabile: inuenire.



CAMPANVS. Huius quoq; dispositio: a duarum pręmissarum dispositione nõ sit in quoquã diuersa. Sint autem lineę duæ a b & c d: quales 26 proponit. eruntq; præmissa argumentatione duæ lineæ a e & e b: quas inquirimus. Cum enim a b sit linea medialis: erunt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale. at cum a b & c d contineãt superficiem medialẽ: sequitur vt a b in e f, & ideo in e g sibi ęqualem/ contineat quoq; superficiem medialem. omnis enim superficies mediali communicans: medialis esse conuincitur/ quẽadmodum in 21 mõstratum est. superficies igitur a e in e b medialis est: cum ipsa sit æqualis superficiei a b in g e. Quia vero linea a b est incommensurabilis lineæ c d: erit etiam incommensurabilis lineæ c f, quare & lineæ e g. Quare per primam sexti & secundam partem decimæ huius/ superficies a b in e g quæ est æqualis superficiei a e in e b: erit incommensurabilis quadrato lineæ a b. itaq; & quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis.



Quod cum ita ſit: ſequitur quoq; vt duplum ſuperficiei a e in e b ſit incõmenſurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Et hoc erat monſtrandum. ℭ Duæ lineę quas hęc 29 docet inuenire: componunt lineam potentem in duo medialia. & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt / dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit totum mediale.

Eucli. ex Zamb. Problema 12. Propoſitio 35.

ℭ Comperire binas rectas lineas potentia incõmẽſurabiles: 35
efficientes compoſitum ex earum quadratis mediũ / & quod ſub ipſis medium / & inſuper incommenſurabile compoſito ex earum quadratis.



ℭ THEON ex Zamberto. ℭ Exponãtur per 28 decimi binæ mediæ potentia tantum cõmenſurabiles a b, b c, mediũ compręhẽdentes: vt a b ipſa b c maius poſſit eo quod fit ex ſibi incõmẽſurabili. Deſcribaturq; ſuper a b, ſemicirculus a d b: & reliqua fiãt quæ in ſuperioribus. Et quoniã per ſecundã partẽ 18 incõmenſurabilis eſt a f ipſi f b longitudine: incõmenſurabilis eſt p 11 decimi & a d ipſi d b potẽtia. Et quoniã qđ ex a b medium eſt: mediũ igitur eſt & cõpoſitum ex ijs quæ ex a d, d b. Et quoniá quod ſub a f, f b, æquum eſt ei quod ex vtraq; ipſarũ b e, d f: æqualis igitur eſt b e ipſi d f. Dupla igitur eſt b c ipſius f d. quare & quod ſub a b, b c: duplum eſt eius quod ſub a b, f d. Mediũ autem quod ſub a b, b c. medium igitur & quod ſub a b, f d. æquumq; eſt ei quod ſub a d, d b. medium igitur eſt per correlariũ 23 decimi & per lẽma primũ decimi quod ſub a d, d b. Et quoniam incõmẽſurabilis eſt a b ipſi b c longitudine / cõmenſurabilis autem eſt b c ipſi b e: incõmenſurabilis igitur eſt per 13 decimi & b a ipſi b e lõgitudine. Quare & quod ex a b: ei quod ex a b, b e, incõmenſurabile eſt. Sed ei quidẽ quod ex a b æqualia ſunt q̃ ex a d, d b, p 47 primi. ei autẽ quod ex a b, b e, æquũ eſt id qđ ſub a b, f d. hoc eſt quod ſub a d, d b. incõmenſurabile igitur eſt compoſitũ ex ijs quæ ex a d, d b: ei quod ſub a d, d b. Inuẽtæ igitur ſũt binę rectę lineę a d, d b, potentia incõmenſurabiles: efficientes compoſitũ ex earum quadratis medium / & quod ſub ipſis medium / & inſuper compoſito ex earum quadratis incommenſurabile. Quod feciſſe oportuit.

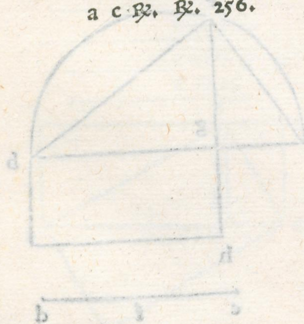
Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.



SI duæ lineæ potentialiter tantum rationales com- 30
municantes / in longum directumq; coniungantur: tota linea ex his compoſita erit irrationalis / diceturq; binomium.

a ℞ 12 b ℞.4 c

a c ℞. ℞. 256.



ℭ CAMPANVS. ℭ Sint duæ lineæ a b & b c in continuũ directũq; cõiunctæ rationales in potentia tantũ cõmunicantes: quas per 17 & 18 reperies: dico totam lineã a c ex eis compoſitã eſſe irrationalem: & ipſa vocatur binomiũ. Eſt enim per quartam ſecundi quadratũ a c æquale quadratis duarum linearum a b & b c & duplo ſuperficiei vnius earum in alteram. quadrata autem ambarũ faciunt ſuperficiem rationalem ex hypotheſi. duplum vero ſuperficiei vnius earum in alteram facit ſuperficiẽ medialem ex decimanona. itaq; quadrata ambarum pariter acceptarum faciunt ſuperficiem incommenſurabilem duplo ſuperficiei vnius earum in alteram. erit igitur ex 9 quadratum a c incõmenſurabile duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis. quare irrationale per diffinitionẽ: cum duo illa quadrata faciãt ſuperficiẽ rationalem. ideoq; ſuum latus tetragonicum quod eſt a c: irrationale quoq; per diffinitionẽ. conſtat ergo propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 36.

ℭ Si binæ rationales potentia tantum commenſurabiles cõ- 36

positæ fuerint: tota irrationalis est/voceturq; ex binis nominibus.

¶THEON ex Zamb. ¶Componantur enĩ binæ rationales potentia tãtum cõmẽsurabiles: a b, b c. Dico q; a c irrationalis est. Quoniã enim incõmensurabilis est a b ipsi b c longitudine: potentia tãtum sunt cõmensurabiles. sicut autẽ a b ad b c: sic per lemma 21 decimi. quod sub a b, b c, ad id quod ex b c. Incommensurabile p 11 decimi igitur est quod sub a b, b c, ei quod ex b c. sed ei quod sub a b, b c, commensurabile quidẽ est qđ bis sub a b, b c. Ei autem quod ex b c: cõmẽsurabilia sunt quæ ex a b, b c. Quare & quod bis sub a b, b c, eis quæ ex a b, b c, incõmensurabile est. Componendoq; per 4 secundi quod bis sub a b, b c, vna cum eis quæ ex a b, b c, hoc est quod ex a c: incommensurabile est composito ex ijs quæ ex a b, b c. rationale autẽ est compositũ ex ijs quæ ex a b, b c. irrationale igitur est per diffinitionem decimi quod ex a c. Quare & a c irrationalis est. vocatur autem ex binis nominibus. Vocauit sane ipsam ex binis nominibus: eo quia ipsa ex binis rationalibus constat. proprium nomen appellans: rationale quatenus rationale. Quod fecisse oportuit.

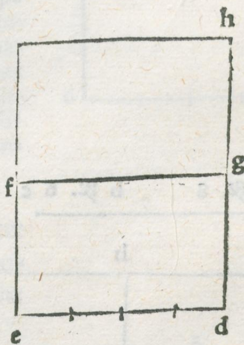
a 20 b 6 c
b c. ℞. ℞. 640.

Eucli. ex Camp. Propositio 31.

31 SI duæ lineæ mediales potentia tantum communicãtes superficiemq; rationalem continentes/ directe cõiungantur: tota linea ex his composita erit irrationalis/diceturq; bimediale primum.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & b c, in continuũ directumq; cõiunctæ quales proponuntur: quas per 24 & 25 reperies. dico totam lineã a c esse irrationalem: & ipsa vocatur bimediale primum. Est enim duplũ superficiei a b in b c rationale per hypothesin: duoq; quadrata duarum linearũ a b & b c pariter accepta faciunt mediale/cũ vtrumq; quadratum sit mediale per hypothesin/& vnum eorum cõmunicans alij. duplũ igitur superficiei vnius earũ in alteram est incõmunicans duobus quadratis pariter acceptis, totũ ergo aggregatũ ex duplo superficiei & duobus quadratis (& ipsum est quadratum totius a c per 4 secundi) est incõmensurabile duplo superficiei vnius earũ in alterã per 9 huius. Cum itaq; duplum superficiei sit rationale: erit quadratum a c irrationale. ideoq; & linea a c. quod est propositum. ¶IDEM aliter. ¶Sit linea d e rationalis in longitudine: cui adiũgatur superficies d f ęqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c. eritq; superficies hæc d f medialis: cum vtrunq; quadratum sit mediale per hypothesin/& vnum eorum cõmunicãs alij. quare per 20 linea d g est rationalis in potentia tantum/non cõmunicãs in longitudine lineæ d e. Rursus ad lineam f g quæ est æqualis d e, adiũgatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c. eritq; f h rationalis per hypothesin. quare per 16 linea g h erit rationalis in longitudine. duæ itaq; lineæ d g & g h sunt potentialiter rationales: & in ea tantũ communicantes. ergo per 30 tota ex eis composita quæ est d h: est binomiũ & irrationalis. quare per 16 a destructione consequentis superficies e h est irrationalis. At quia per 4 secundi latus eius tetragonicum est linea a c: ipsa erit irrationalis per diffinitionẽ. quod oportuit demõstrare.

a ℞ ℞ 54. b ℞ ℞ 24 c



37 Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 37.

¶Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint rationale compræhendentes: tota irrationalis est/vocatur autem ex binis prima medijs.

¶THEON ex Zamberto. ¶Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles a b, b c, rationale compræhendentes. Dico q; ac irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est a b ipsi b c longitudine: & quę ex a b, b c, igitur sunt incommẽsurabilia ei quod

a ℞. ℞. 27 b ℞. ℞. 12 c

bis ſub a b,b c. Componendo igitur quæ ex a b,b c,vna cũ eo quod bis ſub a b,bc,hoc eſt illud quod ex a c:incõmenſurabile eſt ei quod ſub a b, b c. Supponuntur autem ipſæ a b,b c,rationale compræhẽdentes. irrationale igitur eſt id quod ex a c. irrationalis igitur eſt a c. vocatur ſane ex binis medijs prima. vocauit autem eam ex binis medijs primam:quoniam rationale compræhendit/& conterit rationale.

Eucli ex Camp. Propoſitio 32. 32

SI duæ lineæ mediales potentialiter tãtum communicantes ſuperficiemq̧ medialem continentes directe coniungantur:tota linea erit irrationalis dicetur q̧ bimediale ſecundum.

a ℞.℞. 128 b ℞.℞. 72 c

h

g f

d e

¶CAMPANVS. ¶Sint duę lineæ a b & b c in continuũ directumq̧ cõiunctæ vt proponitur:quas per 26 contingit reperiri. dico totam a c ex eis compoſita eſſe irrationalem:& ipſa vocatur bimediale ſecundũ. Eſto enĩ linea d e rationalis in longitudine:cui adiungatur ſuperficies d f ęqualis duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypotheſi duo illa quadrata ſunt communicantia/& vtrũq̧ mediale:erit ſuperficies d f medialis. quare per 20 linea d g quæ eſt eius latus ſecũdũ eſt rationalis in potentia tantum/& lineæ d e incõmenſurabilis in longitudine. Rurſus adiungatur ad lineam g f quæ eſt æqualis lineæ d e,ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c. eritq̧ etiam ſuperficies f h medialis. ergo medialis. erat enim per hypotheſin ſuperficies a b in b c medialis. ergo duplum eius cui eſt æqualis f h erit mediale. per 20 igitur eſt linea g h, rationalis in potentia tantum & incommẽſurabilis in longitudine lineę g f. Quia vero a b & b c ſunt potentialiter tãtum cõmunicantes:erit per primam ſexti & per ſecundam partem 10 huius ſuperficies vnius in alteram/incõmenſurabilis quadrato vtriuſq̧. At quia quadrata earũ cõmunicãt per hypotheſin:erit dicta ſupficies/quare & duplũ eius/incõmunicãs duobus quadratis earũ pariter acceptis. duæ ergo ſupficies d f & f h ſunt incõmunicantes. per primã itaq̧ ſexti & ſecundam partem 10 huius erit linea d g incõmenſurabilis lineæ g h. quæ cum ſint rationales in potentia:erit per 30 tota linea d h binomium & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4 ſecundi eſt linea a c:ſequitur per diffinitionem q̧ linea a c ſit irrationalis. quod propoſitum erat oſtendere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propoſitio 38 38

¶Si binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles compoſitæ fuerint medium compræhendentes: tota irrationalis eſt/vocatur autem ex binis ſecunda medijs.

a ℞. 8 b ℞. 6 c

d h g

e k f

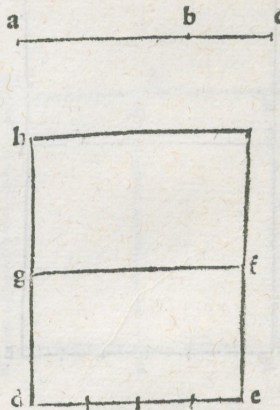
¶THEON ex Zamberto. ¶Componãtur enĩ binæ mediæ potentia tantum cõmenſurabiles a b,bc:mediũ compræhendentes. Dico q̧ irrationalis eſt a c. Exponatur rationalis d e. ei autẽ quod ex a c per 44 primi ęquum ad ipſam d e comparetur d f:latitudinem efficiens d g. Et quoniã quod ex a c æquum eſt & eis quæ ex a b,b c,& ei quod bis ſub a b,b c, quod autẽ ex a c æquũ eſt ipſi d f:igitur & d f æquũ eſt & eis quæ ex a b, b c,& ei quod bis ſub a b,b c. Comparetur per eandẽ iam eis quæ ex a b, b c,ad ipſam d e æquũ ipſum e h. reliquũ igitur h f æquum eſt ei quod bis ſub a b,b c. Et quoniã media eſt vtraq̧ ipſarum a b,b c:media igitur ſunt & ea quæ ex a b,b c. mediũ autem ſupponitur quod bis ſub a b,bc. eis autẽ quæ ex a b,b c,æquũ eſt e h. ei vero quod bis ſub a b,b c,æquũ eſt f h. mediũ igitur eſt vtrunq̧ ipſorũ e h,h f:& ad rationalem d e cõparatur. Rationalis igitur & incõmenſurabilis eſt a b ipſi b c longitudine. Eſtq̧ ſicut a b ad b c ſic quod ex a b ad id quod ſub a b,b c. incommenſurabile igitur eſt ei quod ex a b:id quod ſub a b,b c. at ei quidem quod ex a b commenſurabile eſt compoſitũ ex ijs quæ ex a b,b c,ſunt quadrata. ei vero quod ſub a b,b c commenſurabile eſt id quod bis a b,bc. Incõ-

mensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex a b, b c, ei quod bis sub a b, b c. Sed eis quidem quæ ex a b, b c, ęquũ est e h. ei autẽ quod bis sub a b, b c, æquum est f h. Incommẽsurabile igitur e h: ipsi h f. Quare & d h ipsi h g est incommensurabilis longitudine. Ostensum est autem ꝙ rationalis. Ipsæ igitur d h, h g, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Quare d g irrationalis est. rationalis autem d e. Quod autẽ sub irrationali & rationali compræhẽsum rectangulum: irrationale est per 22 decimi. Igitur area d f irrationalis est: ipsamq; potẽs irrationalis est. ipsum autem d f ipsa a c potest. irrationalis igitur est a c. vocaturq; ex binis medijs secunda. Vocauit autem eam ex binis medijs secundam: quoniam medium comprę̨hendit quod sub ipsis/ & non rationale/ in secundo vero est loco medium rationali. Qz autem sub rationali & irrationali compræhensum rectangulum sit irrationale: patet. si enim sit rationale: compareturq; ad rationalẽ. rursusq; erit aliud latus rationale. sed & irrationale. quod est absurdum. Quod igitur sub rationali & irrationali: irrationale est. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 33.

33 CVm coniunctę fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialẽ continentes/ quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale: tota linea erit irrationalis/ diceturq; linea maior.

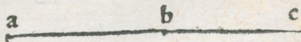
¶CAMPANVS. ¶Sint duę lineę a b & b c sibi in continuum directumq; cõiunctæ sicut proponitur: quas contingit ex 27 reperire. Dico a c ex eis compositam esse lineam irrationalem: & ipsa vocatur linea maior. Cũ enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale/ superficies vero alterius in alterã (quare & eius duplum) medialis per hypothesin: erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incõmunicãs duplo superficiei vnius in alterã. itaq; totũ aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiei (& ipsum est æquale quadrato a c per 4 secũdi) erit per 9 huius incõmẽsurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionẽ ergo est q̈dratũ lineæ a c irrationale: & linea a c irrationalis. quod est propositũ. ¶Idẽ aliter. Sicut in præmissis ad lineã d e quæ sit rationalis in longitudine/ adiungatur superficies d f: quę sit ęqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b c pariter acceptis. eritq; rationalis per hypothesin. quare per 16 latus eius secũdũ quod est d g: erit etiã rationale in lõgitudine & cõicans lineę d e. Rursus ad lineã f g adiũgatur superficies f h ęqualis duplo supficiei a b in b c. eritq; medialis per hypothesin. quare per 20 linea
38 g h quę est eius latus secũdũ est rationalis in potẽtia tantũ. per 30 igitur est linea d h binomiũ & irrationalis. ideoq; per 16 a destructione consequentis superficies e h est irrationalis. quare latus eius tetragonicum quod per 4 secundi est a c: est irrationale per diffinitionem. quod volumus ostendere.

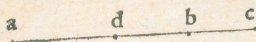


39 Eucli. ex Zamb. Theorema. 27. Propositio 39.

¶Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint conficientes compositum ex quadratis quæ ab ipsis rationale/ quod autem sub ipsis medium: tota recta linea irrationalis est/ vocatur autem maior.

¶THEON ex Zãb. ¶Cõponantur enim binæ rectæ lineæ potentia commensurabiles a b, b c: efficiẽtes ea q̃ proposita sunt. Dico ꝙ a c irrationalis est. Quoniam enim per hypothesin quod sub a b, b c, medium est: & quod bis igitur sub a b, b c, medium est. Compositum vero ex ijs quæ ex a b, b c: rationale est. incõmensurabile igitur est quod bis sub a b, b c: composito ex ijs quæ ex a b, b c. Quare & quę ex a b, b c, vna cum eo quod bis sub a b, b c, quod est id quod ex a c: incommensurabile est composito ex ijs quæ ex a b, b c. Rationale autem est compositum ex ijs quæ ex a b, b c. Irrationale igitur est quod ex a c. Quare & a c irrationalis est. Vocatur autem maior. Vocauit autem ipsam/ maiorẽ: eo q̃a q̃ ex a b, b c, rationalia/ maiora sunt eo quod bis sub a b, b c, medijs. cũq; decẽs sit ab ipsorũ rationalium familiari denominationem ordinare.





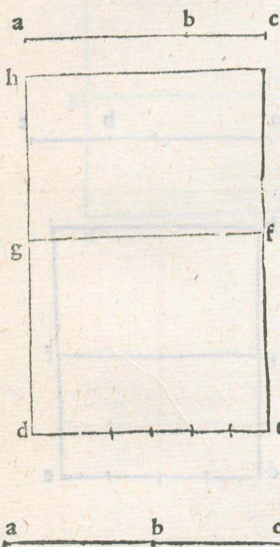
¶Qꝫ autē quæ ex a b, b c, maiora sint eo quod bis sub a b, b c: sic ostēdendū
est. Manifestū quidē est ꝙ inæquales sunt ipsę a b, b c. Si enī æq̄les essēt: ęqua=
lia quoqꝫ essent ꝑ 7 secūdi / et q̄ ex a b, b c: ei quod bis sub a b, b c. esset quoqꝫ id
quod sub a b, b c, rōnale. Quod nō supponit. Inæquales igitur sunt ipsæ a b, b
c. Supponatur maior a b. ponaturqꝫ ipsi b c æq̄lis b d. Quæ igitur ex a b, b d:
æqualia sunt ei quod bis sub a b, b d, & ei quod ex a d. æqualis autem est d b
ipsi b c. Quæ igitur ex a b, b c: ęqua sunt ei quod bis sub a b, b c, & ei quod
ex a d. Quare quæ ex a b, b c, maiora sunt eo quod bis sub a b, b c: eo quod ex
d a. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 34.



CVm cōiunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incōmen=
surabiles superficiemqꝫ rationalē continētes / quarū am=
bo quadrata pariter accepta sint mediale: tota linea erit
irrationalis / diceturqꝫ potens in rationale & mediale.

¶CAMPANVS. ¶Sint vt in præmissis duæ lineæ a b & b c in cōtinuū dire=
ctumqꝫ cōiunctæ quales proponitur: & ipsę sunt ex 28 sumēdę. Dico ꝙ tota li=
nea a c ex eis cōposita / erit irrationalis: & illa vocatur linea potens in rationa
le & mediale. Cū sit enī superficies a b in b c rationalis per hypothesin / ideoqꝫ
& duplū eius / ac ambo quadrata pariter accepta sint mediale: sequitur per 4
secūdi & 9 huius quēadmodū in ꝑmissis / ꝙ quadratū totius a c sit incōmu=
nicans duplo superficiei a b in b c. per diffinitionem igitur ipsum est irratio=
nale: & linea a c irrationalis. quod est propositum. ¶Idem aliter. Sit vt in prę=
missis linea d e rationalis in longitudine: superficiesqꝫ d f sibi adiuncta ęqua=
lis duobus quadratis pariter acceptis duarū linearum a b & b c. eritqꝫ media=
lis per hypothesin. per 20 igitur erit linea d g rationalis in potētia tantum non
cōmunicans in longitudine lineę d e. Sitqꝫ superficies f h adiuncta ad lineam
g f: æqualis duplo superficiei a b in b c. eritqꝫ rationalis per hypothesin. & ideo
per 16 latus eius secundum / quod est g h: rationale in lōgitudine. quare per 30
linea d h est binomium & irrationalis: & superficies e h per 16 a destructione
cōsequētis est irrationalis. Cū itaqꝫ linea a c sit eius latus tetragonicū per 4 se=
cundi: sequitur vt a c sit irrationalis per diffinitionem. constat ergo propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 40.

¶Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ
fuerint efficientes compositum quidem ex earum quadratis me=
dium / quod vero sub ipsis rationale: tota recta linea irrationalis
est / vocatur autem rationale mediumqꝫ potens.

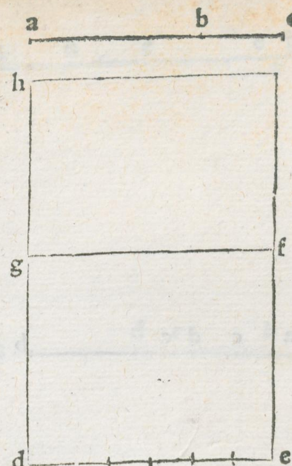
¶THEON ex Zamb. ¶Componantur enim binæ magnitudines siue re=
ctæ lineæ potentia incommensurabiles a b, b c: efficientes præcedentia. Dico
ꝙ irrationalis est a c. Quoniam enim compositum ex ijs quæ ex a b, b c, me=
dium est / quod vero bis sub a b, b c, rationale: incōmensurabile igitur est com=
positum ex ijs quæ ex a b, b c. ei quod bis sub a b, b c. Quare & componen=
do per 16 decimi & 4 secundi / quod ex a c: incommensurabile est ei quod bis
sub a b, b c. Rationale autem est quod sub a b, b c. Irrationale igitur est quod
ex a c. Irrationalis igitur est a c. Vocatur autem rationale mediumqꝫ potēs. Ra=
tionale autem & medium potentē eam appellauit: eo quia binas potest areas
vnam quidem rationalem / alteram vero mediam. ac propter rationalis pręexi=
stentiam: primam rationalem appellauit. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 35.



CVm cōiunctę fuerint duæ lineæ potentialiter incom=
mensurabiles superficiemqꝫ medialem cōtinentes / qua=
rū ambo quadrata pariter accepta sint mediale duplo
superficiei vnius in alteram incommensurabile: tota li=
nea erit irrationalis / diceturqꝫ potens in duo medialia.

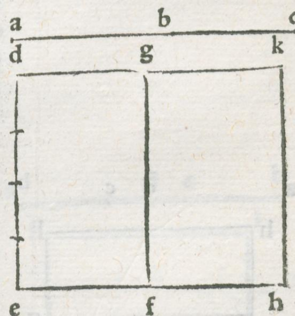
¶CAMP. ¶Sint quoq; duæ lineę hic a b & b c in cõtinuũ directũq; cõiũctæ vt proponit: q̃ ex 29 sumẽdę sũt. Dico ꝙ linea a c ex eis cõposita est irrationalis: ac ipsa dicit. potẽs in duo medialia. Adiũgatur enĩ ad lineã d e q̃ sit rationalis in lõgitudine: supficies d f æq̃lis duobus quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis. eritq; medialis ꝑ hypothesin. quare per 20 linea d g erit rõnalis in potẽtia tm̃: & incõmẽsurabilis d e lineę rõnali in lõgitudine. Rursus ad lineã g f q̃ est ęqualis d e: adiũgatur supficies f h q̃ sit æqualis duplo superficiei vnius in alterã. erit etiã ex hypothesi medialis. quare ꝑ 20 linea g h: erit rationalis in potẽtia tm̃. At qa ꝑ hypothesin ãbo quadrata pariter accepta sũt incõsurabile duplo supficiei vnius in alterã: seqtur vt d f sit icõmẽsurabilis f h. quare ꝑ primã sexti & 2 partẽ 10 huius: linea d g est incõmẽsurabilis g h. per 30 igitur est linea d h: binomiũ & irrõnalis. itaq; supficies e h est irrationalis: & eius latus tetragonicũ qđ est a c, vt in p̃missis. quare cõstat ꝓpositũ. Si autẽ duplũ supficiei a b in b c nõ esset incõmẽsurabile ãbobus quadratis pariter acceptis: esset linea a c medialis. esset enĩ d f cõicans f h. ideoq; linea d g lineæ g h. tota igitur d h esset rationalis in potentia tantum. incommensurabilis in longitudine lineę d e. per 19 igitur esset superficies e h medialis: eiusq; latus tetragonicum quod est a c, linea mediali s.



41 Eucli. ex Zamb. Theorema. 29. Propositio 41.

¶Si binæ rectæ lineę potẽtia incõmẽsurabiles cõpositę fuerit/efficientes cõpositũ ex earũ quadratis medium/quod vero sub ipsis mediũ/& insuper incõmensurabile cõposito ex earũ quadratis: tota recta linea irrationalis est/vocat autẽ bina potẽs media.

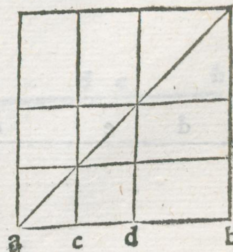
¶THEON ex Zãb. ¶Cõponantur enĩ binę rectę lineæ potẽtia incõmẽsurabiles a b, b c: efficiẽtes cõpositũ ex ijs quæ ex a b, b c, mediũ/quodq; sub ipsis a b, b c, mediũ / & insuper incõmẽsurabile cõposito ex ijs quæ ex a b, b c, quadratis. Dico ꝙ a c irrationalis est. Exponatur rationalis d e, cõpareťq; per 44 primi/ad ipsam d e, ipsis qdẽ q̃ ex a b, b c, æquũ d f: ei vero quod bis sub a b, b c, æquũ g h. totũ igitur d h: æquũ est ei quod ex a c quadrato. Et quoniã cõpositũ ex ijs quæ ex a b, b c, mediũ est/ac est æquale ipsi d f: mediũ igitur est et d f. & ad ipsam d e rationalẽ cõparatur. rationalis igiť est d g: & ipsi d e lõgitudine incõmẽsurabilis. Ac per hoc iã & ꝑ 24 decimi g k: rationalis est & ipsi g f incõmẽsurabilis hoc est ipsi d e longitudine. Et quoniã incõmẽsurabilia sunt q̃ ex a b, b c, ei qđ bis sub a b, b c: incõmẽsurabile est d f ipsi g h. quare & d g ipsi g k, ꝑ 1 sexti & 11 decimi incõmẽsurabilis est. sũtq; rõnales. ipsæ igiť d g, g k, rõnales sunt: potẽtia tm̃ cõmẽsurabiles. Irrationalis igitur est d k ꝑ 36 decimi: appellata ex binis noĩbus. Rõnalis autẽ d e. irrationale igiť est d h: & illud potẽs irrationalis est. põt autẽ ipsũ d h: ipsa a c. Irrationalis igiť est a c: vocaturq; bina potẽs media. Appellat vero ipsam bina potentẽ media: eo quia ipsa potest duas medias areas aliam compositam ex ijs quæ ex a b, b c, & aliam quæ bis sub ipsis a b, b c. quod erat ostendendum.



¶CAMPANVS. ¶Vt autem facilior fiat doctrina sequentium: præmonstranda arbitramur hoc loco duo/quorum primum est.

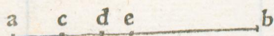
1 ¶Si aliqua linea per duo inæqualia diuidať: quadrata ãbarũ sectionũ pariter accepta tãto ãplius sũt duplo supficiei vnius earũ in alterã/quãtũ est q̃dratũ eius lineæ qua maior excedit minorẽ.

¶Sit enĩ linea a b diuisa ꝑ duo inæqualia in pũcto c. sitq; maior portio c b: de qua sumatur c d æqualis a c. Dico ꝙ quadrata duarũ linearum a c & c b sunt amplius duplo superficiei vnius in alterã: in quadrato lineæ d b. nam quod fit ex a c in c b bis/cũ quadratis duarum linearũ a c & c b, est æquale ei quod fit ex a c in c b quater/cum quadrato d b: eo ꝙ vtraq; hęc æqualia sunt quadrato lineæ a b. primum quidẽ per quartam secundi: secundũ vero per 8 eiusdẽ. Dẽptis itaq; vtrinq; æqualibus/videlicet eo quod fit ex a c in c b bis: erũt residua quæ sũt de primo qdẽ quadrata duarũ linearũ a c & c b, de secũdo vero quod fit ex a c in c b bis cũ quadrato d b, æqualia. quare cõstat propositũ. Ex hoc et



go manifestũ est q̃ si aliqua linea per duo inęqualia diuidatur: quadrata amba rum partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alte ram. Et hoc est: propter quod istud præmisimus.

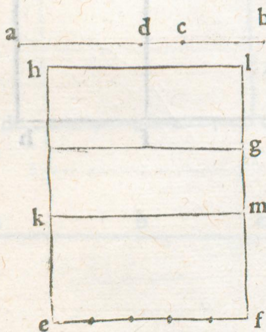
¶Si aliqua linea per duo inęqualia/ iteq; alia duo inęqualia diui- 2
datur: quadrata magis inęqualiũ pariter accepta tãto sunt ãplius
quadratis minus inęqualiũ pariter acceptis/ quãtũ est duplũ qua-
drati illius lineę quæ in vtrasq; est sectiones/ & quadruplum eius
quod fit ex eadẽ linea in eã quæ est inter punctũ sectionis minus
inæqualium & pũctum quod diuidit totam lineam per æqualia.



¶Sit linea a b diuisa per duo inæqualia in pũcto c, iteq; p alia minus inęqua lia in puncto d: rursus per ęqualia in e. Dico q̃ quadrata duarũ partiũ magis inæqualiũ quæ sunt a c & c b, tantũ sunt amplius duobus quadratis duarũ li nearũ minus inæqualiũ quę sunt a d & d b: quantum est duplum quadrati lineę c d & quadruplum eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 secundi qua drata duarum linearũ a c & c b pariter accepta dupla quadratis duarũ linea rũ b e & e c pariter acceptis. At per eandem 9 secundi quadrata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta: dupla sũt quadratis duarũ linearũ b e & e d pariter acceptis. Itaq; quadrata duarũ linearũ a c & c b pariter accepta excedunt qua drata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta: in eo quo duplũ quadrati lineę c e excedit duplũ quadrati lineę d e. hoc autẽ: per 4 secũdi est duplũ quadrati li neę c d, & quadruplũ eius quod fit ex c d in d c. quare cõstat propositũ. Ex hoc manifestũ est q̃ quãto fuerit sectiones alicuius lineæ magis inæq̃les: tãto erũt earũ quadrata pariter accepta/ maiora. & hoc est: ꝑpter quod istud p̄misimus.

Eucli. ex Camp. Propositio 36. 36

In alias duas lineas sub earum termino ex quibus cõiun ctum & nominatum est binomiũ: diuidi impossibile est.

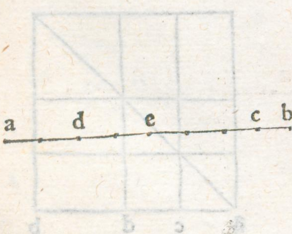


¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b binomiũ. eritq; ex 30/ cõposita ex duabus li neis in potẽtia tãtũ rationalibus cõmunicãtibus: q̃ sint a c & c b. Dico q̃ ipossi bile est eã diuidi ĩ alias duas lineas sub hac diffinitione videlicet q̃ ipsi sint potẽtia tm̃ rationales cõmunicãtes. Si enĩ põt: diuidat̃ in a d & d b, q̃ sint potẽ tia rationales tantum communicantes. Esto quoq; linea e f rationalis in lõgi tudine: cui adiũgat̃ sup̃ficies e g q̃ sit ęqualis q̃dratis duarũ linearum a c & c b pariter acceptis, et sup̃ficies f h q̃ sit ęqualis quadrato lineę a b. Eritq; sup̃ficies e g rõnalis: eo q̃ vtrũq; quadratorũ linearum a c & c b pariter acceptorum est rõnale p hypothesin & sup̃ficies g h medialis p 19. quoniã ipsa est ęq̃lis duplo sup̃ficiei a c in c b p 4 secũdi. Sit igit̃ rursus sup̃ficies f k æq̃lis quadratis dua rũ linearũ a d & d b pariter acceptis q̃ cũ sint diuersę a duabus lineis a c & c b: erit p secũdũ p̄demõstratorũ antecedẽtiũ superficies f k diuersa a sup̃ficie e g. earũ ergo differẽtia sit k g. eritq; per 4 secundi excessus sup̃ficiei f h, super f k qui sit k l: ęqualis duplo eius quod fit ex a d in d b. & propter hoc erit etiã su p̃ficies f k rõnalis/ & sup̃ficies k l medialis. Itaq; sup̃ficies k g cũ ipsa sit differẽ tia duarũ sup̃ficierũ rationaliũ q̃ sunt e g & f k: erit rationalis. Nõ enĩ differẽ rationale a rationali: nisi in rationali. & hoc dico: diffinitione & 9 huius hoc cõ firmantibus. Eadem quoq; cum ipsa sit differentia duarum superficierum me dialium quæ sunt g h & k l: erit irrationalis per 22. quod est impossibile.

¶Q2 autem prædictæ irrationales solũmodo diuidũtur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propositas species; ostẽde mus iam huiusmodi proponentes lemmatium.

Lemma.

¶THEON.



¶Exponatur recta linea a b: seceturq; tota in inæqualia per vtrunq; signorũ d, c, supponatq; maior a c ipsa d b. Dico q̃ quę ex a c, b c: maiora sunt eis quæ ex a d, d b. Secetur enĩ per 10 primi a b bifariam in e. & quoniam maior est a c ipsa d b: cõmunis auferatur d c. Reliqua igitur a d: reliqua c b maior est. ęqua lis autẽ est a e ipsi e b. minor igit̃ est d e ipsa e c. igitur c & d signa: nõ æquali ter distãt a bifaria sectione. Et quoniã per 5 secundi quod sub a c, c b, vna cũ

eo quod ex e c ęquũ est ei quod ex e b, at quod sub a d, d b, vna cũ eo quod ex d e, æquũ est ei quod ex e b: igitur quod sub a c, c b, vna cũ eo qđ ex e c, æquũ est ei quod sub a d, d b, vna cũ eo quod ex d e. quorũ quod ex d e: min9 potest eo quod ex e c. & reliquũ igitur quod sub a c, c b, minus est eo quod sub a d, d b. Quare & qđ bis sub a c, c b: minus est eo quod bis sub a d, d b. & reliquũ igitur cõpositũ ex ijs quæ ex a c, c b: maius est cõposito ex ijs quæ fiũt ex a d, d b, siquidẽ vtraq; æqualia sunt ei quod ex a b. quod ostendere oportuit.

42 Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 42.

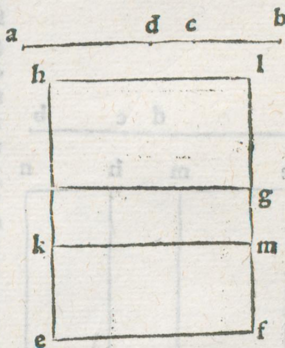
¶Quæ ex binis nominibus: ad vnum duntaxat signum diuiditur in nomina.

¶THEON ex Zãb. ¶Sit ex binis nominibus a b: diuisa in nomina in c. igitur ipsæ a c, c b, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Dico q; ipsa a b: ad aliud signum non diuiditur in binas rationales potẽtia tantũ cõmensurabiles. Si enim possibile: diuidatur in d: vt ipsæ a d, d b, sint rationales potẽtia tantum cõmensurabiles. manifestum iam q; a c: ipsi b d non est eadẽ. Si enĩ fieri potest: esto. erit iã & a d: ipsi b c eadẽ. eritq; sicut a c ad c b: sic b d ad d a. eritq; a b in eadem qua c diuisione: diuisa & in d. quod positũ non est. Ipsa igitur a c: ipsi d b non est eadem. Ac per hoc iam & signa c, d: non ęquidistãt a bifaria sectione. Quo itaq; differunt quæ ex a c, c b, ab eis quæ ex a d, d b: eo etiã differt & quod bis sub a d, d b, ab eo quod bis sub a c, c b. Quare & quæ ex a c, c b, vna cũ eo quod bis sub a c, c b, & quę ex a d, d b, vna cũ eo quod bis sub a d, d b: sunt æqualia ei quod ex a b. Sed quæ ex a c, c b: ab eis quæ ex a d, d b, rationali differunt. vtraq; enim rationalia per 21 decimi. Ac quod bis igitur sub a d, d b: ab eo quod bis sub a c, c b, differunt rationali: quæ media existunt. medium autem: medium non excedit rationali/ per 26 decimi. Ex binis igitur nominibus: ad aliud & aliud signum nõ diuiditur. ad vnum duntaxat igitur. Quod erat ostendendum.

37 Eucli. ex Camp. Propositio 37.

Bimediali primo secundum terminum suũ in duas lineas mediales diuiso: sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

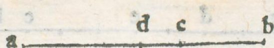
¶CAMPANVS. ¶Sit quoq; hic linea a b, bimediale primũ: diuisa in duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq; rationalem continentes/ ex quibus 31 asserit eam componi/ quæ sint a c & c b. Dico q; impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Q2 si possibile fuerit: diuidam eam in puncto d. assumptaq; linea rationali e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearum a c & c b, & superficies f h æqualis quadrato a b, & superficies f k æqualis quadratis duarum linearum a d & d b. eritq; per quartam secundi g h æqualis duplo superficiei a c in c b. & per eandem erit k l æqualis duplo superficiei a d in d b. propter hypothesin quoq; erit vtraq; duarum superficierum e g & k f medialis: & vtraq; duarum linearum g h & k l rationalis. hoc autem impossibile. esset enim per primum superficies k g: irrationalis ex 22. per secundum autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. Quod est inconueniens.



43 Eucli. ex Zamb. Theorema. 31. Propositio 43.

¶Ex binis medijs prima: ad vnum duntaxat signum diuiditur in nomina.

¶THEON ex Zamberto. ¶Esto ex binis prima medijs a b diuisa in c: vt ipsæ a c, c b, mediæ sint potentia tantum commensurabiles rationale compræhendentes. Dico q; ipsa a b: ad aliud signum non discinditur. Si enim possibile: diuidatur in d, vt a d & d b sint potentia tantum commensurabiles rationale compræhendentes. Quoniam igitur quo differt quod bis sub a d, d b, ab eo quod bis sub a c, c b: differunt quæ ex a c, c b, ab eis q̃ ex a d, d b, rationali autẽ differt qđ bis sub a d, d b, ab eo qđ bis sub a c, c b: rõna-

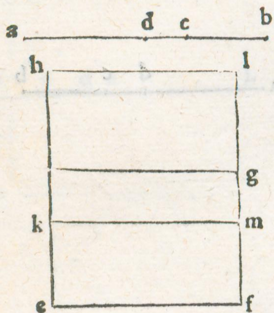


lia enī vtraq;. Rationali igitur differūt & quæ ex a c, c b: ab eis quę ex a b, d b,
media exiſtētia. qđ eſt īpoſſibile. Ex binis igiť medijs prima: ad aliud & aliud
ſignū nō diuiditur in noīa. ad vnū dūtaxat igitur. quod erat demōſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 38.

BImediale ſecundum: niſi in duas lineas tātum ſub ter- 38
mino ſuo diuidi non poteſt.
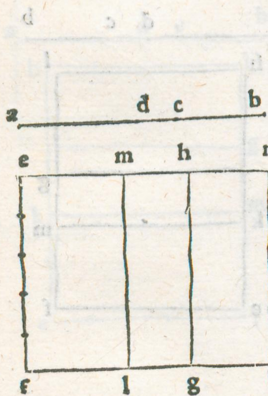
CAMPANVS. Sit vt prius linea a b bimediale ſecūdū/ diui
ſa in duas lineas a c et c b mediales/ potentia tm̄ cōmunicātes ſuperficieq; me
dialē continentes: ex quibus 32 proponit eam cōponi. Dico ꝙ impoſſibile eſt
eam diuidi ſub earū diffinitione in alias duas. Sin autē: diuidatur in d. ſintq;
vt prius ſuperficies e g, f h, & f k: adiūctæ ad lineā rationalē e f. eritq; per præ
ſentes hypotheſes/ vtraq; ſuperficies e g, et g h: medialis. quare per 20 vtraq;
duarū linearū f g & g l erit rationalis in potentia tantū: nō cōmunicās in lō
gitudine lineæ e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erūt incōmenſurabiles in longi-
tudine: ſequitur per primā ſexti & per ſecundā partē 10 huius ꝙ vtrūq; quadra-
torū linearū a c & c b ſit incōmenſurabile ſuperficiei vnius in alterā. Cūq; di-
cta quadrata cōmunicent ex hypotheſi: ſequitur vt ambo quadrata pariter acce-
pta ſint incōmēſurabile ſuperficiei vnius in alterā. ideoq; & eius duplo. Quare
ſuperficies e g incōmēſurabilis eſt ſuꝑficiei g h: & linea g f, lineę g l per primā
ſexti & ſecundā partē 10 huius. Itaq; per 30 linea f l eſt binomiū: diuiſa ſecūdū
ſuū terminū in pūcto g. Eodēq; modo ꝓbabiť ipſam binomiū eſſe: mediātibus
ſuꝑficieb9 e m et m h, diuiſam ſecūdū ſuū terminū in pūcto m. qđ eſt īpoſſibi-
le ꝑ 36. Nō enī pōt dici: ꝙ linea f l diuiſa ſit ad pūcta g et m ī partes cōſimiles.
ſic enī: eſſet linea f m ęq̄lis g l. ſed ipſa eſt maior linea m l, vt patet ex primo ꝓ-
miſſorū āncedētiū huius & prima ſexti: cū e m ſuꝑficies ſit maior h m ſuꝑficie.
Huius autē demōſtrationis modus poteſt eſſe cōis 37 cæteriſq; eā ſequētibus.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 44.

Ex binis ſecunda medijs: ad vnum duntaxat ſignum diuiditur 44
in nomina.

THEON ex Zāberto. Sit ex binis medijs ſecūda a b, diuiſa in c: vt a c,
c b, mediæ ſint potentia tantum commenſurabiles medium compræhenden-
tes. manifeſtum iam eſt ꝙ c non eſt in diuidua ſectione: quandoquidem non
ſunt longitudine commenſurabiles. Dico ꝙ ipſa a b: ad aliud ſignum non di-
uiditur. Si enim poſſibile: diuidatur in d vt a c ipſi d b non ſit eadem/ ſed
per hypotheſin ſit maior a c. nempe etiam & quæ ex a c, c b: maiora ſunt
eis quæ ex a d, d b, ſicuti ſupra demonſtrauimus. Et a d, d b, medias eſſe potē-
tia tantum commenſurabiles: medium compręhendētes. Exponaturq; rationa-
lis e f. & ei quidē quod ex a b æquū/ ad ipſum e f cōparetur per 44 primi e k:
eis autem quæ ex a c, c b, æquum auferatur e g. reliquum igitur h k æquum eſt
ei quod bis ſub a c, c b. Rurſus iā eis quæ ex a d, d b, quæ minora ſunt eis quæ
ex a c, c b: æquum auferatur e l. & reliquum igitur m k: æquum eſt ei quod bis
ſub a d, d b. Et quoniam media ſunt quæ ex a c, c b: medium igitur eſt & e g.
Et ad rationalem e f comparatur. rationalis igitur eſt e h: & incommenſura-
bilis ipſi e f longitudine. Ac per hoc iam & h n rationalis eſt & ipſi e f longitu
dine incommenſurabilis. Quoniam ipſæ a c, c b, mediæ ſunt potentia tantū
commenſurabiles: incommenſurabilis eſt igitur a c ipſi c b longitudine. ſicut
autem a c ad c b: ſic quod ex a c ad id quod ſub a c, c b. Incommenſurabile igi-
tur eſt quod ex a c: ei quod ſub a c, c b. Sed ei quidem quod ex a c commenſu-
rabilia ſunt quæ ex a c, c b: potentia enim ſunt cōmenſurabiles ipſæ a c, c b. ei
autem quod ſub a c, c b, commenſurabile eſt quod bis ſub a c, c b. & quæ ex
a c, c b, igitur: incōmenſurabilia ſunt ei quod bis a c, c b. Sed eis quidem quę
ex a c, c b: æquum eſt e g. ei autem quod bis ſub a c, c b: æquum eſt h k. Incom
menſurabile igitur eſt e g: ipſi h k. quare & ipſa e h ipſi h n: eſt longitudine
incommenſurabilis. Et ipſæ e h & h n: ſunt rationales. igitur rationales ſunt
potentia tantum cōmenſurabiles. Si vero binæ rationales potentia tantum cō-
menſurabiles compoſitæ fuerint: tota irrationalis eſt/ vocaturq; ex binis nomi-

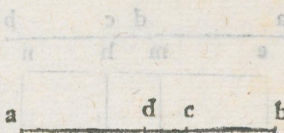


nibus per 36 decimi. ipsa igitur e n ex binis nominibus: est diuisa in h. Per eã dem iam ostendentur & ipsæ e m, m n: rationales potentia tantum commensurabiles. Igitur ipsa e n ex binis nominibus per aliud signum & aliud diuisa & in h & in m. nec est e h ipsi m n eadem: quandoquidem quæ ex a c, c b, maiora sunt eis quæ ex d b, a d. sed quæ ex a d, d b: maiora sunt eo quod bis sub a d, d b. multo igitur magis quę ex a c, c b, hoc est e g: maius est eo quod bis sub a d, d b, hoc est m k. Quare & e h: ipsa m n maior est. Igit̃ e h: ipsi m n nõ est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur. quod est absurdum. Ex binis secunda medijs igitur: in alio & alio signo non diuiditur. in vno igitur tantum signo diuiditur. Quod erat ostendendum.

39 

Eucli. ex Camp. Propositio 39.

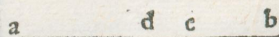
Inea maior: nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi non potest.



¶CAMPANVS. ¶Sit quoq; hæc linea maior a b diuisa ad pũctum c, in duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽq; medialẽ cõtinẽtes: quarũ ambo quadrata pariter accepta sint rationale. ex talibus enĩ cõponitur: vt affirmat 33. Dico q; impossibile est ad aliũ punctũ in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi. Qz si potest: sit hic ad d. maneãtq; sub his eadem figura eędemq; hypotheses quæ prius. & argue quemadmodum in 36 superficiem g k esse rationalem & irrationalem. quod est impossibile.

45 Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 45.

¶Maior: ad vnum duntaxat signum diuiditur in nomina.



¶THEON ex Zãb. ¶Sit maior a b, diuisa in c: vt per 39 decimi a c, c b, potentia tantum sint cõmensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ex a c, c b, quadratis rationale/ quodq; sub ipsis a c, c b, medium. Dico q; ipsa a b: ad aliud signum non diuiditur. Si enim possibile: diuidatur in d, vt ipsæ a d, d b, potentia sint incommensurabiles efficientes quidem compositum ex quadratis quæ ex a d, d b, rationale/ quodq; sub ipsis medium per 39 decimi. Et quoniam quo differunt quæ ex a c, c b, eis quę ex a d, d b, hoc differt & quod bis sub a d, d b, ei quod bis sub a c, c b, sed quæ ex a c, c b, ea quæ ex a d, d b, excedunt rationali (rationalia enim vtraq;) & quod bis sub a b, d b, igitur id quod bis sub a c, c b, excedit rationali/ media existentia. quod est impossibile. Maior igitur: ad aliud & aliud signum non diuiditur. per idem igitur vnum tantum signum. quod demonstrare oportebat.

40 Eucli. ex Camp. Propositio 40.

Inea potens in rationale & mediale: nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

¶CAMPANVS. ¶Hęc quoq; 40: manẽtibus prioribus figura & positionib9 (excepto q; ipsa linea a b diuidatur in punctũ c, in illas duas lineas ex quibus 34 dicit eam componi) probabitur: queãdmodũ 37. Si autẽ aliter fuerit q̃ proponat: erit superficies k g rationalis & irrationalis. quod esse non potest.

46 Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 46.

¶Rationale mediumq; potens: ad vnum duntaxat signum discinditur in nomina.



¶THEON ex Zãb. ¶Esto rationale mediũq; potẽs a b, diuisa in c: vt ipsę a c, c b, potẽtia sint icõmẽsurabiles efficiẽtes cõpositũ ex ijs q̃ ex a c, c b, mediũ/ qđ aũt sub a c, c b, rationale. dico q; ad aliud signũ ipsa a b nõ diuidit̃. Si enĩ possibile est: diuidatur & in d, & vt a d, d b, potẽtia sint incõmẽsurabiles efficiẽtes cõpositũ ex a d, d b, mediũ/ qđ vero sub ipsis a d, d b, rationale p 40 decimi. Qm̃ enĩ quo differt qđ bis sub a c, c b, ei qđ bis sub a d, d b, eo differũt & q̃ ex a d, d b, eis q̃ ex a c, c b, qđ autẽ sub a c, c b, id qđ bis sub a d, d b, rõnali excedit: & q̃ ex a d, d b, igitur q̃ ex a c, c b, rationali excedũt/ cũ media existãt. quod impossibile est. Rationale mediũq; potẽs igitur: ad aliud aliudq; signũ nõ diuiditur. ad vnum igitur signum diuiditur. quod oportuit demonstrare.

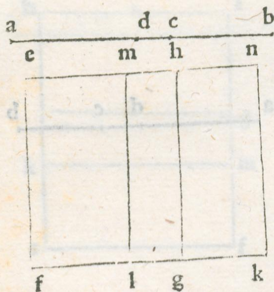
Eucli.ex Camp. Propositio 41.

Inea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniuncta est: sed in suas tantum duas ex quibus componitur est diuisibilis.

¶CAMPANVS. ¶Hæc enim 41/diuisa linea a b ad punctum c in eas ex quibus 35 asserit eam componi/cæterisq; vt supra tam figura q̃ positionibus manentibus: probatur sicut 38. nam dato opposito propositi: sequitur oppositum 36. quod est impossibile.

Eucli.ex Zamb. Theorema 35. Propositio 47.

¶Bina potens media: ad vnũ duntaxat signũ diuiditur in noĩa.



¶THEON ex Zamb. ¶Sit bina potens media a b diuisa in c: vt ipsæ a c, c b, potentia sint incõmensurabiles/efficiẽtes per 35 decimi compositũ ex eis quæ ex a c, c b, mediũ/quod vero sub a c, c b, mediũ/ & insuper incõmensurabile cõposito ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis. Dico ꝙ ipsa a b in alio signo non diuiditur: efficiens ea quæ proposita sunt. Si enim possibile: diuidatur in d, vt videlicet ipsa a c ipsi d b nõ sit eadem/sed maior per hypothesin sit a c. ponaturq; rationalis e f. cõpareturq; per 43 primi ad ipsam e f eis quę ex a c, c b: æquum e g. ei autem quod bis sub a c, c b, æquũ h k. Totum igitur e k: æquũ est ei quod ex a b quadrato. Rursus cõparetur ad ipsam e f: eis q̃ ex a d, d b, æquum e l. reliquũ igitur quod bis sub a d d b: reliquo ipsi m k est ęquale. At quoniã mediũ supponitur compositum ex ijs quę ex a c, c b: medium igitur est & e g. & iuxta rationalem e f comparatur. Rationalis igitur est per 26 decimi h e: & ipsi e f longitudine incõmensurabilis. Id propterea & h n rationalis est: & ipsi h g lõgitudine incõmensurabilis. Et qm̃ cõpositũ ex ijs quæ ex a c, c b, incõmensurabile est cõposito ex eo quod bis sub a c, c b: igitur & e g ipsi h k est incommensurabile. Quare & e h ipsi h n est incõmensurabilis. suntq; rationales. Ipsæ igitur e h, h n, rationales sunt potentia tãtum cõmensurabiles. ipsa igitur e n ex binis nominibus est diuisa in h. Similiter iam demõstrabimus ꝙ & in m diuiditur: & ꝙ e h ipsi m n est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur quod est absurdũ. Bina potens media igitur in alio & alio signo non diuiditur. in vno igitur tantum signo diuiditur. quod erat ostendendum.

Eucli.ex Camp. Binomiorum diffinitiones.

¶Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ cõmunicantis eidem longiori in longitudine/ fueritq; eadem longior lineæ positæ rationali cõmunicans: ipsum vocabitur binomium primum.

¶Si vero breuior positæ rationali communicet: dicetur binomium secundum.

¶Q; si neutra portionum eius positæ rationali communicet: appellabitur binomium tertium.

¶Item si longior/breuiore tanto amplius possit quãtum est quadratum alicuius lineæ ipsi longiori incommensurabilis in longitudine/ fueritq; longior portionum positæ lineæ rationali communicans in longitudine: ipsum nuncupabitur binomium quartum.

¶Si vero breuior/positæ rationali communicet in longitudine: quintum nominabitur.

¶Si autem neutra portionum eius positæ rationali communicet in longitudine: erit binomium sextum.

Eucli. ex Zamb. Binum nominum diffinitiones.

1 ¶Proposita rationali/ex binisq; nominibus disiuncta in nomina cuius nomen maius minore maius possit eo quod fit ex sibi longitudine commensurabili/si maius nomen longitudine commensurabile fuerit expositæ rationali: tota vocetur ex binis nominibus prima.

2 ¶Si vero nomen minus longitudine cõmẽsurabile fuerit expositæ rationali: vocatur ex binis nominibus secunda.

3 ¶Si autem neutrum ipsorum nominum commensurabile longitudine fuerit expositæ rationali: vocatur ex binis nominibus tertia.

4 ¶Rursus iam si maius nomen/minore maius possit eo quod fit a sibi longitudine incõmẽsurabili/si quidem maius nomen expositæ rationali longitudine commensurabile fuerit: vocatur ex binis nominihus quarta.

5 ¶Si vero minus: quinta.

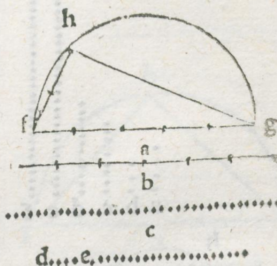
6 ¶Si vero neutrum: sexta.

¶Sex igitur existentibus sic sumptis rectis lineis: ordinat ordinatim tres primas/ex quibus maior minore maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili. secundas vero reliquas tres ordinatim similiter/quarũ maior minore maius possit eo quod fit ex sibi incommensurabili: eo quia conterit commensurabile incommensurabili. Et insuper primam: ex qua maius nomen expositæ rationali commensurabile est. Secundam autem ex qua minus: quoniã rursus conterit maius minore dum cõtinet maius. Tertiam vero: cuius neutrum nominum expositæ rationali est commensurabile. Iniisq; ordinatim tribus similiter primam prædicti secundi ordinis quartam appellans: secundam vero quintam : ac tertiam sextam.

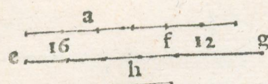
42 Eucli. ex Camp. Propositio 42.

Binomium primum inuenire.

¶CAMPANVS. ¶Sit a linea rationalis posita. sumanturq; duo numeri quadrati b & c: quorũ c sit diuibilis in quadratum qui sit d, & in non quadratum qui sit e. ponaturq; proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ f g: sicut numeri b ad numerum c. eritq; ex secunda parte 7 linea f g cõmunicans lineæ a rationali positæ in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h semicirculus. sitq; proportio quadrati lineæ f g ad quadratũ lineæ f h: sicut c ad d. & ducatur linea g h. dico ergo duas lineas f g & g h directe coniũctas: cõponere binomium primũ. Est enim linea f g q̃ est lõgior/potẽtior linea g h q̃ est breuior: ĩ quadrato lineæ f h p 30 tertij & penultimã primi. cõmunicat autẽ linea f h lineæ f g in lõgitudine p 2 partẽ 7: cum ꝓportio quadratorũ ipsarũ f g & f h sit sicut nũerorũ q̃dratorũ q sũt c & d. Linea vero g h: cõuincit esse rationalis ĩ potẽtia tãtũ nõ cõmunicãs lineæ f g in longitudine. ideoq; neq; lineæ a rationali positæ. cum sit enim quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ f h sicut numerus c ad numerũ d : erit p euersam proportionalitatem quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ g h, sicut numerus c ad numerũ e. Cũ itaq; c sit numerus quadratus/e vero non quadratus: sequitur per vltimã partem 7 vt linea g h sit incõmensurabilis lineæ f g longitudine. relinquitur igitur ipsam g h esse rationalem in potentia tantũ: & a diuisione lineas f g & g h componere binomium primum. quod erat inueniendum.

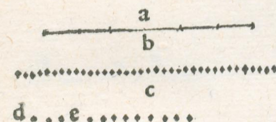


Eucli.ex Zamb. Problema 13. Propositio 48



¶Inuenire ex binis nominibus primam.

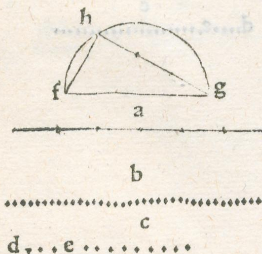
¶THEON ex Zamb: ¶Exponantur bini numeri a c, b c, vt cõpositũ ex ipsis a b ad b c rationẽ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ/ ad ipsum autem c a rationẽ non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. exponaturq; quædam rationalis d. ac ipsi d cõmensurabilis esto per correlariũ 6 decimi longitudine e f. rationalis igitur est e f. fiatq; per 9 decimi sicut b a numerus ad c a: sic quod ex e f ad id quod ex f g. At a b ad a c rationẽ habet quã numerus ad numerũ. Igitur & quod ex e f ad id quod ex f g rationẽ habet quã numerus ad numerũ. Quare quod ex e f: ei quod ex f g est cõmensurabile. Est autem rationalis e f. rationalis igitur est & f g. Et quoniã a b ad a c rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; quod ex e f ad id quod ex f g rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. incõmensurabilis igitur est e f: ipsi f g longitudine. Ipsę igitur e f, f g, rationales sunt potẽtia tantum cõmensurabiles. ex binis igitur nominibus est ipsa e g. Dico ꝙ & prima. Quoniam enim est sicut b a numerus ad a c ita quod ex e f ad id quod ex f g, maior autem est ipse b a ipso a c: maius igitur est & quod ex e f eo quod ex f g. esto igitur ei quod ex e f æqualia quæ ex f g, h. Et quonam est sicut b a ad a c, sic quod ex e f ad id quod ex f g: conuertendo igitur per correlariũ 19 quinti est sicut a b ad b c, sic quod ex e f ad id quod ex h. At a b ad b c rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. & quod ex e f igitur ad id quod ex h rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Cõmensurabilis igitur est e f ipsi h longitudine. Ipsa igitur e f ipsa f g maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili. Ipsæq; e f, f g, rationales sunt. Commẽsurabilisq; est e f ipsi d longitudine. ipsa igitur e g ex binis nominibus prima est. quod erat ostendendum.



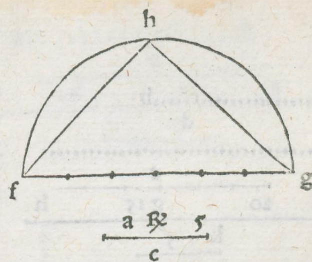
Eucli.ex Camp. Propositio 43.

Binomium secundum reperire.

¶CAMPANVS. ¶Sit vt prius a rationalis linea posita. b vero numerus quadratus. c vero sit numerus non quadratus diuisibilis in d nõ quadratũ et e quadratũ. ita tñ ꝙ proportio totius c q est nõ quadratus ad d qui est etiã nõ q̃dratus: sit sicut numerorũ quadratorũ. talis autẽ numerus est 12 & 48. diuisibilis enĩ est 12 in 9 quadratũ numerũ: & 3 nõ quadratũ. estq; proportio 12 ad 3: sicut 16 ad 4, quorũ vterq; quadratus. eodẽ modo 48 diuisibilis est in 36 & 22. ¶Tales autẽ nũeros sic reperies. Sit a numerus quadratus. b quoq; sit vnitate minor: cuius quadratũ sit c. at vero d proueniat ex b in a. eritq; ex prima incidentiũ noni/ b: differẽtia d ad c. ducatur idem a in c: & proueniat e. eritq; e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni: eo ꝙ vterq; numerorũ a & c est q̃dratus per hypothesin. Fiat rursus f ex a in d. eritq; f qualẽ quęrimus. Est enĩ ex vltima parte prædicti correlarij numerus f non quadratus: eo ꝙ d numerus sit nõ quadratus. Si enim d numerus esset quadratus: esset quoq; b quadratus ex 2 parte eiusdẽ correlarij 2 noni & ex 22 octaui. & quia a est quadratus: esset per 16 eiusdẽ/ tertius cõtinue proportionalis inter a & b. qđ est ĩpossibile: cũ sint sola vnitate distãtes. nõ est igitur d quadratus. quare nec f. est enim f ęqualis d & e. quoniã cũ b sit differentia d ad c, vt patet ex præmissis: erit per primã incidentiũ noni quod fit ex a in d, æquũ ijs quæ fiũt ex a in b & in c. & quia ex a in b fit d, & in c fit e: sequitur vt d sit differẽtia f ad e. & quia per 18 septimi est f ad e sicut d ad c: erit permutatim f ad d sicut e ad c. Cũq; vterq; duorũ numerorũ e & c sit quadratus: manifestũ est numerũ f esse qualẽ volumus. est enĩ non quadratus diuisibilis in d nõ quadratũ & e quadratũ: cuius proportio ad d est sicut quadrati ad quadratum videlicet e ad c. ¶Cætera oia sint vt prius. Dico ꝙ lineæ f g & g h cõponunt binomium secundũ. Cũ enĩ sit quadratum a ad quadratum f g sicut b ad c, rursusq; quadratũ f g ad quadratum g h sicut c ad e: erit per æquã proportionalitatem quadratum a ad quadratũ g h, sicut b ad e. Cũ igitur vterq; duorũ numerorũ b & e sit quadratus: erit per 2 partẽ 7 linea g h cõmunicans in longitudine lineæ a rationali positæ. de linea vero f g constat ꝙ ipsa sit rationalis in



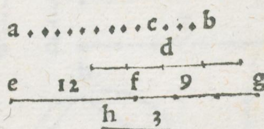
potentia tantũ non cõmunicans lineę a rationali positæ in lõgitudine per vlti mam partẽ 7. quæ cũ sit potentior linea g h in linea f h per 30 tertij & penultimã primi/ cõmunicet autẽ linea f h lineæ f g in longitudine per secundã partem 7 eo ꝙ eorũ quadrata sunt in proportione numerorũ c & d quorũ est proportio sicut numerorũ quadratorũ per hypothesin: constat propositũ. ℂAliter quoq; idem. ℂEsto linea g h cõmunicans a rationali positæ in longitudine: quã facile est inuenire. sitq; c numerus quadratus diuisibilis in quadratũ d, & non quadratũ e. sitq; proportio quadrati lineę g h ad quadratũ lineæ f g: sicut numerus e ad numerũ c. eritq; f g incõmensurabilis lineæ g h in longitudine per vltimã partẽ 7: & potentior ea in quadrato lineæ f h, cui cõmunicat in longitudine primo per cõuersam deĩde per euersam proportionalitatẽ/ & per secũdam partẽ 7. ex diffinitione igitur/ lineę f g et g h: cõponũt binomiũ secũdũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 44. Propositio 49.

49 ℂComperire ex binis nominibus secundam.

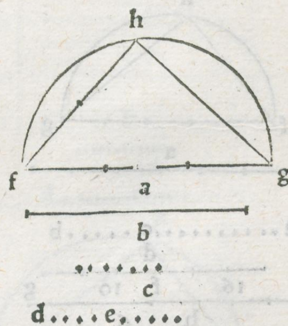
ℂTHEON ex Zamberto. ℂExplicentur bini numeri a c, c b: vt ex ipsis cõpositum a b, ad b c, rationẽ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum/ ad ipsum autem c a rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Exponaturq; rationalis d. ipsiq; d cõmensurabilis esto longitudine f g. ipsa igitur f g rationalis est. Fiat etiã per correlariũ 6 decimi & sicut c a numerus ad a b: sic quod ex g f ad id quod ex f e. cõmensurabile igitur est idquod ex g f: ei quod ex f e. rationalis igitur est et f e. Et quoniã c a numerus ab a b rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum: neq; igitur quod ex g f ad id quod ex f e rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est g f: ipsi f e longitudine. Ipsę igitur e f, f g, rationales sunt potentia tãtum cõmensurabiles. ex binis igitur nominibus est ipsa e g. Ostendendũ vero ꝙ & secunda. Quoniã rursus est sicut b a numerus ad a c sic quod ex e f ad id quod ex f g, maior autẽ est b a ipso a c: maius igitur & quod ex e f eo quod ex f g. esto autem ei quod ex e f: æqualia quæ ex g f, h. Conuertendo igitur per correlarium 19 quinti est sicut a b ad b c sic quod ex e f ad id quod ex h. At a b ad b c rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. & quod ex e f igitur ad id quod ex h: rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commensurabilis igitur est e f: ipsi h longitudine per 9 decimi. Quare e f, ipsa f g maius potest: eo quod fit ex sibi cõmensurabili. & ipsæ e f, f g, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. & f g nomen minus commensurabile est lõgitudine ipsi d rationali expositæ. ipsa igitur e g ex binis nominibus est secunda, quod erat faciundum.

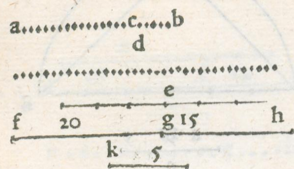


Eucli. ex Camp. Propositio 44.

44 Binomium tertium inuestigare.

ℂCAMP. ℂBinomiũ quoq; tertium sic reperitur. Posita vt prius linea a rationali in lõgitudine: sit b numerus primus. c vero quadratus: diuisibilis in quadratum d, & non quadratũ e. cętera omnia sint vt prius. dico ꝙ duæ lineæ f g & g h cõponunt binomiũ tertiũ. neutra eni earum est commensurabilis in longitudine lineę a rationali positæ: sed vtraq; incõmensurabilis. f g quidẽ/ per vltimã partẽ 7: h g vero/ per ęquã proportionalitatem & vltimã partẽ 7. Est eni per ęquã proportionalitatẽ quadratũ lineæ a ad quadratũ lineę g h sicut numerus b ad numerum e: mediantibus hinc quidẽ quadrato lineę f g, inde vero numero c. numeri autẽ b & e nõ sunt in proportione aliquorũ quadratorũ: cum b sit numerus primus. si enim essent in proportione numerorũ quadratorũ: necesse esset per 16 octaui & octauã eiusdẽ tertium eis in continua proportionalitate interesse. esset igitur per 17 eiusdem numerus b superficialis. quod est impossibile: cum sit primus per hypothesin. incõmensurabilis est itaq; linea g h: lineę a rationali positę/ ex vltima parte 7. Quia ergo linea f g potẽtior est linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi/ quæ cõmunicat ei in longitudine ex secunda parte 7: ex diffinitione binomij tertij patet nostra intentio.

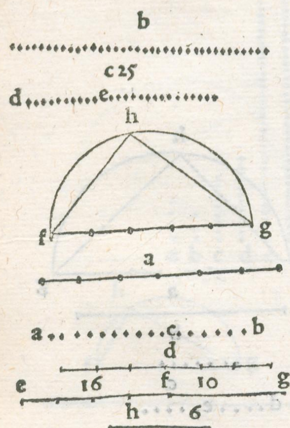




Eucli.ex Zamb. Problema 15. Propositio 50. 50

¶Inuenire ex binis nominibus tertiam.

¶THEON ex Zãb. ¶Exponantur bini numeri a c, c b: vt ex ipsis cõpositum
a b ad b c rationem habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerũ/
ad ipsum autem a c rationem nõ habeat quam quadratus numerus ad quadra
tum numerum. Expliceturq; aliquis etiam alius numerus qui sit d & ad vtrũq;
ipsorum b a, a c, rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadra-
tum numerum. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea quæ sit e. Fiatq; si-
cut d ad a b: sic quod ex e ad id quod ex f g. Cõmensurabile igitur est quod
ex e: ei quod ex f g. Est autẽ e rationalis. rationalis igitur est & f g per diffini-
tionẽ. Et quoniam d ad a b rationem non habet quam quadratus numerus ad
quadratũ numerũ: neq; quod ex e ad id quod ex f g rationẽ habet quã quadra-
tus numerus ad quadratũ numerum. Incõmensurabilis igitur est e: ipsi f g lon
gitudine per 9 decimi. Fiat iam rursus sicut a b numerus ad a c: sic quod ex f g
ad id quod ex g h. Cõmensurabile igitur est quod ex f g: ei quod ex g h. Ratio
nalis autẽ est f g: rationalis igitur & g h. Et quoniã b a ad a c, rationẽ non
habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; quod ex f g ad id
quod ex h g rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. In-
cõmensurabilis igitur est f g: ipsi g h lõgitudine. Ipsæ igitur f g & g h: rationa-
les sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Igitur ipsa f h ex binis nominibus est.
Aio etiam ꝙ & tertia. Quoniã enim est sicut d ad a b sic est id quod ex e ad id
quod ex f g, sicut autẽ b a ad a c sic quod ex f g ad id quod ex g h: ex æquali
igitur per 22 quinti est sicut d ad a c, sic quod ex e ad id quod ex g h. At d ad a
c, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. neq; quod
ex e igitur ad id quod ex g h rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadra-
tum numerũ. incõmensurabilis est igitur e ipsi g h longitudine. Et quoniã est
sicut b a ad a c, sic quod ex f g ad id quod ex g h: maius igitur est quod ex f g
eo quod ex g h. Esto igitur ei quod ex f g æqualia quæ ex g h, k. Cõuertendo
igitur per 19 quinti & eius correlarium/ est sicut a b ad b c: sic quod ex f g ad id
quod ex k. At a b ad b c rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ nu
merũ. & quod ex f g igit: ad id quod ex k, rationẽ habet quã quadratus nume
rus ad quadratũ numerũ. Cõmensurabilis igitur est f g: ipsi k lõgitudine. Ipsa
igitur f g: ipsa g h maius potest eo quod fit ex sibi longitudine cõmensurabili.
Ipsæq; f g, g h: rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Ac neutra
ipsarum commẽsurabilis est ipsi e longitudine. ipsa igitur f h ex binis nomi-
nibus tertia est. quod inuenire oportebat.



Eucli.ex Camp. Propositio 45. 45

BInomium quartum scrutari.

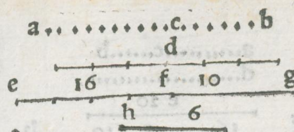
¶CAMPANVS. ¶In inuentione binomij quarti eodem modo
procedẽdum est sicut in inuentione primi: excepto ꝙ quadratus
numerus c diuidatur in duos nõ quadratos qui sunt d & e. Cæte-
ra omnia negocianda sunt hic ex diffinitione binomij quarti: si-
cut ibi ex diffinitione binomij primi.

Eucli.ex Zamb. Problema 16. Propositio 51. 51

¶Inuenire ex binis nominibus quartam.

¶THEON ex Zamb. ¶Exponãtur bini numeri a c, c b, vt a b ad vtrũq;
ipsorum rationẽ nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. ex-
ponaturq; rationalis d. Ipsiq; d cõmensurabilis esto longitudine ipsa e f. Ratio-
nalis igitur est ipsa e f. Fiatq; sicut b a numerus ad a c: sic quod ex e f ad id qd
ex f g. Cõmensurabile igitur est per diffinitionem quod ex e f: ei quod ex f g.
Rationalis autẽ est per correlariũ 6 decimi e f. Rationalis igitur est per 6 deci
mi & f g. Et quoniam b a ad a c rationem non habet quã quadratus numerus
ad quadratũ numerũ: neq; quod ex e f igitur ad id quod ex f g rationẽ habet
quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmensurabilis igitur est e f
ipsi f g longitudine. Ipsæ igitur e f, f g, rationales sunt potentia tantũ cõmensu
rabiles. Quare ipsa e g: ex binis nominibus est. Dico iam ꝙ & quarta. Quoniã

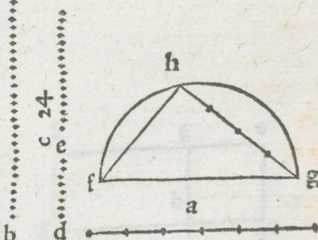
enim est sicut b a ad a c sic quod ex e f ad id quod f g, maior autem est b a ipsa a c: maius igit̃ & quod ex e f eo quod ex f g. esto nẽpe ei quod ex e f: ęqualia quæ ex f g, h. Cõuertendo igitur per 19 quinti & eius correlariũ/ sicut a b numer9 ad b c: sic quod ex e f ad id quod ex h. Ipsa vero a b ad b c rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. neq; igitur quod ex e f ad id quod ex h rationẽ habet: quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est per 9 decimi e f: ipsi h longitudine. Ipsa igitur e f: ipsa g f maius potest eo quod fit ex sibi incõmensurabili. & ipsæ e f, f g: rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. & e f: ipsi d cõmensurabilis est longitudine. ipsa igitur e g ex binis nominibus est quarta, quod erat inueniendum.

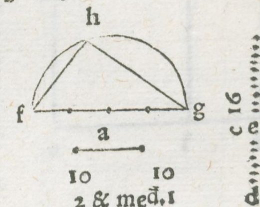


Eucli. ex Camp. Propositio 46.

46 BInomium quintum quęrere.

¶CAMPANVS. ¶Huius inuentio sic est sicut binomij secũdi: excepto q; numerus c nõ quadratus diuidetur in d non quadratũ & e quadratum. ita tamẽ q; proportio c ad d: non sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Cætera omnia sunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti: sicut ibi quæsita sunt ex diffinitione binomij secundi. ¶Vel pone q; linea g h sit cõmunicãs lineæ a rationali positæ in longitudine. & pone numerũ c quadratũ diuisum in duos nõ quadratos qui sũt d & e. Pone itaq; proportionẽ quadrati lineæ g h ad quadratũ f g: sicut numeri e ad numerũ c, deide astrue ꝑpositũ ex vltima ꝑte 7. & p̃sentibus hypothesibus/ & conuersa & euersa proportionibus/ & iterũ ex vltima parte 7 et diffinitione binomij quinti.

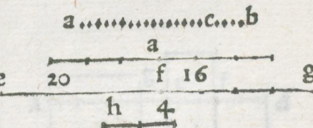




Eucli. ex Zamb. Problema 17. Propositio 52.

52 ¶Inuenire ex binis nominibus quintam.

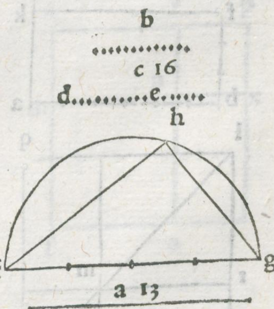
¶THEON ex Zamb. ¶ Explicentur bini numeri a c, c b: vt a b ad vtrũq; ipsorũ rationem nõ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea d. ac ipsi d cõmensurabilis esto per diffinitionẽ: lõgitudine, f g. Fiatq; sicut c a ad a b: sic quod ex g f ad id quod ex f e. Cõmẽsurabile igitur est quod fit ex g f: ei qđ ex f e. Rationalis igitur est ꝑ 6 decimi & f e. Et qm̃ c a ad a b rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum: neq; quod ex g f igitur ad id quod ex f e rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est per 9 decimi g f ipsi f e longitudine. Ipsæ igitur e f, f g, rationales sunt potentia cõmensurabiles tantũ. ex binis igitur nominibus est ipsa e g per 36 decimi. Dico iam q; & quinta. Quoniã eni est sicut c a ad a b sic quod ex g f ad id quod ex f e, rursus sicut b a ad a c sic quod ex e f ad id quod ex f g, maior autẽ est b a ipsa a c: maius igitur est quod ex e f eo quod ex f g. Esto nempe ei quod ex e f: æqualia quæ ex g f, h. Conuertendo igitur per 19 quinti & eius correlariũ est sicut a b numerus ad b c: sic quod ex e f ad id quod ex h. At a b: ad b c rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. neq; igitur quod ex e f: ad id quod ex h rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est per 9 decimi e f ipsi h longitudine. Quare e f ipsa f g maius p̃t eo quod fit sibi ex incõmensurabili. Suntq; rationales potentia tantum commẽsurabiles. & f g nomen minus commensurabile est expositæ rationali d longitudine. Ipsa igitur e g per 48 decimi quinta est ex binis nominibus, quod erat inueniendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 47.

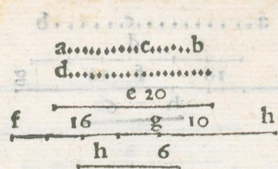
47 IN binomio sexto demum oportet insistere.

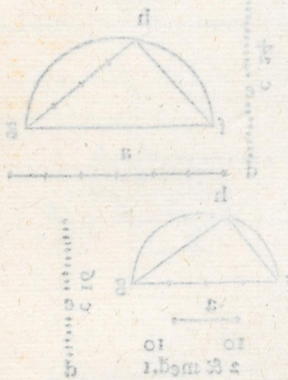
¶CAMPANVS. ¶Binomium sextũ sicut tertium scrutandũ est. & tamẽ erit hic numerus quadratus c diuisus in duos non quadratos d & e. Cætera vt ibi. eritq; ex diffinitione binomij 6 linea quã cõponunt f g & g h sibi inuicem directe coniunctæ: binomium sextum, quod est propositum inuenire.

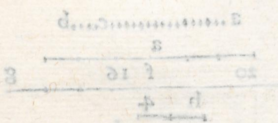


Eucli. ex Zamb. Problema 18. Propositio 53.

53 ¶Inuenire ex binis nominibus sextam.

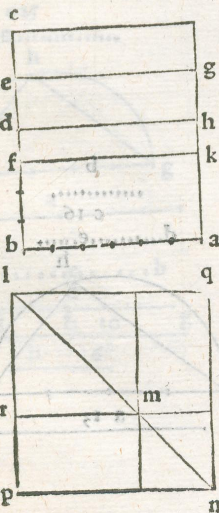






¶THEON ex Zāb. ¶Explicētur bini numeri a c,c b, vt a b ad vtrūq; ipso-
rum ratione non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Sitq;
etiā alius numerus d nō existens quadratus: qui ad vtrūq; ipsorū b a,a c, ratio-
nē non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. exponaturq; ali-
qua recta linea rationalis q̄ sit e. Fiatq; per diffinitionē sicut d ad a b: sic quod
ex e ad id quod ex f g. Cōmensurabilis igitur est per 6 decimi e ipsi f g poten-
tia. estq; rationalis e. rationalis igit̃ est & f g. Et qm̄ d ad a b rationē nō habet
quā quadratus numer9 ad quadratū numerū: neq; quod ex e igit̃ ad id quod ex
f g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensura-
bilis igitur est e: ipsi f g longitudine. Fiat iā rursus sicut b a ad a c: sic quod ex
f g ad id quod ex g h. Commensurabile igitur est per 6 decimi quod ex f g: ei
quod ex g h. Rationale autē est quod ex f g. rationale igitur & quod ex g h. ra-
tionalis igitur g h. Et quoniā b a ad a c rationē nō habet quā quadratus nume-
rus ad quadratū numerū: neq; igitur quod ex f g ad id quod ex g h rationem
habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur
est f g ipsi g h lōgitudine. Ipsæ igitur f g, g h, rationales sunt potētia tātū cō-
mēsurabiles. ex binis igitur nominibus est f h, per 36 decimi. Ostendendū ve-
ro q; & sexta. Quoniā eni est sicut d ad a b sic quod ex e ad id quod ex f g, est
autē & sicut b a ad a c sic quod ex f g ad id quod ex g h: ex æquali igitur per
22 quinti est sicut d ad a c sic quod ex e ad id quod ex g h. At d ad a c rationē
nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. neq; igitur quod ex e:
ad id quod ex g h rationē habet quā quadratus numer9 ad quadratū numerū.
Incommensurabilis igitur est e ipsi h g lōgitudine. patuit autem q; & ipsi f g.
Incōmensurabilis est igitur vtraq; ipsarū f g & g h: ipsi e longitudine. Et qm̄
est sicut b a ad a c sic est quod ex f g ad id quod ex g h: maius igitur est quod
ex f g eo quod ex g h. Esto igitur ei quod ex f g ęqualia: quę ex g h, k. Cōuertē-
do igitur per 19 quinti & correlariū eiusdē sicut a b ad b c: sic quod ex f g ad
id quod ex k. At a b ad b c rationē non habet quā quadratus numerus ad qua-
dratū numerū. Quare neq; quod ex f g ad id quod ex k rationē habet quā qua-
dratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est f g ipsi k lon-
gitudine. ipsa igitur f g: ipsa g h maius potest eo quod fit ex sibi incōmēsura-
bili. Sūtq; ipsæ f g, g h, rationales: potentia tantū commensurabiles. Ac ipsa-
rum f g, g h, neutra commensurabilis est longitudine ipsi e expositæ rationali,
ipsa igitur f h: ex binis nominibus est sexta. quod erat inueniendum.

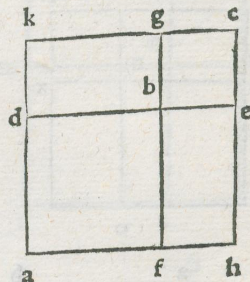
Eucli. ex Camp. Propositio 48.



SI fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali con-
tenta: latus quod super eā pōt binomiū esse necesse est.
¶CAMPANVS. ¶Sit superficies a c: cōtēta linea rationali a b, &
binomio primo quod sit b c. Dico q; latus tetragonicū superficiei a
c est binomiū. Sit eni punctus d cōmunis terminus duarū portionū binomij
primi in b c: cuius maior portio sit b d. eritq; rationalis in longitudine ex diffi-
nitione: & cōmensurabilis lineę a b rationali positæ. Diuidatur itē minor por-
tio quæ est d c per æqualia ad punctū e. lineaq; d b diuidatur sub ea conditio-
ne ad punctū f: q; inter partes eius quæ sunt b f & f d: cadat d e medio loco pro-
portionalis. quod qualiter fiat in 13 dictū est. ducantur autē lineæ e g, d h, f k,
ęquidistātes lineę a b. Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b est potē-
tior linea d c in quadrato lineæ sibi communicātis in longitudine: sequitur ex
secūda parte 13 q; duæ lineæ b f & f d sint cōmunicātes. per 9 igitur est vtraq;
earum cōmunicans toti lineæ b d. quare per diffinitionē ambæ sunt rationales
in lōgitudine. ideoq; per 15 vtraq; duarū superficierū a f & f h: est rationalis.
Describatur itaq; quadratum l m cuius latus l r, æquale superficiei a f. cui cir-
cumponatur gnomo protracta diagonali l m n, ad eam quātitatem: q; ipsius
gnomonis quadratum quod sit m n, sit æquale superficiei f h. duoq; eius sup-
plementa sint p m & m q: quæ necesse est esse æqualia duabus superficiebus d
g & g c. Quod sic collige. Cum eni sit linea d e medio loco proportionalis inter
lineas b f & f d: erit superficies d g. ex prima sexti medio loco pportionalis in-
ter superficies a f & f h. quare & inter quadrata l m & m n. Et quia supplemē-

tum p m eſt etiã medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima ſexti: ſequitur vt p m ſit ęqualis d g. ideoq; m q: g c. igitur linea l p: eſt latus tetragonicũ ſuperficiei a c. Hanc lineã dico eſſe binomiũ. Cũ ſint enĩ ambo quadrata l m, & m n, rationalia: erunt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales. Eſt autem per primam ſexti a f ad d g: ſicut b f ad d e. ſed b f eſt icõmẽſurabilis d e: ſcilicet qa b f eſt rõnalis ſimpliciter/ vt probatũ eſt. d e vero quia cõmunicat ĩ longitudine d c rationali in potẽtia tm̃: erit etiã ipſa rõnalis in potẽtia tm̃ p 18. quod ex p̃miſſis hypotheſib9 manifeſtũ eſt. Itaq; per 2 partẽ 10/ ſupficies a f: eſt incõmenſurabilis ſupficiei d g. igitur & quadratũ l m: ſupplemento p m. quare per primã ſexti & ſecũdam partẽ 10 linea l r: eſt incõmẽſurabilis lineę r p. Ex 30 igit̃ cõſtat lineã l p eſſe binomiũ. qđ erat mõſtrãdũ.

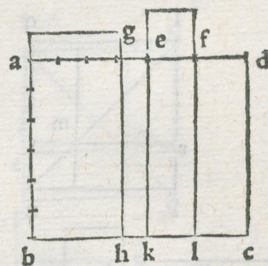
¶THEON. Lemma.



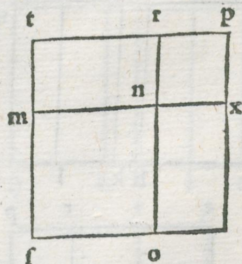
¶Sint bina quadrata a b, b c. exponaturq; per 14 primi: vt d b ipſi b e ſit in rectas lineas. In rectas lineas igitur eſt & f b: ipſi b g. Compleaturq; parallelogrammũ a c. Dico ꝙ a c quadratũ eſt/ & ꝙ d g ipſorũ a b, b c, mediũ eſt proportionale/ & inſuper d c ipſorũ a c, c b, mediũ proportionale eſt. Quoniã enĩ d b ipſi b f eſt ęquale/ & b e ipſi b g: totũ igitur d e toti f g eſt æquale. Sed d e: vtriq; ipſarum a h, k c, eſt æqualis. Igitur per 33 primi parallelogrãmum a c: æquilaterum eſt. eſt quoq; & rectangulum. quadratum igitur eſt a c per 46 primi. Et quoniam eſt ſicut f b ad b g: ſic d b ad b e, ſed ſicut quidem f b ad b g ſic per primam ſexti a b ad d g, ſicut vero d b ad b e ſic d g ad b c: & ſicut igitur a b ad d g, ſic d g ad b c. Igit̃ d g: ipſorũ a b, b c, mediũ proportionale eſt. Dico iam ꝙ & d c: ipſorũ a c, c b, mediũ proportionale eſt. Quoniã igitur eſt ſicut a d ad d k ſic eſt k g ad k c (æqualis eſt enim altera alteri) & componendo per 16 quinti ſicut a k ad k d ſic k c ad c g, ſed ſicut a k ad k d ſic a c ad c d, ſicut autem k c ad c g ſic per primam ſexti d c ad c b: igitur d c ipſorum a c, c b, medium & proportionale eſt.

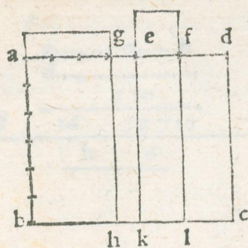
Eucli. ex Zamb. Theorema 36. Propoſitio 54.

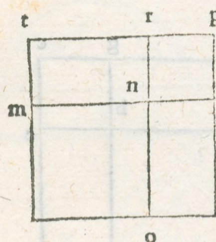
54 ¶Si areola comprænhendatur ſub rationali ac ex binis nominibus prima: quæ areolam poteſt irrationalis eſt/ ex binis nominibus vocata.

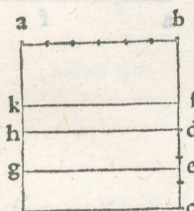


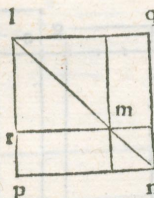
¶THEON ex Zãb. ¶Areola etenim a b c d: cõpræhendatur ſub rationali a b, & ex prima ex duobus nominibus a d. Dico ꝙ ipſam a c areolã potẽs: irrationalis eſt: ex binis vocata nominibus. Quoniã enim ex binis nominibus eſt prima ipſa a d: diuidatur per 42 decimi in nomina in e. ſitq; maius nomen a e. Manifeſtũ iam: ꝙ ipſæ a e, e d, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles/ & a e ipſa e d maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili/ & a e per 48 decimi cõmenſurabilis eſt expoſitæ rationali a b longitudine. Secetur iam per 10 primi e d: bifariã in ſigno f. Et quoniã a e ipſa e d maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmẽſurabili: ſi quartæ igitur parti eius quod ex minore hoc eſt ei quod ex e f æquum ad maiorẽ a e comparatũ fuerit deficiẽs ſpecie a quadrato/ in cõmẽſurabilia diſtribuit per 17 decimi. Cõparetur per 28 ſexti igitur ad ipſam a e: ei quod ex e f, æquũ quod ſub a g, g e. cõmenſurabilis igitur eſt a g: ipſi g e lõgitudine. Excitẽturq; per 31 primi per ipſa g, e, f, vtriq; ipſarũ a b, d c, paralleli g h, e k, f l. Et ipſi quidẽ a h parallelogrãmo: æquũ per 14 ſecundi quadratũ conſtituat̃ ſ n: ipſi autẽ g k, n p. Ponaturq; per 14 primi ſicut in rectas lineas m n ipſi n x. in rectas igitur lineas eſt & r n: ipſi n o. Cõpleaturq; ipſũ ſ p parallelogrãmum. quadratũ igitur eſt ſ p. Et quoniã quod ſub a g, g e, æquũ eſt ei quod e f: eſt igitur per cõſtructionẽ ſicut a g ad e f, ſic f e ad e g. & ſicut igitur per primã ſexti a h ad e l: ſic e l ad k g. Ipſorũ igitur a h, g k, mediũ e l proportionale eſt. Sed a h quidẽ/ æquum eſt ipſi ſ n: & g k, æquũ eſt ipſi n p. Ipſorum igitur ſ n, n p, mediũ e l proportionale eſt. Eſt autem ipſorũ ſ n, n p, medium m r proportionale per præoſtenſum lẽma. æquũ eſt igitur m r: ipſi e l. Sed m r quidẽ/ ipſi o x æquũ eſt: & e l ipſi f c. totũ igitur e c: ipſis m r, o x, eſt æquale. Sunt autem & ipſa a h, g k: ipſis ſ n, n p, æqualia/ per 44 primi. totum igitur a c: æquũ eſt toti ſ p, hoc eſt ei quod ex m x fit quadrato. igitur ipſa m x: ipſum

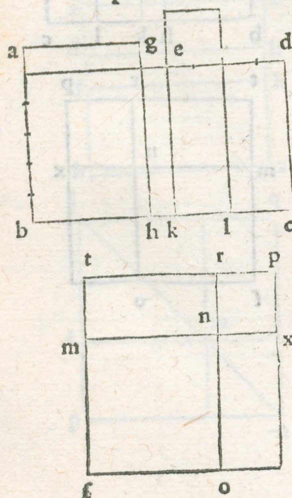












potest a c. Dico iam ꝙ ipsa m x: ex binis nominibus est. Quoniã eni cõmēsu
rabilis est per 17 decimi a g ipsi e g: cõmensurabilis igitur est per 12 decimi
& diffinitionē & a e: vtriqꝫ ipsarũ a g, g e. Supponit autē per diffinitionē pri
mę ex binis noib9 a e ipsi a b cõmēsurabilis. & ipsæ igit a g, g e: ipsi a b sunt
cõmensurabiles. Rationalis vero est a b. rationalis igitur est & vtraqꝫ ipsarũ a
g, g e. Rationale igitur est & vtrũqꝫ ipsorũ a h, g k. Cõmensurabile autē est per
primã sexti & 11 decimi a h ipsi g k. Sed a h: ipsi qdē s n est æquale. ipsum ve
ro g k: ipsi n p. & ipsa igitur s n, n p, hoc est quod ex m n, n x. rationalia sũt &
cõmensurabilia. Et quoniã incõmensurabilis est a e ipsi e d longitudine/ sed ip
sa quidē a e ipsi a g est cõmensurabilis/ ipsa autē d e ipsi e f cõmensurabilis:
per 13 decimi incommensurabilis igitur est & a g ipsi e f. Quare & a h: ipsi e l.
incõmēsurabilis est. Sed a h quidē: ipsi s n est æquale. ipsum vero e l: ipsi m r.
& s n igit: ipsi m r incõmēsurabile est. Sed sicut s n ad m r: sic & o n ad n r. in
cõmensurabilis igitur est o n ad n r. Aequalis autē est o n ipsi m n: & n r ipsi
n x. incõmensurabilis igitur est m n ipsi n x. Et quod ex m n: cõmensurabile est
ei quod ex n x: & vtrunqꝫ rationale. Ipsæ igitur m n, n x: rationales sunt poten
tia tantum commensurabiles. ipsa igitur m x: ex binis nominibus est/ ipsamqꝫ
a c potest. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 49. 49

SI fuerit superficies linea rationali binomioqꝫ secundo con
tenta: latus eius tetragonicum erit bimediale primum.

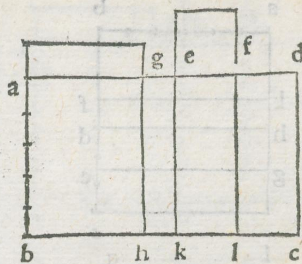
¶CAMPANVS. ¶Sit eadē figura eædēqꝫ hypotheses q̃ in pręmissa. eritqꝫ ex
diffinitione binomij secũdi/ linea d c: rationalis in lõgitudine. quare p 15 vtra
qꝫ duarũ superficierũ d g & g c (ideoqꝫ & duo supplementa p m, m q) erit ratio
nalis. linea vero b d erit rationalis in potētia tantũ: & diuisa in duas lineas cõ
municantes f d & b f, ex diffinitione binomij secundi & præmissis hypothesi
bus/ & secunda parte 13. per 19 igitur erit vtraqꝫ duarũ superficierũ a f & f h,
(ideoqꝫ & vtrũqꝫ quadratorũ l m & m n) medialis. itaqꝫ ambæ lineæ l r & r p:
sunt mediales in potentia quoqꝫ cõmunicãtes. nam cum linea b f cõmunicet li
neæ f d: sequit vt a f cõmunicet f h. quare quadratũ l m: quadrato m n. ideoqꝫ
& linea l r: lineę r p in potentia. in longitudine autē nõ cõmunicãt: qm̃ p 1 sexti
vna earũ ad alterã est sicut l m ad m p. Cũ igitur l m nõ cõmunicet m p, eoqꝫ
altera medialis videlicet l m, altera vero rationalis videlicet m p: sequitur vt l r
non cõmunicet in longitudine r p. Quia igitur ipsæ continent superficiem ra
tionalem quę est m p: constat lineam l p ex 31 huius/ esse bimediale primum.

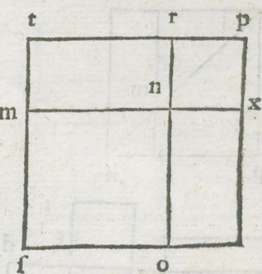
Eucli. ex Zamb. Theorema 37. Propositio 51. 51

¶Si areola compræhensa fuerit sub rationali/ & ex binis nomi
nibus secunda: areolam potens irrationalis est/ vocaturqꝫ binis ex
prima medijs.

¶THEON ex Zãb. ¶Compræhēdatur areola a b c d sub rationali a b, ac
ex binis nominibus secunda a d. Dico ꝙ a c areã potens: ex binis medijs est
prima. Quoniã eni ex binis nominibus secũda est a d, diuisa in nomina in si
gno e, vt maius nomē sit a e: ipsæ igitur a e, e d, per 49 decimi rationales sũt
potētia tantũ cõmensurabiles. & a e, ipsa e d maius potest eo quod fit ex sibi cõ
mēsurabili: ac nomē minus e d cõmēsurabile est ipsi a b lõgitudine. Secet p 10
primi ipsa e d: bifariã in signo f. & ei qd ex e f ęquũ ad ipsũ a e cõparet p 28
sexti/ deficiēs specie a q̃drato quod sub a g, g e. cõmēsurabilis igit est p 17 de
cimi a g ipsi g e lõgitudine. Et p ipsa g, e, f, signa excitētur p 31 primi para
leli ipsis a b, c d: sintqꝫ g h, e k, f l. Ac ei quidē quod est a h parallelogrammo
cõstruatur per 14 secundi æquũ quadratũ s n: ipsi autē g k, æquũ quadratũ n
p. Ponaturqꝫ per 14 primi sicut in rectas lineas m n, ipsi n x. in rectas lineas
igitur est & r n ipsi n o. Compleaturqꝫ s p quadratũ. Manifestũ iam est: ex pre
ostenso lēmate ꝙ m r mediũ proportionale est ipsorũ s n, n p, & per præcedens
theorema ęquũ ipsi e l, & ꝙ a c aream potest m n et n x. Ostendenũ iam ꝙ m x
ex binis medijs est prima. Quoniam a e ipsi e d est incõmensurabilis longitu
dine/ cõmensurabilis autē est per 49 decimi e d ipsi a b: incommēsurabilis igi

tur per 13 decimi est a e ipsi a b lōgitudine. Et qm̄ cōmēsurabilis est a g ipsi e g: cōmensurabilis est & a e vtriqꝫ ipsarum a g, g e. Et a e rationalis est. rationalis igitur & vtraqꝫ ipsarū a g, g e, per cōparationē. Et quoniā incōmēsurabilis est a e ipsi a b, cōmensurabilis autē est a e vtriqꝫ ipsarū a g, g e: & ipsæ a g, g e, igitur cōmensurabiles sunt ipsi a b. Ipsæ b a, a g, g e, igitur per 13 decimi rationales sūt: potētia tātū cōmēsurabiles. Quare p 21 decimi vtrūqꝫ ipsorū a h, g k: mediū est. quare & vtrunqꝫ ipsorū ſ n, n p: medium est. & ipsę m n, n x, igitur mediæ sunt p 21 decimi. Et quoniā cōmensurabilis est a g ipsi g e lōgitudine: cōmensurabile est & a h ipsi g k, hoc est ſ n ipsi n p, hoc est quod ex m n ei quod ex n x. quare & ipsæ m n, n x: potentia sunt cōmensurabiles. Et quoniā incōmensurabilis est a e ipsi e d lōgitudine, sed ipsa quidē a e cōmēsurabilis est ipsi a g, & e d ipsi e f: incōmensurabilis igitur est per 13 decimi a g ipsi e f. Quare per 1 sexti & 11 decimi & a h ipsi e l incōmensurabile est: hoc est ſ n ipsi m r, hoc est o n ipsi n r, hoc est m n ipsi n x, incōmēsurabilis longitudine est. Ostensum autē est ꝙ ipsę m n, n x, medię existētes: potētia sunt cōmensurabiles. Ipsæ igitur m n, n x, medię sunt: potētia tantū cōmensurabiles. Dico iā ꝙ & rationale cōpræhendunt. Quoniā enī d e supponitur vtriqꝫ ipsarum a b, e f, cōmensurabilis: commensurabilis igitur per 12 decimi est & f e ipsi e k. Et vtraqꝫ ipsarū rationalis. rationale igitur est e l: hoc est m r. Sed m r: est quod sub m n & n x. Si vero per 37 decimi binæ mediæ potentia tantū cōmensurabiles, compositæ fuerint rationale compræhēdentes: tota irrationalis est, vocaturqꝫ ex binis prima medijs. Igitur ipsa m x: ex binis est prima medijs. Quod erat ostēdendū.

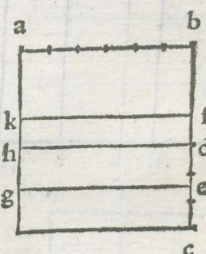


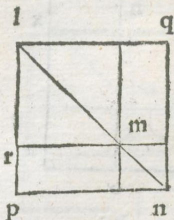


50 Eucli. ex Camp. Propositio 50.

SI binomio tertio ac linea rationali sup rficies contineatur: linea in eam potens erit bimediale secundum.

℄ CAMPANVS. ℄ Dispositio & hypotheses maneant vt supra. Eritqꝫ ex his hypothesibus & diffinitione binomij tertij & 19, vnaquæqꝫ quatuor superficierum in quas diuisa est superficies a c: medialis. quare vtrunqꝫ duorum quadratorum l m, m n, & vtrunqꝫ supplementorum p m & m q: erit etiam mediale. vtraqꝫ igitur duarum linearum l r & r p: erit medialis. Et cum duæ superficies a f & f h sint cōmunicantes, eo ꝙ duæ lineæ b f & f d sint cōmunicantes: per secundam partem 13 erunt duæ lineæ l r & r p cōmunicantes in potentia. in longitudine vero non: quia superficies l m non cōmunicat cum superficie m p, eo ꝙ neqꝫ a f communicat cum d g. Nam linea b f non cōmunicat cum d e. Cum igitur ipsę contineant superficiē quæ est p m: constat ex 32 lineam l p esse mediale secundum. Quod est propositum.

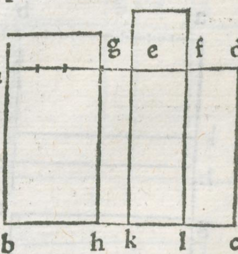


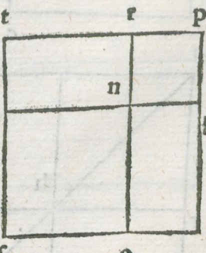


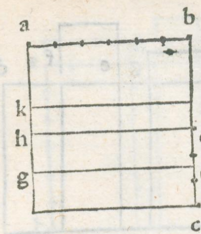
56 Eucli. ex Zamb. Theorema 38. Propositio 56.

℄ Si superficies sub rationali, & ex binis nominibus tertia cōpræhensa fuerit: superficiem potens irrationalis est, appellaturqꝫ ex binis secunda medijs.

℄ THEON ex Zamberto. ℄ Areola namqꝫ a b c d: cōpræhendatur sub rationali a b, ac ex binis nominibus tertia a d diuisa in nomina in e, quorum maius sit a e. Dico ꝙ areolam a c potens: irrationalis est, vocaturqꝫ ex binis secunda nominibus. Construantur namqꝫ eadem quæ prius. Et quoniam a d ex binis est tertia nominibus: ipsæ igitur a e, e d, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ipsa a e ipsa e d maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili, & ipsarum a e, e d, neutra ipsi a b est commensurabilis longitudine. Similiter iam ex ijs quæ prius sunt ostensa, demonstrabimus: ꝙ ipsæ m n, n x, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Quare m x: ex binis est medijs. Ostendendum etiam ꝙ & secunda. Quoniam incommensurabilis est per 50 decimi d e ipsi a longitudine, hoc est ipsi e k, atqui d e commensurabilis est ipsi e f: incōmēsurabilis igitur est per 13 decimi e f ipsi e k longitudine. Suntqꝫ rationales ipsæ f e, e k. igitur rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Medium igitur per 21 decimi est e l: hoc est m r. compræhenditurqꝫ sub m n, n x. medium igitur est quod sub m n, n x. Ipsa igitur m n x: ex binis est secunda medijs. Quod fuerat ostendendum.







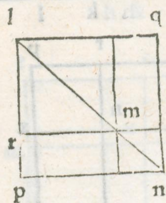
Propositio 51.

Eucli.ex Camp.



I linea rationali binomioq; quarto superficies continea 51
tur:quæ in eam superficiem potest/est linea maior.

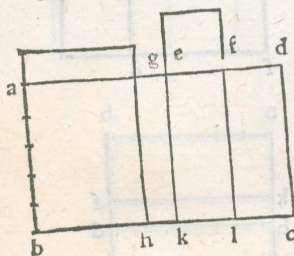
CAMP. Cūctis vt in pręmissis manētibus:erit ex hypothesi et
diffinitione binomij quarti & 19/vtraq; duarū supficierū d g & gc
(quare & vtraq; duarū p m & m q)medialis. duoq; quadrata l m & m n pari
ter accepta/rationale:eo q superficies a d est rationalis per diffinitionē bino
mij quarti & 15. Et quia d b diuiditur in puncto f in duo incoicantia per secū
dam partem 14:erit superficies a f incommēsurabilis superficiei f h. ideoq; &
quadratū l m:quadrato m n. Duæ igitur lineæ l r & r p:sunt incōmensurabiles
in potētia. q̄ cū cōtineāt supficiē medialē p m, & earū quadrata ābo pariter ac
cepta sint rōnale:cōstat p 33 lineā l p esse lineā maiorē. Quod erat demōstrādū.

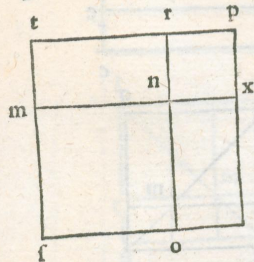


Eucli.ex Zamb. Theorema 39. Propositio 57.

Si areola sub rationali ac ex binis quarta nominibus com 57
præhensa fuerit: ipsam areolā potens irrationalis est/vocaturq;
maior.

THEON ex Zamberto. Areola nāq; a c:cōpræhēdatur sub rationali a b,
& ex binis quarta noibus a d diuisa in nomina in e, quorū maius esto a e. Di
co q areolam a c potens: irrationalis est/appellata maior. Quoniā enim a d ex
binis est quarta nominibus: ipsæ igitur a e, e d, rationales sunt potentia tantū
commēsurabiles. & a e ipsa e d maius potest eo quod fit ex sibi incōmensurabi
li. & a e ipsi a b longitudine cōmēsurabilis est. Secetur per 10 primi d e bifariā
in f. & ei quod ex e f æquum / ad a e cōparetur per 44 primi parallelogrāmū
quod sub a g, g e. Incōmensurabilis igitur est per 18 decimi a g ipsi e g longi
tudine. excitentur per 31 primi paralleli ipsi a b:sintq; g h, e k, f l. Fiantq; reli
qua eadem sicut in præcedenti. Manifestum iam est q m x, est potens ipsam
areolam a c. Ostēdendū vero q m x irrationalis est:appellata maior. Quoniam
incōmensurabilis est a g ipsi e g longitudine:incōmensurabile per 1 sexti et 11
decimi/est & a h ipsi g k:hoc est s n ipsi n p. Ipsæ igitur m n, n x:potētia sunt
incōmensurabiles. Et quoniā cōmensurabilis est a e ipsi a b lōgitudine:rōna
le est a k. Et æquū est eis quæ ex m n, n x. rationale igitur est:cōflatū ex ijs quæ
ex m n, n x. Et quoniā per 34 decimi incōmēsurabilis est d e ipsi a b lōgitudi
ne hoc est ipsi e k, sed per 13 decimi d e cōmensurabilis est ipsi e f:incōmēsu
rabilis igitur est e f ipsi e k lōgitudine. Ipsę igitur e k, e f, rationales sunt potē
tia tantū cōmensurabiles. Mediū per 21 decimi igitur est l e hoc est m r. Cōprę
hēditurq; sub m n, n x. mediū igitur est quod sub m n, n x. Et cōpositū ex ijs q̄
ex m n, n x, rationale. & m n ipsi n x potentia incōmensurabilis est. Si autē per
39 decimi duæ lineę potētia incōmēsurabiles cōpositæ fuerint efficiētes cōpo
sitū ex ijs quæ ex ipsis sūt quadratis rationale/quod vero sub ipsis mediū:tota
irrationalis est/appellatur autem maior. Ipsa igitur m x irrationalis est/vocata
maior:ipsamq; a c areolam potest. quod erat ostendendum.





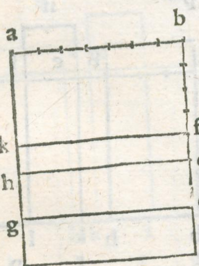
Propositio 52

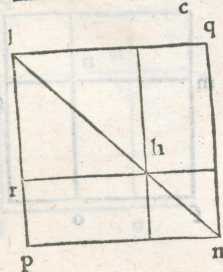
Eucli.ex Camp.



I fuerit superficies linea rationali atq; binomio quinto 53
contenta:quæcunq; in eam linea potest/potens in ratio
nale & mediale esse ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Nec in hac quoq; est aliquid ex priorū dispositione & po
sitionibus mutandum. eis enim manentibus:erit ex ijs quę posita sunt in diffi
nitione binomij quinti & 15/vtraq; duarum supercierū d g & g e(quare vtraq;
duarum p m & m q)rationalis/totaq; a d(quare & duo quadrata l m m n pari
ter accepta)medialis ex 19. Cumq; ex secunda parte 14 sit linea f b incommen
surabilis lineæ f d, ideoq; superficies a f superficiei f h, & quadratum l m qua
drato m n:erit linea l r incommensurabilis in potentia lineæ r p. At quia ipsæ
continent superficiem rationalem p m, & earum quadrata ambo pariter acce
pta sunt mediale:conclude ex tregesimaquarta lineam l p esse potentem in ra
tionale & mediale. Quod promissum est.





Eucli. ex Zamb. Theorema 40 Propoſitio 58.

58 ❡Si areola cōpræhendatur ſub rationali/ac ex binis quinta nominibus: areolam potens irrationalis eſt/appellata rationale mediumq; potens.

❡THEON ex Zāb. ❡Areola eteni a c: cōpræhēdatur ſub rationali a b, ac ex binis quinta noībus a d diſiūcta in noīa in e, vt maius nomē ſit a e. Dico ꝙ ipſam a c areolā potens: irrationalis eſt/appellata rationale mediūq; potēs. Conſtruantur enī ea quæ ſuperius demōſtrata ſunt. Nō dubiū ꝙ a c areolā potens: eſt m x. Oſtendendum iam: ꝙ m x eſt rationale mediūq; potens. Quoniā enī incōmēſurabilis eſt a g ipſi g e: incōmenſurabile igitur eſt per primā ſexti & 11 decimi & a h ipſi h e, hoc eſt quod ex m n ei quod ex n x. Ipſæ igitur m n, n x: potētia ſunt incōmenſurabiles. Et qm̄ a d ex binis eſt quinta noībus, ac eius minus ſegmentū eſt e d: cōmenſurabilis igitur eſt e d ipſi a b lōgitudine. Sed a e: ipſi e d eſt incōmenſurabilis. & a b igitur per 13 decimi ipſi a e eſt incōmenſurabilis longitudine. Ipſæ igitur a b, a e, rationales ſunt: potētia tantū cōmēſurabiles. mediū igitur eſt per 21 decimi a k: hoc eſt cōflatū ex ijs quæ ex m n, n x. Et quoniā cōmenſurabilis eſt d e ipſi a b longitudine hoc eſt e k, ſed d e ipſi e f cōmēſurabilis eſt: & e f igitur per 12 decimi ipſi e k cōmenſurabilis eſt. Rationalis autem e k. rationale igitur per 19 decimi & e l, hoc eſt m r: hoc eſt quod ſub m n, n x. Ipſæ igitur m n, n x, per 40 decimi potētia incōmenſurabiles ſūt: efficientes conflatum ex ipſarum quadratis medium/& quod ſub ipſis rationale. ipſa igitur m x: eſt rationale mediumq; potens, ipſamq; poteſt aream a e. Quod fuerat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 53.

53 SI binomio ſexto lineaq; rōnali ſupficies cōtineatur: linea quę in eam poteſt/in duo medialia potēs eſſe probatur.

❡CAMPANVS. ❡Hęc 53: adhuc te ſuſtinet ociari a pigēdis figuris. cōtēta enī eſt p̄miſſis diſpoſitione & poſitionibus. Quibus ſtantibus: neceſſe eſt ex ipſis poſitis & diſpoſitione id eſt diffinitione binomij poſitremi & 19/ quālibet ex ſuperficiebus a d & d g & g c (propter quod & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) eſſe medialē. Cūq; b f & f d (propter quod a f & f h, ideoq; l m & m n) ſint incōmenſurabiles: erūt duæ lineæ b c & r p incōmenſurabiles in potētia. At quia ipſæ cōtinent ſuperficiem medialem p m, earūq; ambo quadrata pariter accepta ſunt mediale/quod eſt duplo ſuperficiei vnius in alterā incōmenſurabile/quod ex eo probatur ꝙ ſupficies b h eſt incōmenſurabilis ſuperficiei h c, propter hoc ꝙ linea d b eſt incōmenſurabilis lineæ d c: ſequitur ex 35 lineam l p eſſe/quæ poteſt in duo medialia.

Eucli. ex Zamb. Theorema 41. Propoſitio 59

59 ❡Si areola cōpręhendatur ſub rationali/& ex binis ſexta noibus: areolam potens irrationalis eſt/appellata bina potens media

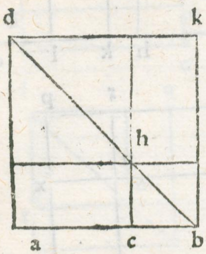
❡THEON ex Zamberto. ❡Areola namq; a b c d: compræhendatur ſub rationali a b, & ex binis nominibus a d diuiſa in nomina in e, vt maius nomen ſit a e. Dico ꝙ ipſam a c potens: irrationalis eſt/appellata bina potens media. Conſtruantur enim quæ & in præoſtenſis. Non dubiū ꝙ m x eſt potens ipſam a c: & ꝙ incōmenſurabilis eſt m n ipſi n x potentia. Et quoniā incōmenſurabilis eſt a e ipſi a b longitudine: ipſæ igitur a e, a b, rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabibes. medium igitur eſt per 21 decimi a k: hoc eſt cōpoſitū ex ijs quę ex m n, n x. Rurſus quoniā incōmēſurabilis eſt e d ipſi a b lōgitudine: incōmēſurabilis igitur eſt & e f ipſi e k. Et f e, e k, igiť rōnales ſūt: potētia tātū cōmenſurabiles. mediū igitur eſt per eandē/e l: hoc eſt m r, hoc eſt cōflatū ſub m n, n x. Et quoniā incōmenſurabilis eſt a e ipſi e f: & a k ipſi e l incōmenſurabile eſt. Sed a k quidē eſt cōflatum ex ijs quæ ex m n, n x: & e l eſt quod ſub m n, n x. incommenſurabile igitur eſt per primam ſexti & 11 decimi compoſitum ex ijs quæ ex m n, n x: ei quod ſub m n, n x. & ipſorum vtrunq; medium eſt.

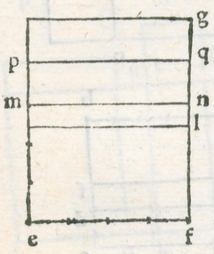
Ipſæ igitur m n,n x: potentia ſunt incõmenſurabiles. Ipſa igitur m x bina po-
tens eſt media per 41 decimi:& ipſam poteſt a c. quod oſtendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 54. 54



SI lineę rationali æquũ quadrato binomij rectãgulũ adiũ-
gatur: latus eius ſecũdum binomiũ primũ eſſe cõueniet.



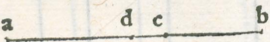


¶CAMPANVS. ¶Hæ ſex ſequẽtes: cõuerſę ſunt ſex præcedentiũ per ordinẽ. Huius autẽ eſt hæc intentio. Sit linea a b binomiũ: diui-
ſa ad punctũ c in duas lineas a c & c b, ſecundũ ſuã diffinitionẽ aut terminum.
eiuſq; a b quadratũ ſit b d. ſitq; linea e f rationalis in longitudine: cui adiũgat
ſuperficies e g æqualis quadrato b d. Dico q latus ſecundũ huius ſuperficiei/
quod eſt linea f g: eſt binomium primũ. Diuidatur enĩ quadratũ b d in duo qua
drata b h & h d, quę ſint quadrata duarũ linearũ portionũ binomij:& in duo
ſupplementa a h & h k, quorum vtrũq; cõtinetur ſub duabus portionibus bino
mij. eritq; ex diffinitione binomij quę habetur per 30/ vtrũq; iſtorũ quadrato-
rum rationale:& per 19 vtrũq; ſupplementũ mediale. Ex ſuperficie igitur e g,
abſcindatur ſuperficies e l ęqualis quadrato d h,& l m æqualis quadrato h b,&
n p æqualis vni duorũ ſupplemẽtorum a h vel h k. eritq; p g reſidua: ęqualis re-
liquo ſupplemento. quare per primam ſexti linea n q: eſt ęqualis lineæ q g. Ex
præmiſſis autem manifeſtum eſt q vtraq; duarũ ſuperficierũ e l & l m (& ideo
tota ſuperficies e n) eſt rationalis. Et vtraq; duarũ æqualiũ n p & p g (& ideo
tota m g) medialis. quare per 16 vtraq; duarum linearũ f l & l n,& tota linea f
n, rationalis in longitudine:& lineæ e f rationali poſitæ cõmenſurabilis.& per
20 vtraq; duarum n q & q g,& tota n g: rationalis in potentia tantum/ incom-
menſurabilis lineæ m n(& ideo lineæ e f ſibi æquali/& per conſequens & lineæ
f n) in longitudine. Si igitur linea f n, quæ eſt maior linea n g vt ex primo duo
rum antecedentiũ 35 demonſtrationi ſubiunctorũ & prima ſexti apparet/ fuerit
potentior linea n g minori in quadrato lineæ ſecum cõmunicantis in longitu-
dine: tunc ex diffinitione binomij primi manifeſtum eſt lineam f g eſſe bino-
mium primum. Hoc autem ita eſſe ſic habeto. Cum inter duo quadrata d h &
h b, ſit per primã ſexti ſuperficies a h medio loco proportionalis: conuincitur
ex prioribus hypotheſibus ſuperficiem m q eſſe inter ſuperficies e l & l m medio
loco proportionalis. quare per primam ſexti linea n q quæ eſt medietas lineæ n
g eſt medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f
l in l n: eſt quantũ quod ex n q in ſe per 16 ſexti. ideoq; per 4 ſecundi quantum
quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primam partem 13 cum linea f n diui
datur a ſuperficie ſibi adiuncta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n
g ita q ad complendã totam lineam f n deſit ſuperficies quadrata/ in duo cõ-
municãtia ad punctũ l: erit f n potentior n g in quadrato lineæ ſibi cõmunicã-
tis in longitudine. Conſtat ergo propoſitum.

Lemma.

¶THEON.

¶Si recta linea ſecetur in inęqualia: quę ab inæqualibus quadra-
ta/ maiora ſũt eo qđ bis ſub iæq̃libus cõprehẽſum eſt rectãgulũ.

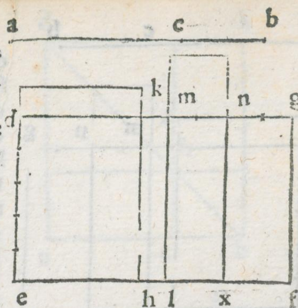


¶Sit recta linea a b: ſeceturq; in inæqualia in c, ſitq; maior a c. Dico q quæ ex
a c,c b: maiora ſunt eo quod bis ſub a c,c b. ſecetur enim per 10 primi a b bi-
fariam in d. Quoniam igitur recta linea ſecta eſt in æqualia in d,& in inęqua-
lia in c: igitur per 5 ſecundi quod ſub a c,c b, vna cum eo quod ex c d æquum
eſt ei quod ex a d.& perinde quod ſub a c,c b: minus eſt eo quod ex a d. Quod
igitur bis ſub a c,c b: eſt minus q̃ duplum eius quod ex a d. Sed quæ ex a c,c b:
dupla ſunt eorũ quæ ex a d,d c. ergo quæ ex a c,c b: maiora ſunt eo quod bis
ſub a c,c b. quod erat oſtendendum.

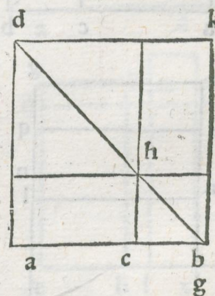
Eucli. ex Zamb. Theorema 42. Propoſitio 60.

¶Quæ ab ex binis nominibus ad rationalem comparata latitu- 60
do: efficit ex binis nominibus primam.

¶THEON ex Zamb. ¶Eſto ex binis noĩbus a b: diuiſa in noĩa in c, vt maius
nomẽ ſit a c. exponaturq; rõnalis d e.& ei quod ex a b æquũ ad ipſam d e cõ-



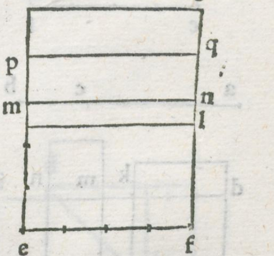
paretur p 44 primi d e f g:latitudinẽ efficiẽs d g. Dico q̄ d g ex binis est prima noibus. Cõparetur enĩ per 44 primi ad d e, ei qdẽ quod ex a c ęquũ d h:ei autẽ quod ex b c, æquũ k l. Reliquũ igit̃ quod bis sub a c, c d:p 4 secũdi ęquũ est ipsi m f. Secet̃ p 10 primi qdẽ m g bifariã in n:exciteturq; p 31 primi parallelus n x vtriq; ipsarũ m l, g f. Vtrũq; igitur ipsorũ m x, n f, æquũ est ei quod sub a c, c b. Et quoniã a b ex binis noibus est diuisa ĩ noia in c:ipsæ igitur a c, c b, rõnales sũt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Quæ igitur ex a c, c b:rõnalia sũt/& sibi inuicẽ cõmensurabilia. Quare per 15 decimi/& cõflatũ ex ijs quę ex a c, c b:cõmẽsurabile est eis q̃ ex a c, c b. rationale igitur est cõpositũ ex ijs q̃ ex a c, c b. Et ipsi d l est ęquale. rõnale igit̃ est d l. Et ad ipsã d e cõparat̃. rõnalis igitur p 20 decimi d m:& ipsi d e lõgitudine cõmẽsurabilis. Rursus qm̃ a c, c b, rõnales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles:mediũ igitur est quod bis sub a c, c b, hoc est m f. & ad ipsã cõparatur m l rationalẽ. rationalis igit̃ est & m g:ipsi l m incõmẽsurabilis (hoc est ipsi d e) lõgitudine. est autẽ & m d rationalis:& ipsi d e lõgitudine cõmẽsurabilis. Incõmẽsurabilis igitur est per 13 decimi d m:ipsi m g lõgitudine. Sũtq; ipsæ igitur d m, m g, rõnales:potentia tantũ cõmẽsurabiles. ex binis noibus igitur est per 36 decimi d g. Ostẽdendũ q̄ & prima. Qm̃ eni per lẽma p̄cedens 54 decimi eorũ q̃ ex a c, c b, mediũ proportionale est quod sub a c, c b:& ipsorũ igitur d h, k l, mediũ proportionale est m x. Est igitur per constructionẽ sicut d h ad m x:sic m x ad k l. hoc est sicut d k ad m n:sic m n ad m k. quod igitur sub d k, k m:æquũ est ei quod ex m n. Et qm̃ cõmensurabile est quod ex a c ipsi quod ex b c:cõmensurabile est & d h ipsi k l. quare per 1 sexti & 11 decimi & d k ipsi k m cõmẽsurabilis est. Et quoniã maiora sunt quæ ex a c, c b, eo quod bis sub a c, c b:maius igitur est & d l ipso m f. Quare p lẽma p̄cedens & per primã sexti & d m:ipsa m g maior est. & est æquale quod sub d k, k m:ei quod ex n g, hoc est quartæ parti eius quod ex m g. & cõmẽsurabilis est d k ipsi k m. Si vero per 17 decimi fuerint binę rectę lineæ inæquales/quartæ autẽ parti eius quod ex minore æquũ/ad maiorẽ cõparet̃ deficiẽs specie a quadrato/& in cõmẽsurabilia ipsam diuiserit:maior minore maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili. Ipsa igitur d m:ipsa m g maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili. Suntq; rõnales ipsæ d m, m g:& d m nomẽ maius existẽs/cõmensurabilis est longitudine ipsi d e expositæ rationali:ipsa igitur d g:ex binis nominibus est prima. quod oportuit demonstrare.



55 Eucli. ex Camp. Propositio 55.

SI lineę rõnali ęqua supficies quadrato bimedialis primi adiũgat̃:latus eius reliquũ binomiũ scd̃m esse oportebit.

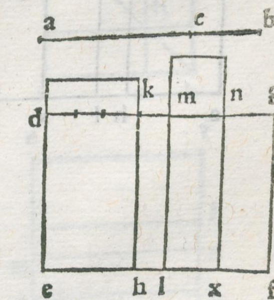
CAMP. Sit linea a b bimediale primũ:diuisa ad pũctũ c scd̃m suũ terminũ. cętera autẽ sint vt prius. Dico lineã f g esse binomiũ secundũ. Erit enĩ supficies m g rõnalis:eo q̄ partes bimedialis primi cõtinẽt superficiẽ rõnalẽ. & supficies tres e l, l m, & tota e n, mediales cõmunicãtes:eo q̄ portiones bimedialis primi sunt lineę mediales potẽtia tantũ cõmunicãtes ex 31. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine:cõmẽsurabilis lineæ e f rationali positę. & per 20 linea f n rõnalis in potentia tantũ. quę cũ sit maior linea n g ex primo duorũ antecedentiũ demõstrationi 35 adiunctorũ & 1 sexti/eaq; potẽtior quadrato lineæ communicãtis secũ in longitudine ex prima parte 13:erit a diffinitione linea f g binomium secundũ. quod est propositum.

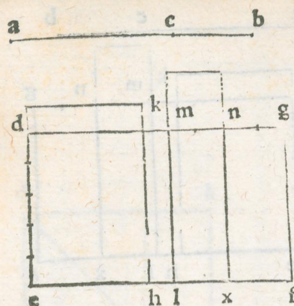


61 Eucli. ex Zamb. Theorema. 43. Propositio 61.

Quæ ab ex binis medijs prima ad rationalem comparata latitudo:efficit ex binis nominibus secundam.

THEON ex Zãb. Esto p 43 decimi ex binis medijs prima a b:diuisa in medias ĩ c, quarũ a c maior sit. exponat̃q; rõnalis d e. Cõpareturq; p 44 primi ad ipsam d e, ei quod ex a b æquũ parallelogrãmũ d f:latitudinẽ efficiẽs d g. Dico q̄ ipsa d g:ex binis est secũda noibus. Cõstruãtur enĩ eadẽ quę & in precedẽti. Et qm̃ a b ex binismedijs est prima diuisa ĩ c:ipsę a c, c b, igit̃ p 37 decimi mediæ sunt potentia tantum cõmensurabiles rationale cõpræhendẽtes. Quare p 24 decimi/& q̃ ex a c, c b, media sunt. mediũ igitur per correlariũ 23



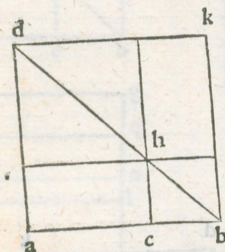


decimi/est d l. Et ad ipsã d e cõparatur. rõnalis igitur est p 22 decimi m d:& ipsi d e lõgitudine incõmensurabilis. Rursus quoniã rationale est quod bis sub a c, c b: rationale est & m f. ad ipsamq; m l rationalẽ cõparatur. rationalis igitur est per 20 decimi m g: & longitudine cõmensurabilis ipsi m l, hoc est ipsi d e. Incommensurabilis igitur est d m: ipsi m g longitudine. Suntq; rationales. ipsæ igitur d m, m g: rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. ex binis igitur noïbus est per 36 decimi d g. Ostendendũ iam q & secunda. Quoniã eni q̃ ex a c, c b, maiora sunt eo quod bis sub a c, c b: maius est igitur & d l ipso m f. quare per primã sexti & d m ipsa m g. Et quoniã cõmẽsurabile est quod est ex a c, ei quod ex c b: cõmẽsurabile est & d h ipsi k l. Quare & d k ipsi k m cõmẽsurabilis est. & id quod sub d k, k m: æquũ est ei quod ex n g. Ipsa igitur d m: ipsa m g maius potest eo quod fit ex sibi cõmẽsurabili. & m g ipsi d e lõgitudine cõmẽsurabilis est. ipsa igit̃ d g: ex binis noïb9 est secũda. qđ erat oñdẽdũ.

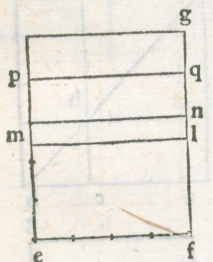
Eucli. ex Camp. Propositio 56. 56



Vm adiuncta fuerit lineę in longitudine rationali superficies rectangula æqualis quadrato bimedialis secũdi: latus eius secundum binomium tertium esse necesse est.



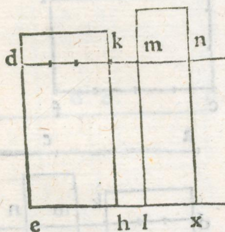
¶CAMPANVS. ¶Si fuerit linea a b bimediale secundũ diuisa per terminũ suũ ad punctũ c, reliqua vero omnia fuerint vt prius: erit linea f g binomium tertium. Erit eni ex 32 & nostris positionibus vtraq; superficierum e n & m g: medialis. quare per 20 vtraq; duarũ linearũ f m & n g erit rationalis in potentia tantũ: lineæ e f rationali potẽtia cõmensurabilis. At quia bimedialis secũdi partes sunt cõmunicantes in potentia tantum: erit superficies e l cõmunicans superficiei l m, & ideo linea f l lineæ l n. potentior ergo est per primam partem 13 f n q̃ sit n g: in quadrato lineę sibi cõmunicãtis in lõgitudine. Cũq; sint superficies a h & quadratũ h b incõmensurabilia eo q lineæ a c & c b incõmensurabiles/ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus supplementis pariter acceptis eo q quadrata sibi inuicem cõmunicant ex hypothesi/supplementa quoq; cũ sibi inuicẽ sint ęqualia: sequitur vt superficies e n sit incõmensurabilis superficiei m g. & ideo linea f n: lineę n g. per diffinitionem igitur est linea f g: binomium tertium. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema. 44. Propositio 62. 61

¶Quæ ab ex binis secunda medijs ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus tertiam.



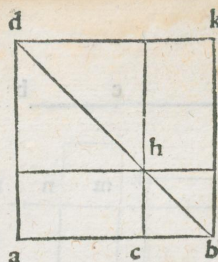


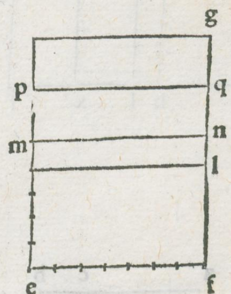
¶THEON ex Zãb. ¶Esto per 44 decimi ex binis medijs secũda a b: diuisa ĩ medias in c, vt maius segmẽtũ sit a c. rationalis autẽ esto d e. & ad ipsam d e, ei qđ ex a b æquũ parallelogrãmũ cõparetur per 44 primi d f: latitudinẽ que efficiens d g. Dico q d g est ex binis nominibus tertia. Construãtur eadem que in præcedentibus. Et quoniam a b ex binis est secunda medijs diuisa in c: ipsæ igitur a c, c b, per 38 decimi mediæ sunt potentia tantum commẽsurabiles mediũ cõpræhendentes. quare & cõflatum ex ijs quę ex a c, c b, medium est. & est æquale ipsi d l. mediũ igitur est et d l. cõparaturq; ad rationalem d e. Rationalis igitur est per 22 decimi m d: & ipsi d e longitudine incõmẽsurabilis. Id propterea iam & m g rationalis est: & ipsi m l incõmensurabilis (hoc est ipsi d e) lõgitudine. Rationalis igitur est vtraq; ipsarũ d m, m g: & ipsi d e longitudine incõmensurabilis. Et quoniã a c ipsi c b lõgitudine est incõmẽsurabilis/sicut autẽ p lẽma p̃cedẽs 22 decimi a c ad c b sic qđ ex a c ad id quod sub a c, c b: ĩcõmẽsurabile igitur est et qđ ex a c ei qđ sub a c, c b. Quare et cõflatũ ex ijs q ex a c, c b: ei qđ bis sub a c, c b, incõmẽsurabile est. hoc est d l ipsi m f. Quare per 1 sexti et 11 decimi/et d m ipsi m g incõmensurabilis est. Suntq; rationales. Ipsa igitur d g: ex binis nominibus est. Ostendendum iam q et tertia. Similiter iam sicut in præcedentibus ratiocinabimur q maior est d m ipsa m g: et q d k ipsi k m cõmensurabilis est. Estq; quod sub d k, k m, æquum ei quod ex m g. Ipsa igitur d m: ipsa m g maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili. & neutra ipsarum d m, m g: commensurabis est ipsi d e, longitudine. ipsa igitur d g: ex binis est tertia nominibus. quod erat ostendendum.

Eucli.ex Camp. Propositio 57.

57 SI lineę rõnali rectãgulũ ęquũ quadrato lineę maioris ad iũgatur: alterũ se cõtinentiũ laterũ erit binomiũ quartũ.

¶CAMPANVS. ¶Si hæc quoq; fuerit linea a b linea maior diuisa secundũ terminũ suũ ad punctũ c, cũctaq; reliqua nõ fuerint aliter q̃ prius; erit linea f g binomiũ quartũ. Cũ enĩ sint ambo quadrata portionũ lineę maioris pariter accepta rationale: erit sup̃ficies e n rationalis. ideoq; p 16 linea f n rationalis in longitudine: cõicans lineę e f rationali positę. superficies vero m g erit medialis: propter illud q̃ portiones lineæ maioris cõtinent superficiẽ medialẽ. itaq; per 20 linea n g est in potẽtia rationalis tantũ. et quia etiã portiones pręfatę lineę a b sũt potẽtialiter incõmẽsurabiles: sup̃ficies e l incõmẽsurabilis erit l m. ideoq; linea f l: lineę l n. igitur per primã partẽ 14 linea f n est potentior linea n g: in quadrato lineæ sibi incommẽsurabilis. Ex diffinitione igitur est linea f g binomium quartum. quod erat propositum.

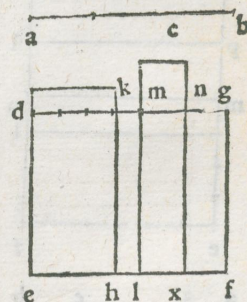




Eucli.ex Zamb. Theorema. 45. Propositio 63.

63 ¶Quæ ex maiore ad rationalem comparara latitudo: efficit ex binis quartam nominibus.

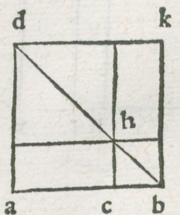
¶THEON ex Zãb. ¶Sit maior a b diuisa in c: vt maior sit a c ipsa c b. Rationalis vero esto d e. & ei quod ex a b æquum ad ipsam d e comparetur per 44 primi d f parallelogrãmum: latitudinem efficiẽs d g. Dico q̃ d g ex binis est quarta nominibus. Construãtur eadẽ quæ in præostensis. Et quoniã per 39 decimi maior est a b diuisa in c: ipsæ a c, c b, potẽtia sunt cõmensurabiles efficientes conflatũ ex ijs quæ ex ipsis fiũt quadrata rationale/ quod vero sub ipsis mediũ. Quoniã igitur rationale est conflatum ex ijs quæ ex a c, c b: rationale igitur est d l. rationalis igitur est & m d: & ipsi d e longitudine cõmensurabilis. Rursus q̃m mediũ est quod bis sub a c, c b, hoc est m f, & ad rationalẽ comparatur m l: rationalis igitur per 22 decimi est & m g, & ipsi d e lõgitudine incõmẽsurabilis. Incõmẽsurabilis igitur est per 13 decimi & d m ipsi m g longitudine. Ipsæ igit̃ d m, m g, rationales sunt potentia tantũ cõmẽsurabiles. ex binis igitur noibus est d g. Ostendẽdũ iam q̃ & quarta. Similiter iã sicut & in pręcedẽtibus raticcinabimur q̃ maior est d m ipsa m g: & q̃ quod sub d k, k m, æquũ est ei quod ex n g. Quoniã igitur incõmensurabile est quod ex a c: ei quod ex c b: incõmensurabile igitur est & d h ipsi k l. Quare per primã sexti & 11 decimi & d k ipsi k m incõmensurabilis est. Si autẽ fuerint binę rectæ lineę inæquales/ quartæ autem parti eius quod fit ex minore per 17 decimi æquum comparatum fuerit parallelogrãmum ad maiorem specie a quadrato deficiẽs/ & in incõmensurabilia ipsam diuiserit: maior minore maius põt eo quod fit a sibi incõmẽsurabili lõgitudine. ipsa igitur d m: ipsa m g maius põt eo quod fit a sibi incommẽsurabili. sunt & ipsæ d m, m g, rationales potẽtia tã tum commensurabiles. & d m commensurabilis est ipsi expositæ rationali d e. ipsa igitur d g: ex binis nominibus est quarta. quod erat ostendendum.

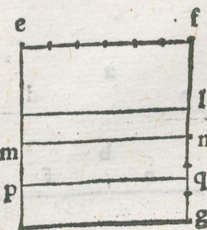


Eucli.ex Camp. Propositio 58.

58 SI lineæ rõnali quadrato lineę potẽtis supra rõnale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur: alterum latus eius/ binomium quintum esse necesse est.

¶CAMP. ¶Proposita linea a b ea q̃ potest supra mediale & rõnale diuisa secũdũ ei9 diffinitionẽ ad pũctũ c: nihil imutet̃ de reliq̃s. seq̃tq; lineã f g esse binomiũ quintũ. Cũ enim partes huius lineę a b cõtineant rationalẽ sup̃ficiem: necesse est vt sup̃ficies g m (ideoq; p 16 linea n g) sit rationalis. Cũq; ãbo quadrata partiũ huius lineæ pariter accepta sint mediale: erit superficies e n medialis & p er 20 linea f n rationalis in potẽtia tantũ lineę f e potẽtia rõnali cõmunicans. At quia portiones prędictæ lineę sunt incõmensurabiles in potẽtia: erit superficies e l incõmẽsurabilis superficiei m l. ideoq; & linea f l: lineę l n. potentior igit̃ est per primã partẽ 14 linea f n linea n g: in quadrato lineę sibi incõmensurabilis. Per diffinitionẽ itaq; binomij quinti: conclude propositũ.





Eucli.ex Zamb. Theorema 46. Propositio 64. 64

¶Q uæ ex rationale mediumq; potente ad rationalem compa
rata latitudo: efficit ex binis quintam nominibus.

¶THEON ex Zāb. ¶Sit rationale mediūq; potēs a b: diuisa in rectas lineas
in c, vt sit maior a c. exponaturq; rationalis d e. & ei quod ex a b æquū ad d e
cōparetur d f per 44 primi: latitudinē efficiens d g. Dico q d g ex binis est
quinta nominibus. Cōstruātur eadē quæ in præcedētibus. Et quoniā a b est ra
tionale mediūq; potens diuisa in c: ipsæ igitur a c, c b, potentia sunt incōmen
surabiles efficientes conflatū ex earū quadratis mediū/ quod vero sub ipsis ra
tionale. Quoniā igitur conflatum ex ijs quæ ex a c, c b, medium est: medium
igitur est d l. Quare rationalis est d m: & ipsi d e longitudine incommēsurabi
lis. Rursus quoniā rationale est quod bis sub a b, b c, hoc est m f: rationalis igi
tur est m g, & ipsi d e cōmensurabilis. Incōmensurabilis igitur est d m: ipsi m
g. Ipsæ igitur d m, m g, rationales sunt potentia tantū cōmēsurabiles. ex binis
igitur nominibus est d g. Dico q & quinta. Similiter nāq; ostendetur q quod
sub d k, k m, æquū est ei quod ex n g: & q d k ipsi k m longitudine incōmen
surabilis est. & ipsæ d m, m g, rationales sunt potentia tātū commēsurabiles. &
minor m g: commensurabilis est ipsi d e longitudine. Ipsa igitur d m: ex binis
est quinta nominibus. Quod erat ostendendum.

Eucli.ex Camp. Propositio 59. 59

QVotiens adiuncta fuerit lineæ rationali superficies rectā
gula equalis quadrato lineæ potentis in duo medialia:
eiusdē supficiei latus secūdū/ binomiū sextū esse cōuicit.

¶CAMPANVS. ¶In hac 59 sit linea a b linea potens supra duo medialia. q
autē præter hec sunt: sicut supra/ maneāt. & erit tūc linea f g binomiū sextum.
quod ignorare non poteris: si præmissorum eiusq; quod 35 proponit/ imemor
non fueris. & sic patet in hac: nostra intentio.

Eucli.ex Zamb. Theorema 47. Propositio 65. 65

¶Q uæ ex bina media potente ad rationalem comparata latitu
do: efficit ex binis nominibus sextam. 66

¶THEON ex Zamb. ¶Esto per 47 decimi bina potens media a b: diuisa
in c. rationalis autem esto d e. & ad ipsam rationalem d e: ei quod ex a b equū
cōparetur per 44 primi d f, latitudinē efficiens d g. Dico q ipsa d g: ex binis
nominibus est sexta. Cōstruantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et
quoniā a b bina media potens/ est diuisa in c: ipsæ igitur per 41 decimi a c, c
b, potentia sunt incōmensurabiles efficientes compositū ex earū quadratis me
dium/ & quod sub ipsis medium & insuper incōmensurabile composito ex ea
rum quadratis. Quare per ea quæ ostensa sunt: mediū est vtrūq; ipsorū d l, m f.
Et ad rationalem d e cōparatur. rationalis igitur est per 22 decimi vtraq; ipsa
rum d m, m g, & ipsi d e longitudine incommensurabilis. Et quoniam confla
tū ex ijs quæ ex a c, c b, incōmensurabile est ei quod bis sub a c, c b: incōmen
surabile igitur est per secundā partē 11 decimi d l ipsi m f. Incōmēsurabilis igi
tur est per primā sexti & 11 decimi & d m ipsi m g. Ipsæ igitur d m, m g, ratio
nales sunt potētia tantū cōmensurabiles. ex binis igitur nominibus est d g. Di
co q & sexta. Similiter nāq; rursus vt prius demōstrabim9: quia quod sub d k,
k m, equū est ei quod ex n g, & q d k ipsi k m lōgitudine incōmēsurabilis est.
ac id propterea d m ipsa m g maius pōt eo qđ fit ex sibi lōgitudine icōmēsura
bili. & neutra ipsarū d m, m g, cōmēsurabilis est expositę rōnali d e lōgitudine.
Ipsa igit̄ d g p scđas diffinitiones ex binis est sexta noibus. qđ erat ostēdēdū.

Eucli.ex Camp. Propositio 60. 60

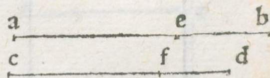
OMnis linea cuilibet binomiorum communicans: sub ea
dem specie binomium esse probatur.

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a binomium cuiusuis speciei. sitq; linea b ei cō
municans in longitudine. Dico lineam b esse binomiū eiusdē speciei cuius a.

ſint enī binomiales portiones a:c & d. eruntq; ābæ rationales in potentia tātū communicantes per 30. linea vero b diuidatur per 12 ſexti ſecundū proportionē c ad d:in e & f. eritq; per coniunctā & euerſā & permutatā proportionalitatem c ad e,& d ad f:ſicut a ad b. Cum ſint igitur a & b communicantes: erūt etiam per primam partē 10 c & e, itemq; d & f, cōmunicantes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tantū: erit & e. ſi autē in longitudine: & e. Eodemq; modo ſi d eſt rationalis in potentia tantum vel etiam in longitudine: erit quoq; & f ſimiliter. & ex 12 ſi potētior eſt c, d, i quadrato lineæ ſibi cōmēſurabilis in longitudine/ vel ſi forte incōmenſurabilis : erit & e potentior f in quadrato lineæ ſibi cōmenſurabilis vel etiam incōmenſurabilis. neceſſe eſt ex diffinitionibus ſex ſpecierum binomiorū : vt eiuſdem ſpeciei binomij ſint a & b. ¶Si autem linea b cōmunicet binomio a in potentia tantum : erit etiā & ſic linea b. Binomiū autē eiuſdē eſſe ſpeciei non eſt neceſſarium : immo impoſſibile eſt vt ambæ ſimul cadant ſub prima ſpecie binomiorū vel ſub ſecunda/ quarta vel quinta. ſed neceſſe eſt vt ambo cadant ſub primis tribus aut ambo ſub tribus poſtremis . vnum enim eorū eſſe in aliqua ex tribus primis ſpeciebus:& aliud in aliqua ex tribus poſtremis: eſt impoſſibile. Cum enim a communicet cum b in potentia tantum: c quoq; cum e,& d cum f communicabit tantum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine: non erit ſua compar ex lineis e & f rationalis in longitudine . Non eſt itaq; poſſibile vt a & b cadant ſimul ſub aliqua ex illis ſpeciebus binomiorū/ in quibus altera duarū portionū binomii eſt rationalis in longitudine . hæ autem ſpecies ſunt: prima & ſecunda/ quarta & quinta. At vero quia per 12 duæ lineæ c & e ſimul potentiores ſunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum ſibi in lōgitudine communicantiū aut incommunicantium: neceſſe eſt vt ambo binomia a & b ſimul cadant ſub primis tribus ſpeciebus binomiorum aut ſimul ſub tribus poſtremis ex diffinitione ipſarum ſpecierum . Lineā autem b quid dubitas eſſe binomiū? cū ſint enim c & e communicantes in potentia tantum ſimiliter quoq; d & f, ſint autem c & d rationales in potentia: conuincitur e & f eſſe rationales in potentia tantum. quæ quia non communicant in longitudine ſicut nec eis proportionales c & d: ipſæ componunt indubitanter binomium per 30 huius.

66 Eucli. ex Zamb. Theorema 48 Propoſitio 66.

¶Ei quę ex binis nominibus longitudine commenſurabilis: ipſa quoq; ex binis nominibus eſt/ ac in ordine eadem.



¶THEON ex Zāberto. ¶Eſto ex binis nominibus a b & ipſi a b longitudine commenſurabilis eſto c d. Dico ꝙ ipſa c d ex binis nominibus eſt : & in ordine ipſi a b eadem. Quoniam enim per 42 decimi ex binis nominibus eſt a b: diuidatur in nomina in e, ſit maius nomē a e. Ipſæ igitur a e, e b, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Fiatq; ſicut a b ad c d ſic a e ad c f. Et reliqua igitur e b: ad reliquam f d per 19 quinti eſt ſicut a b ad c d. Commenſurabilis autem eſt per hypotheſin a b ipſi c d longitudine . Cōmēſurabilis igitur eſt per 11 decimi & ipſa a e ipſi c f:& e b ipſi f d. Suntq; rationales ipſæ a e & e b. rationales igitur ſunt per 11 decimi & ipſæ c f, f d. Et quoniā eſt ſicut a e ad c f ſic eſt e b ad f d : viciſſim igitur per 16 quinti ſicut a e ad e b ſic eſt c f ad f d. Ipſæ autem a e, e b, potentia ſunt commēſurabiles. & ipſæ c f, f d, igitur potētia tantum ſunt commēſurabiles. ſuntq; rationales. ex binis igitur nominibus eſt ipſa c d. Dico iam ꝙ in ordine eſt eadem ipſi a b. Ipſa a e: ipſa e b aut maius poteſt eo quod fit ex ſibi commenſurabili / vel eo ꝙ fit ex ſibi incommenſurabili. Si vero a e ipſa e b maius poteſt eo ꝙ fit ex ſibi commenſurabili: & c f ipſa f d per 14 decimi maius poterit eo qđ fit ex ſibi commenſurabili. Et ſi a e expoſitæ rationali commenſurabilis fuerit: & c f eidem commenſurabilis erit per duodecimam decimi . Idq; propterea vtraq; ipſarum a b, c d, ex binis nominibus eſt prima/ hoc eſt in ordine eadem. Si vero e b commenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali: & f d eidem cōmenſurabilis eſt. Ac per hoc rurſus in ordine eadem eſt ipſi a b. vtraq; enim ipſa-



rum est ex binis nominibus secunda. Si vero neutra ipsarum a e, e b, commē
surabilis est expositæ rationali: neutra etiam ipsarum c f, f d, eidem erit cō
mensurabilis. & vtraq; tertia est. Si autem a e ipsa e b maius potest eo quod
fit ex sibi incommensurabili: & c f, ipsa f d maius poterit eo quod fit ex sibi
incommensurabili. & si a e expositæ rationali commensurabilis est: & c f eidē
commensurabilis est. & vtraq; erit quarta. Si autem e b: & f d. & erit vtraq;
quinta. Si vero neutra ipsarum a e, e b: & ipsarum c f, f d neutra commen
surabilis est expositæ rationali. eritq; vtraq; sexta. Quare ei quæ ex binis no
minibus longitudine commensurabilis, ex binis nominibus est / & in ordine
eadem. quod erat ostendendum.

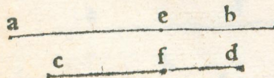
Eucli. ex Cam. Propositio 61. 61

OMnis linea alterutri bimedialium cōmensurabilis: sub
eadem specie bimedialis esse ex necessitate cōuincitur.

¶CAMPANVS. ¶Veritatem habet quod dicitur: siue in longitu
dine siue etiā in potētia tantū cōmunicet aliqua linea alterutri bi
medialiū. Sint enim duæ lineæ communicantes a & b quouis duorum mo
dorum prædictorum. sitq; a bimediale primū vel secundū. dico ꝙ etiam b est
bimediale primū vel secundū: prout fuerit a. Diuiso enim a bimediali in suas
bimediales portiones ex quibus cōponitur per 31 & 32 quæ sint c & d, b quoq;
diuisa in e & f secundū proportionē c ad d vt docet 12 sexti / positaq; g superfi
cie contēta sub c & d, & k sub e & f, et posito h quadrato d, & l, f: erit per cō
iunctā & euersā & permutatā proportionalitatē quēadmodū in præmissa c ad
e & d ad f, sicut a ad b. sicut igitur ex positione a & b sunt communicātes siue
hoc sit in longitudine siue in potētia: sic c & e, itemq; d & f, similiter erūt cō
municātes. At quia c & d sunt mediales potētia tantū cōmunicātes: sequitur
ex 12 vt e & f sint etiā mediales / & ex 10 potentia tantū cōmunicantes cum
ipsæ per hypothesin sint proportionales c & d. Cūq; sit per primā sexti g ad
h sicut c ad d, & k ad l sicut e ad f: erit g ad h sicut k ad l. & permutatim g
ad k sicut h ad l. Quia igitur h est cōmunicās l, eo ꝙ duo eorū latera quę sūt
d & f cōmunicant in longitudine vel in potentia secundū ꝙ a & b in alteru
tro eorum cōmunicant: sequitur ex 10 vt g & k quoq; sibiinuicē cōmunicent.
erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione superficiei
rationalis aut 21. In hoc enim tantū differt bimediale primū a bimediali se
cundo: ꝙ portiones bimedialis primi in quas secundum suum terminū diui
ditur / continēt superficiē rationalē. bimebialis autem secundi: medialē. Si igi
tur a fuerit bimediale primū: erit superficies g rationalis / quare & k. & ideo
b bimediale primū per 31. Q; si a fuerit bimediale secundū: erit superficies g
medialis / ob hoc etiam & k. b itaq; per 32 erit bimediale secūdum. quare cō
stat propositū. ¶Idem aliter. Ad lineā rationalē c d (posita a alterutro bime
dialiū / & b sibi in lōgitudine vel potentia cōmunicante) adiungatur super
ficies c e æqualis quadrato a, et f g æqualis quadrato b eruntq; superfi
cies c e & f g cōmunicantes: eo ꝙ quadrata eis æqualia quæ sunt quadrata
linearū a & b sunt cōmunicātia ex hypothesi. ex prima igitur sexti & decima
huius: necesse est duas lineas d e & e g esse cōmunicātes. Et quia si a fuerit bi
mediale primū linea d e erit binomium secundū per 55 / ideoq; e g etiā bino
miū secundum per pręmissam / quare latus tetragonicum superficiei f g (& ip
sum est b) bimediale primū per 49 / at vero si a fuerit bimediele secundū li
nea d e erit binomium tertiū per 56 / ideo e g est binomiū tertium per pręmis
sam / quare & latus tetragonicū superficiei f g (et ipsum est b) bimediale secū
dum per 50: manifestū est igitur verum esse quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 49. Propositio 67. 67

¶Ei quæ ex binis medijs longitudine cōmensurabilis: & ipsa
ex binis est medijs / & in ordine eadem.



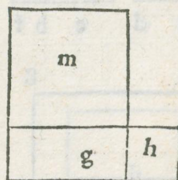
¶THEON ex Zamb. ¶Esto ex binis medijs a b: & ipsi a b cōmensurabilis
esto lōgitudine c d. Dico ꝙ c d ex binis est mediis & in ordine ipsi a b eadē.

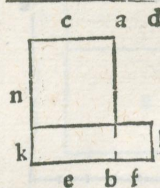
Quoniam enim a b ex binis medijs est diuisa in medias in e: ipsæ igitur a e, e b, per 37 & 38 decimi mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Fiatq; per 11 sexti sicut a b ad c d: sic a e ad c f. & reliqua igitur e b ad f d reliquã per 19 quinti est sicut a b ad c d. Cõmensurabilis autẽ est a b ipsi c d longitudine. cõmensurabilis igitur est & a e ipsi c f: & e b ipsi f d. sũtq; mediæ ipsæ a e, e b. medię igitur sunt & c f, f d. Et quoniã est sicut a e ad e b & c f ad f d, ipsæ autẽ a e, e b, potentia tantum sunt cõmensurabiles: & ipsæ igitur c f, f d, potentia tantũ sunt cõmensurabiles. Ostensum autẽ q; mediæ. Ipsa igitur c d: ex binis est medijs. Dico q; & in ordine eadem est ipsi a b. Quoniam enim est sicut a e ad e b sic est c f ad f d: & sicut igitur quod ex a e ad id quod sub a e, e b, sic quod ex c f ad id quod sub c f, f d. vicissim igitur p 16 quinti sicut quod ex a e ad id qđ ex c f: sic quod sub a e, e b, ad id quod sub c f, f d. Commensurabile autem est quod ex a e ei quod ex c f. Commẽsurabile igitur & quod sub a e, e b, ei quod sub c f, f d. Si igitur rationale est quod sub a e, e b: & quod sub c f, f d, rationale est. ac per hoc est ex binis medijs prima. Si autẽ mediũ fuerit quod sub a e, e b: mediũ erit & quod c f, f d, & vtraq; est secunda. ac per hoc & c d erit ipsi a b in ordine eadem. Quod erat ostendendum.

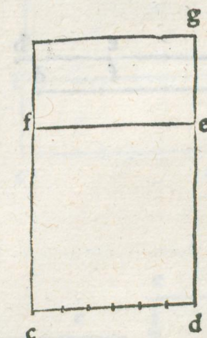
Eucli. ex Camp. Propositio 62.

62 OMnis linea cõmunicans lineæ maiori: est linea maior.

¶CAMPANVS. ¶Et hæc quoq; veritatem habet: si vtrolibet modo cõmunicãs fuerit aliqua linea lineæ maiori. Esto enĩ a linea maior: b vero quouis sibi cõmunicans modo. erit b linea maior. Diuisa namq; a in eas portiones ex quibus constat per 33 quæ sunt c & d, & b secundũ earum proportionem in e & f, positoq; q; g sit superficies cõtẽta sub c & e, & k sub e & f, et m et h sint quadrata c et d, at n et l, e et f: erit m ad h sicut n ad l per 2 partem 18 sexti. & coniũctim m & h ad h: sicut n & l ad l. et permutatim m et h ad n et l: sicut h ad l. quia ergo h communicat cum l eo q; d cõmunicat cum f, aut in longitudine aut in potentia prout a cõmunicat cũ b: seqtur vt ambo quadrata m et h pariter accepta cõmunicent cũ ambobus quadratis n et l pariter acceptis. Cũ itaq; duo prima pariter accepta sint rationale p 33: erũt quoq; et duo postrema rationale per diffinitionem. At quia superficiẽ k necesse est esse medialẽ sicut g ex 21 / lineasq; e et f esse incõmensurabiles in potentia sicut c et d ex 10: cõcluditur per 33 lineam b esse lineam quę dicitur maior. quod est propositũ. ¶Idem aliter. Cum sit a linea maior cui b cõmunicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia: sumpta linea rationali quæ sit c d, adiũgatur superficies ei c e, ęqualis quadrato lineæ a, deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cũ igitur quadrata duarũ linearũ a et b sint cõmunicãtia ex hypothesi: erit superficies c e cõmunicans superficiei f g. ideoq; per primam sexti & 10 huius linea d e lineæ e g in longitudine. At quia ex 57 linea d e est binomium quartum: erit quoq; per 60 linea e g binomium quartum. igitur ex 51 linea b potens in superficiem f g: est linea maior.



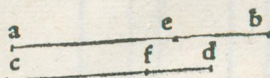




Eucli. ex Zamb. Theorema 50. Propositio 68.

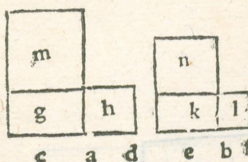
68 ¶Maiori commensurabilis: eadem quoq; maior.

¶THEON ex Zamb. ¶Esto maior a b: et ipsi a b commensurabilis esto c d. Dico q; & c d maior est. Diuidatur a b in e. Ipsæ igitur a e, e b per 39 decimi potentia sunt incõmensurabiles: efficiẽtes quidem conflatum ex earum quadratis rationale / quod vero sub ipsis medium. Fiantq; eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam est per 12 sexti sicut a b ad c d sic est a e ad c f & e b ad f d, cõmensurabilis autem est a b ipsi c d: cõmensurabilis igitur est & vtraq; ipsarũ a e, e b, vtriq; ipsarũ c f, f d. Et quoniam est sicut a e ad c f sic e b ad f d: & vicissim per 16 quinti sicut a e ad e b sic est c f ad f d. Et cõponẽdo igitur per 18 quinti sicut a b ad e b: sic c d ad f d. & sicut igitur p 22 sexti quod ex a b ad id quod ex b e sic quod ex c d ad id quod ex f d. Similiter iam demonstrabimus q; & sicut quod ex a b ad id quod ex a e, sic qđ ex c d ad id quod ex c f. Et sicut igitur per 11 quinti quod ex a b ad ea quæ ex a e, e b: sic quod ex c d, ad ea quæ ex c f, f d. Et vicissim igitur per 16 quinti sicut quod ex a b ad id quod ex c d: sic quæ ex a e, e b, ad ea quæ ex c f, f d. Commẽsurabile autem est id quod ex a b:





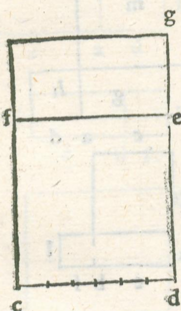
ei quod ex c d. Commẽſurabilia ſunt igitur & quæ ex a e, e b: eis quæ ex c f, f d.
Suntq; quę ex a e, e b, ſimul: rationale. & quæ ex c f, f d, ſimul: rationale. Simi
liter autem & quod bis ſub a e, e b: cõmenſurabile eſt ei quod bis ſub c f, f d. At
quod bis ſub a e, e b: medium eſt. mediũ igitur eſt & quod bis ſub c f, f d. Ipſę
igitur c f, f d, potentia ſunt incõmenſurabiles: efficientes conflatum ex earum
quadratis ſimul rationale/ & quod bis ſub ipſis mediũ. Tota igitur c d: per 57
decimi irrationalis eſt: maior appellata. Maiori igitur cõmenſurabilis: & eadẽ
maior eſt. quod oſtendendum fuerat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 63. 63

SI qua linea lineæ potẽti in rõnale & mediale cõmunicet:
ipſa in rationale & mediale potens eſſe comprobatur.

¶CAMPANVS. ¶Verũ quoq; eſt/ ꝙ qualitercũq; linea aliqua ſit cõmunicãs
potenti in rationale & mediale ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum: ip-
ſa etiam eſt potens in rationale & mediale. quod ſicut prius duplici modo pro-
batur. neceſſe eſt autem quantum ad primũ modum/ ꝙ ſicut duæ lineæ c & d
ſunt in potentia incõmenſurabiles: ita ſint etiam e & f per 10. & ꝙ quẽadmodũ
g eſt ſuperficies rationalis (nam talẽ cõtinent portiones lineæ potentis in ratio-
nale & mediale) ita etiam per diffinitionem ſit k rationalis. & quẽadmodum
duo quadrata m & h pariter accepta ſũt mediale: ſic etiã p 21 duo quadrata m
& l pariter accepta erũt mediale. igitur ex 34 b eſt potens in rõnale et mediũ
le. ¶Quantũ autẽ ad ſecũdũ modum: neceſſe eſt ex 58 vt linea d e ſit binomiũ
quintũ. ideoq; & per 60 linea e g eſt binomium quintũ. quare per 52 latus te-
tragonicum ſuperficiei f g, quod eſt b: erit linea potens in rationale & media-
le. quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 51. Propoſitio 69. 69

¶Rationale ac medium potenti commenſurabilis: & eadem ra-
tionale ac medium potens eſt.

¶THEON ex Zãb. ¶Eſto rationale mediumq; potens a b: & ipſi a b cõmenſu-
rabilis eſto c d. Oſtendendũ: ꝙ & c d rationale ac mediũ potens eſt. Diſtribua-
tur per 46 decimi a b in rectas lineas in e. Ipſæ igitur a e, e b, per 40 decimi
potentia ſunt incõmenſurabiles: efficiẽtes quidem cõpoſitũ ex earũ quadratis
mediũ/ quod vero ſub ipſis rationale. & eadem conſtruantur quæ in præceden
tibus. Similiter iam demonſtrabimus ꝙ c f, f d, ſunt incõmenſurabiles. & com-
menſurabile eſt conflatum ex ijs quæ ex a e, e b, cõflato ex ijs quæ ex c f, f d:
quod autem ſub a e, e b, ei quod ſub c f, f d. Quare & conflatum ex ijs quæ
ex c f, f d, quadratis mediũ eſt: qđ vero ſub c f, f d, rationale. Rationale igitur
eſt ac medium potens: ipſa c d. Quod erat oſtendendum.



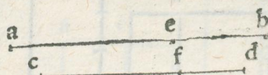
Eucli. ex Camp. Propoſitio 64. 64

OMnis linea communicans potenti in duo medialia: ip-
ſa quoq; potens eſt in duo medialia.

¶CAMPANVS. ¶Hæc quoq; manentibus eiſdem diſpoſitione &
poſitionibus/ eo duplici modo quo præmiſſæ probabitur vera eſſe:
ſiue in longitudine ſiue in potentia cõmunicet linea b cũ linea a potente in duo
medialia. Quantũ eni ad primũ argumentationis modũ erit per 35 ſuperficies
g medialis. ideoq; & k per 21: cũ cõmunicet ei. duo quoq; quadrata m & h pari-
ter accepta erunt ex eadem 35 mediale: ideoq; duo n & l pariter accepta per 21.
At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 35 ſunt incommen-
ſurabile duplo ſuperficiei g: ſequitur per 10 & noſtras poſitiones vt duo quoq; l
& n pariter accepta ſunt incõmenſurabile duplo ſuperficiei k. cũ itaq; ſint e & f
incõmẽſurabiles in potentia quemadmodũ c & d: erit ex 35 linea b potens in
duo medialia. ¶Quantum autem ad ſecundum ſolitæ argumẽtationis modum
erit per 59 d e binomium ſextum. ideoq; etiam per 60 linea e g erit binomi-
um ſextum. quare per 53 latus tetragonicum ſuperficiei f g quod eſt b: erit
potens in duo medialia. Quod eſt propoſitum.

70 Eucli.ex Zamb. Theorema. 52. Propositio 70.

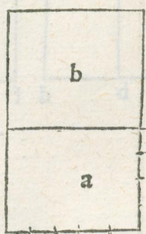
¶Bina potenti media cõmensurabilis:bina potens est media.



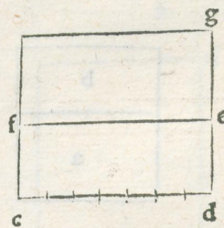
¶THEON ex Zamb. ¶Esto bina potens media a b:& ipsi a b cõmensurabilis esto c d.Ostẽdendũ q & c d,bina potens est media.Quoniã enĩ bina potẽs est media a b:distribuatur per 47 decimi in rectas lineas in e.igitur a e,e b, per 41 decimi potẽtia sunt incõmensurabiles:efficientes cõflatum ex ipsarũ quadratis mediũ/& quod sub ipsis rationale.& incõmensurabile est conflatum ex ipsarũ a e,e b,quadratis:ei quod sub a e,e b.Cõstruãtur eadẽ quæ in pręcedentibus.Similiter iam demõstrabimus q & ipsæ c f,f d,potentia sunt incommensurabiles.& cõpositũ ex ijs quæ ex a e,e b:cõposito ex ijs quæ ex c f,f d, cõmensurabile est.quod autẽ sub a e,e b:ei quod sub c f,f d. quare & conflatũ ex ipsarũ c f,f d,quadratis mediũ est:& insuper incõmẽsurabile est cõflatũ ex ipsarum c f,f d, quadratis / ei quod sub c f,f d.Ipsa igitur c d:bina potens est media.quod ostendere oportuit.

65 Eucli.ex Camp. Propositio 65.

SI duæ superficies quarum altera rationalis altera vero medialis/coniungantur:linea potens in totam superficiẽ inde compositam aliqua erit quatuor irrationaliũ linearum/videlicet aut binomium/aut bimediale primũ/aut linea maior/aut potens in rationale & mediale.

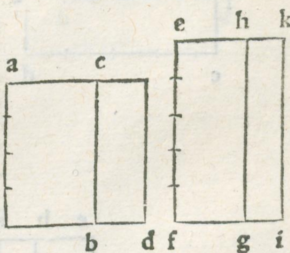


¶CAMPANVS. ¶Vt si a sit rationalis sũpficies/& b medialis:erit linea potẽs in totã a b,aliqua pręmissarũ quatuor.Sit enim linea c d rationalis:cui adiungatur c e æqualis a,& f g æqualis b.eritq ex 16 linea d e rationalis in lõgitudine: cõmunicãs lineæ c d rationali positę.& ex 20 linea e g rationalis ĩ potentia tantũ.& ex 30 linea d g binomiũ.cuius cũ altera binomialiũ portionũ quę est d e,sit rationalis in longitudine cõmunicãs lineæ rationali positę quæ est c d:ipsum erit ex diffinitione specierũ binomij aut binomiũ primũ/aut secundũ/aut quartũ/aut quintũ.tertiũ autẽ aut sextũ non erit ex diffinitione.itaq ex 44,49,51,& 52,linea potens in totã c g quæ est æqualis duabus simul a & b:erit aut binomiũ/aut bimediale primũ/aut linea maior/aut potẽs in rationale & mediale.quod est propositũ. Bimediale vero secundũ/aut potẽs in duo medialia non erit.quoniã si esset bimediale secundum:esset ex 56 linea d g binomium tertium .q si esset potens in duo medialia:esset ex 59 linea d g binomium sextum.sed neutrum erat.Vnde patet nostra intentio.

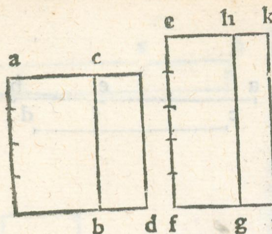


71 Eucli.ex Zamb. Theorema 53. Propositio 71.

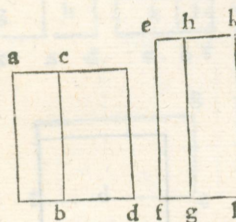
¶Rationali ac medio compositis:quatuor fiunt irrationales/quę ex binis nominibus/quæ ex binis prima medijs/maior/ac rationale mediumque potens.



¶THEON ex Zãberto. ¶Sit rationale a b: mediũ autem c d.Dico q ipsam areolã potẽs:aut ex binis noĩbus est/aut ex duobus prima medijs/ aut maior/ aut rationale mediũq potens.Ipsa etenĩ a b:ipsa c d aut maior aut minor est. Esto prius maior.exponaturq rationalis e f,cõpareturq per 44 primi ad ipsam e f ipsi a b æqua areola e g:latitudinem efficiens e h.Ipsi autẽ d c æquum ad e f hoc est h g,cõparetur h i:latitudinẽ efficiẽs h k.Et qm̃ rationale est a b & æquale est ipsi e g:rõnale igitur est & e g.Et ad ipsam rationalẽ e f cõparatur:lalitudinẽ efficiens e h.rõnalis igiť est e h:& cõmensurabilis est ipsi e f longitudine.Rursus quoniã mediũ est c d,& æquũ est ipsi h i: mediũ igitur est & h i.Et ad rationalẽ e f cõparatur hoc est ad ipsam h g:latitudinẽ efficiens h k. rationalis igitur est h k:& ipsi e f longitudine incõmensurabilis. Et quoniam medium est c d,rationale autẽ a b:incõmensurabile igitur est a b ipsi c d,& e g incõmensurabile est ipsi h i.Sicut autẽ g e ad h i:sic per primã sexti est e h ad h k.Incommẽsurabilis igitur est p 11 decimi & e h:ipsi h k lõgitudine.Et ambæ sunt rationales.ipsæ igitur e h,h k,rationales sunt:potẽtia tantũ cõmensurabiles.ex binis igitur nominibus est e k:diuisa in h. Et quoniã maius est a b



ipsa c d, æquũ autem est a b ipsi e g, & c d ipsi h i: maius igitur est e g ipso h
i. & e h igitur maior est ipsa h k. Igiẽ e h, ipsa h k maius põt: aut eo qđ fit ex
sibi longitudine cõmensurabili/aut eo quod fit ex sibi incõmensurabili. Possit
prius: maius eo qđ fit ex sibi cõmẽsurabili. Estoq; maior e h cõmẽsurabilis ex-
positæ rõnali e f. Ipsa igiẽ e k: per secũdas diffinitiones ex binis noibus est pri
ma. Rationalis autẽ est e f. Si areola vero cõpræhendatur sub rationali & ex bi
nis nomini us prima: quæ areolã potest/ex binis noibus est per 54 decimi. Igi
tur quæ ipsam e i potest: ex binis nominibus est. Quare & ipsum a d potẽs: ex
binis nominibus est. Possit vero e h ipsa h k: maius eo quod fit ex sibi incõmẽ-
surabili. estoq; maior e h: cõmẽsurabilis ipsi e f expositæ rationali longitudine.
Ipsa igiẽ e k: ex binis nominibus est quarta. Rationalis aũt est e f. Si vero areo-
la cõpræhẽdatur sub rõnali ac ex binis quarta noibus: q̃ areolã potest/irrõnalis
est appellata maior/per 57 decimi. Igitur q̃ ipsam e i potest areolã: maior est.

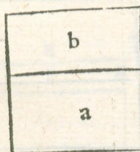


¶ Sed iã esto minus a b ipso c d. & e g igiẽ: ipso h i minus est. quare & e h: mi
nor est ipsa h k. At h k, ipsa e h mai9 põt: aut eo qđ fit ex sibi cõmẽsurabili/aut
eo quod fit ex sibi incõmẽsurabili. Possit prius: maius eo quod fit ex sibi cõmẽ-
surabili lõgitudine. & minor esto e h, cõmẽsurabilis lõgitudine ipsi e f expositæ
rationali. ipsa igitur e k: ex binis nominibus est secunda. Rationalis autem est
e f. Si vero areola cõprehendatur sub rationali: & ex binis secunda nominibus:
quæ areolã potest / ex binis est prima medijs per 55 decimi. quæ igitur ipsam
e i potest areolã: ex binis est prima medijs. Quare & quæ ipsam a d areolã po-
test: ex binis medijs est prima. Atqui h k, ipsa e h maius possit: eo quod fit ex
sibi incõmensurabili. & minor esto e h: cõmẽsurabilis expositæ rationali e f. Ip-
sa igitur e k: ex binis nominibus est quinta. Rationalis autem est e f. Si vero
areola compræhendatur sub rationali & ex binis nominibus quinta: quæ areolã
potest/rationale ac mediũ potens est per 58 decimi. Quæ igitur ipsam e i areo-
lã potest: rationale ac mediũ potest. quare & ipsam a d areolã potens: rationale
ac mediũ potest. Rationali igitur ac medio cõpositis/quatuor irrationales fiũt:
quæ ex binis nominibus / quæ ex binis prima medijs/maior/& rationale me-
diumque potens. quod demonstrasse oportuit.

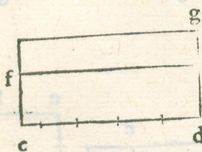
Eucli. ex Camp. Propositio 66.



Cum coniunctæ fuerint duæ superficies mediales incõ
mensurabiles: linea potens in totam superficiem alter-
utra erit duarum irrationaliũ linearũ/ videlicet aut bi-
mediale secundum/aut potens in duo medialia.

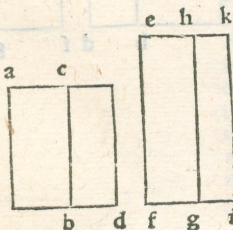


¶ CAMPANVS. ¶ Vt si a & b sint duæ superficies mediales incommensurabi
les (si enim essent cõmẽsurabiles: esset composita ex eis medialis ex 9 & 21. qua
re & linea potens in eã: medialis ex 19) dico q linea potens in cõpositã ex am-
babus: erit aut bimediale secundum/aut potens in duo medialia. Sit quidem li
nea c d, rationalis: superficies vero sibi adiuncta c e æqualis a, & superficies f g
æqualis b. eritq; ex 20 linea d e, similiter quoq; linea e g: rationalis in potẽtia tã
tum. Cũq; superficies c e & f g, sint incõmensurabiles sicut a & b eis æquales/
ideoq; lineæ d e & e g ex prima sexti & 10 huius: erit ex 30 linea d g binomiũ.
Cuius cum vtraq; binomialiũ portionũ quæ sunt d e & e g, sit incõmẽsurabilis
lineæ rationali positæ quæ est c d: ipsum erit ex diffinitione binomiũ tertiũ aut
sextũ. Linea ergo potens in totã c g ęqualem cõpositę ex a & b: erit ex 50 & 53,
aut bimediale secundum/aut potens in duo medialia. Quod est propositum.



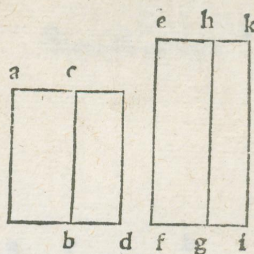
Eucli. ex Zamb. Theorema. 54. Propositio 72.

¶ Binis medijs adinuicem incommensurabilibus compositis/reli-
quæ duæ irrationales fiunt: quæ ex binis secunda medijs/& quæ
bina potens est media.



¶ THEON ex Zamb. ¶ Cõponantur eteni bina media adinuicẽ incõmẽsurabi
lia: a b, c d. Dico q a d areolã potens: aut ex binis est secunda medijs/at bina
potẽs est media. Ipsũ nãq; a b: ipso c d aut maius est aut minus. Sit prius ma
ius a b ipso c d. exponaturq; rõnalis e f. & ipsi a b ęquũ ad ipsã e f p 44 primi

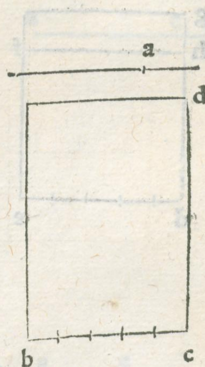
cõparet e g: latitudinẽ efficiẽs e h. ipsi aũt c d, ęquũ h i: latitudinẽ efficiẽs h k. Et q̃m vtrũq; ipsorũ a b, c d, mediũ est: et vtrũq; igit̃ ipsorũ e g, h i, mediũ est. Et ad ipsã e h rõnalẽ cõparat̃: latitudinẽ efficiẽs h k. vtraq; igit̃ ipsarũ e h, h k, rationalis est per 22 decimi: & ipsi e f longitudine incõmẽsurabilis. Et quoniã a b ipsi c d incõmensurabile est / & æquũ est quidẽ a ipsi e g, & c d ipsi h i: incõmẽsurabile igitur est & e g ipsi h i. Sicut autẽ per primã sexti e g ad h i: sic est e h ad h k. incõmensurabilis igitur est per 11 decimi e h ipsi h k longitudine. Ipsæ igitur e h, h k, rationales sunt: potẽtia tantũ cõmensurabiles. Ipsa igitur e k: ex binis nominibus est. Ipsa autẽ e h: ipsa h k aut maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili / at eo quod fit ex sibi incõmensurabili. Possit prius: maius eo quod fit ex sibi cõmẽsurabili longitudine. & neutra ipsarũ e h, h k, commensurabilis est longitudine ipsi e f expositæ rationali. Ipsa igitur e k per 50 decimi ex binis est tertia nominibus. Rationalis autẽ est e f. Si vero areola cõpræhendatur sub rationali & ex binis nominibus tertia: quæ areolã potest / ex binis est secunda medijs per 56 decimi. Quæ areolã igitur e i, hoc est a d potest: ex binis est secũda medijs. Sed iam e h, ipsa h k, maius possit: eo quod fit ex sibi longitudine incõmẽsurabili. Et quoniam incõmensurabilis est vtraq; ipsarũ e h, h k, ipsi e f longitudine: ipsa igitur e k ex binis est sexta nominibus per 53 decimi. Si vero sub rationali et ex binis sexta nominibus areola cõpræhendatur: quę areolam potest / bina potens est media per 59 decimi. Quare & quæ a d potest areolã: bina potens est media. Similiter iam ostẽdemus: q᷑ et si minor fuerit a b ipsa c d: quæ ipsam a d areolã potest / aut ex binis est secunda medijs / aut bina potens est media. Binis igitur medijs inuicẽ incõmensurabilibus cõpositis reliquæ irrationales fiunt: quæ ex binis secunda medijs / & quæ bina potens est media. Quod erat ostendendum.



67 Eucli. ex Camp. Propositio 67.

CVm posita fuerit linea binomialis cęteræq; irrationales sequentes eam: non erit earũ aliqua sub termino alterius.

66 ¶CAMPANVS. ¶Vult q᷑ si linea aliqua vt a, fuerit aliqua ex sex præhabitis lineis irrationalibus quę sunt binomium & eius quinq; comites: ipsa non erit aliqua aliarũ. Si enim quadrato eius æqualis superficies adiungatur ad lineã rationalẽ b c quæ sit b d: si quidẽ a fuerit binomiũ / erit ex 54 linea c d binomiũ primum. Quæ si fuerit bimediale primũ: erit c d ex 55 binomium secundũ. Si autẽ bimediale secundũ: erit c d ex 56 binomiũ tertium. Et si linea maior: erit c d ex 57 binomiũ quartum. At si potens in rationale & mediale / aut si potens in duo medialia: erit ex 58 c d binomium quintum / aut ex 59 binomiũ sextũ. Et quia impossibile est c d esse simul sub diuersis speciebꝰ binomiorũ a diffinitione: est impossibile a esse simul sub diuersis speciebus sex præhabitarũ linearũ irrationaliũ. De linea autẽ mediali cõstat q᷑ ipsa quoq; nõ sit aliqua sex sequẽtiũ: videlicet neq; binomiũ / neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cũ enim superficies ęqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineã rationalẽ: latus eius secũdum est rationale in potentia ex 20. Cũ autẽ superficies æqualis quadrato binomij / aut alicuius suarũ comitũ: latus eius secundũ est binomiũ / aut primũ / aut secundũ. & sic de cæteris per 54 & q̃nq; eam sequentes. Quare ipsum est irrationale & in lõgitudine & in potentia per 30. Cum igitur sit impossibile eandẽ lineam esse rationalem in potentia / & irrationalẽ tam in lõgitudine q̃ in potentia: nimirũ impossibile lineam medialem esse binomialem / aut aliquam ex quinq; suis comitibus.



¶THEON.

¶Quæ ex binis nominibus / & post ipsam irrationales: neq; mediæ / neq; inuicem sunt eædem.

¶A media namq; ad rationalem comparata latitudo: efficit rationalem / & ei longitudine incommensurabilem ad quam comparatur per 22 decimi.

¶Ab ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus primam per 60 decimi.

¶Ab ea vero quæ ex binis prima medijs ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus secundam per 61 decimi.

¶Ab ea autem quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus tertiam per 62 decimi.
¶Verum quæ a maiori ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus quartam per 63 decimi.
¶Sed quæ ex rationale ac medium potente ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus sextam per 65 decimi.
¶Quoniam prædictæ latitudines differunt & a prima & adinuicem/a prima quoniam rationalis est/adinuicē vero quia in ordine non sunt eædem: manifestum est ꝙ & ipsæ irrationales adinuicem differunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 68. 68



SI linea de linea abscindatur/fuerintq́ ambæ potētialiter tantum rationales cōmunicantes: reliqua linea erit irrationalis/diceturq́ residuum.

¶CAMPANVS. ¶Sit linea b c: abscisa ex a b. sintq́ ambę rationales tantum potentia cōmunicantes: quales docuit inuenire 17 & 18. & hæ sunt quæ componunt binomium. Dico ꝙ a c reliqua est irrationalis & ipsa vocatur residuū. Constat enim ex 7 secūdi: ꝙ quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta quæ cōponunt superficiem rationalem ex hypothesi & diffinitione rationalis superficiei & 9 huius/tantū sunt quantū duplum superficiei a b & b c cū quadrato a c. Cūq́ ex 19 sup̱ficies a b in b c sit medialis/ideoq́ & duplū eius mediale per 21/& ideo irrationale per 19: sequit̄ vt ambo quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta sint incōmensurabile duplo superficiei vnius earum in alteram. quare per 9: & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratū lineæ a c est irrationale: cū ipsum sit incōmēsurabile rationali videlicet duobus quadratis duarum linearū a b & b c pariter acceptis. itaq́ etiā ex diffinitione linea a c est irrationalis. quod est propositū. ¶Exēplariter in figura. esto superficies e g æqualis duobus quadratis duarū linearum a b & b c pariter acceptis: eritq́ rationalis. itemq́ sit superficies d f æqualis duplo superficiei vnius in alteram: eritq́ ex 19 medialis. & erit ex 7 secundi superficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq́ superficies e g sit incommensurabilis superficiei d f: eadem erit ex 9 incommensurabilis f g. quare f g irrationalis: & eius tetragonicum latus a c.

¶Incipiunt hexades per apheresin hoc est per abscisionem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 55. Propositio 73. 73

¶Si a rationali rationalis auferatur/potentia tantum commensurabilis existens toti: reliqua irrationalis est/vocatur autem apotome.

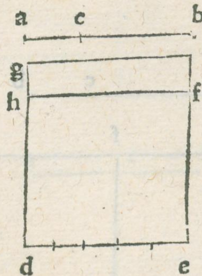
¶THEON ex Zāberto. ¶A rationali nāq́ a b, rationalis auferatur b c: potentia tantum toti cōmensurabilis existens. Dico ꝙ reliqua a c irrationalis est: apotome appellata. Quoniam a b ipsi b c longitudine est incommensurabilis/estq́ per lemma 21 decimi sicut a b ad b c sic quod ex a b ad id quod sub a b, b c: incommensurabile igitur est per 11 decimi quod ex a b: ei quod sub a b, b c. Sed ei quidem quod ex a b: cōmensurabilia sunt quę ex a b, b c, quadrata. ei autem quod sub a b, b c: cōmensurabile est quod bis sub a b, b c. Quæ igitur ex a b, b c: incōmensurabilia sunt ei quod bis sub a b, b c. & reliquo igitur quod fit ex a c, incōmensurabilia sunt quę ex a b, b c: quoniam per 5 secundi & quę ex a b, b c, æqua sunt ei quod bis sub a b, b c, vna cum eo quod ex c a. Rationalia autem sunt ea quæ ex a b, b c, quadrata. irrationalis igitur est linea a c. vocatur autem ipsa: apotome. 69

Eucli. ex Camp. Propositio 69.



SI fuerit linea de linea abscisa/fuerintq́ ambę mediales potentialiter tantum communicantes superficiemq́ rationalem continētes: reliqua linea erit irrationalis/diceturq́ residuum mediale primum.

¶CAMPANVS. ¶ Sit linea b c: abſciſa ex linea a b. ſintq; ambæ quales proponitur: quas ex 24 & 25 reperies. & hæ ſunt q̃ coniungũt bimediale primũ. Dico q̃ reliqua linea a c erit irrationalis: & ipſa dicitur reſiduũ mediale primũ. Erunt enĩ ambo earũ quadrata pariter accepta/mediale: duplũ vero ſuperficiei vnius in alterã/rationale. itaq; ambo quadrata pariter accepta: incõmenſurabile ſunt duplo ſupficiei vnius in alterã. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta cõponunt̃ ex duplo ſupficiei vnius ĩ alterã & q̃drato lineæ a c: ſeq̃tur per 9 vt quadratũ lineæ a c ſit incõmenſurabile duplo ſupficiei vnius in alterã. quare tam ipſum quadratũ q̃ latus eius a c: eſt irrationale per diffinitionẽ. conſtat ergo propoſitũ. Quod (queãdmodũ in præmiſſo) ſi libet potes declarare exẽplariter in figura. ¶ Aliter idẽ ſic. ¶ Sit linea d e rationalis in lõgitudine: cui adiũgatur ſuperficies d f æqualis duplo ſupficiei vnius in alterã/& ſuperficies g e ęqualis ambobus quadratis pariter acceptis. eritq; per 7 ſecũdi ſuperficies f g: æqualis quadrato lineæ a c. Cũ itaq; per hypotheſin ſit ſupficies e g medialis: erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. Cum vero ſit ſuperficies e h rationalis per hypotheſin: erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 68/linea g h eſt reſiduũ: & irrationalis. ideoq; per 16 a deſtructione cõſequẽtis ſuperficies f g eſt irrationalis: & eius latus tetragonicũ quod eſt a c, eſt irrationale. Et ſic patet propoſitum.



74 Eucli. ex Zamb. Theorema 56. Propoſitio 74.

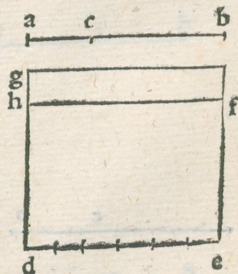
¶Si a media auferatur media potentia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis/cum tota vero rationale compræhẽdens: reliqua irrationalis eſt/vocetur vero mediæ apotome prima.

¶THEON ex Zãb. ¶ A media nãq; a b: media auferat̃ b c potẽtia tantũ cõmenſurabilis ſubſiſtens toti a b, & cũ ipſa a b rationale compræhendẽs quod ſub a b, b c. Dico q̃ reliqua a c irrationalis eſt: appellaturq; mediæ apotome prima. Quoniã enim a b, b c, mediæ ſunt: media quoq; ſunt quę ex a b, b c. Rationale autem: quod bis ſub a b, b c. incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex a b, b c: ei quod bis ſub a b, b c. & reliquo igitur ei quod ex a c: per 16 decimi incõmẽſurabile eſt quod bis ſub a b, b c, quoniã & ſi tota vni earũ incõmenſurabilis fuerit: & quę in principio magnitudines/incõmenſurabiles erunt per 16 decimi. Rationale autẽ eſt quod bis ſub a b, b c. irrationale igit̃ quod ex a c. Irrationalis igitur eſt a c. vocatur ſane mediæ apotome prima. Quod fuerat oſtendendum.

70 Eucli. ex Camp. Propoſitio 70

SI linea de linea ſecetur/fuerintq; ambę mediales potentialiter tantũ cõmunicantęs/cõtinenteſq; mediale: reliqua linea erit irrationalis/diceturq; reſiduũ mediale ſecundũ.

¶CAMPANVS. ¶ Sit hic quoq; linea b c: abſciſa ex linea a b. vtraq; autem a b & b c: ſint vt ponitur. & ipſę per 26 reperiuntur: & ſunt quæ cõponunt bimediale ſecũdum. Dico q̃ linea reliqua quæ eſt a c, eſt irrationalis: & ipſa dicitur reſiduum mediale ſecundũ. Sunt enim ex hypotheſi & 21 ambo quadrata duarum linearũ a b & b c pariter accepta/mediale: ſimiliter quoq; duplũ ſupficiei vnius in alterã/eſt mediale. Cum itaq; ex 22 mediale nõ differat a mediali niſi in irrationali: erit quadratum lineæ a c in quo per 7 ſecundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedũt duplũ ſupficiei vnius in alterã/irrationale. quare et linea a c irrationalis. ¶ Figurali quoq; exẽplo patefieri poteſt iſtud vt prius. Si enim ſit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, ſimiliter & d f duplo ſuperficiei vnius in alteram: erit f g per 7 ſecũdi æqualis quadrato a c. quæ cum ſit differentia ſuperficiei vnius medialis e g ad ſuperficiem medialem d f: ipſa eſt irrationalis per 22/& eius tetragonicum latus a c irrationale.

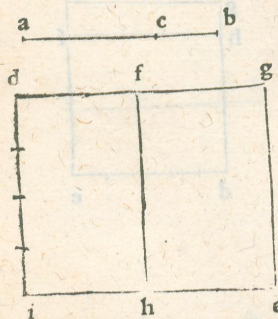


¶IDEM aliter. ¶ Sit linea d e rationalis: cui adiũgatur ſuperficies d f æqualis duplo ſupficiei vnius in alterã/& e g ęqualis ambobus quadratis pariter acceptis. erit per 7 ſecũdi f g: ęqualis quadrato a c. Quia vero e g eſt medialis: erit ex 20 linea d g in potẽtia tm̃ rõnalis. Similiter quoq; cũ e h ſit medialis: erit ex eadẽ/linea d h rõnalis ſimiliter in potẽtia tantũ. Et quoniã a b & b c ſũt incõmenſurabiles in lõgitudine/ideoq; quadratũ vtriuſq; earũ ſuperficiei vnius

inalteram/& propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cũ ipſa ex hypot he-
ſi cõmunicent) ſunt quoq; incõmenſurabilia duplo ſuperficiei vnius in alterã:
ſequitur vt e g ſit incõmẽſurabilis h c. quapropter linea d g: lineæ d h. igit ex
68/linea g h eſt reſiduum: & irrationalis. ideoq; per 16 a deſtructione cõſequẽ-
tis ſuperficies f g irrationalis: & eius latus tetragonicum a c irrationale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 57. Propoſitio 75. 75

¶Si a media media auferatur potẽtia tantum toti cõmenſurabi-
lis ſubſiſtens/& cum tota medium compræhendens: reliqua irra-
tionalis eſt/vocetur autem mediæ ſecunda apotome.



¶THEON ex Zãb. ¶A media nãq; a b: media auferatur c b potentia tantum
toti a b cõmenſurabilis ſubſiſtens/vnaq; cũ ipſa tota a b mediũ compræhen-
dens quod ſub a b, b c. Dico q͏ reliqua a c irrationalis eſt: appellatur autem me-
diæ ſecunda apotome. Exponatur enim rationalis d i. Et ipſis quidem quæ ex a
b, b c, æquum ad d i cõparetur per 44 primi d e: latitudinem efficiẽs d g. ei
vero quod bis ſub a b, b c, ęquum ad ipſam d i comparetur per 44 primi d h:
latitudinem efficiens d f. Reliquũ igitur f e: æquum eſt ei quod ex a c. Et quo-
niam ea quæ ex a b, b c, media ſunt: mediũ igitur eſt & d e. & ad ipſam ratio-
nalem d i cõparatur: latitudinem efficiens d g. rationalis igitur eſt per 22 deci-
mi d g: & ipſi d i lõgitudine incõmenſurabilis. Rurſus quoniã quod ſub a b, b
c, mediũ eſt: & quod bis igitur ſub a b, b c, mediũ eſt. & eſt ęquale ipſi d h. & d
h igitur medium eſt. & ad ipſam d i rationalẽ comparatũ eſt: latitudinẽ efficiẽs
d f. rationalis igitur eſt d f: & ipſi d i longitudine incõmenſurabilis. Et quoniã
a b, b c, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles: incommenſurabilis eſt igitur a b
ipſi b c longitudine. Incõmenſurabile igitur per lemma 21 decimi & 11 decimi
& quod ex a b quadratũ: ei quod ſub a b, b c. Sed ei quidẽ quod ex a b, cõmẽ-
ſurabilia ſunt q̃ ex a b, b c: ei autẽ quod ſub a b, b c, cõmenſurabile eſt qd bis
ſub a b, b c. Incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex a b, b c: ei quod bis ſub a b, b
c. Sed eis quidẽ quæ ex a b, b c, æquum eſt d e: ei autem quod bis ſub a b, b c,
æquum eſt d h. Incõmenſurabile igitur eſt d e: ipſi d h. Sicut autẽ d e ad d h: ſic
g d ad d f. Incõmẽſurabilis igitur eſt g d: ipſi d f. Et vtræq; rationales. Ipſę igi-
tur g d, d f: per 11 decimi rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Ipſa
igitur f g: apotome eſt. Rationalis autem d i. Quod autẽ ſub rationali & irra-
tionali compræhenſum: irrationale eſt per lẽma 20 decimi. & quæ illud poteſt
igitur irrationalis eſt. Ipſum autem f e: poteſt ipſa a c. ipſa igitur a c irrationa-
lis eſt: appellatur autem mediæ ſecunda apotome.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 71. 71

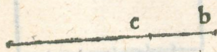
SI linea de linea detrahatur/fuerintq; ambæ potentialiter
incommenſurabiles/continenteſq; mediale/ quadrataq;
earum ambo pariter accepta rationale: reliqua linea erit
irrationalis/vocabiturq; minor.



¶CAMPANVS. ¶Si ſint a b & b c quales proponiť/q̃ per 27 reperiũtur & cõ-
ponunt lineam maiorem: erit linea a c irrationalis/& ipſa eſt quæ dicitur linea
minor. Quod qui præmiſſa firmiter tenuerit/poſitioneſq; diligenter attenderit:
duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 68. Propoſitio 76. 76

¶Si a recta linea recta linea auferatur potentia toti ſubſiſtens in-
commenſurabilis/cum tota vero efficiens quod ab eis ſimul ratio-
nale/quod vero ſub ipſis medium: reliqua irrationalis eſt/appel-
laturq; minor.



¶THEON ex Zãb. ¶A recta linea namq; a b, auferatur recta linea b c: poten-
tia toti ſubſiſtens incõmenſurabilis/ efficiens cum tota quidem a b compoſitũ
ex ijs q̃ ex a b, b c, ſimul rationale/quod vero bis ſub ipſis a b, b c, ſimul me-
dium. Dico q͏ reliqua a c irrationalis eſt: appellata minor. Quoniam namq; cõ-
poſitum quidem ex ijs quæ ex a b, b c, quadratis rationale eſt/quod vero ſub ip

sis a b,b c,medium: incõmensurabilia igitur sunt quæ ex a b,b c,ei quod bis sub a b,b c. Et conuertendo igitur per correlariũ 19 quinti/incommensurabilia sunt quę ex a b,b c:ei quod ex a c. Rationale autem est: cõflatum ex iis quę ex a b,b c.irrationale:igitur quod fit ex a c.ipsa igitur a c irrationalis est:appellatur autem minor.

Eucli.ex Camp. Propositio 72.

72 SI linea de linea dematur/fuerintq; ambæ potentialiter incommensurabiles / superficiemq; rationalem continentes/quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale:linea reliqua erit irrationalis/diceturq; iũcta cum rationali componens totum mediale.

¶CAMPANVS. ¶Et hoc quoq; nescire non potest qui priora nouerit / nisi a memoria exciderint:quin positis lineis a b & b c(quales proponitur/quæ & per 28 reperiuntur/& lineam potentem in rationale & mediale componunt) sit a c reliqua/irrationalis.& ipsa dicitur quæ iuncta cũ rationali componit totum mediale.

a c b

Eucli.ex Zamb. Theorema 59. Propositio 77.

77 ¶Si a recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistẽs incõmensurabilis/& cũ tota efficiens conflatum quidem ex ipsarũ quadratis medium/quod vero bis sub ipsis rationale:reliqua irrationalis est/vocatur autẽ cum rationali medium totũ efficiens.

¶THEON ex Zamb. ¶A recta enim linea a b,recta linea auferatur b c: toti a b potentia subsistens incommensurabilis/efficiens cõflatum quidem ex ipsarum a b,b c,quadratis medium/quod vero bis sub ipsis rationale. Dico q; reliqua a c irrationalis est: vocatur autem cum rationali mediũ totũ efficiẽs. Quoniam enim couflatum ex ipsarũ a b,b c,quadratis medium est/quod vero bis sub ipsis a b,b c,rationale: incõmensurabilia igitur sunt quæ ex a b,b c,quadrata ei quod bis sub a b,b c.& reliquum igitur quod ex a c: incommensurabile est ei quod bis sub a b,b c. Quod vero bis sub a b,b c,rationale est.quod igitur ex a c:irrationale est.Irrationalis igitur est ipsa a c:vocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quod erat ostendendum.

a c b

Eucli.ex Camp. Propositio 73.

73 SI linea a linea detrahatur/fuerintq; ambæ potentialiter incommensurabiles/ superficiemq; medialem continentes/quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incommensurabile:reliqua linea erit irrationalis/ diceturq; iuncta cum mediali faciens totum mediale.

¶CAMPANVS. ¶Sint etiã hic a b & b c quales proponitur/q̃ per 29 reperiũtur:& ipsæ sũt q̃ cõponũt lineã potentẽ in duo medialia.eritq; a c reliqua irrõnalis dicta:q̃ iũcta cũ mediali cõponit totũ mediale. Quod vt facile(sicut p̃missa)duplici argumentatione cõcludes: processum 70 moneo diligẽter attendas.

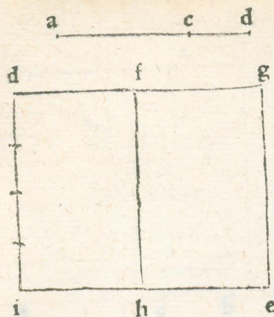
a c b

Eucli.ex Zamb. Theorema 60. Propositio 78.

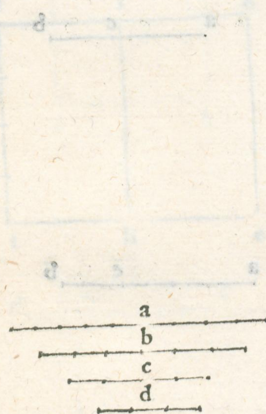
78 ¶Si a recta linea recta linea sublata fuerit potẽtia toti subsistẽs incommensurabilis/& cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium/quod vero bis sub ipsis medium/ insuper ipsarum quadrata incommensurabilia ei quod bis sub ipsis : reliqua irrõnalis est/appellatur autẽ cum medio mediũ totũ efficiẽs.

¶THEON ex Zãb. ¶A recta nãq; linea a b,recta linea auferatur b c potentia incõmensurabilis subsistens toti: efficiẽs compositũ ex ipsarũ a b,b c,quadra-

a c b



tis mediũ/qđ vero sub ipsis a b,b c,mediũ/insuꝑ ipsarũ a b,b c,quadrata incõmensurabilia ei quod bis sub a b,b c.Dico q̀ reliqua a c irrationalis est:vocatur autẽ cum medio mediũ totum efficiens. Exponatur rationalis d i:& eis quidem quæ ex a b,b c,æquũ ad ipsam d i comparetur per 44 primi d e,latitudinem efficiens d g.ei autem quod bis sub a b,b c,ęquũ auferatur d h:latitudinem efficiens d f.reliquum igitur f e:æquum est ei quod ex a c.quare a c potest ipsum f e.Et quoniã cõpositum ex ipsarũ a b,b c,quadratis mediũ est/& ipsi d e est æquale:ipsum igitur d e medium est.Et ad ipsam d i rationalẽ comparatur:latitudinem efficiẽs d g.rationalis igitur est per 22 decimi d g:& ipsi d i longitudine incommensurabilis.Rursus quoniam quod bis sub a b,b c,medium est/& ipsi d h æquale:igitur d h mediũ est.Et ad ipsam d i rationalem cõparatur:latitudinem efficiens d f.rationalis igitur est d f:& ipsi d i longitudine incõmensurabilis.Et quoniã incõmensurabilia sunt quæ ex a b,b c,ei quod bis sub a b,b c:incõmensurabile igitur est & d e ipsi d h.Sicut autem per primã sexti d e ad d h:sic est & d g ad d f.Incõmensurabilis igiť est g d ipsi d f.& vtræq; sunt rationales.Ipsæ igitur g d,d f:rationales sunt potentia tantum commensurabiles.Apotome igitur est f g.Quod vero sub rationali & apotomę cõpræhensum rectangulum:irrationale est/& illud potens irrationalis est per 73 decimi.Ipsum autẽ f e:potest ipsa c a.Igitur ipsa c a irrationalis est.appellatur sane cum medio medium totum efficiens.Quod erat ostendendum.



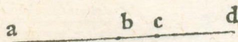
¶CAMPANVS. Est autem præmittendũ hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium.

¶Si fuerint quatuor quantitates quarum differentia primæ ad secundam sit sicut tertiæ ad quartam:erit permutatim differentia primæ ad tertiam sicut secundæ ad quartam.

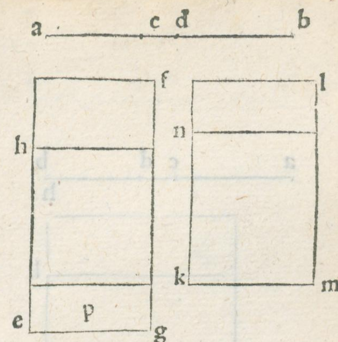
¶Intelligendum est hoc de quantitatibus eodem modo relatis.vt cum prima maior fuerit secunda:sit quoq; tertia maior quarta.cum vero minor:& minor. Exempli gratia sit differentia a ad b:sicut c a d.dico q̀ erit a ad c sic b ad d.est enĩ (per hãc cõmunẽ animi cõceptionem.differentia extremorũ:cõposita est ex differentijs ipsorũ ad media) differentia a,ad c:cõposita est ex ea quæ est a ad b,& ea quæ est b ad c.At ea quæ est b ad d:per eandẽ cõceptionẽ cõponitur ex ea quæ est b ad c,& ea quæ est c ad d.Et quia ex hypothesi differentia a ad b sicut c ad d,ea vero quæ est b ad c est cõmunis:sequitur per cõmunem scientiam vt sit a ad c sicut b ad d.Quod est propositum.

Eucli.ex Camp. Propositio 74


Vlla linea nisi vna tantum residuo coniungi potest:vt sint ambę sub termino earum quæ erant ante separationem.



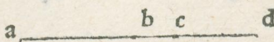
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a c residuum:quæ fuerit reliqua/abscisa b c ex a b.eruntq; a b & b c:rationales tantũ potẽtia cõmunicantes ex 68. Dico q̀ ipsa a c,nulli alij lineæ q̃ b c poterit cõponi sub hac diffinitione:neq; maiori b c neq; minori b c.Si autem potest:componatur cum c d,indifferẽter maiori aut minori q̃ b c,erũtq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c:rationales in potentia tm̃ cõicantes.Quia ergo ex 7 secundi quadrata ambarũ linearũ a b & b c pariter accepta excedũt duplum superficiei vnius earũ in alterã in quadrato a c,similiter quoq; quadrata duarũ linearũ a d & d c pariter accepta excedũt duplũ superficiei vnius ipsarum in alterã in quadrato eiusdẽ a c:sequitur ex præmisso antecedente vt differentia duorum quadratorum duarum linearum a b & b c pariter acceptorum ad duo quadrata duarum linearum a d & d c pariter accepta sit sicut differẽtia dupli superficiei a b in b c ad duplum superficiei a d in d c.Cum autem sint duo quadrata vtriusq; sectionis pariter accepta rationale ex hypothesi/duplum vero superficiei vnius in alteram portionũ vtriusq; sectionis mediale per hypothesin/& 19:erit vna & eadẽ differẽtia duarũ superficierũ rõnaliũ & duarũ medialiũ.hoc autẽ est ĩpossibile.rationales enĩ superficies nõ differũt nisi in rationali superficie:vt patet per diffinitionem rationalis superficiei & per 9.medialis autẽ:nõ differt a mediali nisi irrõnali superficie per 22.



¶Hoc autem fit manifestius in figura:sic. Sit enim superficies e f, adiuncta ad lineam e g, æqualis ābobus quadratis duarū sūperficierū a b & b c pariter acceptis. at g h sit æqualis duplo superficiei vnius in alteram. Eritq; f h : æqualis quadrato lineæ a c ex 7 secundi. Similiter quoq; sit k l, adiuncta ad lineā k m: æqualis duobus quadratis duarum linearū a d & d c pariter acceptis. & m n: sit æqualis duplo superficiei vnius in alterā. eritq; ex 7 secundi n l æqualis quadrato lineæ a c: ideoq; etiam æqualis h f. Est itaq; differentia e f ad g h: sicut k l ad m n. Quare per antecedēs præmissum/erit permutatim differentia e f ad k l (& ipsa sit p) sicut g h ad m n. Et qa vtraq; duarū superficierū e f & k l est rōnalis/vtraq; vero duarū sūperficierū g h & m n medialis: sequitur impossibile/videlicet superficiem p esse rationalem & irrationalem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 61. Propositio 79.

79 ¶Apotomę vna tantum congruit recta linea rationalis: potētia tantum toti subsistens commensurabilis.



¶THEON ex Zāb. ¶Sit apotome a b: cōgruēs autē ei sit b c. ipsæ igitur a c, c b: potentia tantū sunt cōmēsurabiles. Dico q; ipsi a b: altera non cōgruit rationalis potentia tantum subsistens toti commensurabilis. Si enim possibile: congruat/sitq; b d. Ipsę igitur a d, d b: potentia tantum sunt commensurabiles. Et quoniā per 7 secūdi quo excedūt ea q̄ ex a d, d b, id quod bis sub a d, d b, hoc excedūt et q̄ ex a c, c b, id quod bis sub a c, c b (eodē nāq; id est q̄d ex a b: vtraq; excedūt) vicissim igitur per 16 quīti quo excedūt q̄ ex a d, d b, ea quę ex a c, c b, eo excedit & id quod bis sub a d, d b, id quod bis sub a c, c b. Sed quæ ex a b, b d, ea quæ ex a c, c b, excedunt rationali. vtraq; nāq; rationalia sunt. & quod bis igitur sub a d, d b: id quod bis sub a c, c b, rationali excedit. quod est impossibile. Vtraq; nāq; media sunt: & per 22 decimi mediū mediū nō excedit rationali. Ipsi igitur a b: altera non congruit rationalis potentia tātum cōmensurabilis existens toti. Vna igitur tantum ipsi apotomæ congruit: rationalis potētia tantum toti subsistens cōmensurabilis. Quod erat ostendendum.

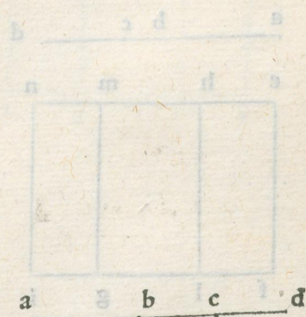
75 Eucli. ex Camp. Propositio 75.

NVlla linea nisi vna tm̄ residuo mediali primo cōiūgi pōt: vt sint ambę sub termino earū quę erāt ante separationē.

¶CAMP. ¶Hæc quoq; probabis simili modo. Sint enim in vtraq; sectione ābo quadrata pariter accepta/mediale: duplū vero superficiei vnius in alterā rationale. Et quia vt prius eadē differētia quadratorū vnius sectionis ad quadrata alterius/q̄ est dupli superficiei vnius ad duplū superficiei alterius: erit vna & eadē superficies differētia duarū medalium & duarum rationaliū. Quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 62. Propositio 80.

80 ¶Mediæ apotomę primæ vna tantum congruit recta linea media: potentia tantum toti subsistens commensurabilis/& cum tota rationale compræhendens.

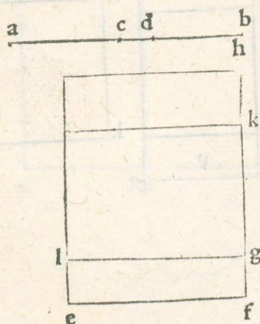


¶THEON ex Zāb. ¶Esto namq; media apotome prima a b: & ipsi a b cōgruat b c. ipsę igitur a c, c b: medię sunt potentia tantū cōmensurabiles/rōnale cōprehēdētes quod sub a c, c b. Dico q; ipsi a b, altera non cōgruit media: toti potētia tantū subsistens commensurabilis/& cū tota rationale cōpræhendēs. Si enī possibile: cōgruat et d b. ipsæ igitur a d, d b: medię sunt potētia tm̄ cōmensurabiles/rationale compræhendentes quod sub a d, d b. Et quoniam per 7 secundi quo excedunt ea quę ex a d, d b, id quod bis sub a d, d b, hoc excedunt & q̄ ex a c, c b, id q̄d bis sub a c, c b (eodē etenī rursus excedūt: id est quod ex a b) vicissim igitur per 16 quinti quo excedūt quę ex a d, d b, ea q̄ ex a c, c b, eo excedit & id q̄d bis sub a d, d b, id q̄d bis sub a c, c b. At q̄d bis sub a d, d b: id q̄d bis sub a c, c b, excedit rōnali. vtraq; nēpe rationalia. Et q̄ ex a d, d b, igit̄ quadrata: q̄ ex a c, c b, excedūt rationali. Quod est īpossibile. Media etenī vtraq; & per 26 decimi. mediū sane mediū non excedit rationali. Medię igitur apotomę primæ vna cōgruit recta linea media: potentia tantum toti subsistens cōmēsurabilis/& cum tota rationale compræhendens. Quod oportuit demonstrare.

Eucli.ex Camp. Propositio 76. 76



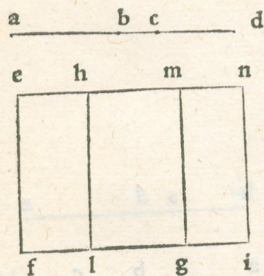
Nulla linea residuo mediali secundo coniungibilis est/ vt sub termino earum fiant:nisi tantum quę ab ea ante separata erat.



ℭCAMPANVS. ℭSit enim a c residuũ mediale secũdum: quæ fuit residua/ ascisa b c ex a b. eruntq; ex 70/ duæ lineæ a b & b c: mediales potentia tantum communicantes mediale cõtinentes. Dico ꝙ ipsa a c: nulli lineæ alij q̃ c b, sub hac diffinitione coniungi potest. Sin autem: coniũgatur lineæ c d. Sitq; linea e f rationalis in longitudine : ad quam coniungatur superficies e h, ęqualis quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis/ & e k æqualis quadratis linearũ a d & d c pariter acceptis/ a qua abscindatur e g ęqualis quadrato lineę a c. eritq; per 7 secundi superficies l h ęqualis duplo superficiei a b in b c: & l k per eandem ęqualis duplo superficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarũ partium primæ sectionis sunt mediale/ & duplum etiã superficiei mediale incõmẽsurabile duobus quadratis pariter acceptis (quę nescire diligẽs Geometra non poterit qui positiones diligenter seruauerit) erit superficies e h medialis/ cum ipsa sit ęqualis duobus quadratis pariter acceptis/ & superficies l h medialis cum ipsa sit æqualis duplo superficiei vnius in alteram. per 20 igitur est vtraq; duarum linearum f h & g h: rationalis in potentia tantum. Et quia vna est incommensurabilis alij/ eo ꝙ superficies e h est incommensurabilis superficiei h l sicut duo quadrata duplo superficiei: erit ex 68 linea f g residuũ. Quare linea f g quæ est residuum: componitur lineæ g h, vt sint ambæ sub termino earum quę erant ante separationem. Similiter quoq; probabis eandem f g cum linea g k componi/ eadem cõditione: mediantibus superficiebus e k & k l. quarũ prima est æqualis quadratis duarũ linearũ a d & d c pariter acceptis: & secũda duplo superficiei vnius in alterã. quod est ĩpossibile per 74. Et hic modus demonstrationis potest esse cõmunis 75 cæterisq; quatuor eã sequentibus.

Eucli.ex Zamb. Theorema. 62. Propositio 81. 81

ℭMediæ apotomæ secundæ vna tantum congruit recta linea media: potentia tantum toti commensurabilis & cum tota medium compræhendens.



ℭTHEON ex Zamberto. ℭEsto apotome secunda a b: & ipsi a b congruẽs sit b c. Ipsæ igitur a c, c b: mediæ sunt potentia tantum cõmensurabiles/ medium compræhendentes quod sub a c, c b. Dico q̄ ipsi a b, alia non congruit recta linea media: potentia tantũ toti subsistẽs commensurabilis & cum tota medium compræhendens. Si enim possibile: conueniat b d. igitur a d & d b: mediæ sunt potentia tantum commensurabiles/ medium compræhẽdentes quod sub a d, d b. Exponaturq; rationalis e f. Et eis quidem quæ ex a c, c b, æquum ad ipsam e comparetur per 44 primi e g: latitudinem efficiens e m. ei vero quod sub a c, c b, ęquũ auferatur h g: latitudinẽ efficiẽs h m. Reliquũ igit̃ e l: per 7 secundi ęquũ est ei qđ ex a b. Quare a b: ipsũ põt e l. Rursus iã eis q̃ ex a d, d b, ęquũ ad ipsã e f cõparet̃ per 44 primi e i: latitudinẽ efficiẽs e n. Est autẽ & e l: æquũ ei quod ex a b quadrato. reliquũ igitur h g: ꝑ 7 secundi ęquũ est ei quod sub a d, d b. Et quoniã ipsæ a c, c b, medię sunt: media igitur sunt & quæ ex a c, c b. et æqualia sũt ipsi e g. mediũ igitur per 16 decimi & correlariũ 23 est e g. Et ad ipsam rationalem e f apponitur: latitudinem efficiẽs e m. rationalis igitur est per 22 decimi e m: & ipsi e f longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod sub a c, c b, medium est: & quod bis sub a c, c b, medium est per correlarium 23 decimi. & æquum est ipsi h g. & h g igitur medium est. Ad ipsamq; e f rationalem apponitur: latitudinem efficiẽs h m. rationalis igitur est h m per 22 decimi: & ipsi e f lõgitudine incõmensurabilis. Et quoniã a c, c b, potentia tantum sunt cõmensurabiles: incõmensurabilis igitur est a c ipsi c b longitudine. Sicut autẽ a c ipsi c b: sic est ꝑ lẽma 21 decimi qđ ex a c ad id qđ sub a c, c b. Incõmẽsurabile igitur est ꝑ 11 decimi quod ex a c: ei quod sub a c, c b. Sed ei quod ex a c: cõmensurabilia sunt quæ ex a c, c b. Ei autem quod sub a c,

c b, cõmensurabile est quod bis sub sub a c, c b. Incommensurabilia igitur sunt quæ ex a c, c b: ei quod bis sub a c, c b. Eis autem quę ex a c, c b, ęquũ est e g: ei vero quod bis sub a c, c b, æquũ est g h. Incõmẽsurabile igitur est e g: ipsi h g. Sicut autẽ e g ad h g: sic est e m ad h m. Incommẽsurabilis igitur est e m: ipsi h m lõgitudine. Et vtręq; rationales. Ipsæ igit̃ e m, m h, rationales sunt potẽtia tm̃ cõmẽsurabiles. apotome igitur est e h. cõgruẽs autẽ ei est h m. Similiter ostendemus ꝙ & h n ei congruit. Apotomę igitur: alia & alia congruit recta linea potentia tantũ toti subsistens cõmensurabilis. quod per 79 decimi est impossibile. Mediæ igitur apotomæ secundæ vna tantum congruit recta linea potentia tantum toti subsistens commensurabilis & cum tota medium cõpræhendens. quod erat ostendendum.

77 Eucli. ex Camp. Propositio 77

NVlla linea minori coniungibilis est vt sub termino suo fiant: nisi tantũ quæ ante sibi abscisionẽ cõiungebatur.

CAMPANVS. Intellige quid sit linea minor. quod si oblitus es: cõsule 21. & sine obiectione concludes propositum: si (quẽadmodum in 74) processeris. poterisq; si libuerit: quemadmodum in 76 procedere.

82 Eucli. ex Zamb. Theorema 64. Propositio 82.

Minori vna tantum congruit recta linea potentia toti incõmensurabilis subsistẽs: efficiens cum tota compositum ex earum quadratis rationale/quod vero bis sub ipsis medium.

THEON ex Zãb. Esto minor a b: & ipsi a b congruens esto b c. ipsę igitur a c, c b, potentia sunt incommẽsurabiles: efficientes conflatum quidem ex ipsarũ quadratis rationale/quod vero bis sub ipsis mediũ. Dico ꝙ ipsi a b: alia recta linea non congruit efficiẽs eadẽ. Si enim possibile: congruat b d. & ipsæ igitur a d, d b, potentia sunt incõmẽsurabiles efficientes quæ ex a d, d b, quadrata simul rationale/quod autẽ bis sub ipsis a d, d b, mediũ. Et qm̃ quo excedunt quæ ex a d, d b, ea quæ ex a c, c b, eo excedit & quod bis sub a d, d b, id quod bis sub a c, c b, quę autem ex a d, d b, quadrata ea quadrata quæ ex a c, c b, rationali excedunt/ vtraq; enim rationalia: & quod bis igitur sub a d, d b, id quod bis sub a c, c b, rationali excedit. quod per 26 decimi est impossibile. vtraq; nãq; media sunt. Minori igitur vna tantũ congruit recta linea potentia tantum toti subsistens incommensurabilis: efficiens quæ ex ipsis quadratis simul rationale/quod vero bis sub ipsis medium. quod ostendere oportebat

a b c d

78 Eucli. ex Camp. Propositio 78.

LInea quæ coniuncta cum rationali facit totum mediale: nisi vni tantum componi non potest vt sub earum termino fiant quæ erant ante separationem.

CAMPANVS. Quid sit linea quæ proponitur: ex 72 didicisti. Cum ergo de ea volueris quod per hanc 78 dicitur demonstrare: a processu 75 in quoq̃ non deuies. sed sicut in 76: si te delectauerit/ingenio duce poteris procedere.

83 Eucli. ex Zamb. Theorema 65. Propositio 83.

Efficienti cum rationali medium totum vna tantũ congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens: & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium/quod vero bis sub ipsis rationale.

THEON ex Zãb. Sit cũ rationali mediũ totũ efficiẽs a b: & ipsi a b congruat b c. Ipsę igitur a c, c b, potẽtia sunt incõmensurabiles: efficiẽtes cõflatum quidẽ ex ipsarũ a c, c b, quadrata mediũ/quod vero bis sub ipsis a c, c b, rõnale. Dico ꝙ ipsi a b: alia nõ cõgruit eadẽ efficiẽs. Si enĩ possibile: cõgruat b d. & ipsę igit̃ a d, d b, rectę lineę: potẽtia sunt incõmensurabiles: efficiẽtes conflatũ ex ipsarum a d, d b, quadratis medium/quod vero bis sub ipsis a d, d b, rationale.

a b c d

a b c d

Quoniam igitur quo excedunt quæ ex a d, d b, ea quæ ex a c, c b, eo excedit & quod bis sub a d, d b, id quod bis sub a c, c b excedit & quod bis sub a d, d b, id quod bis sub a c, c b, consequenter vt in præcedentibus/quod vero bis sub a d, d b, id quod bis sub a c, c b, excedit rationali / rationalia namq; vtraq; & quæ ex a d, d b, igitur ea quæ ex a c, c b, excedunt rationali. quod est per 26 impossibile. vtraq; enim media sunt per 77 decimi. Ipsi igitur a b, alia non congruit recta linea potentia toti subsistens incõmensurabilis: & cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium/quod autem bis sub ipsis rationale. Efficienti ergo cum rationali medium totum vna tantum congruit recta linea: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 79.



Lineæ quę iuncta cum mediali facit totum mediale: nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant quæ erant ante separationem. 79

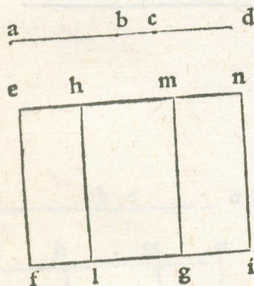
¶CAMPANVS. ¶Huius lineæ quæ iuncta cum mediali componit totũ mediale: magistra est 73. De qua quod hæc 79 enũciat sic concludere cogeris: sicut de residuo mediali secundo (quod per 76 enunciatum est) cõclusisti.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 66. Propositio 84. 84

¶Efficienti cum medio medium totum: vna tantum cõgruit recta linea potentia incommensurabilis toti subsistens/ & cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium / & quod bis sub ipsis medium/ & insuper incommẽsurabile conflatum ex ijs quæ ab ipsis ei quod bis sub ipsis.

a b c d

e h m n



¶THEON ex Zamberto. ¶Esto cum medio medium totum efficiens a b: cõgruens autem illi sit b c. ipsæ igitur a c, c b: potentia sunt incommẽsurabiles/ efficientes cõflatum ex ipsarum quadratis medium/ & quod bis sub ipsis a c, c b, medium/insuper & quæ ex a c, c b, quadrata incommensurabilia ei quod bis sub a c, c b. Dico ꝙ alia ipsi a b non congruit: cum tota efficiens proposita. Quod si possibile est: congruat b d. Et a d, d b, potentia sint incommensurabiles efficientes quæ ex a d, d b, quadratis simul medium/ & quod bis sub ipsis a d, d b, medium/ & insuper quę ex a d, d b, incommensurabilia ei quod bis sub a d, d b. Exponaturq; rationalis e f. Et eis quidem quæ ex a c, c b, æquum ad ipsam e f comparetur per 44 primi e g: latitudinem efficiens e m. ei autem quod bis sub a c, c b, æquum ad ipsam e f comparetur per 44 primi h g: latitudinem efficiens h m. Reliquum igitur quod ex a b: per 7 secundi æquum est ipsi e l. ipsa igitur a b: ipsum e l potest. Rursus eis quæ ex a d, d b, æquum ad ipsam e f comparetur per 44 primi e i: latitudinem efficiens e n. Est autem quod ex a b: ęquum ipsi e l. Reliquum igitur quod bis sub a d, d b: ęquum est ipsi h i. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex a c, c b, medium est/ac ipsi e g æquale: medium igitur est & e g. Et ad rationalem comparatur e f: latitudinem efficiens e m. rationalis igitur est per 22 decimi e m: & ipsi e f longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub a c, c b, medium est & ipsi h g æquale: medium igitur est h g. Et ad ipsam rationẽ e f apponitur: latitudinem efficiens h m. rationalis igitur est h m: & ipsi e f longitudine incommẽsurabilis. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex a c, c b, ei quod bis sub a c, c b: incommensurabile igitur est e g ipsi h g. incommensurabilis igitur est & e m ipsi m h longitudine. & ambæ rationales sunt. Ipsæ igitur e m, m h, potentia tantũ sunt cõmensurabiles. Igitur ipsa e h: apotome est. Congruẽs autem ei: est h m. Similiter iam ostendemus ꝙ e h rursus apotome est: congruens autem ei est h m. Apotomæ igitur ipsi alia & alia congruit potentia tantum toti subsistens commensurabilis. quod per 69 decimi impossibile esse ostẽdimus. Ipsi igitur a b: alia recta linea non congruit. Ipsi igitur a b vna recta linea tm̃ congruit: potẽtia tm̃ toti subsistens incõmẽsurabilis/ & cum tota efficiẽs q̃ ex ipsis quadratis simul mediũ/ & quod bis sub ipsis. Efficienti igitur cum medio mediũ totum: & quæ sequuntur reliqua, Quod erat ostẽdendũ.

¶Ex Campano: Residuorum diffinitiones.

¶Cõe initiũ trium priorum diffinitionum.

¶Positis duab9 lineis altera rõnali altera residuo/ adiectaq; ipsi residuo secũdũ eius terminũ/ si fuerit totũ cõpositũ potẽtius linea adiecta/ i quadrato lineę ipsi toti cõicantis in longitudine:

1 ¶Si fuerit idẽ totũ positæ rationali lineę in lõgitudine cõmensurabile: quod positum erat/ dicetur residuũ primũ.

2 ¶Si vero linea adiũcta/ positę rationali communicet in lõgitudine: dicetur residuum secundum.

3 ¶Q; si fuerit vtraq; rationali positæ in longitudine incõmensurabilis: vocabitur residuum tertium.

¶Cõmune initium trium posteriorum diffinitionum.

¶Positis duabus lineis altera rationali altera residuo/ adiectaq; ipsi residuo secundũ eius terminum/ si fuerit totũ compositum potentius linea adiecta/ in quadrato lineę ipsi toti incommensurabilis in longitudine:

4 ¶Si eadẽ tota positæ rationali communicet in longitudine: nuncupabitur residuum quartum.

5 ¶Si vero linea adiuncta/ positæ rationali communicet in longitudine: vocabitur residuum quintum.

6 ¶Q; si fuerit vtraq; rationali positæ in longitudine incommensurabilis: appellatur residuum sextum.

¶Ex Zamberto: apotomarum diffinitiones.

¶Cõmune initiũ trium priorum diffinitionum.

¶Supposita rationali & apotomę/ si quidem tota cõgruẽte maius potuerit eo quod fit ex sibi lõgitudine commensurabili:

1 ¶Si quidem tota expositę rationali longitudine cõmensurabilis fuerit: appellatur apotome prima.

2 ¶Si vero congruens cõmensurabilis fuerit lõgitudine expositæ rationali: secũda appellatur apotome.

3 ¶Si autem neutra cõmensurabilis fuerit expositę rationali longitudine: tertia appellatur apotome.

¶Cõmune initium trium posteriorum diffinitionum.

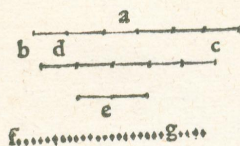
¶Rursus supposita rationali et apotomę/ si tota maius potuerit congruente eo quod fit ex sibi longitudine incommensurabili:

4 ¶Si quidem tota commensurabilis fuerit expositę rationali longitudine: appellatur apotome quarta.

5 ¶Si vero congruens: quinta.

6 ¶Si autem neutra: sexta.

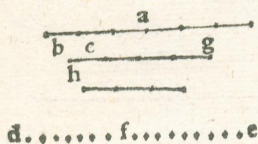
Eucli. ex Camp. Propositio 80. 80



RESiduum primum inuestigare.

¶CAMPANVS. ¶ Ab inuentione omnium specierum residui: facile nos absoluat inuentio per ordinem omniũ specierum binomij. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori: linea reliqua erit residuũ similis speciei/ vt patet ex diffinitionibus tam binomiorũ q̃ residuorũ. ¶ Proprijs tamẽ inuẽtionibus residuorũ insistentes: sic inquiramus primum. Sit linea a rationalis posita: cui commensurabilis in longitudine sumatur b c. sitq; e numerus quadratus diuisus in f non quadratum & in quadratum g: sitq; proportio quadrati lineæ b c ad quadratũ lineę c d, sicut e ad f. eritq; per vltimam partem septimę/ c d rationalis in potentia tantum. Cum itaq; sit c b potentior c d in quadrato lineæ sibi cõmunicantis in longitudine/ quod patet sicut in explanatione binomij primi: constat ex diffinitione lineam b d esse residuum primum.

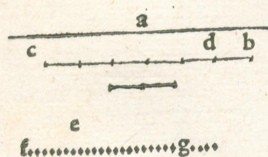
Eucli. ex Zamb. Problema 19. Propositio 85. 85



¶ Inuenire primam apotomen.

¶THEON ex Zãb. ¶ Exponatur rationalis a: & ipsi a longitudine cõmensurabilis esto b g. rationalis igitur est b g. Exponãturq; bini quadrati numeri d e, e f: quorum excessus d f nõ sit quadratus. Igitur per corelariũ 1 lẽmatis 28 decimi e d ad d f rationem non habet quã numerus quadratus ad quadratũ numerum. Fiatq; per correlariũ 6 decimi sicut e d ad d f: sic quod ex b g quadratũ ad id qđ ex g c quadratũ. cõmensurabile igitur est quod ex b g: ei qđ ex g c. Rõnale autẽ qđ ex b g. rationale igit̃ & quod ex g c. Rationalis igitur est per diffinitionẽ/ & g c. Et qm̃ e d ad d f rõnẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; igit̃ quod ex b g ad g c rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igit̃ est b g ipsi g c lõgitudine. vtræq; autem sunt rationales. Ipsę igitur b c, g c, per 9 decimi rationales sunt potentia cõmensurabiles. Igitur ipsa b c: apotome est per 73 decimi. Dico q̃ et prima. Quo nãq; maius est quod ex b g, eo quod ex g c: sit quod ex h. Et quoniã sicut e d ad d f sic est quod ex b g ad id quod ex g c: cõuertendo igitur per correlariũ 18 quinti/ sicut d e ad e f, sic quod ex g b ad id quod ex h. At d e ad e f rationem habet: quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. vterq; enim quadratus est. Quod igitur ex g b ad id quod ex h: rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. commensurabilis igitur est b g ipsi h longitudine. & b g ipsa g c maius potest: eo quod ex h. ipsa igitur b g ipsa g c maius potest eo quod sit ex sibi longitudine commensurabili. estq; tota b g: ipsi a expositæ rationali commensurabilis. Igitur per tertias diffinitiones/ b c: apotome est prima. Inuẽta igitur est prima apotome b c. quod erat agendum.

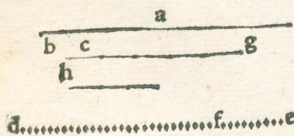
Eucli. ex Camp. Propositio 81. 81



RESiduum secundum patefacere.

¶CAMPANVS. ¶ Ad habẽdum residuum secundũ: sit a linea rationalis posita/ eiq; cõmunicans in longitudine c d. & sit quadratum c d ad quadratum b c: sicut f ad e. eritq; b d residuum secũdum ex diffinitione. Si dubitas: aut positas nõ seruas hypotheses/ aut binomij secundi repetitione indiges.

Eucli. ex Zamb. Problema 19. Propositio 86. 86



¶ Inuenire secundam apotomen.

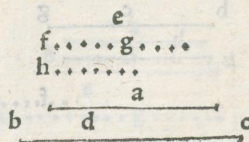
¶THEON ex Zamb. ¶ Exponatur rationalis a: & ipsi a longitudine cõmensurabilis esto g c. Rationalis igitur est g c. Et exponãtur bini numeri quadrati d e & e f: quorum excessus d f nõ sit quadratus. Fiatq; per correlariũ 1 lẽmatis 28 decimi sicut d f ad d e: sic quadratũ quod ex g c ad quadratũ quod ex g b. cõmẽsurabile igitur est per 11 decimi quod ex g c quadratũ: ei quod ex g b quadrato. Rationale autem est quod ex c g. rationale igitur est quod ex g b. Rationalis igitur est b g. Et quoniã quod ex g c quadratũ ad id quod ex g b rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: incommensurabilis igitur est per 19 decimi c g ipsi g b longitudine. & ambæ sunt rationa

les.Ipsæ igitͬ c g,g b,rõnales sunt potentia tantum cõmensurabiles.Igitur per 73 b c apotome est. Dico q; & secũda.Quo eteni maius est qđ ex b g eo quod ex g c:esto quod ex h. Quoniam igitur est per correlariũ 6 decimi sicut quod ex b g,ad id quod ex g c sic est e d numerus ad d f,numerũ:conuertẽdo igitur per correlarium 19 quinti est sicut quod ex b g ad id quod ex h, sic est d e ad d f.& vterq; ipsorũ d e,e f,quadratus est.quod igitur ex b g:ad id quod ex h,per 9 decimi rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. cõmẽsurabilis igitur est b g:ipsi h.& b g,ipsa g c maius potest:eo quod fit ex h. Igitur b g,ipsa g c:maius potest eo quod fit ex sibi longitudine cõmensurabili.Et cõgruens est c g:cõmẽsurabilis longitudine ipsi a expositæ rationali.Ipsa igitur b c per tertias diffinitiones secunda est apotome.Inuenta est igitur secũda apotome b c.Quod facere oportebat.

82 Eucli.ex Camp. Propositio 82

Residuum tertium perscrutari.

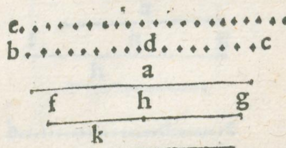
CAMPANVS. Residuum tertiũ sic habetur.Posita vt prius a rationali/numeroq; e quadrato diuiso in f non quadratum & g quadratum/assumptoq; h numero primo:sit quadratum lineæ a ad quadratum lineæ b c:sicut h ad e.sitq; quadratũ lineæ b c ad quadratũ lineæ c d:sicut e ad f.eritq; ex diffinitione(de quo si hæsitas consule binomium tertium)linea d b:residuum tertium.



87 Eucli.ex Zamb. Problema 20. Propositio 87.

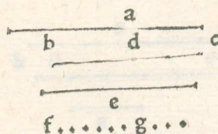
Inuenire tertiam apotómen.

THEON ex Zamberto. Exponatur rationalis a.explicentur tres numeri e,b c,c d,rationẽ adinuicem non habentes quã quadratus numerus ad quadratum numerũ.Ipse autẽ b c:ad d b rationem habeat/quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ.Fiatq; per correlarium 6 decimi:sicut e ad b c:sic quod ex a quadratum ad id quod ex f g quadratum.sicut vero b c ad c d:sic quod ex f g quadratũ ad id quod ex g h.Quoniã igitur est sicut e ad b c sic quod ex a quadratum ad id quod ex f g quadratũ:quod igitur ex a quadratũ e i quod ex f g quadrato est cõmensurabile.Quadratũ autẽ ex a:rationale est.rationale igitur est & quod ex f g.rationalis igitur est f g.Et quoniam e ad b c rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum:neq; igitur quod ex a quadratum ad id quod ex f g quadratũ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ.Incommẽsurabilis igitur est per 9 decimi/a:ipsi f g longitudine.Rursus quoniam est sicut b c ad c d si quod ex f g quadratũ ad id quod ex g h:cõmensurabile igitur est quod ex f g:ei quod ex g h.Rationale autem est quod ex f g.rationale igitur quod ex g h.rationalis igitur est g h. Et quoniam b c ad c d rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ:neq; igitur quod ex f g ad id quod ex g h rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmẽsurabilis igitur est f g:ipsi g h longitudine. Et vtræq; sunt rationales.ipsæ igitur f g,g h:rationales sunt/potentia tantũ commensurabiles.Apotome igitur est f h per 73 decimi. Dico q; & tertia.Quoniam enim est sicut e ad b c sic quod ex a quadratũ ad id quod ex f g quadratum/sicut autem b c ad c d sic quod ex f g ad id quod ex g h:ex æquali igitur per 22 quinti sicut e ad c d sic quod ex a ad id quod ex h g. Sed e ad c d rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum.Neq; igitur quod ex a:ad id quod ex g h rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum.Incõmẽsurabilis igitur est a ipsi g h longitudine.Neutra igitur ipsarum f g,g h:commensurabilis est longitudine ipsi a expositæ rationali. Quo nempe maius est quod ex f g eo quod ex g h:esto id quod ex k.Quoniã igitur est sicut b c ad c d,sic est quod ex f g ad id quod ex g h:conuertendo igitur per correlariũ 19 quinti est sicut b c ad b d sic est quod ex f g quadratũ ad id quod ex k.At b c:ad b d rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ.& quod ex f g igitur:ad id quod ex k rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ.cõmẽsurabilis igitͬ est f g,ipsi k lõgitudine.Et f g,ipsa g h maius potest:eo quod fit ex k.ipsa igitur f g,ipsa g h maius potest;eo quod fit ex sibi commensurabili.Et neutra ipsarũ f g,g h:



cōmensurabilis est lōgitudine ipsi a expositæ rationali. Igitur per tertias diffi-
nitiones f h apotome est tertia. Inuēta igitur est tertia apotome. qđ erat agēdū.

Eucli. ex Camp. Propositio 83.

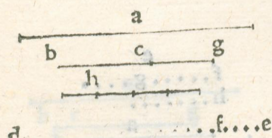


RESiduum quartum inuenire.

¶CAMPANVS. ¶Hic (sicut in inuentione residui primi) sit linea b c, cōmunicans lineæ a rationali positæ: numerus autem e quadra-
tus/sit diuisus in f & g, quorum sit vterq; non quadratus. sitq; qua-
dratum lineæ b c ad quadratū lineæ d e: sicut e ad f. & scies ex diffinitione/li-
neam d b esse residuum quartum: si eorum quæ in inuentione binomij quarti
didiceras/oblitus non fueris.

Eucli. ex Zamb. Problema 21. Propositio 88.

¶Inuenire quartam apotomen.



¶THEON ex Zāb. ¶Exponatur rationalis a: & ei longitudine cōmensurabi-
lis esto b g. rationalis igitur est & b g. Exponanturq; per lēma secūdū 18 deci-
mi bini numeri d f, f e: vt totus d e ad vtrūq; ipsorū d f, f e, rationem non ha
beat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatq; per correlarium 6 si-
cut d e ad e f: sic quod ex b g quadratū ad id quod ex g c quadratum. cōmensu-
rabile igitur est per correlariū 11 decimi quod ex b g: ei quod ex g c. Rationa-
le autē est id quod ex b g. rationale igitur & quod ex g c. rationalis igitur est p
7 diffinitionē decimi & g c. Et qm̄ d e ad e f rationē non habet quam quadra-
tus numerus ad quadratum numerū: neq; igitur quod ex b g ad id quod ex g c
rationem habet/quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Incōmensura-
bilis igitur est per 9 decimi/b g: ipsi g c lōgitudine. Et vtræq; rationales sunt.
Ipsæ igitur b g, g c, rōnales sūt potentia tantū commensurabiles. Apotome igi-
tur est b c. Dico ꝙ & quarta. Quo nēpe maius est quod ex b g, eo quod ex g c:
esto per lemma 13 decimi quod ex h. Quoniā igitur est sicut d e ad e f sic est qđ
ex b g ad id quod ex g c: & conuertēdo igitur per correlariū 18 quinti sicut e d
ad d f, sic quod ex g b ad id quod ex h. Sed e d ad d f, rationem nō habet quā
quadratus numerus ad quadratum numerum. neq; igitur quod ex g b: ad id
quod ex h rationē habet quā quadratus ad quadratū numerum. Incommēsura-
bilis igitur est per 9 decimi b g ipsi h lōgitudine. & g b, ipsa g c maius potest:
eo quod fit ex h. ipsa igitur b g, ipsa g c maius potest: eo quod fit ex sibi incō-
mensurabili. estq; tota b g: cōmensurabilis longitudine ipsi a rationali expositę.
Ipsa igitur b c per tertias diffinitiones apotome est quarta. Inuenta igitur est
quarta apotome. quod faciundum erat.

Eucli. ex Camp. Propositio 84.

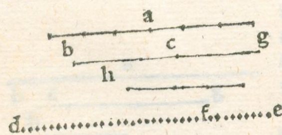


RESiduum quintum demonstrare.

¶CAMPANVS. ¶Cum residuum quintū inuenire libuerit: erit linea c d cōmunicans lineæ a rationali positæ in longitudine/sicut erat in inquisitione secundi. & erit quadratus numerus e, diuisus in f & e: quorū neuter quadratus sicut in præmissa. & erit quadra-
tum lineæ c d ad quadratum b c: sicut f ad e. ex quibus a diffinitione conclude-
re licet (habita sufficienti notitia binomij quinti) lineā d b esse residuū quintū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 89.

¶Inuenire quintam apotomen.



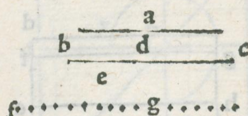
¶THEON ex Zamb. ¶Exponatur rationalis a: & ipsi a longitudine cōmen-
surabilis esto c g. rōnalis igiť est c g. Exponanturq; per secundū lemma 28 de-
cimi/ bini numeri d f, f e: vt d e ad vtrūq; ipsorum d f, f e, rationem rursus nō
habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Fiatq; per correlariū
6 decimi sicut f e ad e d: sic quod ex g c ad id quod ex g b. cōmēsurabile per 11
decimi igitur est quod ex c g: ei quod ex b g. Rationale autē est quod ex c g. ra-
tionale igitur & quod ex g b. rationalis igitur est b g. Et quoniā est sicut d e ad
e f sic est quod ex b g ad id qđ ex g c, at d e ad e f rationē nō habet quā nume-
rus quadratus ad quadratū nūerū: neq; igitur quod ex b g ad id quod ex g c ra-
tionē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum. incōmensurabilis
igitur est per 9 decimi b g: ipsi g c longitudine. Et vtræq; sunt rationales. Ipsæ

igitur b g,g c,rationales sunt:potētia tm̃ cōmensurabiles.Igit̃ b c:apotome est per 73 decimi.Dico q̃ & q̃nta.Quo nãq; maius est id qđ ex b g eo quod ex g c: esto id quod ex h.Quoniã igit̃ est sicut quod ex b g ad id quod ex g c sic est d e ad e f:conuertendo igitur per correlariũ 18 quinti est sicut e d ad d f, sic quod ex b g ad id quod ex h.At e d:ad d f rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum.neq; igitur quod ex b g:ad id quod ex h rationē habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum.Incōmensurabilis igitur est per 9 decimi b g:ipsi h longitudine.Ipsaq; g b,ipsa g c maius potest:eo quod ex h.Ipsa igitur g b,ipsa g c maius potest:eo quod fit ex sibi longitudine icōmensurabili.& congruens est c g: longitudine cōmensurabilis ipsi a expositæ rationali.Ipsa igit̃ b c:apotome est quinta.Inuēta igitur est apotome quinta.Quod ostendendum fuerat.

85 Eucli.ex Camp. Propositio 85.

Residuum sextum demum præsto sit reperire.

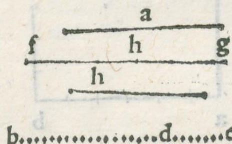
¶CAMPANVS.¶Residuum sextum sic reperitur. Erit vt prius linea a rationalis posita:& c numerus quadratus diuisus in f & g non quadratos.et erit h numerus primus.Et quadratũ lineæ a ad quadratum lineę b c:sicut h ad e. at vero quadratũ b c ad quadratum c d:vt e ad f.eritq; ex diffinitione linea d b:residuum sextũ.Cui si non plane animus tuus assenserit:exerceri te conuenit in inuentione binomij sexti.



90 Eucli.ex Zamb. Problema 23. Propositio 90.

¶Inuenire sextam apotomen.

¶THEON ex Zamberto.¶Exponatur rationalis a:& tres numeri e,b c,c d, rationem non habentes adinuicē quã quadratus numerus ad quadratum.Insuperq; & b c:ad b d rationē non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum.Fiatq; per correlariũ 6 decimi sicut e ad b c:sic quod ex a ad id quod ex f g.sicut autē b c ad c d:sic quod ex f g ad id quod ex g h.Quoniam igitur est sicut e ad b c sic est quod ex a ad id quod ex f g:cōmensurabile igitur est per 6 decimi quod ex a ei quod ex f g.rationale autem quod ex a.rationale igitur est & id quod ex f g.rationalis igitur est & f g. Et quoniã e ad b c rationē nō habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum:neq; igitur quod ex a ad id quod ex f g rationē habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum.Incommensurabilis igitur est per 9 decimi a ipsi f g longitudine. Rursus quoniam est sicut b c ad c d sic quod ex f g ad id quod ex g h: cōmensurabile igitur est igitur est per 6 decimi quod ex f g:ei quod ex g h.rationale autē est quod ex f g.rationale igitur est:& quod ex g h.rationalis igitur & g h.Et quoniam b c ad c d rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum:neq; igitur quod ex f g ad id quod ex g h rationē habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum.incōmensurabilis igitur est per 9 decimi f g ipsi g h longitudine. Et vtræq; rationales.Ipsæ igit̃ f g,g h,rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles.Igitur f h apotome est.Dico iam q̃ & sexta. Quoniam enim est sicut e ad b c sic quod ex a ad id quod ex f g, sicutq; b c ad c d sic quod ex f g ad id quod ex g h:ex æquali igitur per 22 quĩti est sicut e ad c d sic qđ ex a ad id qđ ex g h.At e ad c d rationē nō habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ.Neq; igit̃ qđ ex a:ad id qđ ex h g rōnē habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ.Incōmēsurabilis igit̃ est p 9 decimi a:ipsi g h longitudine.& neutra ipsarũ f g,g h:cōmensurabilis est longitudine ipsi a expositæ rationali.Quo nempe maius est quod ex f g eo quod ex g h:esto quod ex k.Quoniam enim est sicut b c ad c d sic quod ex f g ad id quod ex g h: conuertendo igitur p correlariũ 18 quinti est sicut c b ad d c,sic est qđ ex f g ad id quod ex k.At c b:ad b d rationē non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ.neq; igitur quod ex f g:ad id quod ex k rationē habet quã quadratus numerus ad quadratum.Incōmensurabilis igitur est f g ipsi k longitudine.Et f g,ipsa g h maius potest:eo quod fit ex k.Igitur f g,ipsa g h maius potest:eo quod fit est sibi longitudine incōmensurabili.& vtraq; ipsarum f g,g h: incommensurabilis est longitudine ipsi a expositę rationali.Ipsa igitur f h:apotome est sexta.Inuenta igitur est apotome sexta f h, quod erat agendum.





¶Sit prædictarum sex apotomarum inuentionis ostensio concisior. Deturq; vt inueniatur prima. Exponatur ex binis nominibus prima a c: cuius maius nomen sit a b. & ab ipsa quidē a b: auferatur ipsi quidē b c æqualis b d. Ipsæ igitur a b, b c, hoc est a b, b d: rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. et a b, ipsa b c hoc est ipsa b d, maius potest: eo quod fit ex sibi cōmensurabili. & a b cōmensurabilis est expositæ rationali longitudine. Igitur a d prima est apotome. ¶Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus: eas quæ ex binis nominibus in numeros exponentes.

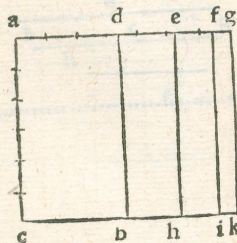
Eucli. ex Camp. Propositio 86. 86

SI fuerit superficies linea rationali atq; residuo primo cōtenta: latus eius tetragonicum necesse est esse residuum.

¶CAMPANVS. ¶Sit superficies a c: contenta linea rationali a b, & residuo primo b c. dico latus tetragonicum superficiei a c: esse residuum. Adiungatur eni ad lineā b c, linea c d: sitq; illa cuius detractione b c fuit residuum primum. Eritq; ex diffintione/ b d rationalis ex longitudine: & c d in potentia tantū. b d quoq; erit potentior d c: in quadrato lineæ secum cōmunicātis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e. & tota b d diuidatur ea conditione in f: ꝙ inter b f & f d sit e d medio loco proportionalis. eritq; ex secunda parte 13/ b f cōmunicans in longitudine f d. per 9 igitur vtraq; earum cōmunicat cum tota linea b d. quare per diffinitionē ambæ sunt rationales in lōgitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h, & c k, ęquidistantes a b. eritq; per 15 vtraq; duarum superficierum a f & g d rationalis. Sit quadratū ergo l m: ęquale superficiei a f. eritq; rationale: & latus eius rationale in potentia. Intra illud quadratum protracta diagonali linea l m, describatur quadratū l n: æquale superficiei g d. eritq; ipsum rationale: & eius latus rationale in potentia. protrahantur autem duæ lineæ m p, q n, æquidistanter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratum p r esse æquale superficiei a c: & eius latus quod est n p esse residuum. Cum enim linea d e sit ex hypothesi medio loco proportionalis inter b f & f d: erit ex prima sexti superficies h d medio loco proportionalis inter duas superficies a f & g d, ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cūq; ex prima sexti sit superficies l p medio loco proportionalis inter eadē duo quadrata: erit l p æqualis d h, & etiam h c. Et quia quadratū l n est ęquale g d: erit t r ęquale g e. totus itaq; gnomo circūscriptus quadrato m n: est æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f: relinquitur m n æquale a c. Qđ autem n p latus quadrati m n sit residuum: sic collige. Est enim vtraq; duarum p t & t n rationalis in potentia: eo ꝙ vtrunq; quadratum l m & n l est rationale. vnaq; earū est incōmensurabilis alij per primam sexti & 10 huius: eo ꝙ quadratum l m est incōmensurabile l r superficiei/ sicut superficies a f superficiei h d. De quibus manifestum est ꝙ ipsæ sunt incōmensurabiles. est enim per primam sexti vna earum ad alteram: sicut linea b f quæ est rationalis in lōgitudine ad lineam d e quæ est rationalis in potentia tantum. ex 68 igitur linea p n quæ potest in superficiem a c: est residuum. Et hoc est quod intendimus.

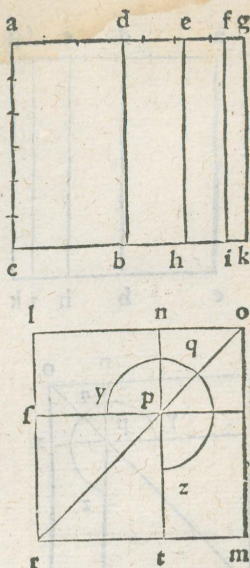
Eucli. ex Zamb. Theorema 67. Propositio 91. 91

¶Si areola compræhendatur sub rationali & apotomæ prima: quæ areolam potest apotome est.



¶THEON ex Zāb. ¶Compræhendatur etenim areola a b: sub rationali a c, & apotomæ prima a d. Dico ꝙ ipsam a b areolam potens: apotome est. Quoniam apotome est a d: esto eidem congruens per 79 decimi d g. Ipsæ igitur a g, d g: rationales sunt potentia tantum commensurabiles. & tota a g: per tertias diffinitiones cōmēsurabilis est ipsi a c expositæ rationali: & a g, ipsa g d per 73 decimi maius potest eo quod fit ex sibi lōgitudine cōmensurabili. Si igitur per 28 sexti quartæ parti eius quod ex d g æquū ad ipsam a g cōparetur deficiens specie a quadrato: in cōmēsurabilia ipsā p 17 decimi diuiserit. Secet per 10 primi d g bifariam in e. & ei quod ex e g æquum ad ipsam a g cōparetur per 28 sexti: deficiēs specie a quadrato. sitq; quod sub a f, f g. cōmensurabilis igitur est a f: ipsi f g. Et per e, f, signa: per 31 primi ipsi a c paralleli excitentur e h, f i. Et

quoniam cõmensurabilis est a g ipsi f g longitudine: & a g igitur vtriq; ipsarũ a f, f g, cõmensurabilis est longitudine. Sed a g cõmensurabilis est ipsi a c. & vtraq; igitur ipsarũ a f, f g: cõmensurabilis est longitudine ipsi a c. & rationalis est a c. rationalis igitur est & vtraq; ipsarum a f, f g. quare & vtrunq; ipsorum a i, f k, rationale est. Et quoniã cõmensurabilis est d e ipsi e g (ęquales namq;) quæ vero æqualia cõmensurabilia sunt lõgitudine: & d g igitur vtriq; ipsarum d e, e g, longitudine cõmensurabilis est. Rationalis autẽ est d g: et ipsi a c longitudine incõmensurabilis. rationalis igitur est & vtraq; ipsarũ d e, e g: & ipsi a c lõgitudine incõmensurabilis. vtrunq; igitur ipsorum d h, e k: medium est. Apponatur iam / ipsi quidem a i æquum quadratum l m: ipsi autem f k æquum auferatur communem ipsi l m angulũ habẽs eũ qui sub l o, o m, sitq; n x. circa eundem igitur dimetientem sunt per 26 sexti: ipsa l m, n x, quadrata. sit eorum dimetiẽs o r: ac describatur figura. Quoniam certe rectangulum cõpræhensum sub a f, f g, æquũ est ei quod ex g e quadrato: est igitur per 17 sexti sicut a f ad e g, sic e g ad f g. Sed sicut quidem a f ad e g, sic per primam sexti a i ad e k: sicut autem e g ad f g, sic est e k ad k f. Ipsorum igitur a i, k f: mediũ proportionale est e k. est autem ipsorum l m, n x, mediũ proportionale n m: sicut in pręcedentibus patuit per lemma 53 decimi. & a i, ipsi quidem l m quadrato ęquũ est: at k f, ipsi n x. & e k igitur: ipsi m n est æquale. Sed e k: per 36 primi ipsi d h est æquale. & m n: ipsi l x. Igitur d k: æquum est ipsi y q z gnomoni, & ipsi n x. Est autem & a k: æquũ ipsis l m, n x, quadratis. Reliquum igitur a b: per 43 primi æquum est ipsi s t, hoc est ei quod fit ex l n quadrato. Quod igitur ex l n quadratum: ipsi a b æquum est. Ipsa igitur l n: ipsam a b areolam potest. Dico ꝙ & l n apotome est. Quoniam enĩ rationalia sunt a i, f k, & æqualia sunt ipsis l m, n x: & vtrũq; igitur ipsorũ l m, n x, rationale est / hoc est quod fit ex vtraq; ipsarum l o, o n. & vtraq; igitur ipsarum l o, o n: rationalis est. Rursus quoniã d h mediũ est / & ipsi l x est æquale: medium igitur est l x. Et quoniam l x medium est / & n x rationale: incõmensurabile igitur est l x: ipsi n x. Sicut autem l x ad n x: sic est l o ad o n. Incõmensurabilis igitur est per 11 decimi l o: ipsi o n longitudine. Et vtręq; rationales. ipsæ igitur l o, o n: rationales sunt potẽtia tãtum cõmensurabiles. Apotome igitur est per 73 decimi l n: & ipsam a b areolã potest. Quæ igitur ipsam a b areolam potest: apotome est. Si areola igitur cõprę hendatur sub rationali & apotomæ prima: quæ areolam potest apotome est. Quod erat ostendendum.



87 Eucli. ex Camp. Propositio 87

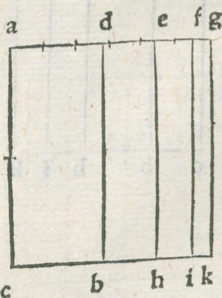
SI superficies aliqua linea rationali residuoq; secundo contineatur: linea in eãdem potens erit residuum mediale primum.

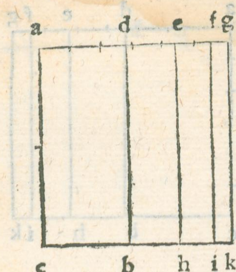
¶CAMPANVS. ¶In hac quoq; argue sicut in præmissa ex diffinitione residui secundi & secunda parte 13 & nona & decimanona & 15 & 69.

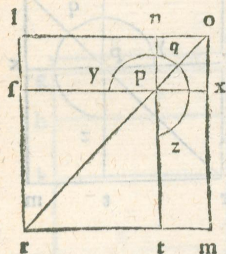
92 Eucli. ex Zamb. Theorema 68. Propositio 92.

¶Si areola compræhensa fuerit sub rationali & apotomæ secũda: quæ areolam potest mediæ apotome est prima.

¶THEON ex Zamberto. ¶ Areola namq; a b: cõpræhendatur sub rationali a c, & secunda apotomæ a d. Dico ꝙ quæ a b areolã potest: mediæ apotome est prima. Esto enim per 79 decimi ipsi a d cõgruens d g. Ipsæ igitur a g, g d: rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles per tertias diffinitiones. & ipsa d g congruens: cõmensurabilis est ipsi a c expositæ rationali. ipsa vero a g tota / ipsa congruente g d maius potest: eo quod fit ex sibi commensurabili. Si autẽ quartæ parti eius quod fit ex g d æquum ad ipsam a g cõparetur per 28 sexti specie deficiens a quadrato: ipsam dirimet in cõmensurabilia per 17 decimi. Secetur per 10 primi nempe d g bifariam in e: & ei quod ex e g æquum ad ipsam a g comparetur specie deficiens a quadrato / sitq; quod sub a f, f g. cõmensurabilis igitur est a f: ipsi f g longitudine. Et per ipsa e, f, g, signa: per 31 primi ipsi a c paralleli excitentur e h, f i, g k. Et quoniam per 15 decimi a f ipsi f g longitudine cõmensurabilis est: & a g igitur vtriq; ipsarum a f, f g, longitudine







cõmensurabilis est. Rationalis autẽ est a g: & ipsi a c longitudine incommensu rabilis. & vtraq; igitur ipsarũ a f, f g, rationalis est: & ipsi a c longitudine incõ mensurabilis. vtrũq; igitur ipsorũ a i, f k: medium est. Rursus quoniã cõmen surabilis est d e ipsi e g: & d g igitur per 6 decimi & per 15 decimi vtriq; ipsa rum d e, e g, cõmensurabilis est. Sed d g: ipsi a c longitudine commensurabilis est. Rationalis igitur est vtraq; ipsarum d e, e g: & ipsi a c longitudine cõmensu rabilis. igitur & vtrũq; ipsorum d h, e k: per 19 decimi rationale est. Constitua tur ergo per 14 secundi ipsi quidem a i æquum quadratum l m: ipsi autem f k æquum auferatur n x, circa eundem existens angulum ipsi l m qui sub l o m. Circa eundem igitur dimetientem sunt ipsa l m, n x, quadrata. Esto per 26 se xti ipsorum dimetiens o r: & describatur figura. Quoniam nempe ipsa a i, f k, media sunt/ & adinuicem cõmensurabilia/ & eis quæ ex l o, o n, sunt æqualia: & quæ igitur ex l o, o n, media sunt. & ipsæ l o, o n, igitur: mediȩ sunt potentia tantum cõmensurabiles. Et quoniam quod sub a f, f g, æquum est ei quod ex e g: est igitur sicut a f ad e g: sic e g ad f g. Sed sicut quidem a f ad e g: sic a i ad e k. sicut autem e g ad f g: sic e k ad f k. Ipsorum igitur a i, f k: medium pro portionale est e k. Sed ipsorum l m, n x, quadratorum: medium proportio nale est per lemma 53 decimi m n. & a i quidem æquum est ipsi l m: & f k ipsi n x. Igitur m n: ipsi e k æquum est. Sed ipsi quidem e k, ȩquum est d h: at m n, ipsi l x per 36 primi est æquale. Totum igitur d k: æquum est ipsi y q z gno moni & ipsi n x. Quoniam ergo totum a k æquum est ipsis l m, n x, quorum d k æquum est ipsi y q z gnomoni & ipsi n x: reliquũ igitur a b ipsi t s est æqua le. At t s: ei quod ex l n. quod igitur ex l n: ipsi a b areolæ æquum est. ipsam igi tur a b areolam: ipsa l n potest. Dico q̃ l n mediæ apotome est prima. Quoniã enim e k rationale est/ & ipsi n m æquale hoc est ipsi l x: rationale igitur est l x, hoc est ei quod sub l o, o n, per constructionem. Ostensum autem est: q̃ n x me dium est. Igitur l x: ipsi n x est incõmensurabile. Sicut autem l x ad n x: sic l o ad o n. Ipsæ igitur l o, o n, longitudine sunt incõmensurabiles. Ipsæ igitur l o, o n, mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles/ rationale comprȩhendentes. Ipsa igitur l n: mediȩ apotome est prima per 74 decimi. Et ipsam a b potest areolã. Igitur quæ ipsam a b areolã potest: mediȩ apotome est prima. Si areo la igitur comprȩhensa fuerit: & quæ sequuntur reliqua. quod erat ostendendũ.

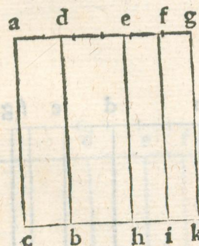
Eucli. ex Camp. Propositio 88 88

SI linea rationali residuoq; tertio superficies continea tur: erit linea super eam potens residuum mediale se cundum.

CAMPANVS. Priori demonstrationi insiste: & facile concludes proposi tum ex diffinitione residui tertij & secunda parte 13 & 9 & 19 & 70.

Eucli. ex Zamb. Theorema 69. Propositio 93. 93

Si areola comprȩhendatur sub rationali & apotomȩ tertia: quæ areolam potest mediæ apotome est secunda.



THEON ex Zamberto. Areola enim a b: comprȩhendatur sub rationali a c, & apotomȩ tertia a d. Dico q̃ quæ ipsam a b areolam potest: mediæ apo tome est secunda. Esto inq̃ per 79 decimi ipsi a d congruens d g. ipsæ igitur a g, g d, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. & neutra ipsarum a g, g d: ipsi a c expositæ rationali cõmensurabilis est lõgitudine. At per 87 decimi Si tota a g, ipsa d g congruẽte maius potest: eo quod fit ex sibi cõmensurabili. Si igitur quartæ parti eius quod fit ex d g æquum ad ipsam a g apponatur specie deficiens a quadrato: in incommensurabilia per 18 decimi ipsam diuiserit. se cetur per 10 primi nempe d g bifariam in e. & per 18 sexti ei quod ex e g ȩquũ ad ipsam a g cõparetur specie deficiens a quadrato: sitq; quod sub a f, f g. Ex citẽturq; per 31 primi per e, f, g, signa: ipsi a c paralleli e h, f i, g k. cõmensura biles igitur sunt a f, f g. cõmensurabile igitur est & a i ipsi f k. Et quoniam a f, f g, commensurabiles sunt longitudine: & a g igitur per parabolem vtriq; ip sarum a f, f g, cõmensurabilis est lõgitudine. Rõnalis autẽ est a g: & ipsi a c lõ gitudine incõmẽsurabilis. & vtraq; igitur ipsarũ a f, f g, rationalis est: & ipsi a c

longitudine incommensurabilis.& vtrūq; igitur ipsorum a i,f k:per 21 decimi medium est.Rursus quoniam cōmensurabilis est d e ipsi e g lōgitudine:& d g igitur vtriq; ipsarum d e,e g,longitudine cōmēsurabilis est per 16 decimi.Rationalis autē est g d:& ipsi a c lōgitudine incōmēsurabilis.rationalis igitur est & vtraq; ipsarum d e,e g:& ipsi a c longitudine incommensurabilis.Vtrumq; igitur ipsorum d h,e k:per 21 decimi medium est.Et quoniam a g,g d,potentia tantum sunt cōmensurabiles:incōmensurabilis igitur est longitudine a g ipsi g d.Sed a g,ipsi quidē a f lōgitudine cōmensurabilis est:& d g,ipsi e g.incōmensurabilis igitur est a f ipsi e g lōgitudine.Sicut autē a f ad e g:sic a i ad e k,incōmēsurabile igitur est a i:ipsi e k.Cōstituatur igitur per 14 secundi/ipsi quidē a i æquum quadratū l m:ipsi autē f k ęquum auferatur n x,circa eundem existens angulū cū m l.Circa igitur eunde dimetientē:sunt l m & n x. esto per 26 sexti ipsorum dimetiens o r:describaturq; figura. Quoniam igitur quod sub a f,f g,æquum est ei quod ex e g:est igitur per 17 sexti sicut a f ad e g,sic e g ad f g.Sed sicut quidem a f ad e g:sic est a i ad e k:sicut autem e g ad f g,sic est e k ad f k.& sicut igitur a i ad e k:ita e k ad f k.Ipsorum igitur a i,f k,medium proportionale est e k,est autē per lēma 53 decimi ipsorū l m,n x,quadratorū:mediū ꝓportionale m n.& a i,æquū est ipsi l m:& f k,ipsi n x. Et e k igitur:ęquū est ipsi m n.Sed m n,ipsi l x est ęquale:& e k,ipsi d h ęquū est ꝑ 26 primi.& totū igit̄ d k:æquū est ipsi y q z gnomoni & ipsi n x.Est aūt & a k:æquū ipsis l m,n x.reliquum igitur a b:æquum est ipsi s t,hoc est ei quod ex l n quadrato.Igitur ipsa l n:ipsam a b areolam potest.Dico iam ꝙ l n mediæ apotome est secunda.Quoniam enim ostensum est ꝙ a i,f k,media sunt & æqualia eis quæ ex l o,o n:medium igitur est per correlariū 23 decimi & vtrūq; ipsorum quæ ex l o,o n.media igitur est vtraq; ipsarum l o,o n. Et quoniam a i ipsi f k cōmensurabile est:igitur quod ex l o,ei quod ex o n cōmensurabile est. Rursus quoniam ostensum est ꝙ a i ipsi e k incōmensurabile est: incōmensurabile igitur est l m ipsi m n,hoc est quod ex l o,ei quod sub l o,o n.quare & l o:incōmensurabilis est longitudine ipsi o n.Ipsæ igitur l o,o n:mediæ sunt potentia tantum commensurabiles.Dico iam ꝙ & medium compræhendunt.Quoniam patuit ꝙ e k medium est/& ei est æquale quod sub l o,o n: medium igitur per correlarium 23 decimi est & quod sub l o,o n.Quare ipsæ l o,o n,mediæ sunt potentia tantum commensurabiles medium comprȩhendentes.Ipsa igitur l n mediæ apotome est secunda per 75 decimi:& ipsam potest a b.Quæ igitur ipsam a b areolam potest:mediæ apotome est secūda.Quod ostendere oportebat.

89 Eucli.ex Camp. Propositio 89.

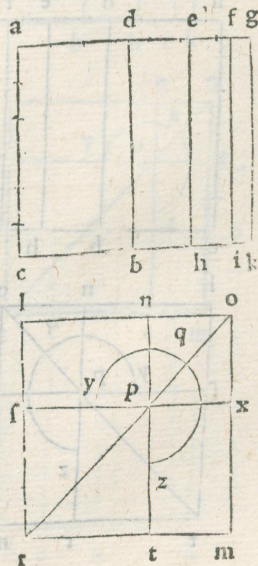
SI fuerit superficies linea rationali residuoq; quarto contenta:linea super eam potens erit linea minor.

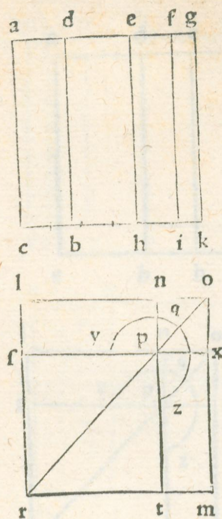
¶CAMPANVS.¶In hac quoq;: nō aliter procedas q̄ prius.facile erit ibi propositum cōcludere:si præmissam nō despicis/ex diffinitione residui quarti & secūda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71.& sic patebit ꝓpositū.

94 Eucli.ex Zamb. Theorema 70. Propositio 94.

¶Si areola compræhendatur sub rationali & quarta apotomȩ: quæ areolam potest minor est.

¶THEON ex Zāb.¶Areola nāq; a b:cōpræhendat̄ sub rōnali a c,& quarta apotomȩ a d.Dico ꝙ q̄ a b areolā pōt:minor est.Sit enī per 80 decimi ipsi a d cōgruēs d g.ipsę igit̄ a g,g d:rationales sūt potētia tm̄ cōmēsurabiles.& a g:ipsi a c expositȩ rationali lōgitudine cōmēsurabilis est.& tota a g:ipsa d g cōgruēte maius potest eo quod fit ex sibi lōgitudine incōmensurabili.Q̄m̄ igit̄ ꝑ 51 decimi a g ipsa g d maius potest eo qđ fit ex sibi lōgitudine incōmēsurabili:si igit̄ quartȩ parti eius qđ ex d g ęquū ad ipsam a g cōparet̄ per 28 sexti specie deficiēs a quadrato/in incōmēsurabilia per 18 decimi ipsā diuiserit.Secet̄ ꝑ 10 primi igit̄ d g bifariā in e:& ei qđ ex e g ꝑ 28 sexti ęquū ad ipsam a g cōparetur specie deficiēs a quadrato/sitq; quod sub a f,f g.Incōmēsurabilis igit̄ est lōgitudine a f:ipsi f g.Excitentur igitur per 31 primi per e,f,g,signa/paralleli ipsis a c,b d:sintq; e h,f i,g k.Quoniā igitur rationalis est a g,& ipsi a c lōgitu





dine commensurabilis:rationale igitur est totum a k. Rursus quoniam commē-surabilis est d g ipsi a c longitudine/& vtræq; sunt rationales:medium igitur est d k per 21 decimi. Rursus quoniam incōmensurabilis est a f ipsi f g longitu-dine:incommensurabile igitur est per 9 decimi & a i ipsi f k. Constituatur igi-tur per 14 secundi ipsi quidem a i æquum quadratū l m:ipsi autem f k ęquum auferatur n x. Ad eundem igitur sunt angulum qui sub l,o,m:ipsa l m & n x. circa igitur eundem dimetiētem sunt per 26 sexti:ipsa l m, n x, quadrata. Sit ipsorum dimetiēs o r:describaturq; figura. Quoniam igitur quod sub a f, f g, æquū est ei quod ex e g:proportionale igitur est per decimāseptimā sexti sicut a f ad e g, sic e g ad f g. Sed sicut quidem a f ad e g:sic a i ad e k. sicut au-tem per primam sexti e f ad f g:sic e k ad f k. Ipsorum igitur a i, f k, medium proportionale est e k. Ipsorum autem l m, n x, quadratorū per lēma 53 decimi medium proportionale est n m. & a i ęquū est ipsi l m:& f k ipsi n x. & e k igit: ipsi m n est æquale. Sed ipsi quidē e k, æquū est d h:ipsi autē m n, æquū est l x. Totū igit̄ d k:ęquū est ipsi y q z gnomoni/& ipsi n x. Quoniā igit̄ a k totū ęquū est ipsis l m, n x, quadratis/quorū d k æquū est ipsi y q z gnomoni & ipsi n x quadrato:reliquū igit̄ a b per secūdā cōmunē sentētiā ęquū est ipsi s t hoc est ei qđ fit ex l n quadrato. Igit̄ l n:ipsam a b areolā potest. Dico q̄ l n irra-tionalis est:appellata minor. Qm̄ eni a k rationale est/& eis est ęquale quæ ex l o, o n, sunt quadratis:conflatum igitur ex ijs quæ ex l o, o n, rationale est per diffinitionem. Rursus quoniā d k medium est/& d k ęquū est ei quod bis sub l o, o n:quod igitur bis sub l o, o n, medium est. Et quoniā patuit q̄ a i ipsi f k est incommensurabile:incommensurabile igitur est per 11 decimi quadratum quod ex l o, ei quod ex o n quadrato. Ipsæ igitur l o, o n:per 76 decimi potē-tia sunt incommēsurabiles/efficientes conflatum quidem earum quadratis ra-tionale/quod vero bis sub ipsis medium. Ipsa igitur l n, irrationalis est appel-lata minor:& ipsam areolam a b potest. Quę igitur ipsam a b areolam potest: minor est. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 90. 90

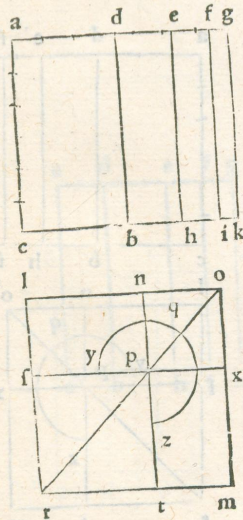

SI fuerit linea rationali residuoq; quinto supficies cōtēta: latus eius tetragonicū/erit cū rōnali cōponēs mediale.

CAMPANVS. Nitere pmissa argumētatione ex diffinitione residui quinti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72:quod propositum est concludere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 71. Propositio 95. 95

Si areola compræhendatur sub rationali & quinta apotomæ: quæ areolam potest/est quæ cum rationali medium totum conficit.

THEON ex Zamberto. Areola etenim a b:compræhendatur sub rationali a c, & quinta apotomæ a d. Dico q̄ quæ ipsam areolam a b potest:est quę cū rationali medium totum conficit. Sit namq; per 79 decimi ipsi a d congruens d g. ipsæ igitur a g, g d, per 80 decimi rationales sunt potentia tantum com-mensurabiles. & congruens g d. commensurabilis est longitudine ipsi a c ex-positæ rationali. Sed tota a g:congruente d g maius potest eo quod fit ex sibi incōmensurabili. Si igit̄ per 28 sexti quartæ parti eius quod ex d g, æquū ad ipsam a g p 17 decimi cōparetur deficiēs specie a quadrato:in incōmensu-rabilia ipsam diuidet. Secetur igitur per decimam primi d g bifariam in e si-gno:& ei quod ex e g per 28 decimi ęquum ad a g comparetur specie defici-ens a quadrato/sitq; quod sub a f, f g. Incommensurabilis igitur est per 9 & 34 decimi a f:ipsi f g longitudine. Exciteturq; per 31 primi per e, f, g, signa ipsi a c paralleli e h, f i, g k. Et quoniam a g ipsi a c longitudine est incom-mēsurabilis/& vtræq; sunt rationales:mediū igit̄ est a k. Rursus qm̄ d g est ra-tionalis/& ipsi a c lōgitudine cōmensurabilis:rationale igit̄ est d k. Cōstituat̄ igitur per 14 secundi ipsi quidē a i ęquū quadratū l m:ipsi autē f k æquū qua-dratū auferat̄ n x. Ad eūdē angulū qui sub l, o, m:sūt ipsa l m et n x. ad eādē igi-tur diametrū:sūt l m, n x quadrata. Sit p 26 sexti ipsorū dimetiēs o r:describa-turq; figura. Similiter iā ostēdemus:q̄ l n pōt ipsā a b areolā. dico q̄ ipsa l n:est



quæ cum rationali mediū totū conficit. Quoniā enim ostensum q̃ a k medium est,& eis sunt æqua quæ ex l o,o n: conflatū igitur quæ ex l o,o n,mediū est, per correlariū 23 decimi. Rursus qm̄ d k rationale est,& ei est æquū qđ bis sub l o,o n:& quod bis igitur sub l o,o n,rationale est. Et quoniam incommensurabile est a i ipsi f k: incommensurabile igitur est quod ex l o,ei quod ex o n. Ipsæ igitur l o,o n: potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarum quadratis mediū, quod autem bis sub ipsis rationale. reliqua igitur l n per 77 decimi irrationalis est: appellata cum rationali mediū totum efficiens. Et ipsam a b areolam potest. quæ igitur ipsam a b areolam potest: est quæ cum rationali medium totum efficit. Quod oportuit demonstrare.

91 Eucli. ex Camp. Propositio 91.

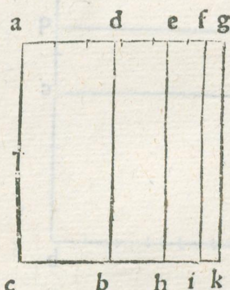
SI linea rationali residuoq; sexto superficies contineatur: latus tetragonicum quod super eam potest, cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.

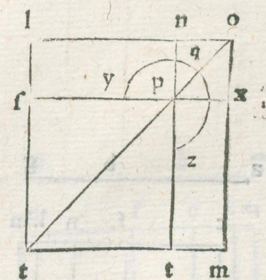
CAMPANVS. Nunc quoq; vltimo quod per hanc dicitur: præmisso modo satage concludere ex diffinitione residui sexti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 73. In his autem omnibus processum tuum nihil offendere poterit: si primam earum & perfecte didiceris & memoriter tenueris, & quid quoq; supponet sollerter attenderis. Qz si forsan de aliquo in quadrato l m te dubitare contigerit: ad suū æquale in superficie a d tibi recurrēdū erit, & patebunt tuo ingenio.

96 Eucli. ex Zamb. Theorema 62. Propositio 96.

Si areola comprǣhendatur sub rationali & apotomę sexta: quæ areolam potest, est quæ cum medio medium totum efficit.

THEON ex Zāb. Areola namq; a b: comprǣhendatur sub rationali a c & apotomæ sexta a d. Dico q̃ quę a b areolam potest: est quę cum medio mediū totum efficit. Esto enim per 79 decimi ipsi a d cōgruens d g. ipsæ igitur a g, g d, per 90 decimi rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Et neutra ipsarum a g, g d, per tertias diffinitiones commensurabilis est ipsi a c expositæ rationali longitudine: & tota a g ipsa d g congruente maius potest eo quod fit ex sibi longitudine incommensurabili. Qm̄ igitur a g ipsa g d maius potest eo qđ fit ex sibi lōgitudine icōmēsurabili: si igitur per 28 sexti quartę parti eius quod ex d g æquū ad ipsam a g cōparetur specie deficiēs a quadrato, in incōmēsurabilia ipsam p 17 decimi diuidet. Secetur igit̄ p 10 primi a g bifariā in signo e:& ei quod ex e g per 28 sexti æquū ad ipsam a g cōpareť specie deficiens a quadrato, sitq; quod sub a f, f g. Incōmensurabilis igitur est per 18 decimi a f: ipsi ipsi f g longitudine. Sicut autem per primam sexti a f ad f g: sic a i ad f k, incommensurabile igitur est per 9 decimi a i ipsi f k. Et quoniam ipsę a g, a c, rationales sunt potentia tantum commensurabiles: medium est a k. Et quoniam ipsæ a c, d g, rationales sunt longitudine incommensurabiles: mediū est & d k per 21 decimi. Quoniam igitur ipsæ a g, g d, potentia tantum sunt commensurabiles: igitur a g ipsi d g longitudine est incommensurabilis. Sicut autem a g ad g d: sic est a k ad d k. incommensurabile igitur est a k: ipsi k d. Constituatur igitur per 14 secundi ipsi a i, ęquum quadratū l m: ipsi autem f k, ęquum auferatur n x. circa eundem dimetiētem igitur: per 26 sexti sunt ipsa l m, n x, quadrata. esto ipsorū dimetiēs o r: describaturq; figura. Similiter iā ex præcedentibus ostendemus: q̃ l n potest ipsam a b areolam. Dico q̃ ipsa l n est quæ cum medio medium totum efficit. Quoniam namq; patuit q̃ a k medium est, & eis est æquale quæ ex l o,o n: conflatum igitur ex ijs quæ ex l o,o n, medium est per correlarium 23 decimi. Rursus quoniam patuit q̃ d k mediū est, & ei æquale quod bis sub l o,o n:& quod igitur bis sub l o,o n, mediū est. Et quoniam patuit q̃ a k ipsi d k est incommensurabile: incommensurabilia igitur sunt & quæ ex l o,o n, fiunt quadrata ei quod bis sub l o,o n. Et quoniam a i ipsi f k est incommensurabile: incommensurabile est igitur & quod ex l o ei quod ex o n. Ipsæ l o,o n, igitur per 78 decimi potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarum quadratis medium, & quod bis sub ipsis medium, insuper quæ ex ipsis quadrata incommensurabilia

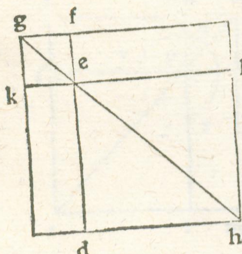




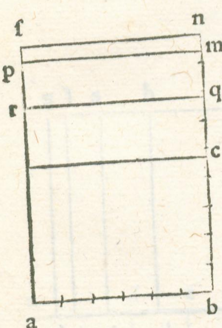
ei quod bis sub ipsis. Ipsa igitur l o irrationalis est: appellata cum medio me-
dium totum efficiens. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 92.

SI ad lineam rationalem superficies æqualis quadrato 93
residui applicetur: alterum latus residuum primum esse
necesse est.

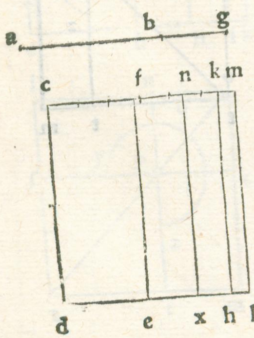


¶CAMPANVS. ¶Hæ sex sequentes: sunt conuersæ sex pręcedē-
tium per ordinem. Huius autē primæ hæc est intētio. q̄ si sit superficies a c ad-
iuncta ad lineam rationalē a b, æqualis quadrato residui quod sit d e: erit eius
latus secundū quod est b c necessario residuum primum. Adijciatur enim lineæ
d e quæ proponitur esse residuū: linea per cuius abscisionē ipsa d e fuerit resi-
duum. sitq; ei adiuncta e f. eritq; ex 68 vtraq; duarum linearum d f & f e: ratio-
nalis in potentia/& vna earum incommensurabilis alij. Describatur ergo qua-
dratum lineæ f e, quod sit e g: & quadratum d e quę posita est esse residuū/quod
sit e h. & adijciantur supplementa d k & f l. eritq; quadratum g h tanq̄ quadra-
tum lineæ d f: & quadratum e h erit sicut superficies a c. Erit etiam vtrūq; qua-
dratorum g h & g e. rationale. Sit igitur superficies a m adiuncta ad lineam a
b: æqualis quadrato g h. eritq; ob hoc rationalis. quare per 16 linea m n est ra-
tionalis in lōgitudine. superficies vero p n sit æqualis quadrato e g: quæ etiam
propter hoc erit rationalis. & per 16 linea m n rationalis in longitudine. itaq;
tota linea b n est rationalis per 9. Diuidatur autem c n per æqualia in q: & du
catur q r æquidistans a b. eritq; ex prima sexti c r æqualis r n. Manifestum vero
est q̄ cum tota superficies a n sit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter
acceptis quæ sunt quadrata duarū linearum d f & f e, & superficies a c sit ęqua-
lis quadrato lineæ d e quod est e h: erit per 7 secūdi superficies residua ex a n
quæ est c s æqualis duplo superficiei ex d f in f e. quare & horum dimidia quæ
sunt r n & d g: necesse est esse æqualia. Cūq; igitur ex prima sexti sit superficies d
g medio loco proportionalis inter duo quadrata g h & g e: erit quoq; superfici-
es r n medio loco proportionalis inter duas superficies a m & p n. ideoq; per
primam sexti erit etiam q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m
& m n. Cumq; sit q n dimidium lineę n c, & linea b n diuisa per punctum m in
duo communicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis: sequitur ex
prima parte 13 q̄ linea b n sit potentior linea n c in quadrato lineę secum cō-
municantis in lōgitudine. Quia ergo superficies d g est medialis ex 19/ex hy-
pothesi autem superficies c r sibi æqualis medialis/& linea c q rationalis in po-
tentia tantum per 20/ideoq; etiam duplum eius quod est linea n c est rationalis
tantum in potentia quia ergo b n est rationalis in longitudine communicans
lineæ a b positæ rationali/& potentior n c in quadrato lineę sibi cōmunicantis
in longitudine: sequitur ex diffinitione lineam b c esse residuum primum. Quod
est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 73. Propositio 97.

¶Quæ ab apotomę ad rationalem comparata latitudo: primā 97
efficit apotomen.



¶THEON ex Zāb. ¶Sit apotome a b, rationalis autem sit c d: & ei quod ex
a b æquum ad ipsam c d comparetur c e, latitudinem efficiens c f. Dico q̄ c f
est prima apotome. Esto inquā per 79 decimi ipsi a b congruens b g. ipsæ igi
tur a g, g b, per 80 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles.
Et ei quidem quod ex a g per 44 primi ęquum/ad ipsam c d comparetur c h:
ei autem quod ex b g, comparetur k l. Totum igitur c l: æquum est eis quæ ex a
g, g b, quorum c e ęquum est ei quod ex a b. reliquum igitur f l: æquum est ei
quod bis sub a g, g b. Secetur per 10 primi f m bifariam in signo n: & excite-
tur per 31 primi per n, ipsi c d parallelus n x. Vtrumq; igitur ipsorum: f x, l n,
æquum est ei quod sub a g, g b. Et quoniam quæ ex a g, g b, rationalia sunt, &
eis quę ex a g, g b, æquū est d m: rationale igitur est per diffinitionē decimi d m.
Et ad rationalē aopponitur c d: latitudinem efficiēs c m. rōnalis igitur est c m,
per 20 decimi: & ipsi c d longitudine incōmensurabilis, Rursus quoniam quod

bis ſub a g, g b, medium eſt per 21 decimi/& ei quod bis ſub a g, g b, æquum eſt f l: medium igitur eſt f l. Et ad ipſam c d rationalem apponitur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt f m: & ipſi c d longitudine incommenſurabilis. Et quoniam quæ ex a g, g b, rationalia ſunt/quod autem bis ſub a g, g b, medium eſt: incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex a g, g b, ei quod bis ſub a g, g b. Et eis quidē quæ ex a g, g b, æquum eſt c l: ei autem quod bis ſub a g, g b, ęquū eſt f l. incōmenſurabile igitur eſt per 9 decimi d m ipſi f l. Sicut autem per primam ſexti d m ad f l: ſic eſt c m ad f m, incommenſurabilis igitur eſt per 13 decimi c m ipſi f m lōgitudine. Et vtræq; ſunt rationales. ipſæ igitur c m, m f: per 11 decimi rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Igitur c f apotome eſt. Dico inſup ꝙ & prima. Qm̄ nēpe eorū q̄ ex a g, g b, medīū ꝓportionale eſt quod ſub a g, g b, & quod ex a g ęquū eſt ipſi c h, ipſi aūt qđ ſub a g, g b, eſt n l, ei autē quod ex b g æquū eſt k l: & ipſorū igitur c h, k l, mediū proportionale eſt n l. Eſt igitur per 1 ſexti ſicut c h ad n l: ſic eſt n l ad k l. Sed ſicut quidem c h ad n l, ſic eſt c k ad n m: ſicut autem n l ad k l, ſic eſt n m ad k m. & ſicut igitur per 11 quinti c k ad n m: ſic n m ad k m. Quod igitur ſub c k, k m: per 17 decimi æquū eſt ei quod ex n m, hoc eſt quartæ parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g ei quod ex g b eſt commenſurabile: commenſurabile eſt c h ipſi k l. Sicut autem c h ad k l: ſic c k ad k m. commēſurabilis eſt igitur per 11 decimi c k ipſi k m. Quoniam igitur binę rectæ lineæ ſunt inæquales ſcilicet c m, m f, & quartæ parti eius quod ex f m ęquum ad ipſam c m apponitur ſpecie deficiens a quadrato quod ſcilicet ſub c k, k m, & c k ipſi k m commenſurabilis eſt: ipſa igitur m c, ipſa m f maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine commenſurabili. Et c m: commenſurabilis eſt ipſi c d expoſitæ rationali. Ipſa igitur c f: per 85 decimi apotome eſt prima. Quæ igitur ex apotomæ ad rationalem comparata latitudo: efficit primam apotomen. Quod erat oſtendendum.

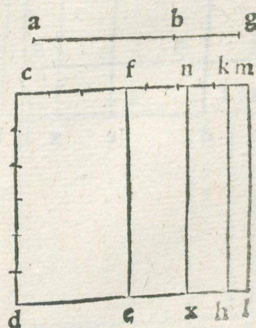
93 Eucli. ex Camp. Propoſitio 93.

CVm adiuncta fuerit ſuperficies æqualis quadrato reſidui medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius erit reſiduum ſecundum.

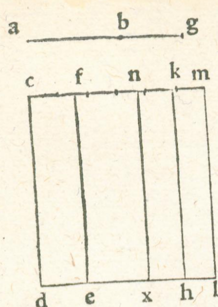
¶CAMPANVS. ¶Hic erit linea d e reſiduum mediale primum: & linea e f erit linea illa per cuius abſciſionem d e fuerat reſiduum mediale primum. Dico ꝙ b c erit reſiduum ſecundum. Quod neſcire non poteris: ſi demonſtrationi ꝓmiſſæ (quouſq; eā ſolido amplectaris habitu) inſtiteris/& quales lineas oporteat eſſe d f & f e vigilanter attenderis. de quo ſi dubitas: 69 requirenda erit.

98 Eucli. ex Zamb. Theorema 74. Propoſitio 98.

¶Quæ a mediæ apotomæ prima ad rationalem comparata latitudo: ſecundam efficit apotomen.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit mediæ apotome prima a b: rationalis autem eſto c d. & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d apponatur c e: latitudinem efficiens c f. Dico ꝙ c f apotome eſt ſecunda. Eſto namq; ipſi a b congruens b g. ipſæ igitur a g, g b: mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles/rationale compræhendentes. Et ei quidem quod ex a g ęquum ad ipſam c d comparetur per 44 primi c h: latitudinem efficiens c k. ei autē quod ex g b æquum ad ipſam k h comparetur k l: latitudinem efficiens k m. Totum igitur c l: æquum eſt eis quæ ex a g, g b. medium igitur eſt & c l. Et ad ipſam c d rationalem comparatur: latitudinem efficiens c m. rationalis igitur eſt & c m: & ipſi c d longitudine incommenſurabilis per 22 decimi. Et quoniam c l æquum eſt eis quæ ex a g, g b, quadratis/quorum quod ex a b æquum eſt ipſi c e: reliquum igitur quod bis ſub a g, g b, æquum eſt ipſi f l. Rationale autē eſt quod bis ſub a g, g b, cōpręhenditur: rationale igitur & f l. Et ad f e rationalem comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt per vigeſimam decimi & f m: & ipſi c d longitudine commenſurabilis.



Quoniam igitur quæ ex a g,g b,hoc est ipsum c l,medium est / quod autem
bis sub a g,b g,hoc est ipsum f l rationale:incõmensurabile igitur est per 9 de
cimi c l ipsi f l.Sicut autem c l ad f l:sic est c m ad f m.incommensurabilis igi-
tur c m:ipsi f m lõgitudine.& vtræq; sunt rationales.Ipsæ igitur c m,m f,ratio
nales sunt potentia tantum commensurabiles.ipsa igitur c f:apotome est per 73
decimi.Dico etiam q; & secunda.Secetur namq; per 10 primi f m bifariam in
n.Exciteturq; per 31 primi per n:ipsi c d parallelus n x.vtrũq; igitur ipsorum f
x,n l,æquum est ei quod sub a g,g b.Et quoniam per lemma 53 decimi ipsorũ
quæ ex a g,g b,quadratorum medium proportionale est quod sub a g,g b,&
quod ex a g ęquum est ipsi c h,quod vero sub a g,g b,ipsi n l,quod autem ex
b g ipsi k l:& ipsorum igitur c h,k l,medium proportionale est n l per idem lẽ-
ma.Est igitur sicut c h ad n l:sic n l ad k l.sed sicut quidem c h ad n l:sic est c k
ad n m.sicut autẽ n l ad k l:sic est n m ad m k. Sicut igitur per 11 quinti c k ad
n m:sic est n m ad k m.Igitur quod sub c k,k m,per 17 decimi ei est æquum
quod ex n m:hoc est quartæ parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g
commensurabile est ei quod ex b g:commensurabile est per primam sexti & 11
decimi & c h ipsi k l,hoc est c k ipsi k m.Quoniam igitur binæ rectæ lineę in-
æquales sunt c m & m f, quartæ autem parti eius quod ex m f per 17 decimi
æquum ad maiorem c m apponitur deficiens specie a quadrato quod scilicet
sub c k,k m,& ipsam in commensurabilia dispescit: ipsa igitur c m ipsa m f
per eandem maius potest eo quod fit ex sibi longitudine commensurabili. Et
congruens f m:per 85 decimi est commensurabilis longitudine ipsi c d exposi-
tæ rationali.Ipsa igitur c f:apotome est secunda per tertias diffinitiones. Quæ
igitur a mediæ apotomę prima ad rationalem comparata latitudo:secundã effi
cit apotomen.Quod erat ostendendum.

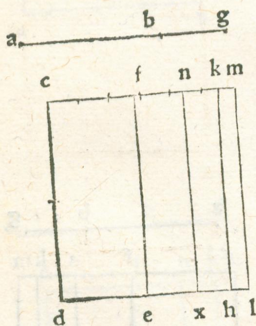
Eucli.ex Camp. Propositio 94. 94

SI superficies æqualis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rationalem: alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

CAMPANVS. Hic etiam erit d e residuum mediale secundum: & sequetur vt sit c b residuum tertium. Quod vt facile concludas/primæ domõstrationi insistas:& quales lineas conueniat esse d f & f e,ex 70 collige.

Eucli.ex Zamb. Theorema 75. Propositio 99. 99

Quæ a mediæ apotomæ secunda ad rationalem comparata latitudo:tertiam apotomen conficit.



THEON ex Zamberto. Esto mediæ apotomę secunda a b:rationalis au-
tem esto c d.& ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d apponatur
c e:latitudinem efficiens c f.Dico q; c f est apotome tertia.Sit namq; a b con-
gruens b g.ipsæ igitur a g,g b, per 81 decimi mediæ sunt potentia tantum
commensurabiles medium compræhendentes.Et ei quidem quod ex a g per
44 primi æquum ad ipsam c d comparetur c h:latitudinem efficiens c k,ei
autem quod ex b g,per eandem æquum ad ipsam k h comparetur k l:latitudi-
nem efficiens k m.Totum igitur c l:æquum est eis quæ ex a g,g b.Et ea quæ ex
a g,g b:media sunt.medium igitur est & c l.Et ad ipsam c d apponitur:latitudi-
nem efficiens c m.Rationalis igitur est c m:& ipsi c d longitudine incõmen-
surabilis. Et quoniam totum c l æquum est eis quæ ex a g,g b,quorum c e
æquum est ei quod ex a b:reliquum igitur l f per 7 secundi æquum est ei quod
bis sub a g,g b.Secetur igitur per 10 primi f m bifariam in n signo:& ipsi c d
per 31 primi parallelus excitetur n x.vtrunq; igitur ipsorum f x,n l:ęquum est ei
quod sub a g,g b.Medium autem est quod sub a g,g b.medium igitur est & l
f.Et ad ipsam e f comparatur: latitudinem efficiens f m.rationalis igitur est
per 22 decimi f m & ipsi c d longitudine incommensurabilis.Et quoniam ipsæ
a g,g b, potentia tantum sunt commensurabiles:incommensurabilis igitur est
per 9 decimi a g ipsi g b longitudine.Incommensurabile igitur est & quod ex
a g:ei quod sub a g,g b.Sed ei quidem quod ex a g,cõmensurabilia sunt quæ
ex a g,g b:ei autem quod sub a g,g b:commensurabile est quod bis sub a g,g

b. Incommensurabilia igitur sunt quæ ex a g, g b: ei quod bis sub a g, g b. Sed eis quidem quæ ex a g, g b, æquum est c l: ei autẽ quod bis sub a g, g b, æquũ est f l. Incommensurabile igitur est c l: ipsi f l. Sicut autem c l ad f l: sic est per primam sexti & 11 decimi c m ad f m. incommensurabilis igitur est c m: ipsi f m longitudine. Et vtræq; sunt rationales. Ipsæ igitur c m, m f: rationales sunt potentia tantum commẽsurabiles. Apotome igitur est c f. Dico q; & tertia. Quoniam enim quod ex a g commensurabile est ei quod ex b g: cõmensurabile igitur est & c h ipsi k l, quare & c k ipsi k m. Et quoniam eorum quæ ex a g, g h, per lemma 53 decimi medium proportionale est quod sub a g, g b, & ei quidẽ quod ex a g ęquum est c h, ei autem quod ex g b æquũ est k l, ei autem quod ex a g, g b, æquum est n l: & ipsorũ c h, k l, igitur per lemma 53 decimi medium proportionale est n l. Est autem sicut c h ad n l: sic est n l ad k l. Sed sicut c h ad n l: sic per primã sexti est c k ad n m. sicut autem n l ad k l: sic est n m ad k m. quod igitur sub c k, k m: æquum est ei quod ex m n, hoc est quartæ parti eius quod ex f m. Quoniam igitur binę rectæ lineę inæquales sunt c m, m f, & quartæ parti eius quod ex f m per 17 decimi æquum ad ipsam c m apponitur specie deficiẽs a quadrato/ & in cõmensurabilia ipsam diuidit: igitur c m ipsa m f maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili. Et ipsorum c m, m f, neutra commensurabilis est longitudine ipsi c d expositæ rationali. Ipsa igitur c f: per 95 decimi apotome est tertia. Quæ igitur ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem comparata latitudo: efficit tertiam apotomen. quod erat ostẽdendum.

95 Eucli. ex Camp. Propositio 95.



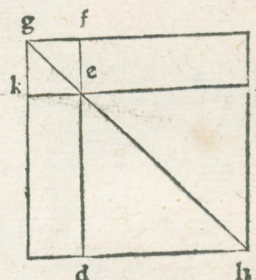
Vm adiuncta fuerit lineæ rationali superficies æqualis quadrato lineæ minoris: latus eius secundum erit residuum quartum.

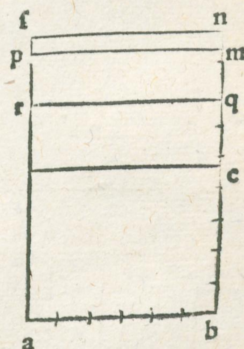
CAMPANVS. Si fuerit d e linea minor: asserit hæc 95 q; b c erit residuum quartum. Est autem sumendum ex 71 quales lineas esse necesse sit d f & f e: cum d e fuerit linea minor. & est astruendum propositum præmisso modo: excepto q; in hac & duabus sequentibus necesse est lineam b n diuidi ad punctum m in duo incommensurabilia/ quæ in tribus præmissis diuidebatur necessario in duo commensurabilia. nam in tribus præmissis fuerant duæ lineæ d f & f e communicantes in potentia tantum: & ideo earum quadrata cõmunicantia/ propter quod & superficies a m & p n quadratis earum ęquales cõmunicantes/ quapropter etiam & duæ lineæ b m & m n, ideoq; fuit in tribus præmissis linea b n potẽtior linea n c: in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine ex prima parte 13. In hac autem & duabus sequentibus sunt duæ lineæ d f & f e incommensurabiles in potentia/ vt apparet ex 71 & 72 & 73. & ideo earum quadrata/ propter quod & superficies a m & p n incõmensurabiles/ propter quod & duę lineæ b m & m n incõmensurabiles. ideoq; per primam partem 14 tam in hac q̃ in duabus sequentibus necesse est lineam b n esse potentiorem linea n c: in quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine. Cætera perquire vt prius.

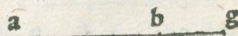
100 Eucli. ex Zamb. Theorema 76. Propositio 100.

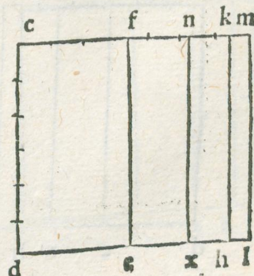
A minori ad rationalem comparata latitudo: efficit quartam apotomen.

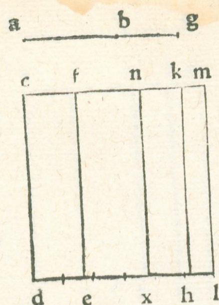
THEON ex Zãberto. Sit minor a b: rationali autẽ esto c d. & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d comparetur c e: latitudinem efficiens c f. Dico q; c f apotome est quarta. Sit per 79 decimi ipsi a b congruens b g. Ipsæ igitur a g, g b, per 80 decimi potentia sunt incommensurabiles: efficientes conflatũ ex ijs quæ ex a g, g b, quadrata rationale/ quod autẽ bis sub a g, g b, medium. Et ei quidem quod ex a g per 28 sexti ęquum ad ipsam c d comparetur c h, latitudinem efficiens c k: ei autem quod ex b g æquum esto k h latitudinem efficiens k m. Totum igitur c l, æquum est eis quod ex a g, g b, & conflatum ex ijs quæ ex a g, g b, rationale est. rationale igitur est & c l. & ad rationalem c d comparatur: latitudinem efficiẽs c m. rationalis igitur est per 20 decimi c m: & ipsi c d longitudine commensurabilis. Et quoniam totum











cl ęquum est eis quę ex a g, g b, quorum c e ęquum est ei quod ex a b: reliquũ
igitur f l per 7 secundi æquum est ei quod bis sub a g, g b. Secetur per 10 pri-
mi f m bifariam in n signo. Exciteturq; per 31 primi p n signum: vtriq; ipsarũ
c d, m l, parallelus n x. vtrunq; igitur ipsorum f x, n l: æquum est ei quod sub a
g, g b. Et quoniam quod bis sub a g, g b, medium est/& ipsi f l æquale: mediũ
igitur est & f l. Et ad ipsam f e rationalem comparatur: latitudinem efficiens f
m. rationalis igitur est f m: & ipsi c d longitudine incommensurabilis. Et quo-
niam conflatum quidem ex ijs quæ ex a g, g b, rationale est / quod autem bis
sub a g, g b, medium: incommensurabilia igitur sunt quæ ex a g, g b, ei quod
bis sub a g, g b. At c l, æquum est eis quę ex a g, g b: ei autẽ quod bis sub a g,
g b, æquum est f l. Incõmẽsurabile igitur est per 9 decimi c l ipsi f l. Sicut autẽ
c l ad f l: per primam sexti & 11 decimi/sic est c m ad m f. Incommẽsurabilis igi-
tur est c m: ipsi f m longitudine. Et vtræq; sunt rationales. Ipsæ igitur c m, m f,
per 73 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igi-
tur est c f. Dico q; & quarta. Quoniam enim ipsæ a g, g b, potentia sunt incõ-
mensurabiles: incommensurabile est igitur & quod ex a g ei quod ex g b. Et ei
quidem quod ex a g, æquum est c h: ei autem quod ex g b, æquum est & k l. In-
commensurabile igitur est c h: ipsi k l. Sicut autem c h ad k l: sic est c k ad k m.
incommensurabilis igitur est per 9 decimi c k ipsi k m longitudine. Et quoniã
ipsorum quæ ex a g, g b, medium proportionale est per lẽma 53 decimi quod
sub a g, g b, & id quod ex a g ęquum est ipsi c h, quod autem ex g b æquum
est ipsi k l, quod vero sub a g, g b, æquum est ipsi n l: ipsorum igitur c h, k l, me
dium proportionale est per idem lemma n l. Est igitur sicut c h ad n l: sic est n l
ad k l. Sed sicut quidem c h ad n l: sic per primam sexti est c k ad k m. sicut autẽ
n l ad k l: sic est n m ad k m. & sicut igitur per 11 quinti c k ad m n: sic est m n
ad k m. Quod igitur sub c k, k m: æquũ est ei quod ex m n, hoc est quartæ par-
ti eius quod ex f m. Quoniam igitur binæ rectę lineæ inęquales sunt c m & m
f, & quartæ parti eius quod ex m f per 17 decimi ad ipsam c m apponitur spe
cie deficiens a quadrato quod scilicet sub c k, k m, & in incommensurabilia ip
sam diuidit: ipsa igitur c m, ipsam f maius potest eo quod fit ex sibi incom-
mensurabili. & tota c m: ipsi c d expositæ rationali cõmensurabilis est longitu
dine. Ipsa igitur c f: apotome est quarta p 85 decimi. A minori ad rationalem
igitur comparata latitudo: quartam efficit apotomen. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 96.

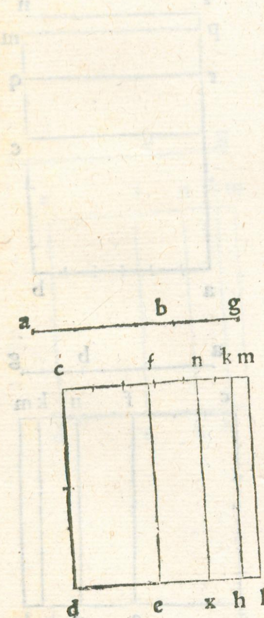


l ad lineam rationalem quadrato lineæ cum rationali 96
constituentis mediale æqualis superficies adiungatur:
latus eius/secundum erit residuum quintum.

¶CAMPANVS. ¶Pone similiter hic lineam d e esse illam quæ
iuncta cum rationali componat totum mediale: & attende ex 72 quales lineas
oporteat esse d f & f e. & concludes sine offendiculo/si prius habitæ demõstra-
tioni oportune institeris: lineam b c esse residuum quintum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 77. Propositio 101.

¶Ab ea quæ cum rationali mediũ totum efficit / ad rationalem 101
latitudo comparata: quintam efficit apotomen.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit cum rationali medium totum efficiens a b: ra-
tionalis autem esto c d. & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d
comparetur c e: latitudinem efficiens c f. Dico q; f c: apotome est quinta. Sit
inquã per 77 decimi ipsi a b: congruens b g. Ipsæ igitur a g, g b, rectæ lineæ
potentia tantum sunt incommensurabiles: efficientes conflatum quidem ex ip-
sarum quadratis mediũ/quod autem bis sub ipsis rationale. Et ei quidẽ quod
ex a g, per 44 primi æquũ ad ipsam c d comparetur c h: ei autem quod ex g
b, æquum esto k l. Totum igitur c l: æquum est eis quæ ex a g, g b. Quod autẽ
conflatum ex ijs quæ ex a g, g b, simul: medium est. mediũ igitur est per 22 de-
cimi c l. Et ad ipsam rationalem c d, apponitur: latitudinem efficiẽs c m. ratio-
nalis igitur est c m: & ipsi c d incommensurabilis. Et quoniam totum c l æquũ
est ijs quæ ex a g, g b, quorum c e ęquum est ei quod ex a b: reliquum igitur f l

æquum eſt ei quod bis ſub a g,g b. Secetur inquam per 10 primi f m bifariam in n: exciteturq; per n per 31 primi vtriq; ipſarum c d,m l, parallelus n x. Vtrũq; igitur ipſorum f x,n l: æquum eſt ei quod ſub a g,g b. Et quoniã quod bis ſub a g,g b, rationale eſt/ & ipſi f l eſt æquale: rationale igitur eſt f l. Et ad rationalem e f, comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt per 20 decimi f m: & ipſi c d longitudine commẽſurabilis. Et quoniam c l quidem mediũ eſt/ at f l rationale: igitur c l ipſi f l eſt incommẽſurabile. Sicut autem c l ad f l: ſic c m ad m f. incommenſurabilis igitur eſt c m: ipſi m f lõgitudine. Et vtræq; ſunt rationales. ipſæ igitur c m,m f: per 73 decimi rationales ſunt potentia tãtum commenſurabiles. Igitur c f apotome eſt. Dicoq; & quinta. Similiter nãq; oſtendemus ꝙ quod ſub c k,k m: ęquũ eſt ei quod ex n m, hoc eſt quartę parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g ei quod ex g b eſt incõmenſurabile/ quod vero ex a g æquum eſt ipſi c h, quod autem ex g b ipſi k l: incommẽſurabile igitur eſt c h ipſi k l. Sicut autem c h ad k l: ſic eſt c k ad k m. Igitur c k: ipſi k m longitudine eſt incommenſurabilis. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt c m,m f, & quartæ parti eius quod ex f m per 17 decimi æquũ ad ipſam c m apponiť ſpecie deficiẽs a quadrato/ & in icõmenſurabilia ipſam diuidit: igitur per 85 decimi c m, ipſa m f maius poteſt eo quod fit ex ſibi longitudine incõmenſurabili. Et congruens f m: ipſi c d rationali expoſitæ eſt cõmenſurabilis. Igitur c f: eſt apotome quinta. Ab ea igitur quæ cũ rationali medium totum: & reliqua quæ ſequuntur. Quod fuerat oſtendendum.

97 Eucli. ex Camp. Propoſitio 97.

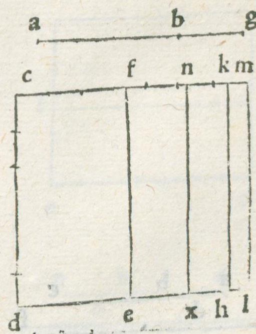
SI ad lineam rationalem ſuperficies æqualis quadrato lineæ cum mediali componentis mediale adiungatur: latus eius alterum erit reſiduum ſextum.

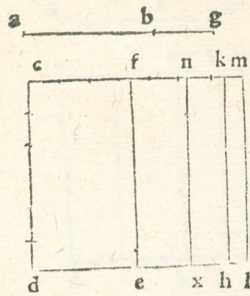
CAMPANVS. Nunc vltimo conuenit lineam d e eſſe illam: quę iuncta cũ mediali cõponit totum mediale. cui adiuncta linea e f (quæ videlicet ſit illa per cuius abſciſionẽ linea d e fuerat quæ proponitur) ſi quales lineas d f & f e eſſe oporteat ex 73 didiceris/ priorẽq; argumentationem firma mente tenueris: ſine obice quoq; lineam b c eſſe reſiduum ſextum concludere poteris. Si autem fortaſſis in aliquo te hæſitare contigerit: quicquid illud fuerit de quadrato g h, ad ſibi æqualem ſuperficiem a n conferendum erit. & ſic patebit propoſitum noſtrum.

102 Eucli. ex Zamb. Theorema 78. Propoſitio 102.

Ab ea quæ cum medio medium totum efficit/ ad rationalem comparata latitudo: efficit ſextam apotomen.

THEON ex Zamberto. Sit cum medio medium totum efficiẽs a b: rationalis autem eſto c d. & ei quidem quod ex a b per 44 primi æquum ad ipſam c d, comparetur c e: latitudinem efficiens c f. Dico ꝙ c f ſexta eſt apotome. Sit inquã per 84 decimi ipſi a b congruens b g. ipſæ igitur a g,g b, potentia ſũt incommenſurabiles: efficiẽtes conflatum quidem ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadratis medium/ & quod bis ſub a g,g b, medium/ inſuper incommenſurabilia quæ ex a g,g b, ei quod bis ſub a g,g b. Comparetur inquam ad ipſam c d, ei quidem quod ex a g æquum c h: latitudinem efficiens c k. ei autem quod ex b g: ſit k l. Totum igitur c l: æquum eſt eis quę ex a g,g b. Igitur c l medium eſt. Et ad rationalem c d, comparatur: latitudinem efficiens c m. rationalis igitur eſt per 22 decimi c m: & ipſi c d longitudine incommenſurabilis. Quoniam igitur c l æquum eſt eis quæ ex a g,g b, quorum c e æquum eſt ei quod ex a b: reliquum igitur f l æquum eſt ei quod bis ſub a g,g b. Et quod bis ſub a g,g b, medium eſt. & f l igitur medium eſt. Et ad ipſam f e, comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur eſt per 22 decimi f m: & ipſi c d longitudine incõmenſurabilis. Et quoniam quæ ex a g,g b, incommenſurabilia ſunt ei quod bis ſub a g,g b, & eis quidem quæ ex a g,g b, æquum eſt c l, ei vero quod bis ſub a g,g b, æquum eſt f l: incommenſurabile igitur eſt c l ipſi f l. Sicut autem c l ad f l: ſic eſt c m ad f m. incõmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi c m ipſi m f longitudine. Et vtræq; ſunt rationales. ipſæ igitur c m,m f: rationales ſunt po-

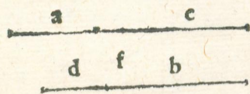




tentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est c f per 73 decimi. Dico ꝙ & sexta. Quoniam f l ęquum est ei quod bis sub a g, g b: secetur per 10 primi in n ipsa f m bifariam, exciteturqꝫ per 31 primi per n ad ipsam c d parallelus n x. Vtrunqꝫ igitur ipsorum f x, n l: ęquum est ei quod bis sub a g, g b. Et quoniam ipsæ a g, g b, potentia sunt incommēsurabiles: incōmēsurabile igitur est quod ex a g, ei quod ex g b. Sed ei quidem quod ex a g, ęquum est c h: ei autē quod ex g b, ęquum est k l. incommensurabile igitur est c h: ipsi k l. Sicut autem c h ad k l: sic est c k ad k m. incōmensurabilis igitur est per 9 decimi c k: ipsi k m. Et quoniam eorū quæ ex a g, g b, medium proportionale est per lemma 53 decimi quod sub a g, g b, & quod ex a g ęquum est ipsi c h, ei autem quod ex g b æquum est k l, ei vero quod sub a g, g b, æquū est n l: ipsorum igitur c h, k l, mediū est ꝓportionale n l. Est igitꝰ sicut c h ad n l: sic est n l ad k l. & id propterea iam per 85 decimi c m, ipsa m f maius potest eo quod fit ex sibi incōmensurabili: & ipsarum neutra ipsi c d expositæ rationali est commensurabilis. ipsa igitur c f: sexta est apotome. Ab ea igitur quæ cum medio: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 98.

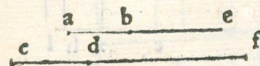

Mnis linea residuo commensurabilis: ipsa quoqꝫ in termino & ordine est idem residuum. 98



℄CAMPANVS. ℄Quod 60 & quatuor eā sequentes de binomio eiusqꝫ comitibus quinqꝫ proposuerūt: hæc 98 & quatuor eam sequentes de residuo suisqꝫ quinqꝫ comitibus verum esse proponunt. quibus qui vsqꝫ ad solitum habitum institerit: has ignorare non poterit. Quicquid autē in illis de communicantia in longitudine & potentia tantum dictum est: in his quoqꝫ idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo cōmunicans in longitudine siue in potentia tantum: ipsa etiā est residuum. Sed si cōmunicat in longitudine: non solum est ipsa residuum, sed etiam eiusdē speciei residuum. verbi gratia, linea cōmunicans in longitudine residuo primo: est residuum primū. & secundo cōmunicans: est secundum. sic quoqꝫ in cæteris. Qz autem linea communicat residuo in potentia tantum: ipsam quoqꝫ necesse est esse residuum / sed non eiusdem speciei. imo impossibile est: vt linea cōmunicans in potētia tantū residuo primo aut secundo aut tertio aut quarto aut quinto, cadat simul cum eo sub eadem specie. sed necesse est vt ambo cadant simul sub tribus primis speciebus: aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaqꝫ exēpli gratia, a residuū: cui cōmunicet b in longitudine. dico ꝙ b erit residuum eiusdē speciei cum a. Adiungatur enim linea c ad lineam a: & c illa sit per cuius abscisionem a fuit residuum. Et ad b adiūgatur alia quæ sit d: ad quā sic se habeat b sicut a ad c. sitqꝫ cōposita ex a & c, e: composita vero ex b & d, sit f. eritqꝫ ex permutata proportionalitate a ad b: sicut c ad d. & per 13 quinti erit e ad f: sicut a ad b, vel sicut c ad d. Cum itaqꝫ a cōmunicet cum b: erit per 10 c cōmunicans cum d, & e communicans cum f. Et quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate e ad c sicut f ad d: sequitur per 12 vt si fuerit e potentior c in quadrato lineę sibi cōmunicantis in longitudine vel si forte incommensurabilis, sit similiter f potētior d. At quoniam omnis linea cōmunicans in longitudine lineæ rationali est similiter illi rationalis (similiter dico: quia ambæ erunt rationales in longitudine, vel ambę in potētia tantum) sequitur ex diffinitionibus residuorum vt b sit residuum eiusdem speciei cum a. Si autem b communicat in potentia tantum cum a: ipsa quoqꝫ erit residuum. non tamen eiusdem speciei necessario: sed quēadmodum dictum est. cuius demonstratio ex ijs quæ in 60 de binomijs dicta sunt: colligenda est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 79. Propositio 103.

℄Quæ ipsi apotomę longitudine est commensurabilis: apotome est & in ordine eadem. 103



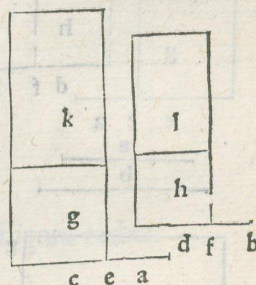
℄THEON ex Zamberto. ℄Sit apotome a b: & ipsi a b longitudine commensurabilis esto c d Dico ꝙ & c d apotome est: & in ordine eadem. Quoniā enim a b apotome est: sit ei congruens per 79 decimi b e. Ipsæ igitur a e, e b,

per eandem rationales sunt potentia tantum commēsurabiles. Et in ipsius a b ad c d ratione: eadē fiat ratio ipsius b e ad d f. Et q̄m sicut per 12 quinti vnū ad vnum/ omnia sunt ad omnia: est igitur & sicut tota a e ad totam c f, sic est a b ad c d. Commensurabilis autem est a b ipsi c d longitudine. commensurabilis igitur est per 11 decimi/ & a e ipsi c f: & b e ipsi d f. Et ipsæ a e, e b, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. & ipsæ igitur c f, f d, rationales sunt potentia tantum commēsurabiles. Apotome igitur est c d. Dico etiam q̄ in ordine eadem ipsi a b. Quoniam est sicut a e ad c f, sic est b e ad d f: vicissim igitur per 16 quinti est sicut a e ad e b, sic est c f ad d f. Iam ipsa a e: ipsa e b aut maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili/ aut eo quod fit ex sibi incommensurabili. Si quidem a e, ipsa e b maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili: & c f, ipsa f d per 14 decimi maius poterit eo quod fit ex sibi commensurabili. Et si quidem cōmensurabilis est a b ipsi expositę rationali lōgitudine: & per 13 decimi c f quoq;. si vero b e: & d f etiam. si autem neutra ipsarum a e, e b: & neutra ipsarū c f, f d. Si vero a e, ipsa e b maius poterit eo quod fit ex sibi incommēsurabili: & c f, ipsa f d maius poterit eo quod fit ex sibi incommensurabili. Et si a e ipsi expositæ rationali commensurabilis est longitudine: & c f per 13 decimi. si autē b e: & d f etiā. si vero neutra ipsarū a e, e b: neutra etiam ipsarū c f, d f. Igitur c d apotome est: & ipsi a b in ordine eadem. Quæ ipsi igitur apotomæ: & reliqua quæ sequuntur. quod erat ostendendum.

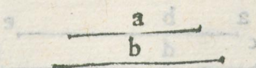
99 Eucli: ex Camp. Propositio 99.

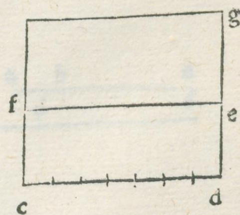

Mnis linea vtrilibet residuo mediali communicans: est sub ipsius termino & ordine residuum mediale.

CAMPANVS. Verum est quod dicitur: siue cōmunicet linea cum vtrolibet residuo mediali in longitudine/ siue in potentia. Sit enim a vtrunlibet residuum mediale: cui b cōmunicet in longitudine vel potētia. Dico q̄ b est etiam residuum mediale: quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a: & sit c per cuius abscisionē a fuit residuū mediale. Et ad b adiūgatur alia quę sit d: sitq; b ad d, sicut a ad c. totaq; composita ex a & c, sit e: & ex b, d, sit f. Describantur igitur quadrata c & d: quæ sint g & h. & superficies e in c: sit k. & f in d: sit l. Et quia est vt prius e ad f & c ad d sicut a ad b, sunt autē e & c mediales potentia tantum communicantes ex 69 & 70: sequitur ex 21 vt f & d eis cōmunicantes sint etiam mediales potentia tantum communicantes. Constat autem ex prima sexti: q̄ sit k ad g sicut e ad c, & l ad h sicut f ad d. Et quia est e ad c sicut f ad d: sequitur vt sit k ad g, sicut l ad h. Et permutatim k ad l: sicut g ad h. Cum ergo g cōmunicet cum h: sequitur vt k cōmunicet cum l. Si igitur k est rationale (quod est in residuo mediali primo) erit etiā per diffinitionem l rationalis. quare per 69 b etiam est residuum mediale primum. Si autem k sit medialis (quod est in residuo mediali secundo) erit per 21 etiā l medialis, ideoq; b per 70 residuū mediale secundum. Quare constat propositum.



IDEM aliter. Si linea b cōmunicat cum linea a (quæ est vtrunlibet residuū mediale) in lōgitudine vel in potētia: sit superficies c e adiuncta ad lineam rationalē c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b. eruntq; ob hoc c e & f g communicantes: quemadmodum & quadrata linearum a & b eis æqualia. ideoq; per primam sexti & 10 huius: d e & e g sunt communicantes in longitudine. Et quia si a est residuum mediale primum linea d e est residuum secundum per 93/ & si a est residuum mediale secundum linea d e est residuum tertium per 94/ at cum d e est residuum secundum linea e g est etiam residuū secundum/ & cum illa est tertiū similiter & hęc est tertium per 98: sequitur itaq; ex 87 & 88/ vt b sit residuum mediale primum aut secundum / prout fuerit a. Et sic patet quod intendimus.

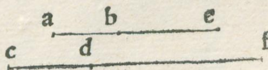


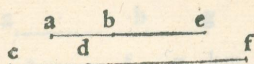


104 Eucli. ex Zamb. Theorema 80. Propositio 104.

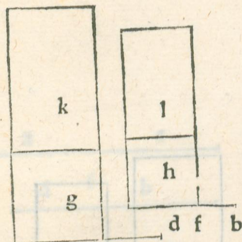
Mediæ apotomę commensurabilis: mediæ apotome est/ & in ordine eadem.

THEON ex Zamberto. Sit mediæ apotome a b: & ipsi a b commensurabilis esto c d. Dico q̄ & c d mediæ apotome est: & in ordine eadem ipsi a b.





Quoniam enim mediæ apotome est a b:esto ei congruens per 80 decimi ipsa
b e.ipsæ igitur a e,e b,mediæsunt potentia tantum commensurabiles. fiatq;
per 12 sexti sicut a b ad c d,sic b e ad d f.commensurabilis igitur est per 6 deci-
mi & a e ipsi c f:& b e ipsi d f.Ipsæ autem a e,e b, medię sunt potentia tantũ
commensurabiles.Ipsæ igitur cf,f d,mediæ sunt in potẽtia tantũ commensu-
rabiles.mediæ igitur apotome est per 74 & 75 decimi c d.Ostendendum est ꝙ
& in ordine eadem est ipsi a b.Quoniam enim est sicut a e ad e b sic c f ad f d,
sed sicut quidem a e ad e b sic quod ex a e ad id quod sub a e,e b,sicut autem
c f ad f d sic quod ex c f ad id quod sub c f,f d:est igitur per 11 quinti & sicut
quod ex a e ad id quod sub a e,e b,sic quod ex c f ad id quod sub c f,f d. Et
vicissim per 16 quinti/sicut quod ex c d ad id quod ex f c:sic quod sub a e,e b,
ad id quod sub c f,f d.Commensurabile autem est quod ex a e:ei quod ex c f.
cõmensurabile igitur est & quod sub a e,e b: ei quod sub c f,f d.Si quidẽ igi-
tur quod sub a e,e b,rationale est:rationale est & quod sub c f,f d.Si autẽ me-
dium est quod sub a e,e b:medium est & quod sub c f,f d.mediæ igitur apo-
tome est c d:& ipsi a b in ordine eadem. Quod erat ostendendum:sicut theore-
ma proponit.

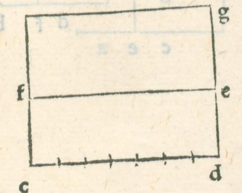


Eucli. ex Camp. Propositio 100. 100



SI linea aliqua lineę minori cõmunicet:ipsa quoq; erit
linea minor.

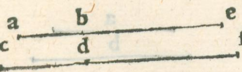
¶CAMPANVS. ¶ Facile est hanc probare duplici modo sicut
præmissam:siue cõmunicet linea aliqua cum linea minori in lon-
gitudine/siue in potẽtia. Hoc autem apposito / quantum ad pri-
mum modum ꝙ cum sit f ad d sicut e ad c: erit ex secunda parte 18 sexti qua-
dratum f ad quadratum d sicut quadratum e ad quadratum c.& coniunctim
quadrata duarum linearum f& d ad quadratũ d:sicut quadrata duarum linea-
rum e & c ad quadratum c.& permutatim quadrata duarum linearum f& d ad
quadrata duarum linearum e & c:sicut quadratum d ad quadratum c.Cõmuni-
cat autem quadratum d:cum quadrato c.ergo duo quadrata duarum linearum
f& d pariter accepta:cõmunicant cum duobus duarum linearum e & c pari-
ter acceptis.Et quia ex 71 quadrata duarum linearum e & c pariter accepta sũt
rationale:erit etiam per diffinitionem & duo duarum linearũ f & d pariter ac-
cepta rationale. Cumq; sit superficies k medialis:erit etiam l sibi cõmunicans
medialis.igitur ex 71 b est linea minor. ¶Quãtum autem ad secundũ modũ:
erit per 95 linea d e residuum quartum.ideoq; per 98 & linea e g erit etiam re-
siduum quartum.ideoq; etiã per 89 linea b est linea minor.

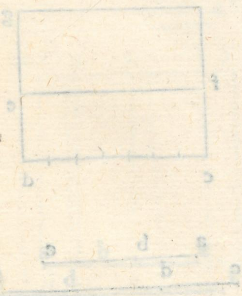


Eucli.ex Zamb. Theorema 81. Propositio 105. 105

¶Minori commensurabilis:minor est.

¶T H E O N ex Zamberto. ¶Sit minor a b:& ipsi a b commẽsurabilis esto
c d.Dico ꝙ c d minor est.Fiãt inquã supradicta.Et quoniam ipsæ a e,e b,po-
tentia sunt incommensurabiles:& ipsæ c f,f d,potentia sunt incommensurabi-
les.Quoniam igitur est sicut a e ad e b sic est c f ad f d:est igitur per 22 sexti &
sicut quod ex a e ad id quod ex e b,sic est quod ex c f ad id quod ex f d.Com-
ponendo igitur per 18 quinti est sicut quod ex a e,e b,ad id quod ex e b:sic est
quod ex c f,f d,ad id quod ex f d.& vicissim per 16 quinti.Commensurabile
autem est per 6 decimi quod ex b e:ei quod ex d f.commensurabile igitur est &
conflatum ex ipsarũ a e,e b,quadratis:conflato ex ipsarũ c f,f d,quadratis.
Rationale autẽ est per 22 decimi conflatũ ex ipsarũ a e,e b,quadratis.rationa-
le igiẽ est ꝑ correlariũ 23 decimi & 11 quĩti & cõflatũ ex ipsarũ c f,f d,quadra-
tis.Rursus quoniam est sicut quod ex a e ad id quod sub a e,e b,sic quod ex c f
ad id quod sub c f,f d,& vicissim/ cõmẽsurabile autem est per 6 decimi quod
ex a e quadratum ei quod ex c f quadrato: cõmensurabile igitur est quod sub a
e,e b,ei quod sub c f,f d.Medium autem quod sub a e,e b : medium itidem
quod sub c f,f d. Ipsæ igitur c f,f d,per 82 decimi sunt incommensurabiles:
efficientes quidem conflatum ex ipsarum quadratis rationale/quod vero sub ip-
sis medium.Ipsa igitur c d:minor est.Minori commensurabilis igitur:& quæ
sequuntur.Quod erat ostendendum.





101 Eucli. ex Camp. Propositio 101.



Mnis linea cõmunicans lineę cum rationali componenti mediale: est cum rationali componens mediale.

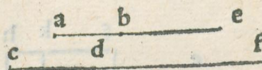
CAMPANVS. Hanc quoq; duplici prædicto modo non est difficile probare: siue de cõmunicantia in longitudine siue cõmunicãtia in potẽtia tantum intelligatur. Sed quantũ ad primum modũ/ erũt duo quadrata duarum linearũ f & d pariter accepta mediale per 21: quemadmodum sunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72/ quibus ipsa cõmunicant. & superficies l erit rationalis: per diffinitionem. quemadmodũ est superficies k ex 72 cui ipsa cõmunicat. Igitur ex 72 b est cum rationali cõponens mediale. Quantũ ad secundum modum: erit d e residuum quintum ex 69: ideoq; & e g ex 98. quare b est cum rationali componens mediale per 90.

Figura ꝓpõnis 100.

106 Eucli. ex Zamb. Theorema 82. Propositio 106.

Cum rationali medium totum efficienti commensurabilis: & eadem cum rationali medium totum efficiens est.

THEON ex Zãb. Esto cum rationali mediũ totum efficiens a b: & ipsi a b cõmensurabilis esto c d. Dico q, c d est cũ rationali mediũ totũ efficiẽs. Sit inquam per 79 decimi ipsi a b congruens b e. Ipsæ igitur a e, e b, per 80 decimi potentia sunt incõmensurabiles/ efficiẽtes quidẽ ex ipsarũ quadratis mediũ quod autẽ sub ipsis rationale. & eadẽ cõstruãtur. Similiter iã ostẽdemus ex ꝓcedẽtibus: q, ipsę c f, f d, in eadẽ sũt ratione ipsis a e, e b. & cõflatũ quidẽ ex ipsarũ a e, e b, quadratis cõmẽsurabile est cõflato ex ijs q̃ ex c f, f d, quadratis: qđ autẽ sub a e, e b, ei qđ sub c f, f d. Quare & ipsę c f, f d, potẽtia sũt ĩcõmẽsurabiles: efficiẽtes cõflatũ qdẽ ex ipsarũ c f, f d, quadratis mediũ/ quod autẽ sub ipsis rationale. Ipsa igitur c est cum rationali totum efficiens mediũ. Cum rationali ergo medium totũ efficiẽti: & quæ sequũtur reliqua. Quod ostẽdere oportebat.



102 Eucli. ex Camp. Propositio 102.



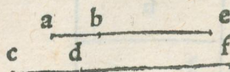
Mnis linea commensurabilis lineæ cum mediali constituenti mediale: est cum mediali constituens mediale.

CAMP. Hic quoq; pone lineã aliquã cõmunicare cum ea quæ cum mediali cõponit mediale/ indifferẽter in longitudine vel potẽtia tantũ prout volueris: & duplici modo præmisso sine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum/ superficies l medialis quemadmodum & k: & duo quoq; quadrata duarum linearum f & d pariter accepta mediale sicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoq; duarũ linearum e & c ad k sicut duo duarum f & d ad l: cum duo prima non communicent cum duplo k ex 73/ neq; duo secunda cõmunicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex 73 b est cũ mediali componens mediale. Quantũ autẽ ad secundũ modũ/ erit d e residuũ sextũ ex 97: ideoq; & e g ex 98. Quare b est cum mediali componens mediale ex 91.

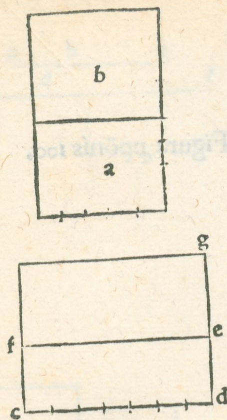
Figura eadem

107 Eucli. ex Zamb. Theorema 83. Propositio 107.

Cum medio medium totum efficienti commensurabilis: & eadem cum medio medium totum efficiens est.



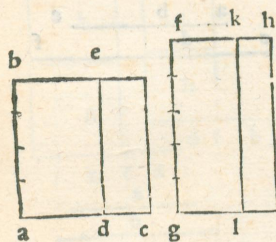
THEON ex Zamberto. Esto cũ medio mediũ totũ efficiẽs a b: & ipsi a b cõmẽsurabilis esto c d. Dico q, c d cũ medio mediũ totũ efficiẽs est. Sit per 78 decimi ipsi a b congruẽs b e. & eadẽ cõstruãtur. Ipsæ igitur a e, e b, per eãdem potẽtia sunt incõmensurabiles: efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ/ & quod sub ipsis mediũ/ & insuper incõmensurabile conflatũ quidẽ ex ipsarũ quadratis ei quod sub ipsis. Sũtq; sicut ostensum est/ ipsę a e, e b, cõmẽsurabiles ipsis c f, f d: & cõflatũ ex ipsarũ a e, e b, quadratis cõflato ex ijs quę ex c f, f d, quod autẽ sub a e, e b, ei quod sub c f, f d. Et ipsæ igit̃ c f, f d, potẽtia sũt incõmẽsurabiles: efficiẽtes cõflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ/ & quod sub ipsis mediũ/ & insuper incõmẽsurabile cõflatũ ex ipsarũ quadratis ei quod sub ipsis. Igitur c d: cum medio mediũ totum efficiens est. Cum medio medium totum igitur: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum erat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 103. 103

SI de ſuperficie rationali ſuperficies medialis abſcindatur: linea in reliquam ſuperficiem potens/erit alterutra duarũ irrationalium aut reſiduum aut linea minor.

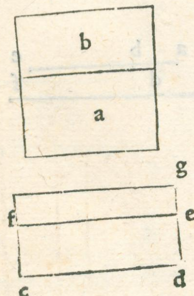
CAMPANVS. Sit enim tota ſuperficies conſtans ex a & b, rationalis: a qua detrahatur b quæ ſit medialis. Dico q̃ linea potens in a reliquum: aut eſt reſiduum aut linea minor. Eſto namq; linea c d rationalis: ſuperficieſq; c e ſibi adiuncta ſit tanq̃ a, & f g tanq̃ b, & tota c g ſicut tota a b. eritq; c g rationalis: ideoq; per 16 linea d g rationalis in lõgitudine. & f g erit medialis: ideoq; per 20 e g rationalis in potentia tantum. eſt igitur ex diffinitione linea d e: reſiduum primum aut quartũ. ergo per 86 & 89 linea potens in ſuperficiem c e, & ideo in ſuperficiem a ſibi æqualem: eſt reſiduum aut linea minor. Quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 84. Propoſitio 108.

A rationali/media ablata: reliquam areolam potens/ vna duarum irrationalium gignitur/vel apotome vel minor.

THEON ex Zãb. A rationali inquã b c auferatur media b d. Dico q̃ quæ reliquam areolam e c poteſt: vna duarum irrationalium gignitur/ vel apotome vel minor. Exponatur enim rationalis f g: & ipſi per 44 primi æquum ad ipſam f g, comparetur rectangulum parallelogrammum g h. Ipſi autem d b ęquũ auferatur g k. reliquum igitur e c: per tertiã cõmunem ſententiam æquum eſt ipſi l h. Quoniam igitur b c rationale eſt/medium autem b d, æquum vero b c ipſi g h, & b d ipſi g k: rationale igitur eſt g h, medium autem g k. Et ad ipſam f g comparatur rationalem. rationalis igitur eſt per 20 decimi f h: & ipſi f g cõmenſurabilis longitudine. rationalis autem per 22 decimi f k: & incommenſurabilis longitudine ipſi f g. Incommenſurabilis igitur eſt per lemma 12 decimi f h ipſi f k longitudine. Et vtræq; rationales. ipſæ igitur f h, f k, rationales ſũt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt f k: congruens autem ei eſt k h. At f h: ipſa k f, aut maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili/aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Poſſit prius eo quod ex ſibi commenſurabili & tota h f. cõmẽſurabilis autẽ eſt ipſi ipſi f g expoſitę rõnali lõgitudine. apotome igit̃ prima eſt k h p̃ tertias diffinitiones & 85 decimi. Areolã aũt ſub rationali l h, & apotomę prima cõpręhẽſam potẽs: apotome eſt per 91 decimi. Quæ igit̃ l h, hoc eſt e c poteſt: apotome eſt. Si autem h f, ipſa f k maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili/& tota f h commenſurabilis eſt longitudine expoſitæ rationali f g: apotome quarta eſt k h. Areolam autem ſub rationali & apotomæ quarta comprænhenſam potens: minor eſt per 94 decimi. A rationali media ablata igitur: reliquam/ & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.



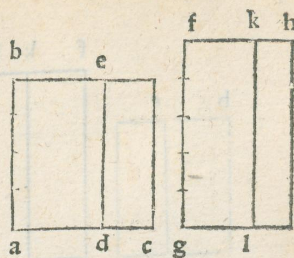
Eucli. ex Camp. Propoſitio 104.

SI de ſuperficie mediali ſuperficies rationalis detrahatur: linea in reliquam ſuperficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum/aut reſiduum mediale primum/aut cum rationali componens mediale.

CAMPANVS. Hæc quoq; ſicut pręmiſſa probatur. Erit enim tota a b medialis; b autem rationalis. & tũc dico q̃ quod in a reliquũ poteſt: aut eſt reſiduũ mediale primum/aut cũ rationali cõponẽs mediale. Cum enim c g ęqualis ſit a b: erit per 20 linea d g rationalis in potentia tãtum. & cum ſit f g æqualis b: erit per 16 linea e g rationalis in longitudine. ergo a diffinitione erit linea d e: reſiduum ſecũdum aut quintum. quare per 87 & 90 latus tetragonicum ſuperficiei c e, & ideo ſuperficiei a: eſt reſiduum mediale primum/aut cum rationali componens mediale. Quod eſt propoſitum noſtrum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 85. Propoſitio 109.

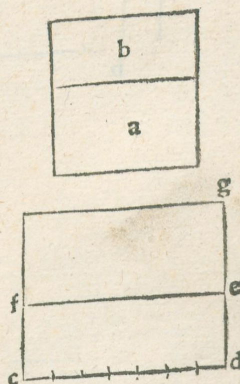
A medio/rationali ſublato: aliæ duæ irrationales fiunt/ vel mediæ apotome prima/ vel cum rationali medium totum efficiẽs.



¶THEON ex Zamberto. ¶A medio inquam b c: rationale auferatur b d. Dico q quæ reliquum potest e c: vna duarum irrationalium gignitur / aut mediæ apotome prima / aut cum rationali medium totum efficiens. Exponatur enim rationalis f g: & comparentur similiter areolæ. Consequenter est autem rationalis quidem f h: & ipsi f g longitudine incommensurabilis. Rationalis autem est per 22 decimi k f: & ipsi longitudine commensurabilis. Ipsę igitur f h, f k: per 20 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ipsa k h. Congruens autem est f k. At h f: ipsa f k vel maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili / vel eo quod ex incommensurabili. Si quidem h f, ipsa f k maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili / & congruens est per 80 decimi f k commensurabilis ipsi f g expositę rationali longitudine: ipsa k h apotome est secūda per tertias diffinitiones. Rationalis autem est f g. Quæ autē potest quod sub rationali & apotomæ secunda fit: mediæ apotome est prima per 92 decimi. Quare l h, hoc est e c potēs: mediæ apotome est prima. Si autem h f, ipsa f k maius potest eo quod fit ex sibi incommensurabili / & f k congruens est commensurabilis longitudine ipsi f g expositę rationali: apotome quinta est k h. Quare ipsam e c potens: per 95 cum rationali medium totū efficiens est. A medio igitur / rationali sublato: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

105 Eucli. ex Camp. Propositio 105.

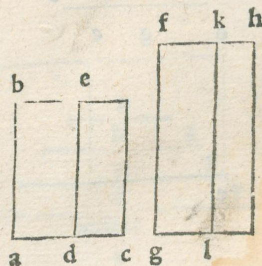
SI superficies medialis de sup̄ficie mediali detrahatur / fueritq; reliqua toti incommensurabilis: quæ in ipsam reliquam potest / alterutra erit duarum irrationalium / videlicet aut residuum mediale secundum / aut cum mediali componens mediale.



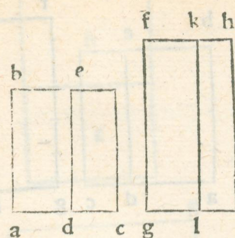
¶CAMPANVS. ¶Si a duarum præmissarum demonstratione non deuias: concludes sine difficultate propositum. Sint enim tota a b & b mediales. & sit a reliqua incommensurabilis toti (aliter enim: esset a medialis ex 21 / & eius latus tetragonicum mediale ex 19) tunc dico q linea potens in a: est residuum mediale secundum / aut cum mediali componens mediale. Nam cum sit c g æqualis a b: erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. per eandem quoq; cum sit f g æqualis b: erit etiam e g rationalis in potentia tantum. & cum sit a incommensurabilis toti a b: erit f g incommensurabilis c g. ideoq; per primam sexti & 10 huius erit etiam e g incommensurabilis d g. igitur a diffinitione linea d e: erit residuum tertium / aut sextum. quare per 88 & 91 latus tetragonicum superficiei c e, & ideo superficiei a: est residuum mediale secundum / aut cum mediali componens mediale.

110 Eucli. ex Zamb. Theorema 86. Propositio 110.

¶A medio / medio ablato incommensurabili toti: reliquæ duæ irrationales fiunt / vel mediæ apotome secunda / vel cum medio medium efficiens.



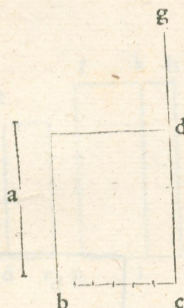
¶THEON ex Zamberto. ¶Auferatur enim sicut in præcedētibus descriptionibus / a medio b c: medium b d incommensurabile toti. Dico q quæ e c potest: vna est duarum irrationalium / aut mediæ apotome secunda / vel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium est per 22 decimi vtrūq; ipsorum b c, b d, & b c ipsi b d est incommensurabile: erit per consequens rationalis vtraq; ipsarum f h, f k, & ipsi f g longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilis est b c ipsi b d, hoc est g h ipsi g k: incommēsurabilis est per primam sexti & 11 decimi / & f h ipsi f k. & ipsæ igitur f h, f k, per 73 rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est k h: congruens autem est f k. At f h: ipsa f k maius potest aut eo quod fit ex sibi commensurabili / aut eo quod fit ex sibi incommēsurabili. Si quidem igitur



h f, ipsa f k maius potest eo quod ex sibi sit commensurabili/ & neutra ipsarũ h f, f k, commensurabilis est ipsi f g expositæ rationali longitudine: apotome tertia est ipsa k h. Rationalis autem k l. Quod autem sub rationali & apotomę tertia compræhensum rectangulum: irrationale est. & quæ illud potest irrationalis est: appellaturque mediæ apotome secũda per 93 decimi. quare l h, hoc est e c, potẽs: mediæ est apotome secunda. Si autem h f ipsa f k maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili longitudine/ et neutra ipsarum h f, f k, ipsi f g longitudine est commensurabilis: apotome sexta est k h. Quæ autem potest id quod sub rationali & apotomæ sexta: est cum medio medium totum efficiens. quare quæ ipsum l h, hoc est e c potest: cum medio medium totum efficiens est per 96 decimi. A medio igitur/ medio ablato: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

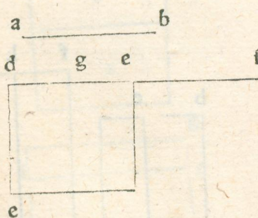
Eucli. ex Camp. Propositio 106. 106

Inearum irrationalium quæ sunt residuum & post ipsam subsecutæ/ vllã: alij termino & ordine subesse impossibile est. residuo quoq;/ binomij terminum vel ordinem conuenire: non est possibile.



¶ CAMPANVS. ¶ Vult autem per hãc 106: ꝙ residuum/ & aliæ quinq; lineæ irrationales eam sequentes differunt specie & diffinitione adinuicẽ/ & nulla linea vna potest esse sub duabus neq; sub pluribus speciebus harum sex linearũ irrationalium quę sunt residuum & eius quinq; comites. & ꝙ omnes species residui; differunt ab omnibus speciebus binomij/ nec est possibile lineam vnam simul esse residuum & binomiũ cuiuscunq; speciei residui vel binomij. Pars prima sic constat: quoniam superficies ęquales quadratis residui & suarum quinq; comitum cum adiunguntur ad lineam rationalem habent secunda latera necessario diuersa abinuicem ex 92 & quinq; eam sequentibus. sunt autem secunda latera: residuũ primum & secundum & deinceps vsq; ad sextum. Secunda pars cõstat hoc modo. Si eadẽ linea põt esse simul residuũ & binomiũ: sit a cuius quadrato supficies ęqualis adiungatur ad rationalem lineam b c, sitq; b d. eritq; ex 54 linea c d binomium primum: & ex 92 residuum primum. inquantum ergo binomium primũ: diuidatur in suas binomiales portiones ad pũctum e, sitq; maior portio c e quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionem. inquantum autem est residuum primum: ei adiungatur d g, per cuius abscisionem fuerat residuum primum. eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in lõgitudine. Cum itaq; sit vtraq; duarum linearum c g & c e rationalis in longitudine: erit etiam per 9 linea e g rationalis in lõgitudine. At quia linea d e est rationalis in potentia tantum cum ipsa sit per hypothesin minor portio binomij primi: erit per 68 linea d g residuum. & quia ipsa erat rationalis in potentia tantum/ cum per eius abscisionem esset linea c d residuum: sequitur impossibile per 68. Quod vt clarius pateat: esto superficies b d adiũcta ad lineam rationalem b c, æqualis quadrato lineæ d g. Cum itaq; linea d g sit rationalis in potentia: erit per 16 linea c d rationalis in lõgitudine. At cum etiam linea d g sit residuum: erit ex 92 linea c d residuum primum. quod esse non potest: cum linea quæ dicitur residuum/ sit irrationalis per 68.

Eucli. ex Zamb. Theorema 87. Propositio 111. 111



¶ Apotome: non est eadem ei quæ ex binis nominibus.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Esto apotome a b. Dico ꝙ a b non est eadem ei quę ex binis nominibus. Si enim possibile: esto. exponatur rationalis d c. Et ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d comparetur rectangulum c e: latitudinem efficiens d e. Quoniam igitur apotome est a b: apotome igitur est per 93 decimi prima ipsa d e. Esto ei per 79 decimi congruẽs: e f. ipsæ igit̃ d f, e f, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles: & d f ipsa f e maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili. & d f commensurabilis est ipsi d c expositæ rationali longitudine. Rursus quoniam ex binis nominibus est a b: ex binis igitur nominibus est prima per 60 decimi ipsa d e. Diuidatur per 42 decimi in nomina in g: sitq; maius nomen d g. ipsæ igitur d g & g e: rationales sunt po-

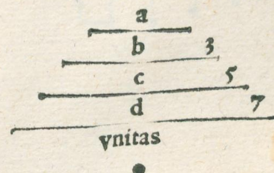
tentia tantum commensurabiles.& d g:ipsa g e maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili.& d g:commensurabilis est longitudine ipsi d c expositæ rationali.& d f igitur ipsi d g longitudine est commensurabilis. & reliquæ igitur g f:per 12 decimi cõmensurabilis est longitudine ipsa d f.Quoniã igitur d f ipsi g f est commensurabilis/rationalis autem est d f:rationalis igitur est & g f.Quoniam igitur commensurabilis est d f ipsi g f,incommensurabilis autem est d f ipsi f e:incommensurabilis igitur est longitudine f g ipsi e f.& sunt rationales.Ipsæ igitur g f,f e,rationales sunt potentia tãtum commensurabiles. Apotome igitur est per 73 decimi e g.sed & rationalis.quod est impossibile. Igitur apotome non est eadem ei quę ex binis nominibus.Quod erat ostẽdendum.

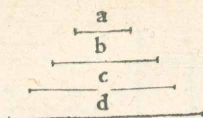
107 Eucli.ex Camp. Propositio 107.

Linea quæ residuum dicitur/ vllave irrationalium quæ post eam sunt:nequit esse sub termino binomij/aut sub termino & ordine vllius cæterarum linearum irrationalium quæ binomium subsequuntur. Cum autem possibile sit linearum irrationalium seriem in infinitum produci: non est possibile vllam earum cum ea quæ pręcesserit in termino & ordine conuenire.

¶CAMP.¶ Vult per hãc vltimã libri decimi:ꝙ tredecim irrationales lineæ de quibus in hoc decimo demõstratũ est(& ipsæ sunt linea medialis/binomiũ & eius quinqꝫ comites residuum & eius quinqꝫ comites)sint abinuicem singulæ a singulis specie differentes.& ꝙ nulla linea vna potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earũ. & ꝙ species linearũ irrationaliũ possunt in infinitum produci:quarum nulla cum alia conuenit in diffinitione & ordine. Qꝫ autem hæ tredecim lineæ/videlicet medialis/binomium & eius quinqꝫ cõites/residuum & eius quinqꝫ comites/sint irrationales:demonstratum esse superius memento.de mediali quidẽ:ex 19.de binomio autẽ & eius quinqꝫ comitibus:ex 30 & quinqꝫ eam sequentibus.at vero de residuo suisqꝫ quinqꝫ comitibus : ex 68 & quinqꝫ eam sequentibus. Nullam autem harum tredecim linearum irrationalium posse conuenire in specie cum aliqua aliarum:sic collige.Esto enim vt ad vnam eandemqꝫ lineam rationalem in longitudine adiungantur superficies æquales quadratis prædictarum tredecim linearum irrationalium:secundum ꝙ ordine se inuicem sequuntur.eritqꝫ ex 20 secundum latus primæ istarum tredecim superficierum & quinqꝫ eam sequentium:rationale in potentia tantum.Secũda autem latera secundæ istarum tredecim superficierũ & quinqꝫ eam sequentium esse omnes species binomiorum per ordinem/videlicet binomium primũm/secundum & deinceps vsqꝫ ad sextum:ex 54 & quinqꝫ eam sequentibus demonstratum esse memineris.Secũda vero latera octauę superficiei & quinqꝫ eam sequẽtium:sunt species residuorum in ordine/videlicet residuum primum & residuum secundum & deinceps vsqꝫ ad sextum. quod ex 92 & quinqꝫ eam sequentibus didicisti.Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum/quoniam omne binomium per 30 & omne residuum per 68 est linea irrationalis & in longitudine & in potentia/& cum nulla species residuorũ conueniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultimæ huius decimi:sequitur vt omnia secunda latera harum tredecim superficierum sint abinuicem diuersa.ideoqꝫ per primam sexti & ipsæ tredecim superficies sunt diuersæ:cum earum omnium altitudo sit vna.quare etiam hæ tredecim lineę irrationales propositæ : sunt singulæ a singulis diuersæ.

¶Possunt autẽ harũ tredecim linearũ irrationaliũ species:in infinitum produci.infinitę enim sunt species linearũ medialium/infinitæ quoqꝫ binomiorũ:& sic de singulis.Quod hoc modo cõstat.Esto linea a: medialis.sumaturqꝫ vnitas & quotlibet numeri primi vt 3,5,& 7:& sint totidẽ lineæ b,c,d,quot sunt sumpti numeri primi.sintqꝫ quadrata istarũ linearũ b,c,d,ad quadratũ a:sicut hi numeri primi ad vnitatem.eruntqꝫ lineæ b,c,d,mediales ex 21:quoniã ipsę cõ





municant in potentia cũ linea a mediali. Omnes autẽ erũt diuerſæ in longitu-
dine ab a, & a ſeinuicẽ per vltimã partẽ 7: quoniã nullius iſtorũ numerorũ ad
vnitatẽ nec alicuius eorũ ad alterũ per 16 & 8 & correlariũ ſecũdę octaui & pſę
ſentis hypotheſis eſt proportio ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. erit
ergo a, & õnes ſibi cõicantes in lõgitudine: ſub prima ſpecie linearũ medialiũ.
b vero & õnes ſibi cõicantes in lõgitudine: ſub ſecunda. c autẽ & oẽs eidẽ cõicã-
tes vel cõmenſurabiles: ſub tertia. d quoq; & õnes ſibi cõicantes in lõgitudine:
ſub quarta. Et quia numeri primi ſũt infiniti vt ex 21 noni didiciſti: neceſſe eſt
ſpecies linearũ medialiũ eſſe infinitas. Qđ aũt eſt dictũ de linea mediali: intel
lige de binomio ſuiſq; qnq; comitibus / & reſiduo ſuiſq; qnq; comitibus. nã ſi-
cut oĩs linea cõicãs mediali eſt medialis / ſiue cõicet ei in lõgitudine ſiue in po
tentia vt probatũ eſt in 21: ita etiã omnis linea cõicans binomio aut alicui ſua
rum quinq; comitũ / vel etiã reſiduo aut alicui ſuarũ quinq; comitũ in lõgitudi-
ne vel in potẽtia / eſt ſecũ ſub eadẽ ſpecie / vt probatũ eſt in 60 & quatuor eã ſe-
quẽtibus / & 98 & quatuor eã ſequẽtibus. Sũt igiť ſpẽs harũ tredecimi linearũ
irrõnaliũ i finitæ: quarũ nulla conueniet cũ p̄cedẽti in ordine vel diffinitione.

¶Conuenit quoq; aliter demonſtrare: ſpecies linearum irrationalium: eſſe in-
finitas. Nam omne latus tetragonicum, ſuperficiei dictæ a numero non qua-
drato: eſt irrationale per vltimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaq; ta-
les numeri ſint infiniti: erunt etiam ſpecies harum linearũ irrationaliũ infinitę.

¶Tertio modo contingit ſecundam partem huius vltimæ concluſionis libri
decimi ſic exponi. vt dicamus ab vnaquaq; linea rationali in potentia tan-
tum / infinitas linearum irrationalium ſpecies produci: quarũ nullã cum aliqua
earũ quæ ipſam præceſſerint / poſſibile eſt in diffinitione & ordine conuenire.
Verbi gratia. Sumatur aliqua ſupficies rationalis dicta a numero nõ quadrato
vt 5. eritq; latus eius tetragonicum irrationale in lõgitudine: quoniam ipſum
eſt incõmenſurabile lateri tetragonico ſupficiei rationalis dictæ a numero qua-
drato ex vltima parte 7. Dico ergo q; huius lateris latus / itẽq; ſecundi lateris la
tus / & rurſus huius tertij lateris latus / & ſic in infinitũ / ſũt lineæ irrõnales tã in
longitudine q̃ in potentia: & q; nulla earũ cõuenit diffinitione vel ſpecie cum
aliqua quę eã præceſſerit in ordine. eſtq; latus tetragonicũ præmiſſę ſuperficiei
quæcũq; dicta fuerit a numero non quadrato earũ omniũ ſicut radix & princi-
pium / & quęlibet ipſarũ eſt principium omniũ ipſam ſequentiũ. & quæcũq; ab
aliquo tetragonico latere cuiuſq; talis ſuperficiei proficiſcuntur: diuerſę ſunt in
longitudine & potentia ab omnibus quæ a quoq̃ alio tetragonico lateris talis
ſuperficiei generantur. Et hoc dico: cũ ipſarũ ſuperficierũ non fuerit proportio
ſicut numerorũ quadratorum. Hæc autem vt poſſimus firma demonſtratione
colligere: antecedens ad ipſa præmittere oportet. Sitq; iſtud.

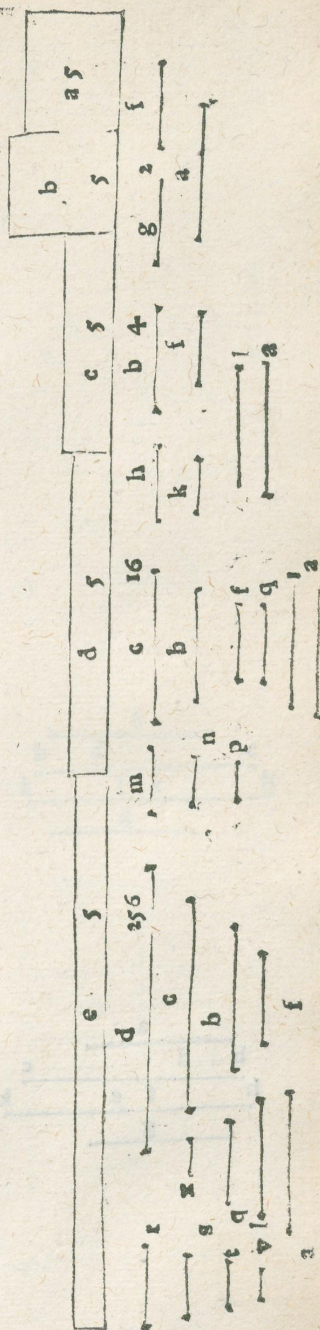
k 1296
a 81 b 16
e 36
c 9 d 4
h 6
f 3 g 2

¶Quibuſlibet duobus inuicẽ ductis ſi quid licet producatur:
quota latera tetragonica duorum pręcedentiũ inuicem duces / to-
tum tetragonicum latus ipſius producti produces.

¶Verbi gratia. Sit vt ex a in b ſit k. at c & d ſint latera tetragonica a & b: fiat
autẽ e, ex c in d. ſintq; iterũ f & g latera tetragonica c & d: & fiat h ex f in g. Di-
co q; h eſt latus tetragonicũ e: & q; e rurſus eſt latus tetragonicũ k. Cũ eni ex f
in ſe & in g fiant c & h: erit c ad h ſicut f ad g. ſed & ſit h ad d, ſicut f ad g: eo
q; ex g in f & in ſe fiũt h & d. ſunt igiť c, h, d, cõtinue proportionales. Itaq; ex h
in ſe: quãtũ ex c ĩ d. quare h: eſt latus tetragonicũ e. Eadẽ quoq; ratione cũ ex c
in ſe ſit a, & in d ſit e, & ex d ĩ ſe ſit b: erũt etiã a, e, b, cõtinue ꝓportionales in
ꝓportione c ad d. Cũ igiť ex a in b ſit k: ſeqť etiã vt ex e in ſe ſit k. quare e eſt
lat9 tetragonicũ k. Cõſtat itaq; qđ diciť. Reſtat itaq; demõſtrare qđ ꝓpoſitũ eſt.

¶Sit igitur ſuperficies a, rationalis / dicta a numero nõ quadrato vt 5: ſitq;
linea a, eius tetragonicũ latus. & ſumãtur quotlibet lineę rationales in lõgitu-
dine q̃ ſint b, c, d, e. Sintq; dictę a numeris quorũ qſq; p̄cedẽs ſit tetragonicũ la
tus proximo ſequẽtis. vt ſi b ſit 2 / c 4 / d 16 / e vero 256. ad has autẽ lineas rõna
les in lõgitudine / adiũgatur ſupficies ęqualis a: erũtq; ſecũda latera ſingularũ
rationalia ĩ lõgitudine p 16. vt ſecundũ latus b: 2 & dimidiũ. ſecundũ c: vnũ &
quarta. ſecundũ vero d: vna quarta & vna 16. at vero ſuperficiei e ſecũdũ latus:

erit vna 64 & vna 256. Sit ergo f tetragonicũ latus b:g vero ſit tetragonicũ latus ſecundi lateris ſuperficiei b. eritq; per præmiſſam antecedẽs vt ex f in g ſit a. Rurſus ſit h tetragonicũ latus ſecundi lateris c:k quoq; ſit tetragonicũ latus h. eritq; per prædictũ antecedens vt ex b in h ſit a:& ex f in k ſit tetragonicũ latus a/quod ſit l. Sit iterũ m tetragonicũ latus ſecũdi lateris ſuperficiei d. ſed cũ n ſit tetragonicũ latus m,& p tetragonicũ n:eritq; per prędictũ añcedens vt ex c in m fiat a,& ex b in n l,& ex f in p tetragonicũ latus l qđ ſit q. Amplius autẽ ſit r:tetragonicũ latus lateris ſecundi ſuperficiei e. ſit quoq; ſ tetragonicum r & t ſ,ſit & v tetragonicũ t. ſequiturq; per dictũ antecedens:vt ex d in r fiat a.& ex c in ſ l.& ex b in t:ſit q.& etiam ex f in v:tetragonicũ latus q,quod ſit x.& ſic in infinitum. Dico ergo has lineas a,l,q,x,quarũ a eſt tanq̃ radicale principium/eſſe irrationales:a quidẽ in longitudine tantum:cæterę vero in longitudine & in potẽtia.& dico ꝙ nulla earũ conuenit cũ alia in diffinitione vel ordine. Cum enĩ ex f in g & k,fiant a & l:erit a ad l,ſicut g ad k, Et quia vt patet ex dictis hypotheſibus g & k ſunt incõmenſurabiles in longitudine & in potentia: ſequitur etiã vt a & l ſint incõmenſurabiles in lõgitudine & in potẽtia. Eadẽ ratione a & q. eſt enĩ a ad q:ſicut g ad p. Et propter eandẽ cauſam etiã a & x: cũ ſint ſicut g & v. Et hac via quoq; neceſſe eſt: vt l & q ſint ſimpliciter incõmenſurabiles tam in longitudine q̃ in potentia. cum enĩ ex f in k & p,fiant l & q: erit l ad q,vt k ad p. At k & p nec cõmẽſurabiles ſũt ĩ lõgitudine nec in potẽtia. Si enim ſint:erunt h & n commenſurabiles. ſed non ſunt. at vero l & x oportet eſſe vtroq; modo incõmenſurabiles. eſt enim l ad x,ſicut k ad v:eo ꝙ ex f in k & v,fiunt l & x. Sunt autẽ k & v:vtroq; modo incommenſurabiles. ſi autem accidet d & h eſſe commenſurabiles. quod eſt inconueniens. q vero & x ꝙ ſint quoq; incommenſurabiles potentia & longitudine,ex eo patet:ꝙ eſt q ad x ſicut p ad q. conſtat autẽ ꝙ p & v ſunt incommenſurales. nam ſi non:erunt n & c commenſurabiles. ideoq; m & ſ. ſed non ſunt. ¶Manifeſtum eſt itaq; infinitas lineas irrationales in longitudine & in potentia incommẽſurabiles.& ideo diffinitione & ſpecie differẽtes:produci ex linea a rationali in potentia tãtũ. Reſtat aũt nũc oſtẽdere ꝙ q̃cũq; irrõnales lineę ab aliq̃ linea rõnali in potẽtia tm̃ hac via generantur: diuerſæ ſunt ab omnibus tã in lõgitudine q̃ in potentia quæ a qualibet alia linea rationali in potẽtia tantum quadratum cuius ad quadratum prioris non ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum/hac eadem via egrediuntur. hoc quoq; ſic conſtat. Sint a & b rationales in potentia tantũ ſiue tetragonica latera duarũ ſuperficierũ dictarum a numeris non quadratis. ſitq; vt illi numeri nõ ſint in proportione aliquorũ numerorum quadratorum. lineæ quoq; quæ procedunt hac via ab a ſint c,d,e,& a b procedãt f,g,h. Dico ꝙ nulla ex lineis c,d,e,cõmunicat in longitudine vel potentia cũ aliqua ex lineis f,g,h. cum enim ſint c & f tetragonica latera a & b,at d & g tetragonica latera c & f,& e & h tetragonica d & g:nõ eſt poſſibile vt aliqua ex c,d,e,cõmunicet cum ſua cõpari ex f,g,h,vel longitudine vel potentia. Si enim alterutro modo cõmunicet e cũ h:ſequitur vt d cõmunicet cum g,& c cum f. quare & a cum b etiam in lõgitudine. quod eſt cõtra hypotheſin. Vniuerſaliter aũt verũ eſt dicere quãlibet harũ eſſe vtroq; modo incõmẽſurabilẽ cuilibet iſtarum. Dato namq; ꝙ d cõmunicet cum h etiam in potẽtia tantum: ſequitur vt c quoq; cõmunicet cum g & a cum f. quod non eſt poſſibile. Attendere autẽ oportet:ꝙ cum dico latus lateris/nihil aliud intelligo q̃ latus ſuperficiei denominatæ a latere priori. vnde tetragonicũ latus lineæ a voco lineã illam quæ poteſt in ſuperficiem dictã a linea a. talis autem ſuperficies eſt q̃ cõtinet linea a & linea rationalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuſlibet lineæ ſit linea a/cuius tetragonicum latus volo inuenire/b vero ſit linea rationalis in longitudine dicta ab vnitate & ipſa eſt minima omnium linearum rationalium numeratarũ ab integris : medio loco proportionalis inter eas ſit c. eſt igitur per 16 ſexti c tetragonicum latus a. idem enim fit ex a in b & ex c in ſe. At vero ex a in b fit ſuperficies dicta ab a. Quicquid enĩ a quolibet in vnum ducto producitur: ab eo quod vnum multiplicat denominatur. Et nota ꝙ cum c fuerit latus tetragonicum lineæ a : indifferenter contingit lineam c eſſe maiorem linea a & minorem/prout b etiã fuerit maior aut minor.



THEON ex Zamberto.

¶Apotome & quæ post eã irrationales: neq; mediæ neq; adinuicẽ sunt eędẽ.

¶A media namq; ad rationalem comparata latitudo: efficit rationalẽ & ei ad quam apponitur longitudine incommensurabilem per 22 decimi.

¶Ab apotomę vero ad rationalem latitudo comparata: primam efficit apotomen per 97 decimi.

¶A mediæ autem apotomę prima ad rationalem apposita latitudo: secundam efficit apotomen per 98 decimi.

¶A mediæ secunda apotomę ad rationalem apposita latitudo: tertiam efficit apotomen per 99 decimi.

¶A minori ad rationalem apposita latitudo: quartam efficit apotomen per 100 decimi.

¶Ab efficiente cum rationali medium totum ad rationalem apposita latitudo: efficit quintam apotomen per 101 decimi.

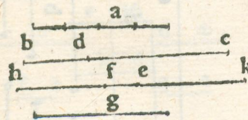
¶Ab efficienti vero cum medio medium totum ad rationalem comparata latitudo: sextam efficit apotomen per 102

¶Quoniam igitur prædictæ latitudines a prima & adinuicẽ differunt (a prima quidem quoniam rationalis est/adinuicem vero quia in ordine non sunt eædem) patet ꝙ & ipsæ irrationales differunt adinuicẽ. Et quoniam ostensum est per 111 decimi ꝙ apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus/ad rationalem autẽ appositæ latitudinem efficiunt: quæ sane post apotomen apotomas/consequenter vnaquæq; quę in ordine circa eandem/quæ vero post eas quæ ex binis nominibus eas quæ ex binis nominibus/& easdẽ ordine consequenter: aliæ igitur sunt quæ post apotomen/& aliæ quę post eam quę ex binis nominibus est. vt omnes irrationales sint heæ videlicet.

1 Media.	7 Bina potens media.
2 Ex binis nominibus.	8 Apotome.
3 Ex binis prima medijs.	9 Mediæ prima apotome.
4 Ex binis secunda medijs.	10 Mediæ secunda apotome.
5 Maior.	11 Minor
6 Rationale mediumq; potens.	12 Cum rationali mediũ totũ efficiẽs.
	13 Cum medio mediũ totum efficiens.

Eucli. ex Zamb. Theorema 88. Propositio 112.

¶A rationali ad irrationalẽ eã q̃ ex binis nominibus apposita latitudo: efficit apotomen cuius noia cõmensurabilia sunt nominibus eius quæ ex binis nominibus est/& in eadem ratione. & insuper apotome quæ gignitur: eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus est.

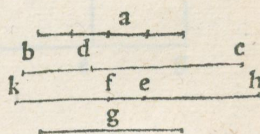


¶THEON ex Zamberto. ¶Sit rationalis quidem a: ex binis vero nominibus sit b c, cuius maius nomẽ esto d c. & ei quod ex a: æquũ esto id quod sub b c, e f. Dico ꝙ ipsa e f apotome est: cuius noia cõmensurabilia sunt ipsis c d, d b, & in eadẽ ratione/& insuper e f eandẽ rationẽ habet ipsi b c. Sit enim rursus ei quod ex a: æquũ id quod sub b d, g. Quoniam igitur quod sub b c, e f, æquum est ei quod sub b d, d g: est igit̃ p 14 quinti sicut c b ad b d, sic est g ad e f. maior autem est c b ipsa b d. maior igitur & g ipsa e f. Esto ipsi g æqualis e h. Est igitur per 7 & 11 quinti sicut c b ad b d: sic est h e ad e f. manifestũ igitur est per 17 quinti: ꝙ sicut c d ad d b, sic est h f ad f e. Fiat sicut h f ad f e: sic f k ad k e. et tota igitur h k: per 12 quinti ad totã k f est sicut f k ad k e. Sicut enim vnũ antecedentiũ ad vnũ consequẽtiũ: sic omnia antecedẽtia ad oia sequẽtia. Sicut autẽ per 12 quinti f k ad k e: sic est c d ad d b. & sicut igitur per 11 quinti h k ad k f, sic c d ad d b. cõmensurabile autẽ est per 11 decimi quod ex c d: ei quod ex b d. cõmẽsurabile igit̃ est & quod ex h k: ei quod ex f k. Et est sicut per 22 sexti quod ex h k ad id quod ex k f: sic est h k ad k e. Et quoniã ipsę tres h k, k f, k e, sunt proportionales: cõmensurabilis igitur est per 11 decimi h k ipsi k e lõgitudine. quare & h e ipsi e k lõgitudine est cõmensurabilis. Et quoniã per corelariũ 20 sexti quod ex a æquũ est ei quod sub e h, b d, rationale autem est id

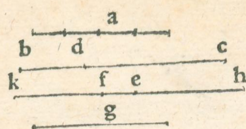
quod ex a:rationale igitur est & id quod sub e h, b d. Et ad ipsam b d rationalẽ apponitur. rationalis igitur est & e h: & ipsi b d lõgitudine cõmẽsurabilis. quare & ei cõmensurabilis e k, rationalis est: & ipsi b d lõgitudine cõmensurabilis. Quoniã igitur est sicut c d ad d b sic est f k ad k e, ipsę autẽ c d, d b, potẽtia tãtum cõmensurabiles: & ipsæ igitur f k, k e, per 11 decimi potẽtia tantũ sunt cõmensurabiles. Rationalis autẽ est k e: & ipsi b d lõgitudine cõmensurabilis. Rõnalis igiť est et f k: & ipsi c d lõgitudine cõmẽsurabilis. Ipsę igiť f k, k e, rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles per 11 decimi. Igiť f e apotome est. Verũ c d: ipsa d b, aut maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili/aut quod fit ex sibi incommẽsurabili. Si quidem c d, ipsa d b maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili: & f k per 13 decimi ipsa k e maius potest eo quod fit ex sibi cõmẽsurabili. Et si c d, ipsi expositę rationali cõmẽsurabilis est lõgitudine: & f k. si autẽ d b: & k e. si vero neutra ipsarũ c d, d b: & neutra ipsarũ f k, k e. Si autẽ c d, ipsa b d maius potest eo quod gignitur ex sibi incõmẽsurabili: & f k, ipsa k e maius potest eo quod fit ex sibi incõmensurabili. Et si quidẽ c d cõmẽsurabilis est ipsi expositæ rationali lõgitudine: & f k. si autẽ b d: & k e. si vero neutra ipsarũ c d, d b: & neutra ipsarũ f k, k e. Quare ipsa f e apotome est: cuius nomina f k, k e, cõmensurabilia sunt eis nominibus quæ sunt ex ea quæ ex binis nominibus hoc est ipsis c d, b d, & in eadem ratione/& eundem habet ordinem ipsi b c. A rationali igitur & reliqua. Quod erat ostendendum.

113 Eucli. ex Zamb. Theorema 89. Propositio 113.

A rationali ad apotomen comparata latitudo: efficit eam quę ex binis nominibus cuius nomina commensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus/& in eadem ratione. & insuper quę gignitur ex binis nominibus: ipsi apotomæ eundem obtinet ordinem.



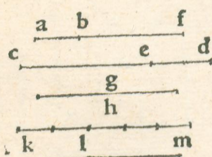
¶THEON ex Zãberto. ¶Esto rationalis quidẽ a: apotome autẽ sit b d. & ei quidẽ quod ex a, æquũ esto quod sub b d, k h: vt quæ ex a rationali ad ipsam b d apotomen cõparata latitudo efficiat ipsam k h. Dico ꝙ k h ex binis nominibus est/cuius noĩa cõmẽsurabilia sunt eis quæ ipsius b d sunt nominibus/& in eadẽ ratione: & ꝙ ipsa k h eundẽ habebit ordinẽ ipsi b d. Sit inquã per 80 decimi ipsi b d cõgruẽs d c. Ipsæ igiť b c, c d: p 80 decimi rationales sunt potẽtia tm̃ cõmẽsurabiles. Et ei quod ex a, æquũ esto id qđ sub b c, g: & ad rationalem b c cõparatũ. rationalis igiť est per diffinitionẽ decimi g: & ipsi b c lõgitudine cõmensurabilis. Quoniã igiť per 20 decimi quod sub b c, g, ęquũ ei quod sub b d, k h: proportionale igitur est per 26 sexti sicut b c ad b d, sic est k h ad g. maior autẽ est b c: ipsa b d. maior igiť est & k h: ipsa g. Exponať per 2 primi ipsi g æqualis k e. Cõmensurabilis per 12 decimi igitur est k e ipsi b c longitudine. Et quoniã est sicut c b ad b d sic est h k ad k e: cõuertẽdo igitur est per correlarium 18 quinti sicut b c ad c d, sic est k h ad h e. Fiat per 12 quinti sicut k h ad h e: sic h f ad f e. & reliqua igitur k f ad h f: est sicut k h ad h e, hoc est sicut b c ad c d, Ipsæ autẽ b c, c d, potẽtia tantũ sunt cõmensurabiles. & ipsæ igiť k f, f h: per 11 decimi potentia tantũ sunt cõmensurabiles. Et quoniã est sicut k h ad h e sic k f ad h f, sed sicut k h ad h e sic h f ad f e: & sicut igitur per 11 quinti k f ad f h, sic h f ad f e. Quare per correlariũ 19 sexti & sicut prima ad tertiã: sic quod ex prima ad id qđ ex secũda. & sicut igitur per 11 quinti k f ad f h, & h f ad f e: sic qđ ex k f ad id qđ sub e f, f h. cõmẽsurabile autẽ est per 9 decimi qđ ex k f, ei quod sub e f, f h. Ipsæ igitur k f & e h: potẽtia sunt cõmensurabiles. cõmensurabilis igitur est k f: ipsi f e lõgitudine, quare & e h: ipsi f e lõgitudine cõmensurabilis est. Rationalis autẽ est per 12 decimi k f: & ipsi b c lõgitudine cõmensurabilis. Et quoniã est sicut b c ad c d sic k f ad f h, vicissim quoq; p 16 quinti & sicut b c ad k f sic d c ad f h, cõmensurabilis autẽ est b c ipsi k f: commensurabilis igitur est & f h ipsi c d. Ipsæ autẽ b c, c d: rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. & ipsæ igitur k f, f h, rationales sunt potẽtia tantũ commensurabiles. Ex binis igitur nominibus est k h. Si quidẽ igitur b c, ipsa b d maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili: & k f, ipsa f h maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili. Et si b c cõmensurabilis est lõgitudine ipsi expositæ rationali: & f h quoq;. si autẽ neutra ipsarũ b c, c d: & neutra ipsarũ k f, f h.



Si vero b c ipsa c d maius potest eo quod fit ex sibi incõmensurabili:& k f ipsa f h maius poterit eo quod ex sibi fit incõmẽsurabili. Et si b c ipsi expositæ rationali cõmensurabilis est lõgitudine:& k f. si autẽ c d:& f h. si vero neutra ipsarũ b c, c d:& neutra ipsarũ k f, f h. Ex binis nominibus igiᵗ est k h: cuius nomina k f, f h, cõmẽsurabilia sunt ipsis b c, c d, noibus ipsius apotomes & in eadẽ ratione. & insuper k h: ipsi b c eundẽ habebit ordinẽ. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 90. Propositio 114 114

Si areola compræhendatur sub apotomæ & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina commensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus/& in eadem ratione: quæ areolam potest rationalis est.

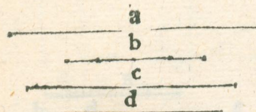


THEON ex Zamb. Compræhendatur areola sub apotomæ a b, & ea quę ex binis nominibus c d: sintq; eius quæ ex binis nominibus noia c e, e d, per 113 decimi cõmensurabilia ipsius apotomes noibus a f, f b, & in eadẽ ratione. Sitq; potens id quod sub a b, c d: ipsa g. Dico ꝙ ipsa g rationalis est. Exponatur enĩ rationalis h:& ei quod ex h æquũ ad ipsam c d cõpareẽ/latitudinẽq; efficiẽs k l. igitur ipsa k l: apotome est per 113 decimi cuius noia sint k m, m l, cõmensurabilia noibus eius quæ ex binis nominibus hoc est ipsis c e, e d, & in eadem ratione. Iam & ipsæ c e, e d: per 12 decimi cõmensurabiles sunt ipsis a f, f b, & in eadẽ ratione. est igiᵗ sicut a f ad f b: sic est k m ad m l. vicissim igiᵗ per 16 quinti est sicut a f ad k m: sic est b f ad l m. & reliqua igiᵗ a b per 12 quinti ad reliquã k l est: sicut a f ad k m. Cõmensurabilis autẽ est a f ipsi k m. cõmensurabilis igitur est per 9 decimi & a b ipsi k l. Estq; per cõstructionẽ sicut a b ad k l: sic est quod sub c d, a b, ad id quod sub c d, k l. Cõmẽsurabile igitur est & quod sub c d, a b: ei quod sub c d, k l. Aequum autem est id quod sub c d, k l: ei quod ex h. cõmẽsurabile igitur est quod sub c d, a b: ei quod ex h. Quod autẽ sub c d, a b: ęquũ est ei quod ex g. cõmẽsurabile igiᵗ est et qđ ex g: ei quod ex h. Rationale autẽ est est id qđ ex h. rationale igitur est & id qđ ex g. Rationalis igiᵗ est per diffinitionẽ decimi g. & ipsam pōt areolã quæ sub c d, a b. Si areola igitur cõpræhendatur sub apotomę:& quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendũ.

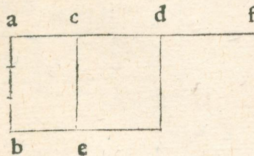
CORRELARIVM. Fitq; nobis & id propterea manifestum: ꝙ possibile est rationalem areolam sub irrationalibus rectis lineis contineri.

Eucli. ex Zamb. Theorema 91. Propositio 115. 115

A media infinitæ irrationales fiunt: & nulla vlli eorum quæ prius est eadem.



THEON ex Zãb. Esto media a. Dico ꝙ ab a infinitæ irrationales fiũt:& nulla vlli earũ quæ prius est eadẽ. Exponatur rationalis b:& ei quod sub b a per 14 secũdi ęquũ esto id quod ex c. Igitur c irrationalis est. Quod autẽ sub irrationali & rationali per lẽma 38 decimi irrationale est:& nulli earũ quæ prius est eadẽ. Quæ autẽ ex nulla earũ quæ prius ad rationalẽ apposita latitudo: mediã efficit. Rursus iam ei quod sub b c: æquũ esto id quod ex d. Irrationale igitur est id quod ex d. irrationalis igitur d:& nulli eorũ quæ prius eadẽ est. Quæ autẽ a nulla earũ quæ prius ad rationalẽ apposita latitudo: efficit c. Similiter quoq; iam & huiusmodi ordo sequetur: si in infinitũ extendas. manifestũ est igiᵗ ꝙ a media infinitæ fiunt irrationales:& nulli earum quæ prius eędem.

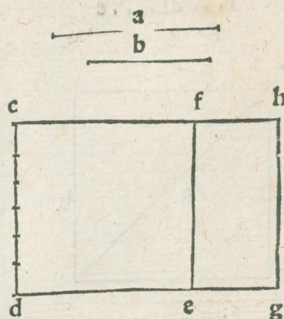


ALITER. Esto media a c. Dico ꝙ ab a c, infinitę sunt irrationales:& nulli earũ quſi prius eędẽ. Excitetur per 11 primi ipsi a c ad angulos rectos a b, sit rationalis a b. cõpleaturq; b c. irrationale igitur est per 11 decimi b c:& ipsũ potens irrationalis est. Possit autẽ per lẽma 38 decimi ipsum c d. igitur c d est irrationalis & nulli earũ quæ prius eadẽ est. a nulla autẽ earũ quæ prius ad rationalẽ apposita latitudo: mediã efficit. Rursus cõpleatur e d. irrationale igitur est e d:& ipsum potens irrationalis est. possit autem ipsum d f. irrationalis igitur est d f:& nulli earum quæ prius eadem. A nulla autem ipsarum quæ prius ad rationalem apposita latitudo: efficit c d. a media igitur infinitę irrationales:& quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

116 Eucli.ex Zamb. Theorema 92. Propoſitio 116. Zamb. 105.

¶Minori commenſurabilis: minor eſt.

¶THEON ex Zāb. ¶Eſto minor a:et ipſi a cōmēſurabilis eſto p 11 decimi b.Dico ꝙ b minor eſt.Exponat̃ c d rationalis:& ei qđ ex a per 44 primi ęquū ad ipſam c d comparetur c e,latitudinem efficiens c f. Apotome igitur eſt c f. Ei autē quod ex b,per eandē æquū ad ipſam f e cōparetur f g: latitudinē efficiēs f h.Quoniā igit̃ cōmēſurabilis eſt a ipſi b:cōmenſurabile igit̃ eſt & quod ex a ei quod ex b.Sed ei quidē quod ex a,æquū eſt c e:ei autē quod ex b,æquū eſt f g.cōmenſurabile igit̃ eſt c e:ipſi f g.Sicut autē c e ad f g:ſic eſt c f ad f h. Cōmēſurabilis igit̃ eſt c f:ipſi f h lōgitudine.Apotome autē quarta eſt per 100 decimi ipſa c f.Igit̃ & f h:quarta eſt apotome.Rōnalis autē eſt f e.Si vero areola cōpræhēdatur ſub rationali& quarta apotomę:q̃ areolā poteſt minor eſt per 94 decimi.Ipſam autem f g areolam:ipſa b poteſt.ergo b minor eſt.Quod erat oſtendendum.

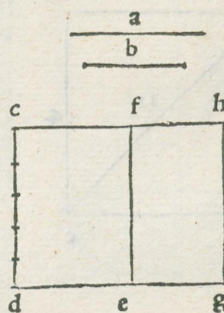


Zamb 106.

117 Eucli.ex Zamb. Theorema 93. Propoſitio 117.

¶Cum rationali medium totum efficienti commēſurabilis:cum rationali medium totum efficiens eſt.

¶THEON ex Zamb. ¶Sit cū rationali mediū totū efficiens a:cōmēſurabilis autē ei eſto b.Dico q̃ b cū rationali mediū totū efficiēs eſt. Exponat̃ rationalis c d:& ei quidē quod ex a æquū ad ipſam c d cōparetur c e,latitudinē efficiens c f.Apotome igitur eſt quinta ipſa c f per 102 decimi.Ei autē quod ex b per 44 primi æquū ad ipſam f e cōparetur f g:latitudinē efficiēs f h.Quoniā igitur cōmenſurabilis eſt a ipſi b:cōmenſurabile igitur eſt id quod ex a ei quod ex b.Sed ei quidē quod ex a,æquū eſt c e:ei vero quod ex b,æquū eſt f g.Igitur c e:ipſi f g eſt cōmenſurabile.Cōmenſurabilis igitur eſt c f:ipſi f h longitudine.Quinta autem apotome eſt c f.Apotome igitur quinta eſt:& f h.Rationalis autē f e.Si vero areola cōpræhendatur ſub rationali & apotomę quinta:q̃ areolam poteſt/cū rationali mediū totū efficiēs eſt per 95 decimi.Poteſt autē ipſum f g:ipſa b.Igitur b:cū rationali mediū totū efficiēs eſt.Quod erat oſtēdendū.

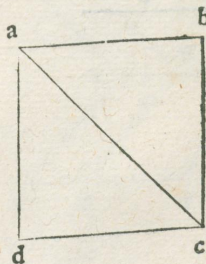


118 Eucli.ex Zamb. Theorema 94. Propoſitio 118.

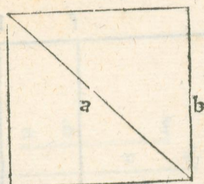
¶Propoſitum nobis ſit oſtendere:ꝙ in quadratis figuris incommenſurabilis eſt dimetiens lateri longitudine.

¶THEON ex Zamb.¶Eſto quadratū a b c d:dimetiens vero illius ſit a c. Dico:ꝙ a c ipſi a b lōgitudine eſt incōmenſurabilis.Si enim poſſibile:ſit commēſurabilis.Dico q̃ eueniet:ꝙ par numerus & impar erūt idē.Manifeſtū quidē igit̃ per 47 primi:q̃ id quod ex a c duplū eſt eius quod ex a b.Et quoniam c a ipſi a b cōmenſurabilis eſt:igitur c a ad a b rationē habet quā numerus ad numerū per 5 decimi.habeat autē:quā e f ad g.Sintq; e f,g,minimi eandē rationē habentiū eis.Igitur e f nō eſt vnitas.Si enim e f eſt vnitas/& rationē habet ad g quā a c ad a b,& maior eſt a c ipſa a b:maior igitur eſt e f vnitas ipſo g numero.quod eſt impoſſibile.Igit̃ e f nō eſt vnitas.numerus igitur.Et quoniam eſt ſicut a c ad b ſic eſt e f ad g:& ſicut igitur per 15 quinti quod ex c a ad id quod ex a b,ſic qđ ex e f ad id quod ex g.Duplum autē eſt qđ ex c a eius quod ex a b.Duplū igitur eſt & qđ ex e f:eius quod ex g.par igitur eſt id qđ ex e f.quare & ipſe e f par eſt. Si enim impar eſſet:& quod ex eo quadratum impar eſſet per vigeſimānonam noni.quippe quoniā ſi quilibet numeri impares compoſiti fuerint/multitudoq; fuerit impar:& totus impar eſt.Igitur e f: par eſt.Secetur per 10 primi e f bifariā in h.Et quoniā ipſi e f,g,numeri minimi ſunt eandē eis habentiū rationē:& primi ſūt adinuicē per 24 ſeptimi.& e f:par eſt.Impar igitur eſt g.Si enī eſſet par:ipſos e f,g,metiretur binarius. omnis etenī par: habet partes dimidias primas adinuicē exiſtentes.quod eſt impoſſibile. Igitur g non eſt par.Et quoniā ipſius e h duplus eſt e f: quadruplus igit̃ eſt qui ex e f,eius quod ex e h.Duplus aūt qui ex e f eius qui ex g.duplus igitur qui ex g:eius quod ex h e.Igitur qui ex g par eſt.& par igitur g per ea quæ dicta ſunt.ſed & impar.quod eſt impoſſibile.Igitur c,a:ipſi a b longitudine non eſt commenſurabilis.incommenſurabilis igitur.

f...h...e
g...

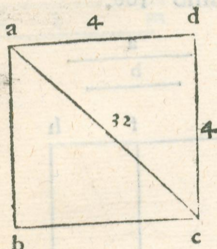


f....h....e
g...

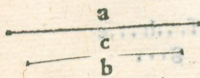


❡Ostendendum & aliter:ꝙ incommensurabilis est quadrati dimetiens lateri. Sit inquam pro dimetiente/a:pro latere vero/ sit b. Dico ꝙ a:ipsi b lõgitudine est incõmẽsurabilis. Si enim possibile:sit cõmensurabilis. Fiatq; rursus sicut a ad b:sic e f ad g. sintq; minimi eandẽ eisdem habentium rationem:ipsi e f,g. Igitur ipsi e f,g:primi sunt adinuicẽ. Dico primum ꝙ g non est vnitas. Si eni possibile:esto vnitas. Et quoniã est sicut a ad b sic est e f ad g:& sicut igitur per 11 & 15 quinti quod ex a ad id quod ex b,sic quod ex e f ab id quod ex g. Duplum aũt est id quod ex a:eius quod ex b. Duplus igitur & qui ex e f:eius qui ex g. Et g vnitas est. Igitur e f binarius est quadratus. Quod est impossibile. Igitur g nõ est vnitas. numerus igitur. Et quoniam est sicut quod ex a ad id quod ex b sic qui ex e f ad eum qui ex g,& rursus sicut quod ex b ad id quod ex a sic qui ex g ad eum qui ex e f, metitur autem quod ex b id quod ex a, metitur autem & qui ex g quadratus eum qui ex e f, quare & latus idem g ipsum e f metitur/ metitur autem & seipsum g:igitur g ipsos e f,g, metitur qui primi sunt adinuicem. Quod est impossibile. Igitur a : ipsi b non est commensurabilis, incommensurabilis igitur. Quod ostendere oportuit.

❡Priorum dilucidior explanatio.



❡Sit quadratũ a b c d:dimetiens vero ipsius sit a c. Manifestũ est ꝙ isosceles est triangulũ c d a, æquũ habẽs d a ipsi d c:similiterq; triãgulũ isosceles est a b c. Sit igitur d a vnitatũ 4 siue pedum: sicq; & c d, quatuor. quare manifestum est ꝙ qđ ex d a quadratũ : est vnitatũ siue pedũ 16. sic etiã & quod ex c d:16 est vnitatũ siue pedũ. At quoniã id quod ex a c æquũ est eis quæ sunt ex d a, c d, queadmodum ex 47 primi perspicuũ est:manifestum est ꝙ id quod ex a c est duplum eius quod ex d a. At id quod ex d a:est vnitatum 16. id igitur quod ex dimetiente:32 erit/ in dupla quidẽ. At quoniã longitudine cõmensurabiles lineæ sunt quas aliqua magnitudo metitur earumq; quadrata rationem habent quam numerus quadratus ad numerum quadratum/ at efficiẽs 32 per latus aliqua magnitudo non metitur/ neq; quæ ex eis quadrata sunt rationem habent quam numerus quadratus ad numerum quadratum(nullum enim quadratum alterius quadratũ duplum est) incõmensurabilis igitur est longitudine dimetiẽs lateri. efficiẽs enim 32 siue latus/ est vnitatum 5 & minutorum 39:quæ 5,39, ac 4, nullam habent communem mensuram. quare 32 ad 16 sicut dictum est rationem non habet qualem quadratus numerus ad quadratum numerum.



❡Inuentis iam longitudine incommensurabilibus rectis lineis a, b:& plures aliæ magnitudines ex binis diuisionibus comperiuntur. Dico iam plana adinuicem incommensurabilia. Quoniam si ipsarum a, b, linearum rectarum proportionalem susceperimus c:erit igitur sicut a ad b, sic quæ ex a species ad eam quæ ex c similẽ similiterq; descriptam speciem siue quadrata/ siue aliæ rectilineæ similes descriptæ fuerint/ siue etiam circuli circa dimetientes a c, quippe quoniam circuli adinuicem sunt sicut ea quæ ex dimetientibus sunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incommensurabiles. ❡Ostensis siquidem ex binis diuisionibus differẽtijs areolarum incommensurabilium: ostendemus eas quę ex solidis speculationes:qualiter sunt solida cõmensurabilia & incõmensurabilia adinuicẽ. Si enĩ in ijs quæ ex a, b, quadratis eisdem æqualibus rectilineis figuris cõstituamus altitudine æqualia solida parallelepipeda/ vel pyramides/ vel prismata:erũt ipsa cõstituta adiuicẽ sicut bases/ & cõmensurabilia, mẽsurabilia erunt ipsa solida. Si vero incommẽsurabiles : incommensurabilia.



❡Sed & si duobus expositis circulis ab ipsis conos vel cylindros altitudine æquales describemus:erunt adinuicẽ sicut bases hoc est sicut ipsi circuli. Et si ipsi circuli sunt cõmensurabiles:& ipsi coni & cylindri cõmensurabiles erũt. Si vero ipsi circuli erunt incõmensurabiles:ipsi coni & cylindri erũt incõmensurabiles. Et nobis fit manifestũ:ꝙ non solum in lineis & superficiebus sunt cõmensurabiles & incommensurabiles/ sed in solidis quoq; figuris hoc repperitur.

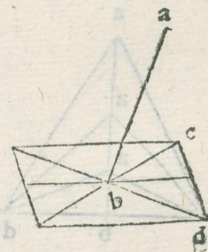
EVCLIDIS Megarensis Geometricorum
Elementorum decimi libri
Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq́ꝫ facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholamæo Zāberto Veneto, Geometrica Elementa. Liber vndecimus.

Eucli. ex Campano. Diffinitiones.

1 Orpus: eſt quod lōgitudinem/ & latitudinem/ & altitudinē habet. Cuius termini: ſunt ſuperficies.

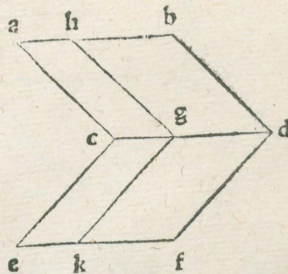
2 ¶Linea erecta ſupra ſuperficiem: eſt quæ cum ſingulis ſibi cōterminalibus lineis in ea ſuperficie expaſſis angulos rectos facit. Linea autē hęc: ſupra eam ſuperficiē perpendicularis eſſe/ & ad eandem orthogonaliter inſiſtere dicitur.



¶Intelligatur enī linea a b exurgere ſupra planū: ita ꝙ punctus a imaginetur in aere/ & b in plano. & a puncto b ducātur plures lineæ in eodē plano: vt b c, b d, & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit ꝙ linea a b cū linea b c, & cum linea b d, & cum qualibet alia linea protracta a puncto b in plano illo/ angulū rectum cōtineat: ipſa dicetur eſſe perpēdicularis ad illā ſupficiē in qua protractæ ſunt hæ lineę/ videlicet b c & b d. & aliæ cū quibus ipſa ponit̄ cōtinere angulū rectū.

3 ¶Superficies autem erecta ſuper ſuperficiem eſt: quoties puncto vno eodem lineæ quæ eſt communis terminus illarum ſuperficierum duæ perpendiculares conterminales ſuperſtant/ quæ rectum continentes angulum in eiſdem ſuperficiebus ſitæ ſunt.

¶Verbi gratia/ imaginemur ſuperficiem a b c d exurgere/ ſuperficiem vero c d e f iacere: & intelligamus lineam c d eſſe communem terminum ambarum. In ea itaqꝫ ſignetur punctus g: a quo ad lineam c d extrahantur duæ lineę perpendiculares. vna videlicet in ſuperficie c d e f, quæ ſit g k: & alia in ſuperficie a b c d quæ ſit g h. Si igitur angulus quem continent hæ duæ lineæ perpendiculares videlicet g h & g k, erit rectus: ſuperficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta ſuper ſuperficiem c d e f.



4 ¶Superficies æquidiſtantes: ſunt quæ in vtramlibet partem protractæ non concurrent/ etſi in infinitum producantur.

¶Intellectum eſt quod dicitur. Scire tamen debes: ꝙ omnes planæ ſuperficies/ aut ſunt æquidiſtantes abinuicem/ aut in omnem partem protractæ cōcurrent alicubi & ſuper rectā lineam ſe ſecabunt. Lineas autem rectas nō eſt neceſſariū vel eſſe ęquidiſtātes vel in vtrāqꝫ partē protractas cōcurrere: quippe q̄ in eadē ſupficie nō ſunt nec ęquidiſtāt abinuicē/ nec tñ quantūlibet protractę cōcurrēt.

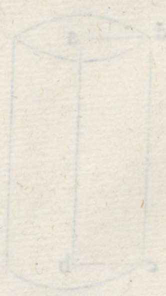
5 ¶Aequa corpora ſunt atqꝫ ſimilia: quorum terminales ſuperficies numero ac quantitate ęquales vnius creationis ſint atqꝫ ſimiles.

6 ¶Similia corpora: ſunt quæ ſimilibus ſuperficiebus numero ęqualibus continentur.

¶Si has duas diffinitiones de corporibus ęqualibus et ſimilibus/ nō ītelligis: ad diffinitionē ſimilium ſuperficierum poſitā in principio ſexti recurre.

7 ¶Corpus ſerratile: dicitur quod quincꝫ ſuperficiebus quarū tres parallelogrammæ ſunt duæ vero triangulæ/ continetur.

¶Domui quatuor parietes æquidiſtantes habenti/ tectum vnico faſtigio ſupremis duorum parietum lateribus æquali & æquidiſtāti ſuperpoſitum: ſerratilis corporis expreſſam ſimilitudinem gerit.



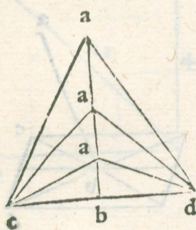
Sphæra: est transitus arcus circunferentiæ dimidij circuli quo= 8
ties sumpto vel supremo semicirculo lineaq; diametri fixa donec
ad locum suum redeat / arcus ipse circumducitur.

Super quamlibet lineam semicirculo descripto / si linea illa fixa semicirculus
tota reuolutione circunducatur: corpus quod describitur / sphæra nominatur.
Cuius centrum: constat esse centrum semicirculi circunducti.

Pyramis laterata: est figura corporea quā continēt superficies / a 9
quarū vna reliquę sunt ad vnū oppositum punctū sursum erectę.

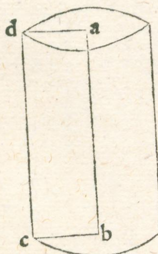
In omni laterata pyramide cūctæ superficies ipsam ambientes: ab ipsius ba=
si ad vnum punctum subleuantur / qui conus pyramidis dicitur. suntq; omnes
hæ laterales superficies: triangulę / basis vero frequenter non est triangula.

Pyramis rotunda: est figura solida / estq; transitus trianguli re= 10
ctanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continentiū
fixo / donec vsq; ad locum vnde moueri cœpit redeat triangulo ip=
so circūducto. Si igitur latus fixum lateri circūducto fuerit ęqua=
le: erit figura rectangula. Si autē lōgius: acutiangula. Si vero breui
us: obtusiāgula erit. Axis autē ipsius figuræ: est latus fixū. Basisq;
sua: circulus. Dicitur autem figura hęc: pyramis colūnę rotundæ.



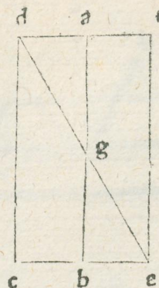
Sit trigonus a b c: rectum angulum habens qui sit b. figaturq; alterum duo=
rum laterum ambientium rectum angulum b: sitq; latus quod figitur / a b. quo
fixo: circūducatur trigonus quousq; ad locū vnde moueri cœperit redeat. Cor=
porea ergo figura quę huius trigoni motu describitur: rotunda pyramis appel=
latur. Cuius tres sunt differentiæ. Alia enim est rectāgula / alia acutiangula / ter=
tia obtusiangula. Et prima quidem est: quādo latus a b lateri b c fuerit æquale.
Esto enim vt linea b c / quum rotatu trigoni peruenerit ad situm lineæ b d, ita
q; punctus c cadat super punctum d, fiat linea vna: hoc est vt ipsa tunc conium
gatur situi a quo moueri cœpit secundum rectitudinem. eritq; linea hæc qua=
si b c d. Et quia ex 32 primi & 5 eiusdem angulus c a b est medietas recti: erit
angulus c a d rectus. ideoq; pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b
sit longius latere b c: erit acutiangula. Erit enim tunc ex 32 primi & 19 eiusdem
angulus c a b: minor medietate recti. ideoq; totus angulus c a d: est minor re=
cto & acutus. quare pyramis acutiangula. Qz si latus a b fuerit breuius latere b
c: erit angulus c a d maior medietate recti ex 32 primi & 19 eiusdem. & totus c
a d, qui est duplus ad ipsum c a b: maior recto & obtusus. igitur & pyramis cō=
uenienter tunc dicitur obtusiāgula. Axis autem huius pyramidis: dicitur linea
a b. Basis vero eius: circulus quem describit linea c b super centrum b. Dicitur
quoq; hæc pyramis columnæ rotundæ: illius videlicet quam motu suo describe
ret parallelogrammum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

Figura corporea totunda cuius bases sunt circuli duo plani ex= 11
tremitatibus & crassitudine id est altitudine æquales: est transitus
parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continente fi=
xo / ipsaq; superficie donec ad locum suum redeat circūducta. Di=
citurq; hæc figura: colūna rotunda. Columnæ itaq; rotundæ atq;
sphæræ circuliq;: vnum atq; idem est centrum.



Sit parallelogrāmum rectangulū a b c d, figaturq; latus a b: & eo fixo totum
parallelogrāmum quousq; ad locum suum cadat vel redeat circūducatur. Cor=
porea ergo figura huius parallelogrammi motu descripta: totunda colūna no=
minatur / cuius bases sunt duo circuli. & est vnus eorum: circulus quem descri
bit motu suo linea b c, cuius circuli centrū est pūctus b. alter vero est: quē motu
suo designat linea d a, & eius centrū est pūctus a. Axis autem huius columnæ:
dicitur linea a b q̄ manet fixa ī motu parallelogrāmi. Qz si imaginati fuerimus
parallelogrāmum a b c d cum peruenerit rotatu suo ad situm a b e f, coniungi
situi a quo moueri cępit secundum continuitatem superficiei planæ / vt scilicet

totũ sit vnũ parallelogrãmũ d c, e f, & ꝑtraxerimus ĩ eo diametrũ d e: erit quoqꝫ diameter d e diameter colũnæ. Quod autẽ dicitur colũnæ & sphęrę & circuli idẽ esse centrũ: intelligi debet cũ horum vna est eadẽqꝫ diameter. Verbi gratia. diximus enĩ qꝫ d e est diameter istius colũnę. Sphærã igitur atqꝫ circulum quorũ diameter est linea d e: necesse est idem centrũ habere cum cẽtro propositæ colũnę. Sit enim vt linea d e secet lineam a b in puncto g. eritqꝫ g centrum colũnę. diuidit enim axem colũnæ per ęqualia: & diametrũ colũnæ per æqualia. quod patet per 25 primi. nam anguli qui sunt ad g: sũt æquales ex 15 primi. & anguli qui sũt ad a & b: recti ex hypothesi. linea quoqꝫ a d: est æqualis lineæ b e. itaqꝫ d g est æqualis e g: & a g æqualis g b. Cũqꝫ anguli c & f sint recti: si super pũctum g secundum spacium d g, ac super lineam d e circulus describatur/ trãsibit ex conuersa primæ partis 30 tertij per puncta c & f. itaqꝫ punctum g est cẽtrum circuli cuius diameter est diameter colũnę/ ideoqꝫ & sphæræ. Quare manifestũ est omni parallelogrammo rectãgulo circulum/ omniqꝫ columnę rotundę sphęram esse circunscriptibiles. Sicqꝫ patet quod voluit istud theorema.



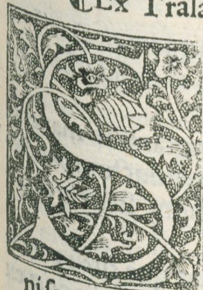
12 ¶Angulus corporeus siue solidus: est quem cõtinent anguli plani plures q̃ duo/ qui haudquaquã in vna superficie siti ad vnum punctum angularem conueniunt.

¶Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt: sicut nec duę rectæ lineæ nequeunt superficiem claudere. Angulos quoqꝫ planos solidum ãgulum continentes in eadem superficie non conuenit esse sitos: sed in diuersis. quẽadmodum duas rectas lineas planum perficiẽtes angulum: non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

13 ¶Similes sunt figurę corporeę rotũdę/ siuę sint colũnę siue earũ pyramides: quarum axes diametris suarum basium sunt proportionales.

¶Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotũdis/ si fuerit proportio axis vnius earum ad diametrũ suæ basis sicut axis alterius ad diametrum suæ basis: illæ duæ columnæ aut pyramides similes adinuicem esse dicuntur.

¶Ex Tralatione Zamberti. Diffinitiones.



1 Solidum: est quod lõgitudinem/ latitudinem/ & crassitudinẽ habet. Solidi vero terminus: superficies est.

2 ¶Recta linea ad planum recta est: quando ad omnes contingentes ipsam rectas lineas & in subiecto plano existentes/ rectos efficit angulos.

3 ¶Planũ ad planũ rectum est: quando cõmuni segmento ipsorum planorum ad angulos rectos ductæ rectę lineæ in vno ipsorum planorum/ reliquo plano ad angulos rectos fuerint.

4 ¶Plani ad planum inclinatio: est compræhensio anguli acuti sub ijs quæ ad angulos rectos communi segmento ducuntur ad idẽ signum in vtroqꝫ ipsorum planorum.

5 ¶Planum ad planum inclinari dicitur & alterum ad alterũ: quãdo prædicti inclinationum anguli sibi inuicem æquales fuerint.

6 ¶Parallela plana: sunt quæ contactum non admittunt.

7 ¶Similes solidæ figuræ: sunt quæ sub similibus planis/ æqualibus multitudine compræhenduntur.

¶Similes ſolidæ figuræ & æquales: ſunt quæ ſub ſimilibus planis 8
multitudine & magnitudine æqualibus compræhenduntur. 9
¶Angulus ſolidus: eſt ſub pluribus duabus lineis ſeſe adinuicem
tangentibus & non exiſtentibus in eadem ſuperficie ad omnes
lineas inclinatio.

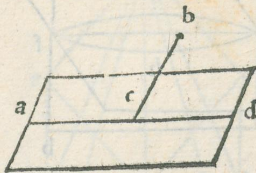
Aliter.

¶Solidus angulus: eſt qui ſub pluribus duobus planis angulis
compræhenditur non exiſtentibus in eodem plano/ ad vnum
ſignum conſtitutis. 10
¶Pyramis: eſt figura ſolida planis compræhenſa ab vno plano
ad vnum ſignum conſtituta. 11
¶Priſma: eſt figura ſolida planis compræhēſa/ quorum duo quæ
ex oppoſito ęqualia & ſimilia ſunt parallela/ reliqua vero pa-
rallelogramma. 12
¶Sphæra: eſt quando ſemicirculi manente dimetiente circundu
ctus ſemicirculus in ſeipſum rurſus reuoluitur vnde incępit/ cir
cum aſſumpta figura. 13
¶Axis ſphęrę: eſt manēs recta linea quā circū ſemicirculus vertiť. 14
¶Centrum ſphęræ: eſt illud quod & ſemicirculi. 15
¶Dimetiēs ſphæræ: eſt recta quædā linea per cētrū acta & termi
nata ex vtraqꝫ parte ſub ipſius ſphæræ ſuperficie. 16
¶Conus: eſt quando rectanguli trianguli manente vno eorū quę
circa rectū āgulū latere circūductū triāgulū in idē rurſus vnde
ſumpſerat exordiū circūuoluiť/ ea aſſumpta figura. Et ſi manēs
recta linea ęqua fuerit reliquę quæ circum rectū circūductę: re-
ctāgulus erit conus. Si vero minor: āblygonius. Si autē maior:
oxygonius. 17
¶Axis coni: eſt manens quædam recta linea quam circū triāgu-
lum vertitur. Baſis autem: eſt circulus ſub circumducta recta
linea deſcriptus. 18
¶Cylindrus: eſt quando rectanguli parallelogrammi manente
vno eorū quę circū rectū angulum latere circūductum paralle-
logrammum in idem vnde ſumpſit exordium ſteterit/ ea aſ-
ſumpta figura. 19
¶Axis cylindri: eſt manens quædā recta linea quā circū paralle
logrammum vertitur. Baſis autem circuli qui ſub ijs quæ ex
oppoſito circunductis lateribus ſunt deſcripti. 20
¶Similes coni et cylindri: ſunt quorum axes & dimetientes baſi-
um ſunt proportionales. 21
¶Cubus: eſt figura ſolida ſub ſex quadratis contenta lateribus. 22
¶Octaedrum eſt figura ſolida ſub octo æqualibus & ęquilateris
contenta triangulis. 23
¶Dodecaedrum: eſt figura ſolida ſub duodecim quinquangulis
æqualibus & æquilateris & æquiangulis compræhenſa. 24
¶Icoſaedrum: eſt figura ſolida ſub viginti triāgulis æqualibus
& æquilateris compræhenſa.

Eucli.ex Camp. Propositio prima.



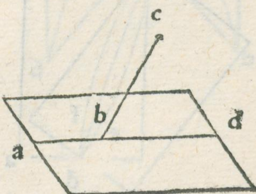
1 LIneæ rectæ partem esse in plano & partem in subli mi: est impossibile.



℄CAMPANVS. ℄Sit linea ab recta. Dico q̃ nõ est possi bile: vt pars eius sit in plano/& pars sursum eleuata. Si enim est possibile: sit pars eius q̃ est a c sita in plano/& pars eius q̃ est c b in sublimi posita. & protrahat̃ directe a c in plano in quo ipsa sita est: vsq; ad d. eritq; vt vni eidẽq; lineę q̃ est linea a c, duæ lineæ penitus diuersę quæ sunt lineæ c b & c d ex eadem parte directe adijciantur. Quod est impossibile ex 13 primi.

Eucli.ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

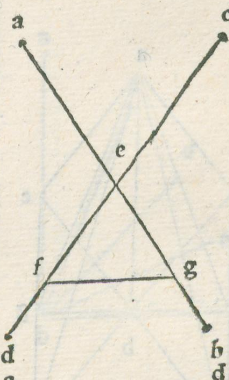
1 ℄Rectæ lineæ partem in subiecto plano/ partem vero in sublimi esse: est impossibile.



℄THEON ex Zamberto. ℄Si enim possibile: rectæ lineæ a b c, pars quidem ab esto in plano/ pars autem b c esto in sublimi. erit iam quędã ipsi a b cõtinua recta linea in rectum in supposito plano. sit b d. Igitur binis datis rectis lineis a b c, a b d: commune segmẽtum est a b. quod est impossibile. Recta linea nãq; cum recta linea non concurrit in pluribus signis vno: si adinuicem ipsæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partẽ in subiecto plano/ partem autem in sublimi esse: est inpossibile. Quod fuerat ostendendum.

Eucli.ex Camp. Propositio 2.

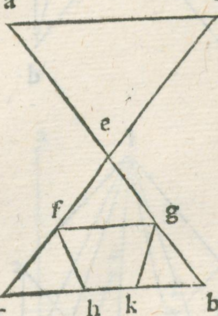
2 OMnes lineę duę quarũ altera alterã secat: in vna sup̃ficie sitæ sunt. omnisq; triãgulus: in vna sup̃ficie totus cõsistit.



℄CAMP. ℄Sint duæ lineę rectæ a b & c d: se inuicẽ secãtes in pũcto c. Dico eas esse in superficie vna. & omnẽ triangulũ dico esse in superficie vna totum. Signetur enim punctus f, in linea c d: & punctus g, in linea a b. & ducatur linea f g. Quia igitur impossibile est partẽ trianguli e f g esse in plano & partẽ in sublimi/ quin etiam suarũ terminaliũ linearũ vnius aut pluriũ pars similiter sit in plano & pars similiter in sublimi: cum de lineis hoc sit impossibile per præmissam/ erit quoq; impossibile de triangulo. Itaq; totus triangulus e f g: est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte & præmissa: constat prima pars huius secundæ propositionis.

Eucli.ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

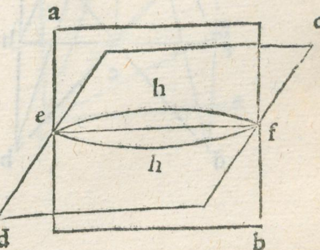
2 ℄Si binæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: in vno sunt plano. & omne triangulum in vno plano existit.



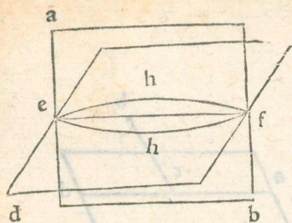
℄THEON ex Zamberto. ℄ Binæ inquã rectæ lineæ a b, c d, se adinuicẽ secent in signo e. Dico q̃ ipsæ a e b, c d in vno consistũt plano. & omne triangulum in vno est plano. Assumantur in ipsis e c, e b, signa vtcũq; : sintq; f, g. connectanturq; b c, f g. extendaturq; f h, g k. dico primum q̃ triangulum e c b in vno est plano. Si ipsius nãq; trianguli e c b pars/ aut f c h, aut g b k, ĩ subiecto plano est/ reliquum vero in alio: & erit vnius ipsarum e c, e b, rectarum linearũ pars in subiecto plano/ pars autem in alio. Si autem ipsius e c b trianguli/ c f b g, pars fuerit in subiecto plano/ reliquum vero in alio: erit & ambarum e c, e b, rectarum linearum pars quidẽ in subiecto plano/ & pars in alio. quod per 1 vndecimi impossibile esse ostensum est. Igitur triangulum e b c in vno est plano. In quo enĩ est triãgulũ e c b: in eo est & vtraq; ipsarũ e c, e b. In quo aũt est vtraq; ipsarũ e b, e c: in eodẽ sũt & a b, c d, per eãdem. Ipsæ igitur a b, c d, rectę lineę/ in vno existũt plano. & oẽ triangulũ in vno est plano. q̃d erat ostẽdendũ.

Eucli.ex Camp. Propositio 3.

3 OMnium duarum superficierum seinuicem secantium: cõmunis sectio est linea recta.



℄CAMPANVS. ℄De planis superficiebus intellige: & verũ erit quod dicitur. Sint itaq; duæ superficies planæ a b & c d: se inuicẽ secantes. Dico q̃ earũ cõmunis sectio: erit linea recta. Esto enim duo puncta c & f termini cõmunis se

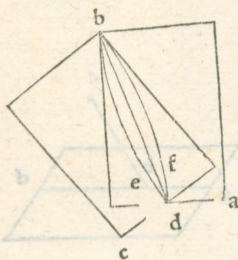


ctionis earũ quę cõtinent̃ per lineã rectã q̃ sit e f. Si igitur linea e f est in vtraq;
duarũ superficierũ a b & c d: cõstat propositũ. At vero si in neutra/ aut si nõ in
altera: cũ ambo puncta e & f sint in vtraq; superficierũ a b & c d, in ea superfi-
cie in qua ipsa nõ fuerit protrahat̃ linea recta quæ sit e h f. erũt igit̃ duæ rectæ
lineæ e f & e h f: habentes duos terminos cõmunes. Quod est impossibile. Sic
enĩ: duę rectæ lineę ĩcluderẽt sup̃ficiẽ. qđ est cõtra petitionẽ vltimã primi libri.

Eucli. ex Zamb Theorema 3. Propositio 3.

¶ Si bina plana se adinuicem secuerint: communis eorum sectio 3
recta linea est.

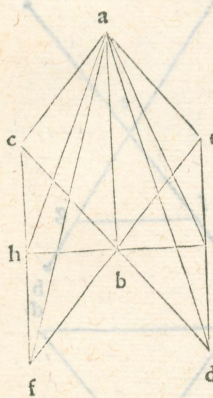
¶ THEON ex Zãb. ¶ Bina & enĩ plana a b, b c, se adinuicẽ dispescant: cõis
autẽ sectio sit linea d b. Dico q; d b linea recta est. Si autem non: connectantur
d, b, in ipso a b plano/ recta linea d e b: & in ipso b c plano/ recta linea d f b.
erunt nempe duarum rectarum linearum d e b, d f b, ijdem fines: & perinde
areolã cõpræhendẽt. quod per vltimã cõmunem sententiã est impossibile. Ipsę
igitur d e b, d f b: rectę lineæ nõ sunt. Similiter quoq; ostendemus: q; neq; vlla
alia ex d in b ducta recta linea est/ præter ipsam d b communem sectionem ip-
sorum a b, b c, planorum. Si bina igitur plana se adinuicem secuerint: ipsorum
communis sectio recta linea est. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 4.

SI fuerit linea orthogonaliter ab inscisione duarum linea- 4
rum erecta intersecantium se: ipsa ad earundem superfi-
ciem perpendicularis erit.

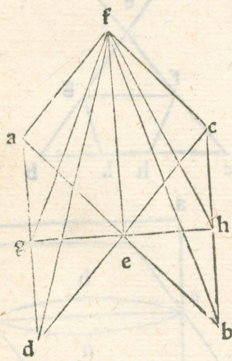
¶ CAMP. ¶ Sit linea a b orthogonaliter erecta super inscisionẽ duarũ linearũ
c d & e f secãtiũ se in pũcto b: de q̃bus cõstat per antep̃missã q; ipsę sũt sitę in
vna sup̃ficie. Dico q; linea a b: p̃pẽdicularis est ad ipsarũ sup̃ficiẽ. Sit enĩ c b et
b d, ęquales: at vero f b et b e ęquales. et p̃trahant̃ lineę e d & c f: q̃ erũt ęquales
per 4 primi/ & æquidistantes per 27 eiusdem. Signato itaq; pũcto aliquo in li-
nea e d, qui sit g: ducatur linea g b h. eritq; ex 26 primi/ e g: ęqualis f h. igitur a
pũcto a, vel quouis puncto lineæ a b: demittãtur hypothenusaliter lineæ a c,
a d, a e, a f, a g, a h. Eritq; ex 4 primi a c, æqualis a d: & a e æqualis a f. Itẽ per
8 eiusdẽ æqualis erit ãgulus a e d: æqualis angulo a f c. ergo per 4 ipsius erit
a g æqualis a h. & ideo per 8 eiusdem erit angulus a b g, æqualis angulo a b
h. quare ex diffinitione vterq; est rectus: et linea a b perpendicularis ad lineã g
h. Simili quoq; modo probabis: eandem esse perpẽdicularem ad omnes lineas
protractas a puncto b in superficie duarum linearum c d & e f. igitur ex diffini-
tione constat: lineam a b esse perpendicularem ad superficiem in qua sitæ sunt
duæ lineæ c d & e f se inuicem secantes. Quod est propositum.



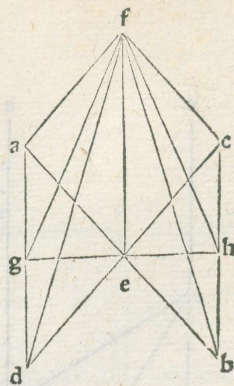
Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.

¶ Si recta linea duabus rectis lineis se adinuicem dispescenti- 4
bus in communi sectione ad rectos angulos steterit: & ad earun-
dem planum ad angulos rectos erit.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Recta enĩ linea quędã e f: duabus rectis lineis a b, c d,
se inuicẽ dispescentibus in e signo/ ex e ad angulos rectos cõstituatur. Dico q;
& e f: ad ipsarũ a b, c d, planũ ad angulos est rectos. Assumãtur namq; ipsę a e,
e b, c e, e d, sibi inuicẽ æquales. Extendaturq; quædã recta linea per e vtcunq;/
sitq; g e h: cõnectãturq; ipsæ f a, f g, f d, f c, f h, f b. Et q̃m binæ a e, e d, dua-
bus c e, e b, sũt ęquales/ & æquales cõpræhẽdũt angulos per 15 primi: igit̃ p 4
p̃mi basis a d ęq̃lis est basi c b, et triãgulũ a e d ipsi c e b triãgulo ęquũ est/ qua-
re et ãgulus q sub d a e ãgulo q sub e b c est æqualis. Est autẽ et q sub a e g ãgu-
lus: ei q sub sub b e h æq̃lis. bina igit̃ sũt triãgula p 26 primi a g e, b e h: binos
ãgulos binis ãgulis æq̃lia habẽtia alterũ alteri/ et vnũ latus vni lateri æquũ ad
ęquos ãgulos/ a e ipsi e b. et reliqua igit̃ latera: reliq̃s lateribus ęqualia habebũt.
æqualis igit̃ est g e ipsi e h: & a b ipsi b h. Et q̃m æqualis est a e ipsi e b, cõis
autẽ & ad angulos rectos f e: basis igitur f a, per 7 primi basi b f est æqualis. Id
propterea & f c ipsi f d est æqualis. Et quoniã æqualis est a d ipsi c b, est aũt &



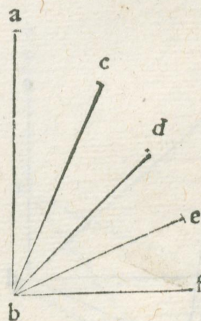
f a ipsi f c ęqualis: duæ igit͂ f a, a d, duabus f c, c b, æquales sunt altera alteri. et basis f d: basi f b est æqualis. & angulus igit͂ qui sub f a d: angulo qui sub f c b est æqualis. Et quoniã rursus ostensum ꝙ a g ipsi b h est ęqualis/ sed f a ipsi f c est æqualis: binæ iam f a, a g, duabus f c, c h, sunt æquales. & angulus qui sub f a g: ostẽsus est ęqualis ei qui sub f c h. basis igitur f g: per 4 primi basi f h est æqualis. Et qm̃ rursus æqua est ostẽsa g e ipsi e h, cõmunis autẽ e f: duę igit͂ g e, e f, duabus h e, e f, sũt æquales. & basis f g: basi f h est ęqualis. angulus igit͂ qui sub g e f: angulo qui sub h e f est æqualis. vterq; igitur ipsorum g e f, h e f, angulorũ: rectus est. Ipsa igitur f e: ad ipsam g h cõtingenter per e ductã/ recta est. Similiter iam demonstrabimus: ꝙ f e ad omnes eandẽ tangẽtes rectas lineas & in subiecto existentes plano/ rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planũ per 2 diffinitionẽ 11 recta est: quando ad omnes eã tangentes rectas lineas & in eodẽ existẽtes plano/ rectos efficit angulos. Igitur ipsa f e: in subiecto plano est ad angulos rectos. Subiectum autem planum: est quod fit per ipsas a b, c d, rectas lineas. Ipsa igit͂ f e: ad ãgulos rectos est ei quod per a b, c d, est plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.



5 Eucli. ex Camp. Propositio 5

SI super tres lineas conterminales cõmuni earum termino erecta linea quædam orthogonaliter insistat: eædem tres lineæ in vna superficie sitæ erunt.

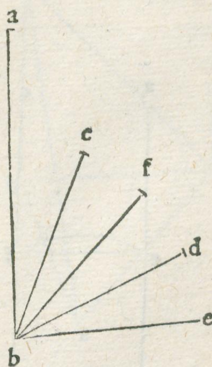
¶CAMP. ¶Sit linea a b orthogonaliter erecta super cõmunẽ terminũ triũ linearũ b c, b d, b e, angulariter se cõtingentiũ in pũcto b: quarũ nulla alij directe applicet͂. quod idẽ est: ac si seinuicẽ secẽt in pũcto e. protractę enĩ se secabũt. Dico ꝙ tres lineæ b c, b d, b e: sunt in vna superficie sitæ. Constat autẽ de quibusq; earũ duabus ꝙ ipsæ sunt in vna superficie sitæ: per secũdã huius vel per primã partẽ secũdę huius. Si igitur linea b d nõ fuerit in superficie duarum linearũ b c & b e, sed illæ duæ in plano/ hęc autẽ in sublimi: erit vt hæc superficies in qua sitę sunt duæ lineæ a b & b d, si protrahat͂ & per illud quod notũ est super quartã/ secet illã in qua sitę sũt b c & b e. eritq; per 3 huius cõis earũ sectio linea recta: & ipsa sit b f. Quia igit͂ ex præmissa/ linea a b est ꝑpẽdicularis ad supficiẽ duarũ linearũ b c & b e: sequit͂ ex diffinitione vt ipsa sit ꝑpẽdicularis ad lineã b f. quare angulus a b f: est rectus. Cumq; etiam angulus a b d sit rectus ex hypothesi: sequitur impossibile/ videlicet partem suo toti esse æqualem.



5 Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

¶Si recta linea tribus rectis lineis se adinuicem tangentibus/ ad angulos rectos in communi contactu extiterit: ipsæ tres rectæ lineæ in vno sunt plano.

¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea quædam a b: tribus rectis lineis b c, b d, b e, ad rectos angulos communi contactu b constituatur. Dico ꝙ ipsæ b c, b d, b e: in vno sunt plano. Non enim: sed si possibile est/ sint ipsæ quidem b d, b e, in subiecto plano/ ipsa autem b c in sublimi. protẽdaturq; per ipsas a b, b c: planum. Cõmunem sectionem inquam faciet in subiecto plano: & rectã efficiet lineam per 3 vndecimi b f. In vno igitur sunt plano deducto per ipsas a b, b c, ipsæ tres rectæ lineę a b, b c, b f. Et qm̃ a b recta est ad vtrãq; ipsarum b d, b e: & ei igitur quod per b d, b e, plano recta est ipsa a b. Subiectum autem planũ est quod per b d, b e. Ipsa igitur a b: recta est ad subiectum planum. quare & per secundã diffinitionẽ vndecimi ad omnes eandẽ tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes: rectos efficit angulos ipsa a b. Tangit autem ipsam: b f existẽs in subiecto plano. Angulus igitur qui sub a b f: rectus est. Supponitur autem qui sub a b c: rectus. ęqualis igitur est & qui sub a b f, angulus: ei qui sub a b c, & in vno sunt plano. Quod est impossibile. Ipsa igitur b c recta linea: in altiori plano non est. Ipsæ igitur rectæ lineæ b c, b d, b e: in vno sunt plano per 2 vndecimi. Si recta linea igitur tribus rectis lineis sese adinuicem tangentibus in contactu ad rectos angulos extiterit: ipsæ tres rectæ lineæ in vno sunt plano. Quod erat ostendendum.

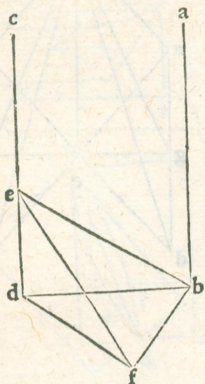


Eucli. ex Camp. Propositio 6.



SI fuerint duæ lineæ super vnam superficiem perpendiculares: eas æquedistantes esse necesse est. 6

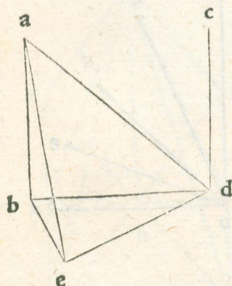
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d: perpēdiculares ad vnam superficiē. Dico eas esse æquidistātes. Protrahatur enim linea b d. eruntq; ex diffinitione/ duo anguli a b d & c d b: recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d sint in superficie vna: ipsæ sunt æquidistātes per secundam partē 28 primi. Ipsas autē esse in superficie vna: sic collige. A puncto b, super lineam b d, in plano cui perpendiculariter insistūt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineam b f. & ex linea c d, sume d e æqualem b f: & protrahe lineas e b, & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, trianguli e d b: æqualia duobus lateribus f b & d b, trianguli f b d. & angulus e d b æqualis angulo f b d: cum vterq; sit rectus. itaq; per 4 primi linea b e: est æqualis lineæ d f. Iteq; cum duo latera e b & b f trianguli e b f sint æqualia duobus lateribus f d & d e triāguli f d e, & basis e f cōmunis: erit per 8 primi angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e est rectus ex diffinitione: erit etiam angulus e b f rectus. itaq; linea f b: perpendiculariter est erecta super communem terminum trium linearū b a, b d, b e, se contingentiū angulariter in puncto b. quare per præmissam ipsæ sunt in superficie vna. Cū igitur ex secūda parte secundæ huius linea c d sit in eadē superficie cum vtraq; linearū e b & b d: sequitur a b & c d esse in superficie vna. Constat ergo propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

¶Si binæ rectæ lineę in eodem plano ad angulos rectos fuerint: parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ. 6

¶THEON ex Zamberto. ¶Binæ inquā rectæ lineæ a b, c d: in subiecto plano sint ad angulos rectos. Dico ꝙ parallelus est a b: ipsi c d. Cōcurrant enim in subiecto plano per signa b, d: cōnectanturq; b, d. Et per 11 primi ipsi b d ad angulos rectos in subiecto plano excitetur d e: ponaturq; per 2 primi ipsi a b ęqualis d e. connectantq; b e, a e, a d. Et qm̄ ab recta linea est ad subiectū planū: & ad oēs igitur eandē tangētes rectas lineas per secūdā diffinitionē 11 & in subiecto plano existētes/ rectos efficiet āgulos ipsa a b. Tangit autē ipsam a b: vtraq; ipsarū b d, b e, existēs in subiecto plano. rectus igitur est vterq; ipsorū angulorum a b d, a b e. id propterea iā & vterq; ipsorū c d b, c d e: rectus est. Et qm̄ a b ipsi d e est æqualis/ cōmunis autem b d: duæ igitur a b, b d, duabus e d, d b, sunt ęquales. & rectos cōprȩhendūt angulos. basis igitur a d: per 4 primi basi b e est æqualis. Et quoniā æqualis est a b ipsi d e, sed a d ipsi b e: duæ igitur a b, b e, duabus e d, d a, sunt æquales. & ipsorū cōmunis basis est a e. angulus igitur qui sub a b e: per 8 primi angulo qui sub e d a est ęqualis. rectus autem qui sub a b e. rectus igitur & qui sub e d a. Igitur e d: ad ipsam d a, recta est. est autē & ad vtrāq; ipsarū b d, d c: recta. Igit̃ e d: tribus rectis lineis b d, d a, d c: ad angulos rectos in contactu stetit. Igitur ipsæ tres rectæ lineæ b d, d a, d c: in eodem & a b. per 5 decimi in vno sunt plano. & in quo sunt ipsæ b d, d a: in eodem & a b. omne enī triangulū in vno est plano per 2 vndecimi. Ipsę igitur a b, b d, d c, rectæ lineę: in vno sūt plano. Et vterq; ipsorū a b d, b d c, angulorū: rectus est. parallelus igit̃ est a b: ipsi c d per 28 primi. Si duæ igitur rectę lineę in eodē plano ad āgulos fuerit rectos: parallelę erūt ipsę rectę lineę. Qđ ostēdendū fuerat.

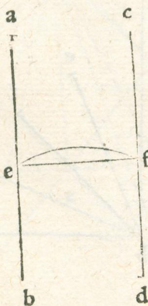


Eucli. ex Camp. Propositio 7.



SI in duabus lineis æquedistantibus/ duobus punctis signatis/ ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua superficie illæ duæ lineę sitę sunt/ eam quoq; in eandem sitam esse necessario comprobatur. 7

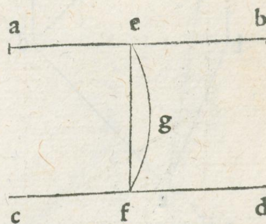
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d ęquidistātes. de quibus cōstat per diffinitionē ꝙ ipsę sunt in superficie vna. in eis autē signentur duo puncta e & f: & producatur linea recta e f. Dico itaq; lineam e f: esse sitam in superficie linearum a b & c d. Sin autem: sit e f in alia superficie vt in sublimi. depēdens quoꝗ



ſuperficies ſi protrahatur: ſecabit neceſſario ſuperficiē in qua ſitę ſunt duę lineę a b & c d. eritq; per 3 huius / communis ſectio earum: linea recta eiſdē pūctis terminata. Quod eſt impoſſibile. ſic enī: duę rectæ lineæ concluderēt ſupficiē.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

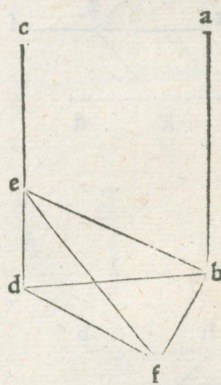
7 ¶Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelę / aſſumanturq; in ipſarum vtraq; contingentia ſigna: ad ipſa ſigna connexa recta linea in eodem eſt plano cum ipſis parallelis.



¶THEON ex Zāb. ¶Sint binæ rectæ lineæ parallelæ a b, c d: ſumātur q; in ipſarū vtraq; vtcūq; ſigna e, f. Dico q̄ ad ipſa e, f, ſigna / adiecta recta linea: in eodē eſt plano cū ipſis parallelis. Non enī: ſed ſi poſſibile / eſto in ſublimiori ſicut e g f. exciteturq; per e g f: planum. ſectionē iam faciet in ſuppoſito plano, rectā lineā efficiat per 3 vndecimi e f. Binę igit̄ rectæ lineę e g f, e f: areolā cōpræhendūt. Quod eſt impoſſibile: per vltimā cōmunē ſententiā. Igitur quæ ex e in f adiecta recta linea: in ſublimiori plano non eſt. In eo igit̄ (in quo et a b et c d parallelę) eſt plano: quæ ex e in f adiūcta eſt recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ / aſſumāturq; in ipſarum vtraq; vtcunq; ſigna: ad ipſa ſigna adiecta recta linea / in eodem eſt cum ipſis parallelis plano. Quod oſtendere oportebat.

8 Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

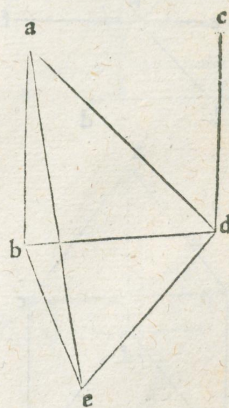
SI in idem planum duę rectæ lineæ æquediſtanter erigātur / altera vero earum orthogonaliter ſiſtat: reliquam quoq; ad idem planum perpendicularem eſſe conueniet.



¶CAMP. ¶Hæc eſt quaſi cōuerſa ſextæ. Sint enī duæ lineæ a b et c d ęquidiſtantes: et ſit earū altera vt c d erecta perpendiculariter ſuper ſuperficiem quālibet. Dico reliquā earū quæ eſt a b: eſſe perpendicularē ad eandē ſuperficiem. Fiat enī prorſus eadē diſpoſitio quę in ſexta: eritq; vt ibi / vterq; duorū angulorū f b e, & f d e, rectus. primus quidē / per poſitionem: ſecūdus autē / per 8 primi. quare per 4 huius / linea f b: eſt perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiē in qua ſunt duæ lineæ b d & b e. Cūq; per pręmiſſam duę lineę a b & c d ſint in eadē ſuperficie cum duabus lineis b d & b e: ſequitur lineā f b eſſe perpendiculariter erectā ſupra ſuperficiē in qua eſt linea b a. A diffinitione igitur erit angulus f b a: rectus. Et quia etiam angulus d b a eſt rectus per vltimam partē 29 primi: ſequitur per 4 huius / lineam a b eſſe perpendicularem ad ſuperficiem in qua ſitę ſunt duæ lineę b d & b f. Quare conſtat propoſitū.

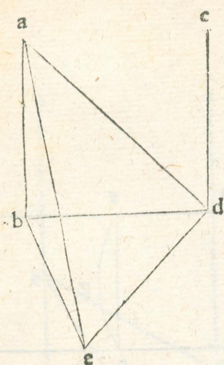
Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

8 ¶Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ / altera autem ipſarū plano alicui ad angulos fuerit rectos: & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit.



¶THEON ex Zamb. ¶Sint binę rectę lineę parallelę a b, c d: altera autē ipſarum hoc eſt a b, in ſubiecto plano ad angulos ſit rectos. Dico q̄ reliqua c d: eidē plano ad angulos rectos erit. Concurrant enī ipſę a b, c d, in ſubiecto plano in ſignis b, d: cōnectanturq; per primū poſtulatū b, d. Igitur ipſę a b, c d, b d: in vno ſunt plano. Excitet̄ per 11 primi ipſi b d ad angulos rectos in ſubiecto plano / d e: ponaturq; per 2 primi ipſi a b ęqualis d e. cōnectanturq; b e, a d. Et quoniā a b recta eſt ad ſubiectū planum: & ad omnes igitur eādem tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes / per 2 vndecimi diffinitionem recta eſt ipſa a b. Igitur vterq; ipſorū a b d, a b e, angulorū: rectus eſt. Et quoniam in parallelos a b, c d, recta linea incidit b d: igitur ipſi anguli a b d, c d b, duobus rectis ſūt æquales per 29 primi. rectus autem eſt qui ſub a b d. rectus igitur & qui ſub c d b. igitur c d: ad b d recta eſt. Et quoniā a b ipſi d e eſt ęqualis / cōmunis autem b d: duę igitur a b, b d, duabus e d, d b, ſunt ęquales. & angulus qui ſub a b d: angulo qui ſub e d a eſt ęqualis. rectus enī vterq;. baſis igitur a d: per 4 primi baſi b e eſt ęqualis. Et quoniā a b ipſi d e eſt ęqua

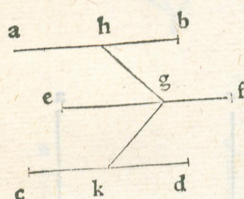
lis/& b e ipsi a d:binę igitur a b,b e,binis a d,d e,sunt ęquales altera alteri.
& cõmunis ipsarum basis a e. Angulus igitur qui sub a b e:angulo qui sub a
d e est æqualis per 8 primi. Rectus autem est qui sub a b e. rectus igitur et qui
sub a d e. Igitur e d:ad a d recta est. recta est etiam ad ipsam d b. igitur e d:ad
id quod ex b d,d a,planum recta est. & ad omnes igitur eandẽ tangentes re-
ctas lineas et existentes in eo quod sub b d,a b,plano:rectos efficiet angulos
ipsa e d per 2 vndecimi diffinitionem. In eo autẽ quod sub b d,d a,plano/est
ipsa d c. Q m̃ igit̃ in eo quod sub b d,d a,plano sunt ipsę a b,b d,in quo autẽ
ipsę a b,b d,in eodẽ est et d c:igitur e d ipsi d c ad angulos est rectos. Q uare
et c d:ipsi d e ad rectos angulos est. Est autem et c d ipsi d b ad angulos re-
ctos. Igitur ipsa c d:duabus rectis lineis se adinuicẽ dispescentibus d e,d b:ab
ipsa d sectione ad angulos rectos stetit. Q uare ipsa c d,in eo quod sub d e,d
b,plano ad angulos rectos est per 4 vndecimi. Subiectũ autem planum est:
quod sub d e,d b. Igitur ipsa c d in subiecto plano ad angulos est rectos. Si igit̃
fuerint duę rectę lineę parallelę/altera autẽ ipsarũ plano alicui ad angulos fue-
rit rectos:et reliqua eidẽ plano ad angulos rectos erit. Q đ ostẽdisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 9.

SI duæ lineæ vni non in vna superficie æquidistant:eas 9
quoq; sibi inuicem æquidistare necesse est.

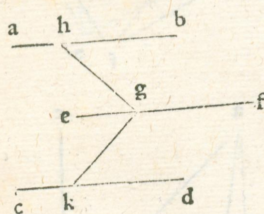
¶CAMPANVS. ¶Sit vtraq; duarum linearum a b et c d æquidistans lineæ
e f:nec sint omnes in superficie vna. Dico q̃ eędem quoq; sibi inuicẽ sunt ęqui-
distantes. De ijs quidem quæ sunt omnes in superficie vna:probatum est per
30 primi. At vero de ijs quæ in vna superficie non sunt/vt est hic e f quę intel-
ligatur sursum erecta in sublimi:restat hoc loco probandum. Signetur itaq; in
ea punctus g:a quo educantur duę perpendiculares ad duas lineas a b et c d,
quæ sint g h et g k. eritq; per 4 huius linea e f:perpendicuaris ad superficiem
videlicet illã in qua sunt sitę duę lineę g h et g k. Itaq; per pręmissam bis assum
ptam vtraq; illarum duarum linearum a b et c d:perpẽdicularis est ad eandẽ
superficiem videlicet ad illam in qua sitę sunt dictæ duę lineę g h et g k:per 6
huius igitur ipsæ sunt sibi inuicem æquidistantes. Q uod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

¶Q uæ eidem rectæ lineæ parallelæ nec eidem in eodem existen 9
tes plano:adinuicem sunt parallelæ.

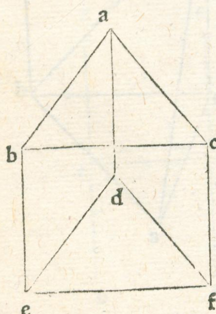
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit enim vtraq; ipsarum a b,c d,ipsi e f paralle-
lus:non existens eidem in eodem plano. Dico q̃ parallelus est a b ipsi c d. Su
matur enim in ipsa e f,vtcũq; signum g. Et ab ipso g,ipsi e f in eo quod sub e
f,a b,plano ad angulos rectos excitetur g h per 11 primi:in eo autem quod
sub f e,c d,ipsi e f rursus ad angulos excitetur rectos g k. Et qm̃ e f ad vtrãq;
ipsarum g h,g k,recta est:igitur per 4 vndecimi e f ad id quod sub g h,g k,
planũ ad angulos est rectos. et e f:ipsi a b parallelus est. et a b:ei quod sub g h,
g k,plano ad angulos est rectos. Et id propterea ipsa c d:ei quod sub g h,g k,
plano/ad angulos est rectos. Vtraq; igitur ipsarum a b,c d. ei quod sub g h,g
k,plano ad angulos est rectos. Si autem binę rectę lineę in eodem plano ad re-
ctos fuerint angulos:parallelę erunt ipsę rectę lineę per 6 vndecimi. Parallelus
igitur est a b ipsi c d. Q uod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio. 10. 10

SI duæ lineæ se angulariter cõtingentes/duabus alijs se
contingentibus eis oppositis æquidistantes fuerint/nõ
autem in superficie vna:qui ab eis fiũt duo anguli æqui
sibi inuicem esse comprobantur.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b et a c,se angulariter contingentes in
puncto a:ęquidistantes alijs duabus quæ sunt d e,et d f,se quoq; angulariter
contingentibus in puncto d,nec sint cum eis in superficie vna. Dico angulum

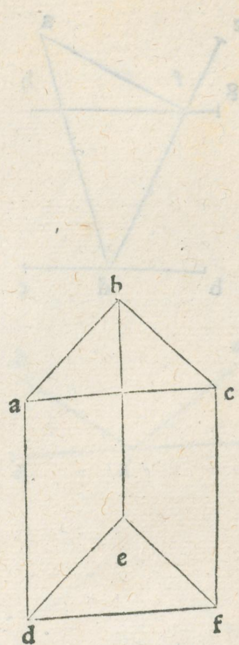


a: esse æqualem angulo d. Esto enim linea d c ęqualis lineę a b, cui ipsa posita est esse ęquidistans: & d f ęqualis a c, cui etiam ipsa æquidistare ponitur. & ducantur lineę d a & e b & f c. eritq; ex 33 primi bis assumpta/ vtraq; duarum linearum b e & e f: ęqualis & æquidistans lineę a d. per conceptionem igitur & pręmissam/ eędem sunt ęquales & æquidistantes sibi inuicẽ. & itaq; per 33 primi denuo repetitam duæ lineæ b c & e f: sunt etiam æquales & æquidistãtes. Igitur per 8 primi constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 ¶Si binæ rectæ lineæ sese inuicem tangentes/ ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes/ in eodem non fuerint plano: æquales angulos compræhendent.

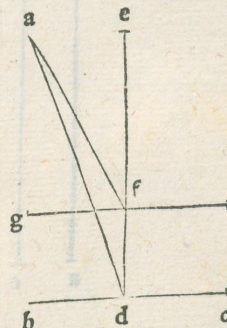
¶THEON ex Zamberto. ¶Binæ inquam rectæ lineæ sese inuicem tangentes a b, b c, ad binas rectas lineas d e, e f, sese inuicem tangentes/ sint: non tamen in eodem plano. Dico q; angulus qui sub a b c: æquus est angulo d e f. Suscipiantur enim ipsæ b a, b c, e d, e f, sibi inuicem æquales: connectanturq; a d, c f, b e, a c, d f. Et quoniam b a ipsi e d æqualis & parallelus est: & a d igit̃ ipsi b e æqualis & parallelus est. Idq; propterea ipsa c f: ipsi b e est æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipsarũ a d, c f: ipsi e b est æqualis & parallelus per 33 primi. Quæ autem eidem rectæ lineę parallelæ/ & in eodem plano non existẽtes: & adinuicem sunt parallelæ per 9 vndecimi. parallelus igitur est a d ipsi c f: & æqualis eidem. Et ipsas connectunt: ipsæ a c, d f. Igitur per 33 primi & a c ipsi d f est æqualis: & parallelus. Et quoniã binæ a b, b c, duabus d e, e f, sunt ęquales/ & basis igitur a c basi d f est ęqualis: angulus igit̃ qui sub a b c, per 8 primi angulo qui sub d e f est ęqualis. Si igitur duę rectę lineę inuicem sese tangẽtes fuerint ad binas rectas lineas inuicẽ sese tangentes/ nõ in eodem plano: æquos angulos compræhendent. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 Puncto in aere assignato: ab eo ad datam superficiem/ perpendicularem ducere.

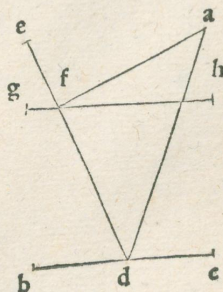
¶CAMPANVS. ¶Sit punctus a, sursum in aere: a quo volumus ad superficiem subiacentẽ/ perpendicularem ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c vtcunq; contigerit: ad quam ab ipso puncto a ducatur perpendicularis a d, secũdum doctrinam 12 primi. Rursusq; a puncto d, in plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto a: extrahatur linea d e quę sit perpendicularis ad lineam b c, vt docet 11 primi. Ad hanc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpendicularis a puncto a: quę sit a f. Hanc dico esse eam quam intendimus. Sit enim linea f g ęquidistans lineę b c. Et quia vterq; duorum ãgulorũ b d a & b d f est rectus: erit ex quarta huius/ linea b d perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus a d f. ideoq; etiam per 8 huius erit linea g f perpendicularis ad eandem superficiem. Igitur a diffinitione erit angulus g f a: rectus. Cumq; etiam angulus d f a sit rectus: sequitur ex quarta huius/ lineam a f esse perpẽdicularem ad superficiem in qua sunt duæ lineæ d f & f g. Quod est propositum.

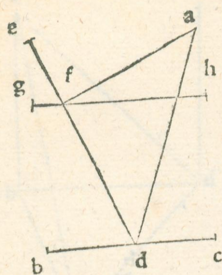


Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 11.

11 ¶A dato signo in sublimi: ad subiectum planum perpendicularem lineam ducere.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datum quidem signum in sublimi: a. datum autem planum suppositum. Oportet iam ab ipso a signo: in subiectũ planum perpendicularem rectam lineam ducere. Extendatur enim quędam in subiecto plano recta linea vtcunq;: sitq; b c. exciteturq; per 12 primi ab ipso a signo: in ipsam b c, perpendicularis a d. Si igitur a d perpendicularis est in subiecto plano: factum iam est quod quęritur. Si autem non: excitetur per 11 primi ab ipso d signo ipsi b c in subiecto plano ad angulos rectos d e. Exciteturq; per 11 primi ab ipso a: in ipsam d e, perpendicularis a f. & per f signũ ipsi b c paralle-





lus excitetur per 31 primi f h. Et quoniam b c vtriq; ipsarum d a, d e, ad angu-
los est rectos: igitur per 4 vndecimi b c ad id quod sub e d a planum ad angu
los est rectos. Et ei parallelus est g h. Si autem fuerint binę rectę lineę parallelæ/
altera vero ipsarum plano alicui ad angulos fuerit rectos: & reliqua ad idem
planum ad angulos erit rectos per 8 vndecimi. & ad omnes igitur eandem re-
ctas lineas tangētes/ et in eo quod sub e d, d a, plano existentes: ipsa g h recta
est per conuersionē diffinitionis secundę vndecimi. Tangit autem ipsam: ipsa
g f existens in eo quod sub e d, d a, plano. Igitur g h: ad ipsam f a recta est per
secundā vndecimi. Quare & f a: recta est ad ipsam h g. Est autem & a f: ad ip-
sam d e recta. igitur a f: ad vtrāq; ipsarum g h, d e, recta est. Si autem recta li-
nea per 4 vndecimi duabus rectis lineis inuicem se tangentibus in contactu
ad angulos rectos steterit: & ad id quod sub ipsis planū ad angulos rectos erit.
Igitur f a: ad id quod sub e d, g h, planum ad angulos rectos est. Quod autem
sub e d, g h: planum est subiectum. Ipsa igitur a f: ipsi subiecto plano ad angu
los rectos est. A dato igitur signo in sublimi a: in subiectum planum perpendi-
cularis recta linea acta est. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 12. 13



Vperficie proposita/punctoq; in ea assignato: ab eo pun-
cto ad datam superficiem/ lineā orthogonaliter erigere.

¶CAMPANVS. ¶Cum a puncto quolibet in superficie proposi-
ta assignato/ perpendicularem educere libuerit: a quolibet puncto
sursum in aerę ad libitum posito/ ad eandem superficiem perpendicularē (quē-
admodum præmissa docuit) demitte. quæ si in assignatum punctum ceciderit:
ipsa est quam quęris. Sin autem: ab ipsa assignato puncto ad demissam per-
pendicularem/ æquidistantem ducito. eamq; per 8 huius probabis esse quam
quæris.

Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 12. 13

¶A dato plano/a datoq; in eo signo: ad angulos rectos rectam
lineam constituere.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datum planum suppositum: signum autem
in eo sit a. Oportet ab ipso a signo: ipsi supposito plano ad angulos rectos re-
ctam lineam cōstituere. Intelligatur signum quoddam in sublimi: sitq; b. & ab
ipso b per 11 vndecimi ad subiectum planum perpendicularis excitetur b c. ex
citeturq; per 11 primi ab ipso a signo: ad angulos rectos/ a d. Quoniam igitur
binę rectę lineę parallelæ sunt a d, c b, altera autem ipsarum b c ad subiectum
planum ad rectos est angulos per 8 vndecimi: a dato igitur plano a, signoq;
in eo dato a, ad rectos angulos constituta est a d. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 13.



Vas lineas super pūctum vnum ad superficiem vnam
orthogonaliter insistere: impossibile est.

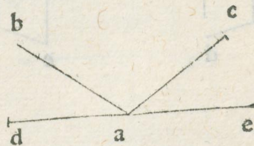
¶CAMPANVS. ¶Si enim possibile est vt duę lineæ vni eideq;
superficiei super punctum vnum perpēdiculariter insistant: super-
ficies in qua ipsę perpēdiculares sitę sunt intelligatur produci quo
usq; secet superficiem cui dictę lineę perpendiculariter insistunt. eritq; per 3 hu-
ius/ communis earum sectio linea recta. Et quia ex diffinitione vtraq; illarum
duarum perpendicularium cum communi sectione cōtinet angulum rectum:
sequitur vt angulus rectus sit pars anguli recti. Quod est impossibile. ¶Quē-
admodum autem demonstratum est impossibile esse ab vno eodēq; puncto ex-
tra superficiem duas lineas super pūctum vnum ad eandem superficiem esse
perpendiculares: ita etiam demōstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno
eodemq; puncto extra superficiem signato ad eandem superficiē protractas ad
ipsam esse perpendiculares. Si enim hoc fuerit: ipsę erūt ęquidistantes ex 6 hu
ius. Quod est impossibile ex diffinitione linearum ęquidistantium. ¶Constat
igitur ex hac/ q; si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogo-

naliter secet/& ab aliquo puncto secãtis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in cõmuni earũ sectione eam cadere necesse est. Alioqui: ab eodem puncto secantis superficiei ad cõmunnem earum sectionem perpendicularis protrahatur vt docet 12 primi. & a puncto in quo incidit cum cõmuni sectione/alia perpẽdicularis ad eandẽ cõmunem sectionem in superficie secta educatur vt docet 11 primi. Eritq; ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continent hæ duæ lineæ perpẽdiculares: rectus. quare per 4. huius prima harum duarum perpendiculariũ etiã est perpendicularis ad superficiem sectam. Ergo ab vno puncto protractæ sunt duæ lineę perpendiculares ad eandem superficiem. quod est impossibile. relinquitur itaq; propositum nostrum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 13.

13 ¶Ab eodem signo: ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes.

¶THEON ex Zãb. ¶Si enĩ possibile: ab eodẽ signo a, ad subiectũ planũ binæ rectæ lineę a b, a c, ad angulos rectos cõstituãtur ad easdẽ partes. Extendaturq; per b a, a c, planũ. Quod iam efficiet sectionem per a in subiecto plano: & per rectam efficiat lineam d a e. Ipsæ igitur a b, a c, d a, in vno sunt plano per 3 vndecimi. Et quoniam c a ad subiectum planum ad angulos rectos est: & ad omnes igitur eandem rectas lineas tangentes & in subiecto plano existẽtes/ rectos efficiet angulos per 2 vndecimi diffinitionem. Ipsam autem tãgit d a e in eodem existẽs plano. Igitur angulus qui sub c a e: rectus est. & id propterea angulus qui sub b a e: rectus est. Aequalis igitur est angulus qui sub c a e ei q sub b a e: & in vno sunt plano. Quod est impossibile. Ab eodem igitur signo: ad idem planum binæ rectæ lineę ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes. Quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: illę duę superficies si etiam in infinitum in quamcunq; partem protrahantur/ nũquã cõcurrẽt.

¶CAMPANVS. ¶Posita enim vna linea duabus superficiebus orthogonaliter insistere: si impossibile est superficies illas cõcurrere/ in earũ cõmuni sectione quæ per 3 huius erit linea recta/ punctus quocũq; modo signet. a quo duæ lineæ in illis duabus superficiebus ad lineam illam quæ ipsis perpẽdiculariter superstat protrahatur: eritq; constitutus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; trianguli vterq; duorum angulorum qui super perpendicularem consistunt: est rectus vt patet ex diffinitione lineæ super superficiem perpendiculariter stantis. hoc autem est impossibile per 32 primi. Econuerso quoq;: videlicet.

¶Si super duas superficies ęquidistantes linea recta ceciderit quę ad alteram earum perpendicularis sit: ipsa quoq; perpẽdicularis erit ad reliquam.

¶Positis enĩ duabus superficiebus æquidistãtibus: intelligatur linea recta ambas penetrãs quę alteri earũ perpendiculariter superstat. Dico ꝙ eadem linea reliquæ superficiei perpendiculariter superstat. Sit enim superficies vna secans positas superficies æquidistantes: super lineam eas penetrãtem. eritq; cõmunis sectio huius superficiei secantis & alterius sectarum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insistere: continens angulum rectum cũ ipsa linea penetrante ex diffinitione lineæ perpendicularis ad superficiem. Si igitur alia cõmunis sectio ipsius superficiei secantis & reliquę duarũ sectarum cũ eadem linea penetrante non contineat angulum rectum: erit ex vltima petitione primi/ vt illæ duæ cõmunes sectiones in alterutram partem protractæ necessario cõcurrant. quare & superficies quæ positæ sunt æquidistantes: necessario cõcurrent. Et quia hoc est impossibile: erit ille angulus rectus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie easdem superficies æquidistantes secante super ean-

dem lineam. igitur ex quarta huius & ex ista 14: cõstat verũ esse quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 14 14

¶ Ad quæ plana eadem recta linea recta est: parallela sunt ipsa
plana.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Recta enim quædam linea a b: ad vtrunq; planũ
videlicet c d, e f, esto ad angulos rectos. Dico q parallela sunt ipsa plana. Si
autem non: extensa concurrũt. Concurrant. Efficiũt iam cõmunem sectionem.
efficiant rectam lineam g h per 3 vndecimi. assumaturq; in ipsa g h, vtcunq; si-
gnum k: connectãturq; a k, b k. Et quoniam a b recta est ad ipsum e f planum:
& ad ipsam igitur b k rectam lineam existentem in ipso e f extenso plano/ recta
est ipsa a b. Igitur angulus qui sub a b k: rectus est. Et id propterea iã & angulus
qui sub b a k: rectus est. Triãguli igitur a b k, anguli qui sub a b k, b a k: duobus
rectis sunt æquales. Quod est impossibile p 17 primi. Igitur ipsa c d, e f, plana:
extensa non concurrunt. parallela igitur sunt ipsa c d, e f, plana. Plana igitur ad
quæ eadem recta linea recta est: parallela sunt. Quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 15 15

SI fuerint duæ lineę se contingentes angulariter/ ęquidistã-
tes alijs duabus se contingentibus/ non autem in superfi-
cie vna: ab eisdem lineis contentæ duæ superficies in nul-
la parte quantumcunq; producantur possunt concurrere

¶ CAMP. ¶ Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter cõtingentes in puncto a:
æquidistãtes duabus lineis d e & d f, se angulariter cõtingentibus in pũcto d.
& nõ sint in superficie vna. dico earũ superficies in quãcũq; partẽ & quãtũcũq;
protrahantur/ nunq̃ concurrere. Protrahatur etenĩ a puncto d, prout docet 5 hu-
ius/ perpendicularis ad superficiem duarũ linearum a b & a c: sitq; d g. & a pũ-
cto g, ducatur g h æquidistans a b: & g k, ęquidistans a c. eritq; ex diffinitione
vterq; duorum angulorum d g h, d g k: rectus. et per 9 erit linea d f ęquidistãs
lineæ g k: & linea d e æquidistans lineæ g h. quare per vltimam partem 29 pri-
mi/ vterq; duorum angulorum e d g, f d g: erit rectus. ideoq; per 4 huius linea
d g: erit perpẽdicularis ad superficiem duarum linearum d e & d f. Cumq; ipsa
eadem sit etiam ex hypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum
a b & a c: ex præmissa liquet quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 15. 15

¶ Si binę rectæ lineę seinuicem tangentes ad binas rectas lineas
se inuicem tangentes fuerint/ non tamen in eodem plano existen-
tes: parallela sunt quæ ex ipsis plana.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Binæ inquam rectæ lineæ sese inuicẽ tangentes a b,
b c, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes d e, e f, sint: sed nõ in eodem
existentes plano. Dico q educta quæ ex a b, b c & d e, e f, plana: nõ concurrunt
adinuicẽ. Excitetur inquã per 11 vndecimi ab ipso b signo: in id quod ex d e,
e f, planum perpendicularis b g. & extendatur in planum per g signum. Et per
g, ipsi quidem e d parallelus excitetur per 31 primi g h: ipsi autem e f, ipsa g k.
Et quoniam b g ad id quod ex d e, e f, planũ recta est: & ad omnes igitur eam quo-
dem tangentes rectas lineas per 2 vndecimi diffinitionem/ & in eodem quod
ex d e, e f, plano existẽtes/ rectos efficiet angulos. Tangit autem ipsam: vtraq;
ipsarum g h, g k, existens in eo quod ex d e, e f, plano. rectus igitur est per 4
vndecimi: vterq; ipsorum qui sub b g h, b g k, angulorum. Et quoniam paralle-
lus est b a ipsi g h: ipsi igitur sub g b a, b g c, anguli p 29 primi/ duobus rectis
sũt æquales. rectus igitur est qui sub g b a. igitã ipsa g b: ipsi b a ad angulos re-
ctos est. Id propterea iam g b: ipsi b c ad angulos rectos est. Quoniam igitur re-
cta linea b g duabus rectis lineis b a, b c, sese inuicem tangentibus ad angu-
los rectos stetit: igitur per 4 vndecimi g b & ad id quod ex b a, b c, planum ad
rectos ãgulos est. Est aũt & ei quod ex d e, e f, plano: recta. Igitur b g: ad vtrũq;
eorum quæ per a b c, d e f, planorũ/ recta est. Plana autem ad quæ eadem recta
linea recta est: parallela sunt p 14 vndecimi. Parallelũ igitur est quod per a b,

b c, planum: ad id quod per d e, e f. Si binæ igitur rectæ lineę sese inuicem tangentes/ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes fuerint/sed nõ in eodem plano: quę ex ipsis/parallela sunt plana. Quod ostendendum erat.

16 Eucli. ex Camp. Propositio 16

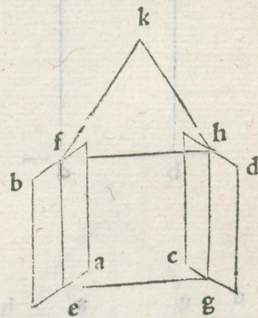
SI duas superficies æquidistantes vna superficies secet: cõmunes earum sectiones æquidistantes erunt.

¶CAMPANVS. ¶Cõstat equidẽ ex tertia/ꝙ vna superficie quascunq; duas superficies ęquidistantes secãte: cõmunes earum sectiones erunt duę lineę rectæ. Quæ cum sint ambæ sitæ in superficie secãte: si ipsæ nõ fuerint æquidistãtes/ponãtur ad quodlibet vnum pũctum cõcurrere. erit itaq;: vt vnus atq; idẽ pũctus sit in vtraq; illarum duarum sectionum cõmunium. Cumq; vna illarum communium sectionum sit in vna duarum superficierum sectarum & reliqua in altera: sequitur superficies illas quę positæ sunt esse æquidistantes/cõcurrere. hoc autem impossibile est. Erunt igitur cõmunes earum sectiones: æquidistantes. Quod est propositum.

15 ¶CAMPANVS. ¶Ex hac & præmissa potes elicere cõclusionem vnam simi lem 30 primi: videlicet istam. Si fuerint duæ superficies vni ęquidistantes: ipsę quoq; erũt adinuicem æquidistantes. Positis enim tribus superficiebus quarũ vtraq; duarum extremarũ æquidistat mediæ: dico ꝙ necesse est ipsas extremas æquidistare adinuicem. Secẽtur omnes illæ tres superficies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus. erũtq; ex hac 16 cõmunes sectiones duarũ extremarum superficierum: æquidistantes sectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipsæ etiam sectiones duarum extremarum superficierum: erũt æquidistantes adinuicem. Et quia ipsæ cõtingunt se in cõmuni sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium: ex præmissa euidenter constat quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 16.

16 ¶Si bina plana parallela sub plano aliquo dissecta fuerint: cõmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt.



¶THEON ex Zãb. ¶Bina inquã parallela a b, c d: sub plano e f g h secẽtur. cõmunes autẽ ipsorũ sectiones: sint e f, g h. Dico ꝙ parallelus est e f: ipsi g h. Si autem non: productæ ipsæ e f, g h, vel ad partes f h vel ad e g concurrunt. Producantur primum sicut ad f h partes: & concurrant in k. Et quoniam e f k est in plano a b: & omnia igitur quæ in ipsa e f k signa in ipso a b sunt plano per 2 vndecimi. Vnum autem eorum quæ in e f recta linea signorum: est k. igitur k: in ipso est a b plano. & id propterea iam k: in ipso c d est plano. Igitur a b, c d, plana: producta concurrũt. Non cõcurrunt autem per hypothesin: quoniam parallela supponuntur. Igitur ipsæ e f, g h, rectæ lineæ productæ ad partes f h: non cõcurrunt. Similiter quoq; ostendemus: ꝙ ipsę e f, g h, rectæ lineæ neq; ad partes e g productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrũt: per vltimam diffinitionẽ primi parallelę sunt. parallelus igitur est e f: ipsi g h. Si bina igitur plana: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

17 Eucli. ex Camp. Propositio 17.

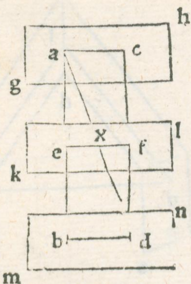
SI superficies tres vel plures æquidistãtes duas rectas lineas seinuicem contingentes vel æquidistantes secent: illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

¶CAMP. ¶Intelligãtur enĩ duę rectæ lineę penetrantes qualitercunq; cõtigerit tres superficies ęquidistãtes: aut etiã plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearũ inter quaslibet duas superficies interceptas: proportionales esse quibusq; duabus inter alias duas ex illis ęquidistantibus superficiebus interceptis. Cõiungantur enim duę extremitates illarum duarum linearum: ducta inter eas linea vna diagonaliter. eritq; hęc diagonalis: cum vtraq; illarũ duarum linearum penetrantium superficies propositas/in superficie vna illas æquidistã tes superficies positas secante. Si ergo harum superficierum cõmunes sectiones

quæ per præmissam erunt ęquidistantes/cogitatione protraxeris: ex prima par
te secundæ sexti constabit propositum.

Eucli. ex Zamb Theorema 15. Propositio 17.

¶Si binæ rectæ lineæ sub parallelis planis secentur: in easdem 17
rationes secabuntur.



¶THEON ex Zāb. ¶ Binæ inquā rectæ lineæ a b, c d: sub parallelis planis
g h, k l, m n, secetur per a, e, b, c, f, d, signa. Dico ꝙ est sicut a e recta linea ad
e b: sic est c f ad f d. Cōnectantur a c, b d, a d: & concurrat a d ipsi k l plano in
x signo/cōnectāturq; e x, x f. Et quoniam bina plana parallela k l, m n, sub pla
no e b, d x, secantur: ipsorum cōmunes sectiones e x, b d, parallelę sunt per 16
vndecimi. Idq; propterea quoniam bina plana parallela g h, k l, sub plano a x,
f c, secantur: cōmunes ipsorum sectiones a c, x f, parallelæ sunt per 16 vndeci-
mi. Et quoniam trianguli a b d ad vnum ipsorum laterum b d recta linea exci-
tatur e x: proportionalis igitur est per 2 sexti sicut a e ad e b, sic est a x ad x d.
Rursus quoniam triāguli a d c ad vnum latus a c recta linea excitatur x f: pro-
portionalis est per 2 sexti sicut a x ad x d, sic c f ad f d. patuit autē & sicut a x
ad x d: sic a e ad e b. & sicut igitur per 11 quinti a e ad e b: sic c f ad f d. Si bi-
næ igitur rectæ lineæ sub planis parallelis secentur: & reliqua. Quod erat osten-
dendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 18.

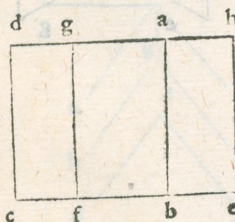
SI in superficie assignata orthogonaliter steterit linea: om- 18
nis superficies a linea illa quorsumlibet ducta/ad eādem
assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.



¶CAMPANVS. ¶Sit eni linea a b erecta perpendiculariter super assignatam
superficiem: & a linea a b producatur superficies quorsum libuerit. Quam dico
super propositam superficiem esse perpēdiculariter erectam. Cum enim ipsa se-
cet superficiem assignatam: erit earum communis sectio linea recta ex 3 huius/
sitq; b d. In hac ergo cōmuni sectione signato pūcto quolibet qui sit d: extraha-
tur ab eo in superficie quæ producta est a linea a b, linea quadam perpendicu
laris ad lineā b d, quæ sit d c. Eritq; ex secunda parte 28 primi/linea c d: ęqui-
distans lineæ a b. ideoq; ex 8 huius/linea c d: est etiam perpendicularis ad sup-
ficiem propositam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonali
ter a quolibet puncto lineę b d, ad ipsam lineam b d, in ipsa superficie quę pro
ducta est a linea a b, est perpendicularis ad propositā superficiem/ex diffini-
tione superficiei supra superficiem orthogonaliter erectę: constat verū esse quod
propositum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 18.

¶Si recta linea plano alicui ad āgulos fuerit rectos: & omnia quę 18
ex ipsa plana ad idem planum ad angulos rectos erunt.



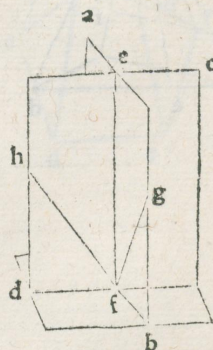
¶THFON ex Zāberto. ¶Recta enim linea a b: subiecto plano ad angulos
rectos esto. Dico ꝙ & omnia quæ ex ab plana: ad subiectum planum ad angu
los rectos sunt. Extendatur inquā per a b: planum d e. sitq; per 3 vndecimi cō-
munis sectio ipsius d e plani/& subiecti: c e. & sumatur in c e, cōtingēs signum
f. et ab ipso f: per 12 vndecimi ipsi c e ad āgulos rectos excitetur in d e plano ip-
sa f g. Et quoniam a b ad subiectum planū recta est: & ad omnes igitur ipsam
tangētes rectas lineas & in subiecto plano existentes recta est ipsa a b per secū-
dam vndecimi diffinitionem. quare & ad c e recta est. Igitur angulus qui sub
a b f: rectus. est autem qui sub g f b: rectus. igitur per 28 primi/a b: ipsi f g pa-
rallelus est. Ipsa autem a b: ad subiectum planum ad angulos rectos est. & f g
igitur ad subiectum planum ad angulos rectos est. Et quoniā: per tertiā diffini-
tionem vndecimi planum ad planum rectum est quando quæ cōmuni sectio-
ni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ iu vno planorum ad reliquū
planum ad angulos fuerint rectos/& cōmuni sectioni planorum c e in vno pla
norum ipsius d e ad angulos rectos acta f g ostensa est supposito plano ad an
gulos rectos esse: igitur plauum d e rectum est ad suppositū. Similiter iam ostē
detur: ꝙ omnia quę ex a b plana/recta sunt ad subiectum planum. Si recta igi-

tur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos: & omnia quæ ex ipsa plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 SI duæ superficies seinuicem secantes/supra vnam superficiem erectæ fuerint orthogonaliter: communis earum sectio ad eandem superficiem perpẽdicularis erit.

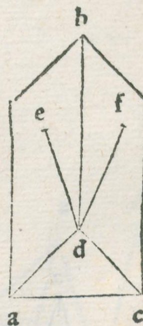
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ superficies a b & c d seinuicem secantes/erectæ orthogonaliter super assignatã superficiem: sitq; cõmunis earum sectio linea recta e f. Hanc dico esse perpendicularem ad assignatam superficiẽ. Alioqui a puncto f qui est cõmunis terminus sectionum duarum superficierum secantium & tertiæ superficiei sectæ/producatur vna linea recta quæ sit f g, in superficie a b, perpendicularis ad superficiem assignatam: itemq; ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem/quæ sita sit in superficie c d, & ipsa sit f h. eruntq; duæ lineæ f g & f h: orthogonaliter insistẽtes super punctum vnum ad superficiem assignatam. Hoc autẽ: ĩpossibile est per 13 huius. Tales autẽ lineas posse protrahi a pũcto f in vtraq; duarum superficierum a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem: dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis sectio superficiei a b & superficiei assignatæ: & linea f d, supficiei c d & superficiei assignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad vtramq; duarũ linearum f b & f d: ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autem ad neutrã: sit f g perpendicularis ad f b, & f h perpendicularis ad f d. Deinde a puncto f protrahe in superficie assignata vnam lineam perpendicularem ad lineam f b: quæ ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erectæ/cum linea f g cõtinebit angulum rectum. per quartã igitur huius erit linea f g: perpendicularis ad superficiem assignatam. Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto f in superficie assignata/quæ sit perpendicularis ad lineam f d: sequetur ex diffinitione prędicta & ex quarta huius/lineã f h esse perpendicularem ad superficiem assignatam. quod est impossibile per 13 huius. Qz si confiteare lineam e f esse perpendicularem ad lineam f b, sed non ad lineam f d: sequetur modo consimili duas lineas e f & f h esse perpendiculares ad superficiem assignatam. Quod nihil minus est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

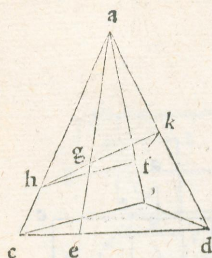
19 ¶Si bina plana sese inuicem dispescentia/plano alicui ad angulos rectos fuerint: & ipsorum cõmunis sectio ad idem planum ad angulos rectos erit.

¶THEON ex Zãberto. ¶Bina etenim plana a b, b c, subiecto plano ad angulos sint rectos: communis autem ipsorum sectio sit b d. Dico ꝙ ipsa b d, ad subiectum planum ad angulos est rectos. Excitentur per 12 vndecimi ab ipso d signo ad ipsum a b planũ/ipsi a d rectæ lineæ/ad ãgulos rectos ipsa d e: ad planum autem b c, ipsi c d ad angulos rectos d f. Et quoniã planum a b ad subiectum planum rectum est/& cõmuni ipsorum sectioni a d ad angulos rectos ad ipsum a b planum excitatur d e: igitur d e ad subiectum planum recta est. Similiter iam demonstrabimus: ꝙ & d f ad subiectum planum recta est. Ab eodem igitur signo d, ad subiectum planum: binæ rectæ lineæ ad angulos rectos stantes sunt ad easdem partes. Quod est impossibile. Igitur ad subiectum planum/a signo d non constituetur alia: præter d b cõmunem sectionem ipsorum b a, b c, planorum. Si bina igitur plana inuicem sese dispescentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos: & cõmunis ipsorum sectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 20.

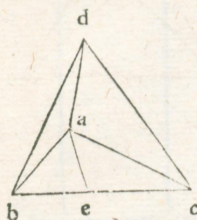
20 SI tres anguli superficiales solidum angulum contineant: illorum trium angulorum quiq; duo pariter accepti reliquo sunt maiores.



¶CAMPANVS. ¶Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectę supra su-
perficiem b c d: continentes tres superficiales angulos/ ex quibus solidus per-
ficitur angulus in puncto a. Dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angu-
lis solidũ angulũ in puncto a constituẽtibus/ pariter acceptos: tertio esse maio-
res. Si enĩ hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicẽ ęquales/ aut si duo tãtũ
ęquales existẽte tertio minore vtrolibet duorũ ęqualiũ: cõstat per cõmunẽ sciẽ-
tiam verũ esse qđ dicit. Qz si eorũ vnus vtrolibet duorũ reliquorũ maior fuerit/
siue illi duo ponant ęquales siue nõ æquales: adhuc cõstat illũ maiorẽ & vtrũli-
bet duorũ reliquorũ pariter acceptos/ tertio esse maiores. Sed & illos duos mi-
nores pariter acceptos hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur/ esse maiores: sic
collige. Esto enĩ triũ propositorũ angulorũ superficialiũ angulus c a d: maior
vtrolibet reliquorũ duorũ. Ex ipso ergo abscindã angulũ e a d æqualẽ angulo
b a d: protracta linea a e. Et sumã ex hac linea a e, lineã a g: & ex linea a b, lineã
a f. quas ponã esse æquales. Et protrahã lineã a pũcto g qualitercũq; cõtingat/
in superficie duarũ linearũ a c & a d: quousq; secet a c in puncto h, & a d in pũ-
cto k. & ipsa sit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum sit igitur a f ęqua-
lis a g: posita a k cõi/ erit per 4 primi f k ęqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ
lineæ h f & f k sunt maiores linea h k: erit per cõceptionẽ h f maior h g. Ideoq;
per 25 primi cũ sit linea a f æqualis lineę a g: erit angulus f a l, maior angulo h
a g. Per conceptionem igitur cõstat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos:
esse maiores angulo h a k. Quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20.

¶Si solidus angulus sub tribus planis compręhendatur: duo reli- 20
quo maiores sunt quomodocunq; suscepti.



¶THEON ex Zãb. ¶Solidus angulus q ad a: sub tribus planis hoc est b a c,
c a d, d a b, cõpræhẽdatur. Dico q bini quõcũq; suscepti: reliquo sũt maiores.
Si quidẽ ipsi qui sub b a c, c a d, d a b, anguli sunt inuicẽ ęquales: manifestũ est
q bini reliquo quõcunq; suscepti sunt maiores. Si autẽ nõ: sit maior qui sub b a
c. cõstituaturq; per 23 primi ad a b rectã lineã/ & ad signũ in ea a, angulo q sub
d a b, in eo qđ sub b a c plano/ ęqualis angulus b a e: ponatq; p 2 primi ipsi a d
ęqualis a e. & p e signũ extẽsa ipsa b e c: dispescat ipsas a b, a c, rectas lineas/ p
signa b, c. cõnectãturq; d b, d c. Et qm̃ d a ipsi a e est æqualis/ cõis autẽ a b: duę
igit d a, a b, duabus d a, a e, sũt æquales. & angulus q sub d a b: ãgulo qui sub
b a e est eq̃lis. basis igit d b: per 4 primi basi b e est ęqualis. Et qm̃ duę d b, d c,
ipsa b c sũt maiores/ quarũ d b ipsi b e ostẽsa est ęq̃lis: reliqua igit d c, reliqua
e c maior est. Et quoniã ipsa d a ipsi a e est æq̃lis/ cõis autẽ a c, & basis d c ba-
si e c maior est: angulus igitur qui sub d a c, angulo q sub e a c maior est. Ostẽ-
sum autẽ est: q & q sub d a b, est æqualis ei qui sub b a e. Ipsi igit q sub d a b,
d a c: eo q sub b a c sunt maiores. Si solidus igit angulus sub tribus ãgulis pla-
nis cõpręhẽdat: duo quõcũq; assũpti sunt maiores reliquo. Qđ erat ostẽdẽdũ.

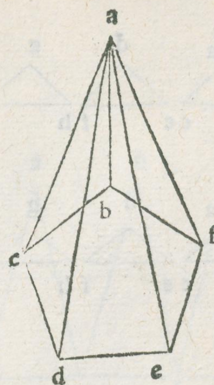
Eucli. ex Camp. Propositio 21.


Mnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse 21
probatur.

¶CAMPANVS. ¶Anguli solidi quantitas: ex angulorum superfi-
cialium ipsum solidum continentiũ quantitate determinatur. Hac
ergo 21 propositione id etiã proponit: quoslibet superficiales angulos solidũ
quemlibet continentes pariter acceptos/ quatuor rectis angulis esse minores.
Sit enim triãgula pyramis a b c d: cuius supremus angulus cũ possit esse qui-
libet suorum angulorũ/ hic tamen sit a. de quo dico: q tres superficiales anguli
ipsum a continentes/ sunt minores quatuor rectis. Cõstat enĩ ex 32 primi: nouẽ
angulos triũ triãgulorũ hanc pyramidẽ circunstantiũ (& ipsi sunt a b c, a c d,
a d b) esse æquales sex angulis rectis. de tribus autẽ angulis basis eiusq̃ est triã-
gulus b c d, cõstat quoq; per eandẽ: q ipsi sunt æquales duobus rectis. Cũ igit
sex anguli trium triãgulorũ prædictorũ hanc nostrã pyramidẽ (de cuius supre-
mo angulo disputamus) circundantium/ qui inquã sex anguli cum tribus an-
gulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent/ sint ex præmissa



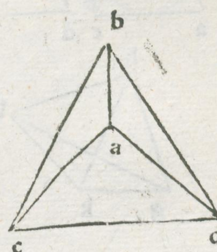
ter assumpta maiores tribus angulis basis: sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis. ex nouē igitur angulis triū triāgulorū pyramidē circundantium his sex angulis dēptis erūt ex cōmuni scientia reliqui tres (& ipsi sunt qui cōstituūt solidū āgulū a) minores 4. rectis. ¶Si autē angulus a supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibusq̄ tribus cōtineatur quod erit secundū multitudinē angulorū suæ basis/ cū igitur omnes anguli omniū triāgulorum ipsam pyramidem circundantium pariter accepti sint ex 32 primi tot rectis angulis ęquales quātus est numerus angulorū suæ basis duplicatus eo q̄ tot necesse est esse triāgulos pyramidē circūdātes quot fuerint āguli suę basis/ cūq; oēs anguli suæ basis sint tot rectis āgulis ęquales quātus est numerus angulorū suorū duplicatus dēptis inde 4. vt in 32 primi demonstratū est/ cumq; igitur oēs āguli triāgulorū pyramidē circūdātiū q̄ super latera basis ipsius pyramidis cōsistūt pariter accepti sint maiores oībus angulis basis pariter acceptis vt euidēter cōstat ex præmissa toties quot angulos basis habuerit repetita: adhuc necessario sequitur ex cōmuni scientia superficiales angulos solidū angulū a cōtinētes pariter acceptos esse minores quatuor rectis/ eo inquam minores quo oēs anguli trigonorū pyramidem circūdantium qui super latera basis statutæ pyramidis consistūt/ excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

21 ¶Omnis solidus angulus: sub minus quatuor rectis angulis planis compræhenditur.

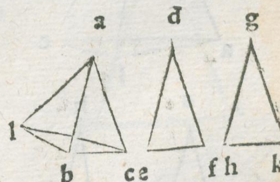
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit solidus angulus qui ad a: cōpræhēsus sub planis angulis qui sub b a c, d a c, d a b. Dico q̄ ipsi b a c, d a c, d a b, anguli: quatuor rectis sunt minores. Assumat̄ inquā in vnaquaq; ipsarū a c, a b, a d, rectarū linearū signa vtcūq;: sintq; b, c, d, cōnectanturq; b c, c d, d b. Et quoniā solidus angulus est qui ad b, sub tribus enī planis angulis cōprehenditur hoc est sub ijs qui sub c b a, a b d & c b d: per 20 vndecimi bini vtcunq; reliquo sunt maiores. Igit̄ qui sub c b a, a b d: eo q̄ sub c b d sūt maiores. Et id propterea q̄ sub b c a, a c d: eo qui sub b c d sūt maiores. & insup qui sub c d a, a d b: eo qui sub c d b sunt maiores. Igit̄ sex āguli c b a, a b d, b c a, a c d, c d a, a d b: tribus hoc est eis qui sub c b d, b c d, c d b, sunt maiores. Sed ipsi tres qui sub c b d, b d c, b c d, duobus rectis sunt æquales. igit̄ qui sub c b a, a b d, b c a, a c d, c d a, a d b, sex āguli: duobus rectis sunt maiores. Et q̄m vniuscuiusq; ipsorū a b c, a b d, a c d, triāgulorū tres āguli duobus rectis sūt ęq̄les p 32 primi: q̄ igit̄ triū triāgulorū āguli nouē q̄ sub c b a, a c b, b a c, a c d, c d a, d a c, a d b, b d a, b a d: sex rectis sunt ęquales. Quorū q̄ sub a b c, b c a, a c d, c d a, a d b, d b a, sex āguli: duobus rectis sunt maiores. reliqui igit̄ q̄ sub b a c, c a d, d a b, tres āguli cōprehēdētes solidū āgulū: quatuor rectis sunt minores. Oīs igit̄ solidus angulus sub minus quatuor rectis angulis planis cōpræhēditur. Quod erat ostendendū.

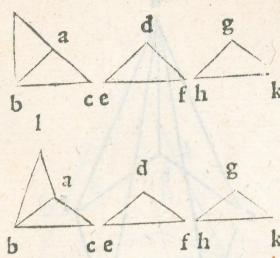


Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 SI tres anguli superficiales quorū quiq; duo pariter accepti tertio sint maiores/ cunctis sibi inuicem æquis lineis cōtineātur: de tribus basibus angulos illos ab ipsarū linearū ęqualiū terminis subtendentibus/ triangulū substitui vel constitui possibile est.

¶CAMP. ¶Sint tres superficiales āguli b a c, e d f, h g k, vt p̄ponit̄: tales videlicet vt quiq; duo eorū tertio sint maiores. sintq; sex latera eos cōtinētia / ęq̄lia: quæ sint a b, a c, d e, d f, g h, g k. & subtēdant̄ eis tres bases q̄ sint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus basibus: triāgulū aio cōstitui posse. Esto enī āgulus b a l ęq̄lis angulo d: & linea a l lineæ d e. & protrahātur l b, l c. eritq; ex 4. primi/ linea l b: æqualis lineæ e f. Ex hypothesi vero cōstat: totalē angulū a esse maiorē āgulo g. erāt enī quiq; duo ex tribus angulis b a c, d & g: tertio maiores. Igit̄ ex 24. primi linea l c: linea h k est maior. Cūq; sint ex 20 primi duę lineę l b & b c maiores linea l c: sequit̄ duas lineas l b et b c esse multo fortius maiores linea h k. Quia igitur l b est ęqualis e f: erunt duę lineæ b c & e f maiores linea h k. Con-

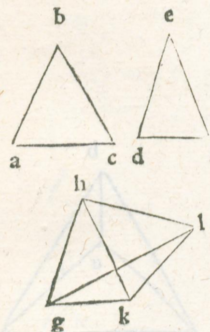




ſtat itaq; hoc modo: quaſq; duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, eſſe longi-
ores tertia. Igitur ex 22 primi conſtat verum eſſe quod dicitur. Hoc duntaxat
addito. ꝙ ſi duo ãguli b a c & d pariter accepti ſint æquales duobus rectis: erũt
duæ lineæ l a & a c ex 14 primi linea vna. quæ cum ſit æqualis ex hypotheſi
duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores ſunt linea h k, cũq; ex ea-
dem lineæ duæ l b & b c ſint longiores linea l c: ſequitur vt prius b c & e f pari-
ter acceptas eſſe lõgiores h k. At vero ſi duo prædicti anguli ſunt maiores duo
bus rectis: erũt ex 21 primi duę lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuio-
res duabus quæ ſunt l b & b c. Quare vt prius: b c & e f pariter acceptæ ſunt
longiores linea h k.

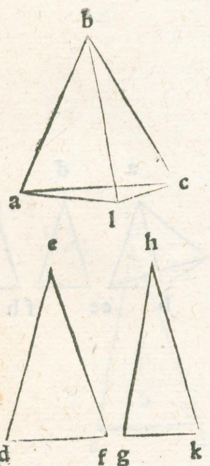
Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

21 ¶ Si fuerint tres anguli plani quorum bini reliquo ſint maiores
quomodocunq; aſſumpti / compræhendant autem ipſos æqua-
les rectæ lineæ: ex connexis circa æquales rectas lineas triangulũ
conſtitui eſt poſſibile.



¶ THEON ex Zãb. ¶ Sint tres anguli plani q ſub a b c, d e f, & g h k: quorũ
bini reliquo ſint maiores quõcũq; ſũpti. hoc eſt a b c, d e f: ipſo g h k. ipſi au-
tẽ qui ſub d e f, g h k: ipſo a b c. & inſup qui ſub g h k, a b c: eo q ſub d e f. ſintq;
ęquales a b, b c, d e, e f, g h, h k, rectæ lineę: cõnectanturq; a c, d f, g k. Dico ꝙ
ex ęqualibus ipſis a c, d f, g k, triãgulũ cõſtituere eſt poſſibile: hoc eſt ꝙ ipſarũ a
c, d f, g k, binæ quõcũq; ſumptæ reliqua ſunt maiores. Si quidẽ qui ſub a b c, d
e f, g h k, ãguli inuicẽ ſunt æquales: manifeſtũ ꝙ & ipſis a c, d f, g k, æqualibus
adinuicẽ factis / eſt poſſibile ex æqualibus ipſis a c, d f, g k, triangulũ cõſtrui. Si
autẽ nõ: ſint inæquales. Cõſtituaturq; per 23 primi / ad ipſam h k rectã lineã &
ad ſignũ in ea h: angulo qui ſub a b c æqualis angulus qui ſub k h l. & ponatur
per 2 primi vni ipſarũ a b, b c, d e, e f, g h, h k, æqualis h l: cõnectanturq; k l, g
l. Et qm̃ binæ a b, b c, duabus k h, h l, ſunt æquales / & angulus qui ad b angu-
lo qui ſub k h l eſt æqualis: baſis igitur a c per 4 primi baſi k l eſt æqualis. Et qm̃
qui ſub a b c, g h k: eo qui ſub d e f ſunt maiores / æqualis autẽ qui ſub g h l eis
qui ſub a b c & g h k, qui igitur ſub g h l eo qui ſub d e f maior eſt. Et quoniam
duæ g h, h l, duabus d e, e f, ſunt æquales / & angulus qui ſub g h l angulo qui
ſub d e f maior eſt: baſis igiẽ g l per 24 primi baſi d f maior eſt. Sed ipſę g k, k
l: ipſa g l ſũt maiores. multo magis igiẽ g k, k l: ipſa d f ſũt maiores. Aequalis
autẽ eſt k l: ipſi a c. ipſę igiẽ a c, g k: reliqua d f ſunt maiores. Similiter iã oſtẽde
mus / ꝙ & ipſę qdẽ a c, d f, ipſa g k ſũt maiores: & g k, d f, ipſa a c. Poſſibile igiẽ
eſt: ex ęqualibus ipſis a c, d f, g k, triangulũ confici. Quod oſtendendum erat.

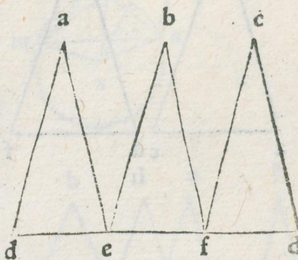
¶ ALITER. ¶ Sint dati tres ãguli plani q ſub a b c, d e f, g h k: quorũ duo re-
liquo ſint maiores quõcũq; aſſũpti. Cõpręhẽdãt autẽ ipſos: ęquales rectæ lineę
a b, b c, d e, e f, g h, h k. Cõnectantq; ipſę a c, d f, g k. Dico ꝙ ex ęqualibus ipſis
a c, d f, g k, triãgulũ cõſtrui eſt poſſibile: hoc eſt rurſus ꝙ duo reliquo ſũt maio-
res quõcũq; aſſumpti. Si qdẽ rurſus qui ad b, e, h, ſigna ãguli ſunt ęquales: erũt
quoq; ipſæ a c, d f, g k, & duæ reliqua erũt maiores. Si autẽ nõ: ſint inęquales g
ad pſa b, e, g, ſigna ãguli. ſitq; maior angulus q ad b, vtroq; ipſorũ e, h. maior
igiẽ eſt p 24 primi & a c recta linea: vtraq; ipſarũ d f, g k. & manifeſtũ: ꝙ a c cũ
vtraq; ipſarũ d f, g k, reliqua maior eſt. Dico ꝙ & d f, g k: reliqua a c ſũt maio-
res. Cõſtituaẽ p 23 primi ad a b rectã lineã ad ſignũq; in ea b: ei q ſub g h k an-
gulo æquus qui ſub a b l. ponaturq; p 2 primi vni ipſarũ a b, b c, d e, e f, g h, h
k: ęqualis b l. cõnectãturq; a l, l c. Et duę a b, b l, duabus g h, h k, ſunt æquales
altera alteri: & ęquos ãgulos cõpręhẽdũt. baſis igiẽ a l: per 4 primi baſi g k eſt
æqualis. Et qm̃ q ad e, h, ſigna ãguli eo q ſub a b c ſũt maiores / quorũ q ſub g
h k eo qui ſub l b c maior eſt / et quoniã duę l b, b c, duabus d e, e f, ſunt æqua-
les altera alteri / & angulus q ſub d e f angulo q ſub l b c maior eſt: baſis igiẽ d f
per 24 primi baſi l c maior eſt. Oſtenſum autẽ eſt: ꝙ æqualis eſt g k ipſi a l. Ipſæ
igitur d f, g k: ipſis a l, l c, ſunt maiores. Sed ipſæ a l, l c: ipſa a c ſunt maiores.
multo magis igiẽ d f & g k: ipſa a c ſunt maiores. Ipſarũ igiẽ a c, d f, g k, recta-
rũ linearũ duæ reliqua ſunt maiores: quõcunq; aſſumptæ. Poſſibile igitur eſt: ex
æqualibus ipſis a c, d f, g k, triangulum confici. Quod oportuit oſtendere.

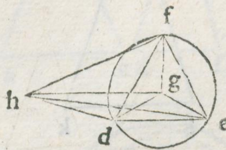


Eucli.ex Camp. Propositio 23.

23 TRibus angulis superficialibus propositis/quorũ quiq; duo pariter accepti tertio sunt maiores omnes/& tres simul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis æqualibus qualescunq; sint/solidum angulũ cõstituere.

CAMPANVS. Sint propositi tres anguli superficiales qui sunt a,b,c.de tribus illis ęqualibus volumus vnũ solidum angulum constituere. Oportet igitur ex 20 huius/vt quiq; duo eorũ pariter accepti tertio sint maiores: & ex 27 huius/vt oẽs pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores. Ex ipsis itaq;
22 sint hæc posita. Latera vero eos continentia cuncta adinuicẽ sint æquilia: eisq; subtendantur tres bases/& ipsæ sint d e,e f,& f d. eritq; ex præmissa possibile: de tribus lineis his basibus æqualibus triangulum constitui. Sit igitur ex eis secundum doctrinam 22 primi/ triangulus d e f, constitutus: cui sicut docuit quinta quarti/circunscribatur circulus d e f supra centrũ g. & protrahatur g d, g e, g f. Quæ cũ sint adinuicẽ æquales ex diffinitione circuli/lateraq; tres ꝓpositos angulos ambiẽtia ęqualia ex hypothesi: necesse est vt earũ quęlibet quolibet illorũ laterũ sit minor. æqualẽ autẽ aut maiorẽ esse est impossibile. Si eni lineã exiẽs a cẽtro g, circũferentiã circuli d e f esset æqualis alicui laterũ a d,a e, b e,b f,c f,c d: sequeret propter ea quę posita sunt/annuẽte 8 primi/tres angulos a,b,c, propositos/esse æquales tribus augulis d g e,e g f,f g d. Cũq; hi tres sint æquales quatuor rectis ãgulis/vt facile patet ex 13 primi/protracta paulisp vna linearũ exeũtiũ a cẽtro ad circũferentiã in cõtinuũ et directũ: essent etiã tres ãguli a,b,c, ęquales etiã quatuor rectis. Qđ est cõtra posita. Q; si esset maior: superpositis tribus triãgulis quorũ sunt anguli a,b,c, tribus triangulis diuidẽtibus triãgulũ d e f vnoquoq; illi cũ quo cõicat in basi/ita ꝙ bases supponant basibus ęquales videlicet ęqualibus: & anguli a b c cadãt ad partẽ pũcti g/sequeret ex 21 primi tres ãgulos a,b,c, esse maiores tribus q̄ sunt d g e,e f g,f g d. Essent itaq; maiores quatuor rectis. Qđ est ãplius cõtrariũ positis. Relinquit itaq; vnũquodq; ex sex lateribus tres propositos ãgulos ambiẽtibus: maius esse linea egrediẽte a cẽtro g, ad circũferẽtiã d e f. ideoq; etiã potẽtius. Sit igitur potẽtius in linea g h: quæ sit secũdũ 12 huius orthogonaliter erecta sup sup̄ficiem ãguli vel circuli d e f. demittãturq; tres hypothenusæ h d,h e,h f: quas dico cõtinere angulos tres sup̄ficiales ęquales tribus propositis/cõstituẽtes angulũ solidũ in pũcto h. Cũ eni quadratũ lineę a d sit ęquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypothesi/at quadratũ lineę d h sit ęquale eisdẽ ex penultima primi: necesse est lineã a d esse æqualẽ lineę d h. Eodẽq; modo & lineam a e: lineę e h. Igitur ex 8 primi cũ bases etiã sint æquales: erit angulus a ęqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b ęqualis angulo e h f: & angulus c ęqualis angulo f h d. Quare cõstat factũ esse quod facere disposuimus.

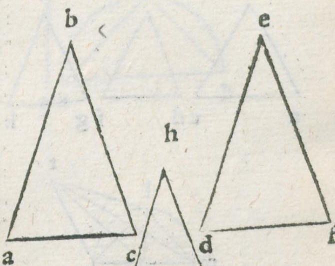


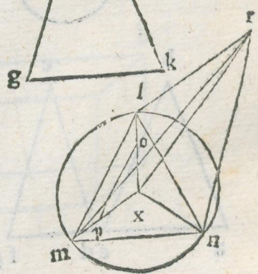


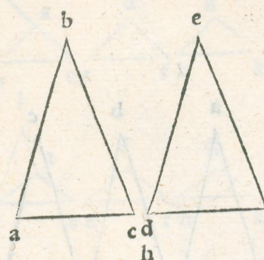
Eucli.ex Zamb. Theorema 3. Propositio 23.

23 Ex tribus angulis planis quorum duo quomodocunq; sumpti sint reliquo maiores: solidum angulum conficere. oportet iam tres quatuor rectis esse minores.

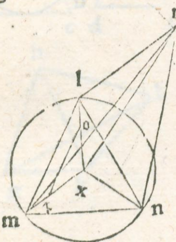
THEON ex Zãb. Sint dati tres anguli plani sub a b c,d e f,g h k: quorũ duo quõcũq; assumpti reliquo sint maiores/insuperq; tres quatuor rectis minores. oportet iã ex ęqualibus eis qui sub a b c,d e f,g h k: solidũ cõstituere angulũ. Assumãtur æquales a b,b c,d e,e f,g h,h k: cõnectanturq; a c,d f,g k. Igitur per 21 vndecimi ex æqualibus ipsis a c,d f,g k, triãgulũ cõfici est possibile. Construat/sitq; l m n: & eo quia a c æqua est ipsæ l m,& d f ipsi m n,& g k ipsi l n. Circũscribatur autẽ p 5 quarti ipsi l m n triãgulo: circulus l m n. sumatq; per 1 tertij ipsius centrũ x: connectaturq; l x,m x,n x. Dico ꝙ a b: ipsa l x maior est. Si autem non: aut a b ipsi l x est æqualis/aut ea minor. Sit primum æqualis. Quoniã a b ipsi l x est æqualis/sed a b ipsi b c est æqualis: igitur l x ipsi b c est æqualis. Ipsa autem l x: ipsi x m per 15 diffinitionẽ primi. Duæ iam a b,b c: duabus l x,x m, sunt æquales altera alteri. & basis a b: basi l m supponit æqua-

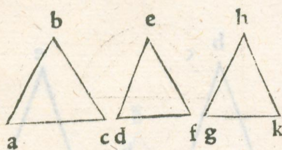


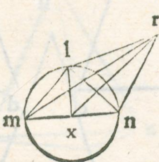


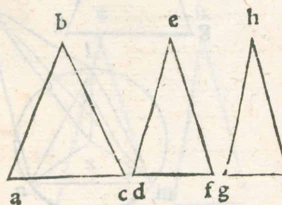






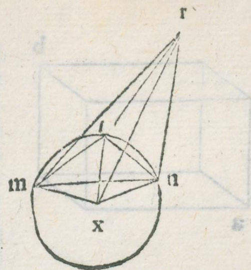


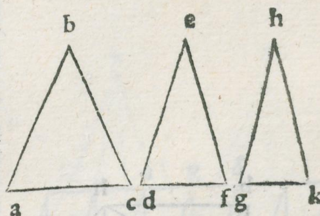


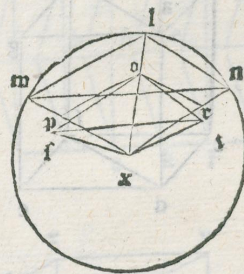


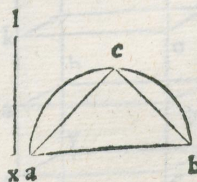
lis.angulus igitur qui ſub a b c:per 8 primi angulo qui ſub l x m eſt æqualis.
Id propterea iam & qui ſub d e f:ei qui ſub m x n eſt æqualis. Eſt autem & qui
ſub g h k:ipſi qui ſub n x l. Ipſi igitur qui ſub a b c,d e f,g h k,anguli:ipſis tri-
bus qui ſub l x m,m x n,n x l,ſunt æquales. Sed tres qui ſub l x m,m x n.n x l:
quatuor rectis ſunt æquales.& tres igitur qui ſub a b c,d e f,g h k:quatuor re-
ctis ſunt æquales. Supponuntur & quatuor rectis minores. Quod eſt impoſſi-
bile. Igitur a b:ipſi l x æqualis non eſt. ¶Dico etiam:ꝙ nec minor eſt a b,ipſa
l x. Si enim poſſibile:eſto.ponaturq; per 2 primi/ipſi a b æqualis x o,ipſi autē
b c æqualis x p:connectaturq; o p. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi b c:æqualis
eſt & x o ipſi x p.quare & reliqua o l:reliquæ p m eſt æqualis. Parallelus igitur
eſt per ſecundam ſexti l m ipſi o p:& æquiangulū eſt l m x ipſi o p x.eſt igi-
tur ſicut x l ad ipſam l m:ſic eſt x o ad oip.viciſſim igitur per 16 quinti ſicut l x
ad x o:ſic l m ad o p. Maior autem eſt l x:ipſa x o.maior igitur eſt & l m:ipſa
o p. Sed ipſa l m:poſita eſt ipſi a c æqualis.& a c igitur:ipſa o p maior eſt.
Quoniam igitur binæ rectæ lineæ a b,b c,duabus o x,x p,ſunt æquales/& ba-
ſis a b baſi o p maior eſt:angulus igitur qui ſub a b c,angulo qui ſub o x p ma-
ior eſt per 25 primi. Similiter iam oſtendemus:ꝙ & qui ſub d e f eo qui ſub m
x n maior eſt/qui autem ſub g h k eo qui ſub n x l. Ipſi igitur tres anguli qui
ſub a b c,d e f,g h k:tribus qui ſub l x m,m x n,n x l ſunt maiores. Sed qui
ſub a b c,d e f,g h k:quatuor rectis ſupponuntur minores.multo igitur magis
qui ſub l x m,m x n,n x l:quatuor rectis ſunt minores . Sed & æquales. Quod
eſt impoſſibile. Igitur a b:ipſa l x minor nō eſt. Oſtenſum autē eſt:ꝙ neq; æqua-
lis.maior igitur eſt a b:ipſa l x. ¶Conſtituatur iam a ſigno x:ipſius l m n circu-
li plano ad angulos rectos x r per 12 vndecimi. Et quo maius eſt quadratum
quod ex a b,eo quod ex l x:ei æquum eſto quod ex x r.cōnectanturq; r l,r m,
r n. Et quoniam r x recta eſt & ad ipſius l m n circuli planum:& ad vnam-
quamq; igitur ipſarum l x,m x,n x,per conuerſionem 2 diffinitionis vndeci-
mi recta eſt ipſa r x. Et quoniam ęqualis eſt l x ipſi x m,communis autem & ad
angulos rectos eſt x r:baſis igitur r l p 4 primi baſi r m eſt ęqualis. Iam id pro-
pterea & r n:vtriq; ipſarum r l,r m,eſt æqualis. Ipſæ igitur r l,r m,r n:ſibi in-
uicem ſunt æquales. Et quoniam quo maius eſt quod ex a b eo quod ex l x,ei
ſupponitur æquum quod ex x r:quod ex a b igitur æquū eſt eis quæ ex l x,r x.
Eis autem quæ ex l x,x r:æquum eſt per 47 primi quod ex l r.rectus enim eſt
qui ſub l x r. Quod igitur ex a b:æquū eſt ei quod ex r l. Aequalis igitur eſt a
b:ipſi r l. Sed ipſi quidem a b:æqualis eſt vnaquæq; ipſarum b c,d e,e f,g h,
h k.ipſi autem r l:ęqualis eſt vtraq; ipſarum r m,r n. Vnaquęq; igitur ipſarū a
b,b c,d e,e f,g h,h k:vnicuiq; ipſarum r l,r m,r n,eſt æqualis. Et quoniā duę
l r,r m,duabus a b,b c,ſunt æquales/& baſis l m baſi a c ſupponitur æqualis:
angulus igitur qui ſub l m r per 8 primi ei qui ſub a b c eſt ęqualis. Id propter-
ea & qui ſub m r n:ei qui ſub d e f eſt æqualis. Qui autem ſub l r n:ei qui ſub
g h k. Ex tribus igitur angulis planis hoc eis qui ſub l r m,m r n,l r n,qui ſunt
ęquales tribus datis ſc; eis qui ſub a b c,d e f,g h k,ſolidus angulus conſtruit
qui ad r:cōpræhenſus ſub l r m,m r n,& l r n,angulis. Qđ facere oportebat.
¶Sed iā eſto centrū circuli in vno laterū triāguli:ſitq; in m n,eſtoq; x. Cōnecta-
turq; l x. Dico rurſus:ꝙ maior eſt a b ipſa l x. Si autē nō:aut a b eſt ęqualis ipſi
l x,aut ea minor. Sit primū æqualis. Duæ iā a b,b c,hoc eſt d e,e f:duabus m
x,x l,hoc eſt ipſi n m ſunt ęquales. Sed ipſa quidē m n:ipſi d f ſupponiť ęqua-
lis.& ipſę igiť d e,e f:ipſi d f ſunt ęquales. Qđ eſt īpoſſibile. Igitur a b:ipſi l x,
ęqualis nō eſt. Similiter iā oſtēdemus:ꝙ neq; minor.igiť ipſa a b:maior eſt ip-
ſa l x. Et ſi ſimiliter quo maius eſt quod ex a b eo quod ex l x,ei ęquū & ad an-
gulos rectos ad circuli planū cōſtituemus ſicut quod ex x r:cōſtitueť problema.
¶Sed iam eſto centrū circuli extra triangulū l m n:ſitq; x. Connectanturq; l x,
m x,n x. Dico:ꝙ & ſic maior eſt a b ipſa l x. Si autē non:aut ęqualis eſt aut mi-
nor. Sit prius æqualis. Duæ igitur a b,b c:duabus m x,x l,ſunt æquales altera
alteri.& baſis a c baſi m l,eſt æqualis.angulus igitur qui ſub a b c:per octauam
primi angulo qui ſub m x l eſt ęqualis. Idq; propterea iam & qui ſub g h k:
ei qui ſub l x n eſt æqualis. Totus igitur qui ſub m x n : duobus qui ſub a b
c,g h k,eſt æqualis. Sed qui ſub a b c,g h k;ipſo qui ſub d e f ſunt maiores. Et

qui sub m x n igitur: eo qui sub d e f maior est. Et quoniã duæ d e, e f, duabus m x, n x, sunt æquales/& basis d f basi m n est æqualis: angulus igitur qui sub m x n per 8 primi ei qui sub d e f est æqualis. Patuit autem ꝙ & maior. Quod est absurdum. Igitur a b: ipsi l x non est æqualis. Itidemqꝫ ostendemus: ꝙ neqꝫ minor. Igitur ipsa a b: maior est ipsa l x. Et si etiã ad angulos rectos in circuli plano rursus cõstituamus ipsam x r, & ipsi ęqualẽ ponamus eã quæ potest id quo maius est quod ex a b eo quod ex l x: cõstituetᷣ problema. ¶Dico insuper ꝙ a b ipsa l x non est minor. Si enim possibile: esto. Ponaturqꝫ per 2 primi ipsi quidem a b æqualis x o: ipsi autem b c æqualis x p. Connectaturqꝫ o p. Et quoniam æqualis est a b ipsi b c: æqualis est x o ipsi x p. quare & reliqua o l: reliquæ m p, est æqualis. Parallelus igitur est per 2 sexti l m ipsi p o: & æquiangulum est triangulum l x m ipsi triangulo p x o. Est igitur per 6 sexti sicut x l ad l m: sic est x o ad o p, & vicissim per 16 quinti sicut l x ad x o: sic l m ad o p. Maior autem est l x: ipsa x o. maior igitur est & l m: ipsa o p. Sed l m: ipsi a c est ęqualis. igitur & a c: ipsa o p maior est per 14 quinti. Quoniam igitur duę a b, b c, duabus o x, x p, sunt æquales altera alteri/& basis a c basi o p maior est: angulus igitur qui sub a b c per 25 primi angulo qui sub o x p maior est. Similiter iam & si ipsam x r æqualem vtriqꝫ ipsarum x o, x p, assumamus/& cõnectamus ipsam o r: ostendemus ꝙ & qui sub g h k angulus eo qui sub o x r maior est. Constituatur iam per 23 primi ad ipsam l x rectam lineam/ad signumqꝫ in ea x: ei quidem qui sub a b c angulo æquus angulus qui sub l x s, ei autem qui sub g h k æqualis qui sub l x t. ponaturqꝫ per 2 primi vtraqꝫ ipsarum x s, x t, ipsi o x æqualis: & connectantur o s, o t, s t. Et quoniam binæ a b, b c, binis t x, x s, sunt æquales/& angulus qui sub a b c angulo qui sub o x s est æqualis: basis igitur a c p 4 primi hoc est l m/basi o s est æqualis. Idqꝫ propterea iam & l n: ipsi o t est æqualis. Et quoniam duæ l m, l n, duabus s o, o t, sunt æquales/& angulus qui sub m l n angulo qui sub s o t maior est: basis igitur m n per 25 primi basi s t maior est. Sed ipsa quidem m n: ipsi d f est æqualis. & ipsa igitur d f: ipsa s t maior est. Quoniam igitur duæ d e, e f, duabus s t, x t, sunt æquales/& basis d f basi s t maior est: angulus igitur qui sub d e f per 25 primi ãgulo qui sub s x t maior est. Aequalis autem est qui sub s x t: eis qui sub a b c, g h k. Igitur qui sub d e f: eis qui sub a b c, g h k, maior est. Sed & etiam minor. Quod est impossibile. ¶Quo autem maius est quod ex a b, eo quod ex l x: ei æquum assumatur quod ex x r, sic. Exponantur a b & l x rectæ lineæ: sitqꝫ maior a b describaturqꝫ super ipsa semicirculus a c b: & in semicirculo a c b annectatur ipsi l x rectæ lineæ æqualis ipsa a c, connectaturqꝫ c b. Quoniã igitur in semicirculo a c b angulus est qui sub a c b: rectus igitur est qui sub a c b per 31 tertij. Quod igitur ex a b per 47 primi æquum est eis quæ ex a c, c b. quare id quod ex a b: maius est eo quod ex a c, eo quod ex c b. æqualis autem est a c ipsi l x. quod igitur ex a b: maius est eo quod ex l x, eo quod ex c b. Si ipsi igitur c b æqualem x r assumamus: quod ex a b, eo quod ex l x, eo quod ex x r maius est. Quod facere proposueramus.





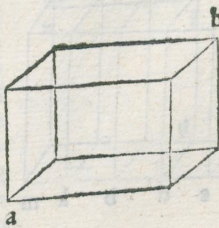




Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 SI superficiebus æquidistantibus solidum cõtineatur: eius oppositæ superficies sibi inuicem æquales sunt & æquidistantium laterum.

¶CAMPANVS. ¶Quicquid dicant alij: solidum æquidistantibus superficiebus contentum/superficiebus paribus necesse est contineri. quæ sicut esse non possunt pauciores sex: ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat enim columnam hexagonam: posse octo superficiebus quæ binæ & binæ oppositæ sibi inuicem æquidistant/contineri. Sic quoqꝫ octogonam: 10. & decagonam: 22. & ad istarum similitudinem: in infinitum. Sed horum omnium solidorum æquidistantibus superficiebus contentorum quæ infinita esse pronuncio: solum illud dicitur parallelogrãmum/cuius omnes superficies ipsum ambientes parallelogrãmæ sunt. & istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaqꝫ quod sex tantum superficiebus ambitur: dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale solidum/corpus a b: cuius



omnino superficies fac vt solido habitu mente comprӕhendas.patebitqꝫ tibi/
vnamquãqꝫ earũ quatuor ex reliquis secare eius quatuor latera:cum sint cõ-
munes sectiones ipsius secantis & quatuor sectarum. Sint autem illæ quatuor
sectæ binæ & binæ secundum ꝙ adinuicem opponuntur:ęquidistantes ex hy-
pothesi.sequitur ex 16 bis assumpta:vt quatuor latera huius superficiei secan-
tis & quatuor sectarum sint adinuicem bina & bina æquidistantia.Cõstat itaqꝫ
secundum.At vero ex 34 primi manifestum est:omnia latera opposita istarum
sex superficierum esse ęqualia.erunt igitur bina latera angulum planum conti-
nentia cuiusqꝫ earum/ęqualia binis lateribus angulum planum in superficie si
bi opposita continentibus:anguli quoqꝫ ab illis binis lateribus contenti/ęqua-
les per 10 huius.Igitur ex conuersa penultimę cõmunis scientiæ in primo libro
positę:necesse est quasqꝫ duas superficies in solido a b oppositas/esse sibi inui-
cem æquales.Quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 21. Propositio 24.

Si solidum sub parallelis planis comprӕhendatur:quæ ex op-
posito ipsius plana/æqualia & parallelogramma sunt.

THEON ex Zãb. Solidum inquam c d h g:sub parallelis planis a c,g f,
a h,d f,f b,a e,comprẹhendatur.Dico ꝙ quæ ex ꝑposito ipsius plana:æqua-
lia & parallelogramma sunt.Quoniam enim bina plana parallela hoc est b g,
c e,a plano a c secantur:cõmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt per 16 vn-
decimi.parallelus igitur est a b:ipsi d c.Rursus quoniam plana bina parallela
b f,a e,planum a c dispescit:cõmunes ipsorum sectiones parallelę sunt per eã-
dem.parallelus igitur est b c:ipsi a d. Patuit autẽ:ꝙ & a b ipsi d c est paralle-
lus.parallelogrammum igitur est a c. Similiter iam ostendemus:ꝙ & vnum-
quodqꝫ ipsorum d f,f g,g b,b f,a e,parallelogrammum est.Conuectantur
a h,d f.Et quoniam parallelus est a g ipsi d e,& b h ipsi c f:binæ iam a b,b h,
sese inuicem tangentes ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes hoc est
d c,c f,sunt/non tamen in eodem plano.igitur æquales comprӕhendunt an-
gulos per 10 vndecimi.Angulus igitur qui sub a b h : angulo qui sub d e f,est
æqualis.Et quoniã binæ a b,b h,duabus d c,c f,sunt æquales/& angulus qui
sub a b h,angulo qui sub d c f est æqualis:basis igitur a h per 4 primi basi d f,
est æqualis/& triangulum a b h triangulo d c f est æquale. Et quoniam ipsius
quidem a b h,duplum per 41 primi est b g parallelogrammum:æquum igitur
est parallelogrammum b g,parallelogrammo e c. Similiter iam ostendemus:
ꝙ & a c ipsi g f est æquale/& a e ipsi b f.Si planum igitur sub parallelis planis
comprẹhendatur:qui ex opposito eius plana/æqualia et parallelogramma sũt.
Quod oportuit ostendere.

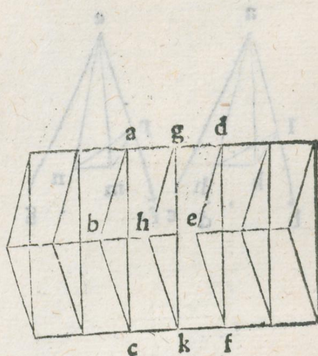
Eucli.ex Camp. Propositio 25.

SI superficies quædam secet solidum parallelogrammũ
æquidistanter duabus ipsius solidi superficiebus oppo-
sitis:duo partialia corpora quæ ad illam secantem su-
perficiem velut ad communem terminum copulantur/
suis basibus sunt proportionalia.

CAMPANVS. Sit corpus a b,solidum parallelogrammũ:& secet ipsum
superficies c d æquidistanter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a e
& f b.Et sit superficies g b,basis ipsius solidi a b:de qua cõstat per præmissam
ꝙ ipsa sit ęquidistantium laterum.Et sit cõmunis sectio duarum superficierum
c d & g b,linea h d:de qua cõstat per 3 huius ꝙ ipsa sit linea recta/& per 16 hu-
ius ꝙ ipsa sit æquidistans g e.Ideoqꝫ sunt duæ superficies g d & h b æquidistã-
tium laterum:& ipsæ sunt bases duorum partialium corporum in quæ superfi-
cies c d diuidit solidum a b.Dico itaqꝫ ꝙ proportio solidi a d ad solidum b c:
est sicut basis g d ad basin h b.Protrahantur enim vtrinqꝫ quantũ libuerit/qua-
tuor lineę penetrantes superficiem c d super eius angulos:& ipsæ sunt a f & e
b cũ duabus reliquis sibi ęquidistantibus.Sumãturqꝫ ex eis omnibus portiones
ex parte puncti b,quot libuerit/quæ ponantur singulæ ęquales lineę b d:& ex

parte pũcti e, aliæ similiter quot libuerit/ quæ ponantur æquales lineæ e d. Super quas vtrinq; constituantur solida parallelogramma secundum longitudinum exigentiam/ sintq; ex parte puncti b, solida f k & l m: & ex parte pũcti e, solida a n & p q. Eritq; ex diffinitione corporum ęqualium atq; similium/ vnũquodq; solidorum f k & l m æquale solido c b: & vnumquodq; a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima sexti. Est enim solidũ c m ita multiplex solidi b c: sicut basis h m, basis h b. & solidũ q c ita multiplex solidi a d: sicut basis q h, basis g d. Et si basis h m est æqualis basi q h: solidũ e m est æquale solido q c ex diffinitione corporum æqualium atq; similium. & si basis est minor basi: & solidum est minus solido. & si maior: maius. quod patet ex diffinitione eadem: resecata maiori basi ad æqualitatem minoris/ & descripto super eam solido parallelogrammo. Itaq; ex diffinitione incõtinuę proportionalitatis proportio solidi a d ad solidum c b: sicut basis g d ad basin h b. Quod est propositum.

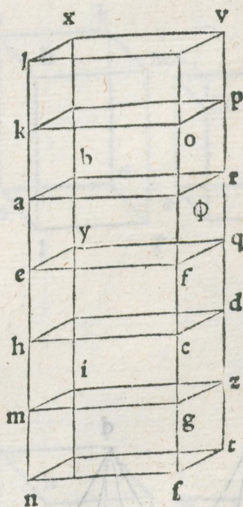
¶CAMPANVS. ¶Qz si superficies aliqua secet corpus serratile ęquidistanter duobus eius triangularibus superficiebus oppositis: duo partialia corpora quę ad illam secantem superficiem velut ad cõmunem terminum copulantur/ suis basibus erũt proportionalia. Sit enim a f corpus serratile: cuius sint duæ trigonæ superficies a b c, d e f. Constat igitur ex diffinitione serratilis/ vnamquãq; trium superficierum quæ sunt a b d e, b c e f, a c d f: esse parallelogrammum. Secet igitur superficies g h k: istud serratile æquidistanter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a b c, d e f. Dico ꝙ proportio serratilis a k ad serratile g f: est sicut basis a k ad basin g f. Quod sicut de solidis parallelogrammis probatur. Protractis enim in vtramq; partem lineis a d, b e, c f, factisq; inter eas ex parte puncti e serratilibus ęqualibus serratili g f, & ex parte puncti b alijs ęqualibus serratili a k vtrinq; quouis numero: ex diffinitione incontinuę proportionalitatis (si cuncta vigili mente perlustres) non erit tibi difficile cõcludere quod diximus.



25 Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 25.

¶Si solidum parallelepipedum plano secetur/ parallelo existente eis quæ ex opposito planis: erit sicut basis ad basin sic solidum ad solidum.

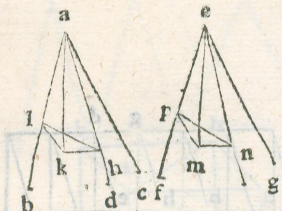
¶THEON ex Zamberto. ¶Solidum inquam parallelepipedum a b c d secetur a plano q e parallelo existente eis quæ ex opposito planis scilicet ipsis r a & d h. Dico ꝙ est sicut a e f φ basis ad e h c f basin: sic est a b f q solidũ ad e y c d solidum. Extendatur enim a h ex vtraq; parte. ponãturq; ipsi quidem a e ęquales: quæcunq; ipsarum a k, k l. ipsi autem e h: h m, m n. compleanturq; ipsa l o, k φ, h g, m f, parallelogrãma: & ipsa l p, k r, d m, m t, solida. Et quoniã ipsę l k, k a, a e, rectæ lineæ inuicem sunt æquales: æqualia quoq; sunt ipsa l o, k φ, a f, parallelogrãma sibiinuicem per primam sexti. & ipsa quoq; k x, k b, a y, sibi inuicem per eandem sunt æqualia. Et similiter ipsa l v, k p, a r, sibi inuicem per vigesimãquartã vndecimi sunt æqualia. ex opposito enim. Idq; propterea iam & ipsa quidem e c, h g, m f, parallelogrãma adinuicem sunt ęqualia per primã sexti. ipsa quoq; y h, h i, i n, sibi inuicem per eandem sunt ęqualia. Et insuper ipsa d h, m z, n t, per 24 vndecimi sunt æqualia. ex opposito enim. Tria igitur plana cuiusq; ipsorum l p, k r, a q, solidorũ. tribus reliquorum planis sunt æqualia. idq; propterea: & ipsorum e d, d m, m t, solidorũ. Sed tria: tribus quæ ex opposito per 24 vndecimi sunt ęqualia. Ipsa igitur tria solida l p, k r, a q, inuicem suntæqualia per 8 vndecimi diffinitionẽ & id propterea iam tria solida e d, d m, m t, inuicem sunt æqualia. Quotuplex igitur est l f basis ipsius a f basis: totuplex est & l q solidum ipsius a q solidi. & iam id propterea quotuplex est n f basis ipsius f h basis: totuplex est & n q solidum ipsius h q solidi. & si ęqualis est l f basis ipsi a f basi: ęquum est & l q solidum ipsi a q solido. & si excedit l f basis ipsam a f basin: excedit quoq; ipsum l q solidum ipsum a q solidum. & si deficit: deficit per 1 & 14 quinti. Quatuor iam existentibus magnitudinibus/ binis quidem basibus a f, f h, duobus autem solidis a q, q h: assumũtur æque multiplicia. ipsius quidem a f basis & a q solidi/ ipsa l f ba-



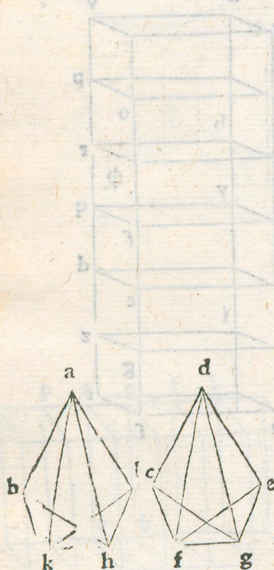
sis & l q solidum: ipsius autem h f basis & h q solidi/ipsa n f basis & ipsum n q
solidum. Ostensumq; est/ꝙ si l f basis excedit basin a f: excedit quoq; & l q soli-
dum/ipsum a q solidum. & si æquale: æquale. & si deficit: deficit per diffinitio-
nem 6 quinti. In eadem ratione magnitudines esse dicuntur. & reliqua. Est igi-
tur sicut a f basis ad f h basin: sic est a q solidum ad h q solidum. Quod erat
ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 26

SVper datum punctum datæ lineæ: angulo solido propo- 26
sito æqualem angulum solidum constituere.



¶CAMPANVS. ¶Solidus angulus propositus sit a, qui cōtinea-
tur tribus lineis a b, a c, a d, tres superficiales angulos ipsum solidū
perficientes continentibus. cui super punctum e lineę e f propositæ quæ ad li-
bitum proponentis iaceat aut in sublimi consurgat/iubemur æqualem angulū
solidum constituere. Qualiscunq; sit situs lineę e f: a puncto g vbicunq; volue-
ris signato/producito lineam g e. eruntq; ex secunda huius/duæ lineæ e f & g
e: in superficie vna. In hac itaq; superficie super punctum e datum in assignata
linea secundum consilium 23 primi constitue angulum æqualem angulo b a c:
& ipsę sit f e g. dehinc ex linea a d abscinde lineam a h sicut volueris: & a pū-
cto h producito perpendicularem h k ad superficiem in qua sunt duę lineæ a b
& a c. Quod qualiter faciendum sit: 11 huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de
puncto k. Nihil enim refert: vtrum perpendicularis h k occurrat superficiei in
qua sunt duæ lineę a b & a c, inter ipsas lineas/aut extra aut in earum altera,
ducito tamen lineam a k. Positoq; puncto l in linea a b vbicūq; volueris: protra-
he lineas k l & l h. & pone angulum f e m in superficie linearū e f & e g, ęqua-
lem angulo b a k: & lineam e m æqualem lineę a k. & ex linea e f: sume lineam
e p æqualem lineę a l. & a puncto m educ lineam m n perpendicularem ad su-
perficiem in qua sunt duæ lineę e f & e g. & pone eam æqualem h k. & protra-
he lineas e n, n p, & p m. Dico igitur: tres lineas e f, e g, e n, continere angulū
solidum in puncto e, ęqualem angulo a proposito. Cum sint enim ex hypothe-
si duo latera a k & k h, trianguli a k h ęqualia duobus lateribus e m & m n triā-
guli e m n, & anguli qui sunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpendi-
culariter erectæ supra superficiem: erunt ex quarta primi duę lineę a h & e n,
æquales. per eandem quoq; erunt duæ lineæ k l & m p: æquales. ideoq; etiā per
eandem h l & n p æquales: cum sint h k & k l æquales m n & m p. & anguli h k
l & m n p, recti. p 8 igitur primi/erit angulus n e p: æqualis angulo h a l. Simi-
li quoq; modo probabis: angulum g e n esse ęqualē angulo c a d. Constat itaq;
nos effecisse quod volumus. Huic si studiosus institeris: quotcunq; lateribus a
solidus angulus propositus cōtineatur/quod a te petitur sine offendiculo per-
ficere poteris.



Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 26.

¶Ad datam rectam lineam/ad signumq; in ea: dato solido angu-
lo æquum solidum angulum constituere.

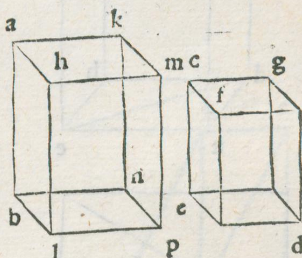
¶THEON ex Zāberto. ¶Sit quidem data recta linea a b: datūq; in ea signū
sit a. datus angulus solidus sit qui ad d: compræhēsus sub e d c, e d f, f d c, an-
gulis planis. Oportet iam ad ipsam a b rectam lineā/& ad signū in ea a: ei qui
ad d solido angulo æquum solidū angulum cōstituere. Sumatur in ipsa d f, cō-
tingens signū f: exciteturq; per 14 vndecimi ab ipso f, ad id quod per e d, d c,
planū perpendicularis f g. & concurrat in planū per g: cōnectaturq; d g. consti-
tuaturq; per 23 primi ad ipsam a b, & ad signum in ea a, ei qui sub e d c angulo
æqualis angulus qui sub b a l, ei autem qui sub e d g, æqualis qui sub b a k:
ponaturq; per 2 primi ipsi d g æqualis a k. constituaturq; per 19 vndecimi ab
ipso k signo/ei quod per b a l plano ad angulos rectos k h: ponaturq; per secū-
dam primi k h ipsi g f æqualis. connectaturq; h a. Dico ꝙ angulus solidus qui
ad a, compræhēsus sub b a l, b a h, h a l, angulis: æquus est ei qui ad d solido
angulo cōpręhēso sub e d c, e d f, f d c, angulis. Auferantur enim ęquales a b,
d e: connectanturq; h b, k b, f e, e g. Et quoniam f g recta est ad subiectum
planum: & per 2 diffinitionem vndecimi ad omnes igitur tangentes se rectas

lineas & in ſubiecto exiſtẽtes plano/ rectos efficiet angulos. Rectus eſt igitur: vterq; ipſorũ qui ſub f g d, f g e, angulorum. & iam id propterea vterq; ipſorũ h k a, h k b, angulorũ: rectus eſt. Et quoniam binæ k a, a b, duabus g d, d e, ſunt æquales altera alteri/ & æquales cõprehendunt angulos: baſis igitur k b per 4 primi baſi g e eſt æqualis. Eſt autẽ & k h ipſi g f æqualis: & rectos cõpræhẽdũt angulos. æqualis igitur eſt & b h: ipſi f e. Rurſus quoniam duæ a k, k h, duabus d g, g f, ſunt æquales/ & rectos angulos cõpræhendunt: baſis igitur a h per 4 primi ipſi d f eſt æqualis. Eſt autem & a b: ipſi d e æqualis. binæ igitur h a, a b: duabus f d, d e, ſunt æquales. & baſis h b: ipſi f e eſt æqualis. Angulus igitũ qui ſub b a h: per 8 primi angulo qui ſub e d f eſt æqualis. Iam id propterea & qui ſub h k l: ei qui ſub f g c eſt æqualis. Quoniã ſi aſſumamus æquales a l, d c, cõnectamusq; ipſas k l, h l, g c, f c: quoniam totus qui ſub b a l toti qui ſub e d c eſt æqualis quorũ qui ſub b a k ei qui ſub e d g ſupponitur æqualis/ reliquus igitur qui ſub k a l reliquo qui ſub g d c eſt æqualis. Et quoniã binæ k a, a l, duabus g d, d c, ſunt æquales/ & rectos cõpræhendunt angulos: baſis igitur k l per 4 primi baſi g c eſt æqualis. Eſt autẽ & k h: ipſi g f æqualis. binæ iam l k, k h, binis c g, g f, ſunt æquales: & angulos rectos cõpræhendũt. baſis igitur h l: per 4 primi baſi f c eſt æqualis. Et quoniã binæ h a, a l, duabus f d, d c, ſunt ęquales/ & baſis h l baſi f c eſt æqualis: & angulus igitur qui ſub h a l per 8 primi angulo qui ſub f d c eſt æqualis. Eſt autem & qui ſub b a l: ei qui ſub e d c ęqualis. Ad datam igitur rectam lineam a b, ad datumq; in ea ſignum a: dato angulo ſolido qui ad d æqualis angulus ſolidus cõſtitutus eſt. Quod erat agendũ.

27 Eucli. ex Camp. Propoſitio 27.

SVper aſſignatam lineam: dato ſolido æquidiſtantium ſuperficierum ſimile ſolidum conſtituere.

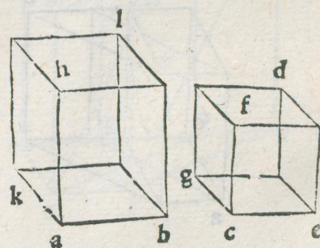
¶CAMPANVS. ¶ Sit aſſignata linea a b: de cuius ſitu vtrum in plano iaceat vel ſurſum exurgat/ nihil curetur. ſitq; aſſignatum parallelogrãmum ſolidũ / corpus c d: cui ſuper lineam a b, iubemur ſimile ſolidum fabricare. Sint igitur tres lineę cõtinentes ſuperficiales angulos ex quibus cõponitur ſolidus angulus c, inſcriptæ litteris c e, c f, c g. At ſecundũ præcepta præmiſſæ ſuper punctũ a lineæ a b, cõſtituatur angulus ſolidus ęqualis c: quẽ contineãt tres lineæ a b, a h, a k. & auxilio 10 ſexti ſit proportio c e ad a b, & e f ad a h, & g c ad a k: proportio vna. Dehinc a tribus punctis b, h, k, protrahantur ſex lineæ: h l æquidiſtans lineæ a b. & h m æquidiſtans lineę a k, iterum b l æquidiſtans lineę a h, & b n æquidiſtans lineæ a k, rurſus quoq; k n ęquidiſtans a b, & k m æquidiſtans a h. amplius autẽ protrahãtur: m p æquidiſtans h l, & p l æquidiſtãs h m. protrahatur quoq; & linea p n. Eritq; completũ ſolidum parallelogrãmũ a p: quod dico eſſe ſimile ſolido c d. Hoc autẽ ex diffinitione ſimilium ſuperficierũ & diffinitione ſimilium corporum ſi earum memineris: facile cõcludes.



27 Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 27.

¶Ex data recta linea: dato ſolido parallelepipedo ſimile & ſimiliter poſitum ſolidum parallelepipedum deſcribere.

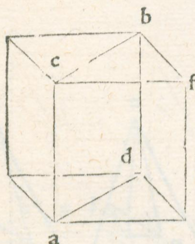
¶THEON ex Zãberto. ¶ Eſto quidẽ data recta linea a b: datum autem ſolidum parallelepipedũ eſto c d. Oportet iam ex data recta linea a b: ipſi c d ſolido parallelepipedo dato ſimile ſimiliterq; poſitum ſolidum parallelepipedũ deſcribere. Conſtituatur enim per 26 vndecimi ad ipſam a b rectã lineam/ ad ſignumq; in ea a, ei qui ad c ſolido angulo æqualis qui ſub b a h, h a k, k a b, cõpræhendit: vt æqualis ſit qui ſub b a h ei qui ſub e c f, qui vero ſub b a k ei qui ſub e c g, & inſuper qui ſub k a b ei qui ſub g c f. Fiatq; ſicut e c ad c g, ſic b a ad a k: ſicut autẽ g c ad c f, ſic k a ad a h. et ex æquali igitur per 22 quinti ſicut e c ad c f: ſic b a ad a h. Cõpleaturq; ipſum h b parallelogrãmũ: & ipſum a l ſolidum. Et quoniã eſt ſicut e c ad c g ſic b a ad a k, & quæ circũ æquos angulos qui ſub e c g, b a k, latera ſunt proportionalia: igitur parallelogrãmum g e ipſi k b parallelogrãmo eſt ſimile per diffinitionem ſexti. Idq; propterea & k h parallelogrãmum ipſi g f parallelogrãmo eſt ſimile: & inſuper ipſum f e ipſi h b. Tria igitur parallelogramma ipſius c d ſolidi: tribus parallelogrammis ipſius



a l solidi sunt similia. Sed tria: tribus quæ ex opposito æqualia & similia sunt. Totum igitur c d solidum: toti a l solido simile est. A data igitur recta linea a b: dato solido parallelepipedo c d simile & similiter positum descriptum est a l. Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 28.

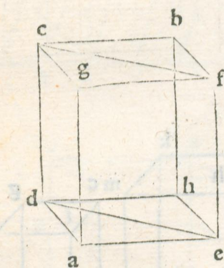
SI superficies aliqua solidum parallelogrammum super duas quaslibet oppositas superficies eius terminales & super earum duas diametros secet: eandem superficiem corpus illud per æqualia secare necesse est.



¶CAMPANVS. ¶Sit corpus a b solidũ parallelogrammum: de quo sit positum ꝙ superficies a b c d secet ipsum super diametros duarum superficierũ oppositarum ipsum terminantiũ quæ sint a d & c b. Dico ꝙ ipsa diuidit istud solidum propositum: per æqualia. Constat enim: ꝙ ipsa diuidit illud solidum in duo serratilia. quorum superficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas secundum ꝙ ipsæ sunt opposita latera solidi propositi/ manifestum est ex 24 huius esse æquales: cum solidum de quo loquimur/ positum sit esse parallelogrãmum. Ex eadem quoq; & 41 primi cõstat: trilateras superficies dictorum serratiliũ esse æq̃les. Igit̃ a diffinitione solidorũ ęqualiũ: liquet qđ ꝓpositũ est.

Eucli. ex Zamb Theorema 23. Propositio 28.

¶Si solidum parallelepipedum plano secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorum: ipsum solidum secabitur ab ipso plano bifariam.

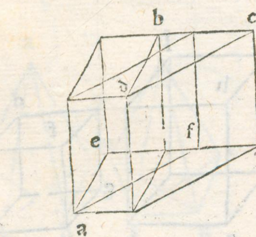


¶THEON ex Zamberto. ¶Solidum enim parallelepipedum a b: plano c d e f secetur per diagonios eorũ quæ ex opposito planorũ c f, d e. Dico ꝙ ipsum a b solidũ: ab ipso c d e f plano bifariam secabitur. Quoniã enim per 34 primi c g f triangulum æquum est triangulo c b f, & triangulum a d e ipsi d e h, est autem c a parallelogrammum ipsi b e æquale/ ex opposito enim/ ipsum autem g e ipsi c h: & per 21 vndecimi prisma igitur compręhensum sub duobus triangulis c g f, a d e, & tribus parallelogrãmis hoc est g e, a c, c e, æquum est prismati compræhenso sub duobus triangulis c f b, d e h, & tribus parallelogrãmis hoc est c h, b e, c e. Sub æqualibus enĩ planis & multitudine & magnitudine cõpræhenduntur per diffinitionẽ vndecimi. Quare totum a b solidum: bifariam scinditur ab ipso c d plano. Quod erat ostendendum.

¶ZAMBERTVS. ¶Diagonius: linea recta est quæ in figuris angularibus ab vno angulo insurgit & sese in aliũ extendit angulũ. Vt in hac figura patet.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

CVncta solida æquidistantium superficierum æque alta atq; in eadem basi super vnam lineam constituta: probantur esse æqualia.

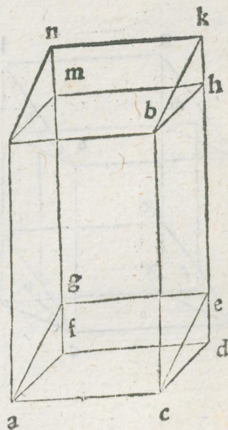


¶CAMPANVS. ¶Verũ est ꝙ solida æquidistantiũ laterũ ęque alta siue inter superficies æquidistantes super vnam & eadem basin constituta sunt adinuicẽ æqualia: sicut de superficiebus æquidistantiũ laterũ super vnam basin & inter lineas ęquidistãtes constitutis in 35 primi demõstratũ est. Sed talium solidorũ quædã dicũtur constitui super lineam vnam: & sunt illa quorum supremarũ superficierũ duo opposita latera sunt secũdum rectitudinẽ protracta/ linea vna. & de talibus hæc 29 proponit demõstrandũ: ipsa õnia esse ęqualia adinuicẽ. Sunt autẽ eorũ alia quę non dicũtur constituta super lineam vnã: & sunt illa quorũ supremarum superficierum duo latera opposita quæcunq; secũdũ rectitudinẽ protracta/ nõ sunt linea vna. & de talibus sequẽs demõstrãdum proponet: ipsa quoq; omnia esse adinuicẽ æqualia. Sint itaq; duo solida parallelogrãma æque alta siue inter superficies æquidistantes a b & a c: cõstituta super vnam basin quæ sit a d, quorum supremæ superficies sunt e b & b c. sintq; harum supremarũ superficierum duo latera opposita/ cum secundum rectitudinem protrahantur: linea vna. & ipsa sunt c f & b c. Dico itaq; ꝙ

ſolida a b & a c: ſunt æqualia. Hoc autẽ (ſi figura eius ſecũdũ quod oportet/ actu vel cogitatione fabricaueris/ & quẽadmodum in 35 primi proceſſeris/ idem faciẽs hic de ſerratilibus quod ibi de triãgulis) facile cõcludere poteris. occurrũtqꝫ tibi hic eædẽ diuerſitates in ſolidis: quæ ibi in ſuperficiebus occurriſſe nouiſti.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propoſitio 29.

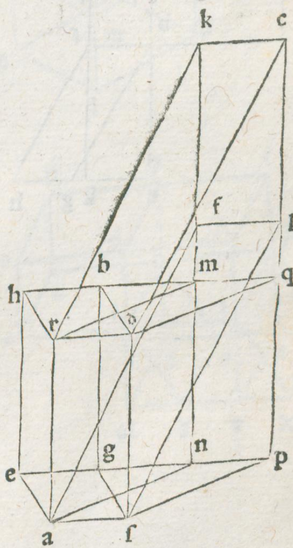
29 ¶Super eadem baſi & ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda conſiſtentia/ quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis: inuicem ſunt æqualia.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſuper eadẽ baſi a b, ſolida parallelepipeda c m, c n, ſub eadẽ altitudine: quorũ ſtantes hoc eſt a f, a g, l m, l n, c d, c e, b h, & b k, ſuper eiſdem ſint rectis lineis ipſi f n d k plano. Dico ꝙ ſolidum c m: æquum eſt ipſi c n ſolido. Quoniã enim parallelogrãmum eſt vtrunqꝫ ipſorum c h, c k: æqualis eſt per 34 primi c b vtriqꝫ ipſarum d h, e k. Quare & d h: ipſi e k eſt æqualis. Cõmunis auferatur e h. reliqua igitur d e: reliquæ h k eſt æqualis. Quare & ipſum quidem d c e triangulum ipſi h b k triangulo eſt æquale: & d g parallelogrãmum ipſi h n parallelogrãmo. & id propterea triãgulum a g f: triangulo m l n eſt æquale. Eſt autem & ipſum quidẽ c f parallelogrãmum: ipſi b m parallelogrãmo ęquũ: & c g, ipſi b n. ex oppoſito nãqꝫ. Igitur & priſma cõpræhenſum ſub duobus quidem triangulis f a g, d c e, tribuſqꝫ parallelogrammis a d, d g, c g: æquum eſt priſmati compræhenſo ſub duobus quidem triãgulis m l n, h b k, & tribus parallelogrammis hoc eſt b m, n h, b n. Commune apponatur ſolidum: cuius baſis quidem ſit parallelogrammum a b, ex oppoſito autem g e h m. Totum igitur c m ſolidum parallelepipedum: toti c n ſolido parallelepipedo eſt æquale. Super eadem igitur baſi exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine/ quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis: ſunt inuicem æqualia. Quod oportuit oſtendere.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.

30 CVncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierũ æque alta/ quę in eadem baſi non autem ſuper vnam lineam fuerint cõſtituta: probantur eſſe æqualia.



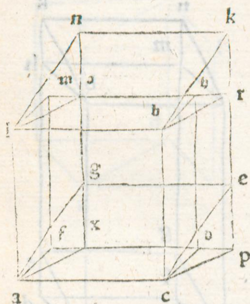
¶CAMP. ¶Sint nunc duo ſolida parallelogrãma æque alta ſiue inter ſuperficies ęquidiſtantes: ſintqꝫ ſuper vnam & eandẽ baſin/ ſed nõ ſuper lineam vnã cõſtituta. Dico iterum ea eſſe æqualia. Eſto enĩ duo ſolida parallelogrãma a b & a c æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtãtes: cõſtituta ſuper vnam baſin quę ſit a d, ſed nõ ſuper vnam lineã. ſintqꝫ eorũ ſupremæ ſuperficies e b & f c: quarum oppoſita latera ſecundũ rectitudinem protracta / nõ erunt linea vna. Cumqꝫ ipſa ex hypotheſi ſint in vna ſuperficie eo ꝙ ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies æquidiſtantes: neceſſe eſt vt duo latera vnius earum protracta ſecundum rectitudinẽ/ ſecent duo alterius earum protracta ſecundũ rectitudinem. Protrahãtur itaqꝫ duo oppoſita latera ſuperficiei e b, quæ ſint e g & h b: & duo oppoſita ſuperficiei f c, quæ ſint k f & c l. & ſecent ſe ſuper quatuor puncta m, n, p, q. eritqꝫ ſuperficies m n p q: æquidiſtantiũ laterum æqualis vnicuiqꝫ triũ ſuperficierum/ quarum vna eſt baſis propoſitis ſolidis cõmunis & ipſa eſt a d, & duæ reliquæ ſunt ſupremæ ſuperficies eorundẽ ſolidorum/ & ipſæ ſunt e b & c f. Ductis itaqꝫ lineis a quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos baſis a d ſibi ſecundũ directam habitudinem relatos/ quæ ſit n a, m r, p ſ, q d: perfectum erit ſolidũ parallelogrãmũ a q in eadem baſi cũ vtroqꝫ duorũ priorũ/ & æque altũ/ & ſuper lineã vnã cum vtroqꝫ ipſorũ. Per præmiſſam igitur vtrunlibet duorũ ſolidorũ propoſitorũ quæ ſunt a b & a c: eſt æquale ſolido a q. per conceptionem ergo eſt ſolidum a b: ęquale ſolido a c. Quare cõſtat propoſitũ.

¶CAMPANVS. ¶Potes quoqꝫ cõuerſas huius & præmiſſæ probare ſi libet: ducendo ad impoſſibile. Pones enim quælibet duo ſolida parallelogrãma eſſe æqualia & conſtituta ſuper eandẽ baſin æquidiſtantia. & demonſtrabis ea eſſe æque alta. Eruntqꝫ hæc & præmiſſa: tuæ demõſtrationis medium. Impoſſibile autem ad quod duces: erit partẽ ſuo toti eſſe æqualem. Quod euidẽter patebit: ſi de illo ſolido (quod altius eſſe mentitur aduerſarius: cum tamẽ ambo poſita

ſint æqualia & ſuper eandem baſin conſtituta) vnum ſolidum parallelogram-
mum æque altum demiſſiori abſcideris. Hoc autẽ abſciſum æquale eſſe demiſ-
ſiori conuinces ex hac & præmiſſa: ideoq; & toti illi a quo ipſum abſcideris/ex
communi ſcientia.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 30. 30

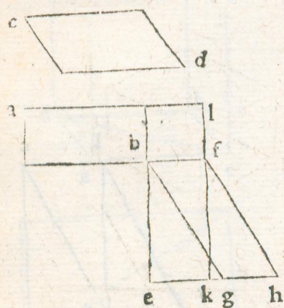
¶ Super eadem baſi exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine/quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdem rectis lineis: inuicem ſunt æqualia.



¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint ſuper eadẽ baſi a b ſolida parallelepipeda c m, c n, ſub eadẽ altitudine: quorũ ſtantes a f, a g, l m, l n, c d, c e, b h, b k, non ſint ſuper eiſdem rectis lineis. Dico q; ſolidum c m: æquũ eſt ipſi c n ſolido. Extendantur inquã ipſæ n g, k e, inſuper & ipſæ m h, f d, concurrantque adinuicem in o, r, p, x, ſignis connectanturq; a x, l o, c p, b r. Aequum iam eſt per 29 vndecimi ipſum c m ſolidũ / cuius baſis eſt a c b l parallelogrãmum/ex oppoſito vero f d h m: ipſi c o ſolido/cuius quidem baſis a c b l parallelogrãmum/ex oppoſito autẽ x p r o. ſuper eadem enim baſi ſunt a c b l: quorum ſtantes a f, a x, l m, l o, c d, c p, b h, b r, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis f p, m r. Sed ſolidũ c o, cuius baſis quidẽ eſt a c b l parallelgrãmum/ex oppoſito autẽ x p r o: ęquũ eſt ipſi c n ſolido/ cuius baſis quidẽ a c b l parallelogrãmum / ex oppoſito autẽ g e k n. ſuper enim eadem ſunt baſi a c b l: & ipſorum ſtantes a g, a x, c e, p c, l n, l o, b k, b r, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis n x, p k. Quare & c m ſolidum: æquum eſt ipſi c n ſolido. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis: ſunt iuuicem ęqualia. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 31. 31

SOlida æquidiſtantium ſuperficierum in baſibus æquis conſtituta/ſi fuerint æque alta/lineæq; eorum angulares ſupra baſes orthogonaliter ſteterint: erunt æqualia.



¶ CAMPANVS. ¶ Et hoc quoq; verum eſt q; omnia ſolida parallelogramma in æquis baſibus atq; inter ſuperficies ęquidiſtãtes ſiue ęque alta cõſtituta ſunt adinuicem æqualia: ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantiũ laterum ſuper ęquales baſes & inter lineas æquidiſtantes conſtitutis in 36 primi probatũ eſt. At taliũ ſolidorũ/alia ſunt quorũ ãgulares lineæ ſuper ſuas baſes orthogonaliter erigun tur: de quibus hæc 31 proponit demonſtrandum eſſe ea eſſe æqualia. Alia vero ſunt quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes non ſunt orthogonaliter erectæ: de quibus ſequens demonſtrandum proponit ea eſſe æqualia. Intelligantur itaq; ſuper duas baſes a b & c d, quæ ſint æquales & æquidiſtantium laterum nõ tamen vnius creationis ſed ſit a b tetragonus lõgus & c d ſimile helmuaym: duo ſolida ęquidiſtantium laterũ conſtituta æque alta. ſintq; lineæ erectę ſuper angulos propoſitarum baſium: perpendiculares ad ipſas. Dico hæc duo ſolida adinuicẽ eſſe æqualia. Protrahãtur itaq; duo latera baſis a b, & ſint illa quæ cõtinent angulum b: vſq; ad f & e. & fiat angulus f b g: ęqualis angulo c baſis c d. & ſumãtur duæ lineæ b f & b g: æquales duobus lateribus baſis c d, quæ continent angulũ c. & perficiatur ſuperficies ęquidiſtantiũ laterũ b h: quæ erit æqualis & ſimilis baſi c d. Dehinc protrahatur h e æquidiſtans b f: & f k ęquidiſtans b e. eritq; quadrilatera ſuperficies b k ęquidiſtantiũ laterum: æqualis b h ex 35 primi. Cũq; b h ſit æqualis c d: erit per conceptionem b k æqualis a b. Cõpleatur itaq; ſuperficies æquidiſtantiũ laterum b l: protracta linea k f quouſq; cõcurrat cum vno ex lateribus continentibus angulũ a in puncto l. Age ergo ſuper tres ſuperficies æquiſtantium laterũ quæ ſunt b h, b k, b l, conſtituantur æque alta ſolida ſolido conſtituto ſuper baſin a b: ſintq; lineæ omnium ſolidorum iſtorum erectæ ſuper baſes/perpendiculares ad ipſas/ & appellentur baſes & ſolida ſuper eas conſtituta eiſdem nominibus. Manifeſtum eſt ergo ex diffinitione ſolidorũ æqualiũ atq; ſimiliũ: q; duo ſolida b h & c d: æqualia atq; ſimilia ſunt. de ſolidis autem b h & b k: conſtat ex 29 q; ipſa ſunt æqualia. ſunt enim æque alta & conſtituta ſuper vnam & eandem baſin & ipſa eſt ſuperficies erecta ſuper

lineam b f & ſuper lineam vnã. eſt autẽ per 25 proportio ſolidi a b ad ſolidum b l: ſicut baſis a b ab baſin b l. & per eandem ſolidi b k, ad ſolidum b l: ſicut baſis b k ad baſin b l. Cumq; ſit vtriuſq; duarum baſiũ a b & b k ad baſin b l vna proportio ex prima parte 7 quinti: erit vtriuſq; duorum ſolidorũ a b & b k ad ſolidum b l proportio vna. igitur ex prima parte nonę quinti erunt duo ſolida a b & b k æqualia. At quia ſolidum b k eſt æquale ſolido b h, ſolidumq; b h ſolido c d: ſequitur ex communi ſcientia ſolidum a b eſſe ęquale ſolido c d. Quod eſt propoſitum.

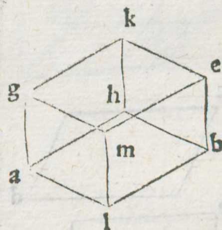
32 Eucli. ex Camp. Propoſitio 32.

SI ſolida æquidiſtantium ſuperficierum in æquis baſibus conſtituta ęque alta fuerint/ lineæ autem angulares ſupra baſes orthogonaliter non ſteterint: ipſa eſſe æqualia neceſſe eſt.

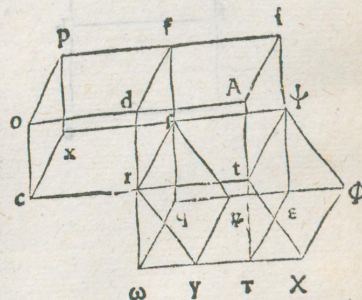
¶CAMPANVS. ¶Fabricatis duobus corporibus vt proponitur / videlicet quæ ſint æquidiſtantiũ terminorum & æque alta & ſuper baſes æquas perpẽdiculariter/ non autem ſuper baſes ſuas erecta ſed ambo ſuper eas inclinata/ ſi autẽ a quatuor angulis ſupremarũ ſuperficierũ ipſorũ ad baſes ſuas perpẽdiculares ducantur quæ ex ſexta erunt ſingulæ æquidiſtantes & etiam ex hypotheſi ſingulæ ſingulis æquales (ipſæ enim ſolidorũ propoſitorũ altitudinẽ diffiniunt) & ſi inter eas ſolida æquidiſtantiũ laterũ perficiantur: conſtabit ex præmiſſa hæc duo ſolida vltimo conſtituta eſſe adinuicem æqualia. Cũq; duorum priorum & duorum poſteriorũ ſint eædẽ baſes/ videlicet eorũ ſuperficies ſupremæ: conſtat ex 29 vel 30 & hac cõmuni ſciẽtia/ quæcũq; æqualibus ſunt ęqualia ſibi inuicem ſunt ęqualia/ verum eſſe quod propoſitum eſt. ¶Ex his potes cõuerſas huius & præmiſſæ eiſdẽ mediantibus indirectæ demonſtrare ſi libet: eodem modo & ad idem inconueniens ſicut in conuerſis duarum iſtas antecedentium deducendo. pones enim duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & ſuper æquales baſes: & conuinces ea eſſe æque alta. vel pones ea eſſe æque alta & æqualia: & conuinces ea eſſe ſuper baſes æquales.

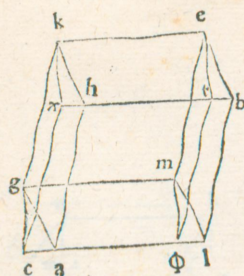
31 Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propoſitio 31.

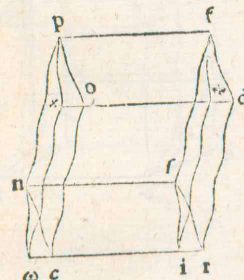
¶Super æqualibus baſibus ſolida parallelepipeda exiſtentia / & ſub eadem altitudine: inuicem ſunt æqualia.

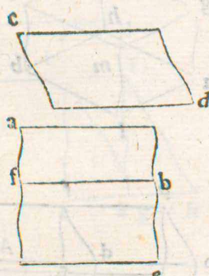


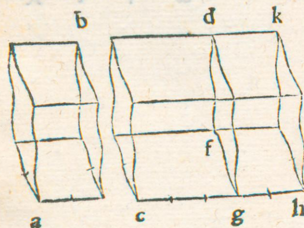
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ſuper æqualibus baſibus a b, c d: ſolida parallelepipeda a e & c f, ſub eodẽ faſtigio. Dico q̧ ſolidũ a e: æquũ eſt ipſo c f ſolido. ¶Sint primũ ſtãtes ipſę h k, b e, a g, l m, o p, d f, c x, & r ſ: ad angulos rectos ipſis a b, c d, baſibus. Extendaturq; in rectã lineã c r: ipſi r t. Conſtituaturq; per 23 primi ad ipſam r t rectã lineam/ ad ſignũq; in ea r: ipſi a l b angulo æqualis angulus qui ſub t r y. ponaturq; per tertiã primi/ ipſi quidẽ a l ęqualis r t: ipſi autẽ l b æqualis r y. & per y per 31 primi ipſi t r parallelus excitetur χ y. compleaturq; baſis r χ: & ſolidum r φ, cuius ſtantes r ſ, y ℞, χ φ, t ψ. Et quoniam binæ t r, r y, binis a l, l b, ſunt æquales / & æquos angulos cõprehendunt: æquum igitur eſt & ſimile r χ parallelogrãmum ipſi a b parallelogrãmo. Iam idq; propterea & l e: ipſi ſ y eſt æquale & ſimile. & inſuper e h: ipſi y φ. Tria igitur parallelogrãma ipſius a e ſolidi: tribus parallelogrãmis ipſius r φ ſolidi æqua ſunt & ſimilia. Sed tria: tribus iis q̃ ex oppoſito æqua ſunt & ſimilia. Totũ igitur ſolidũ a e parallelepipedũ: toti r φ ſolido parallelepipedo æquũ eſt. Extendãtur per 2 poſtulatũ ipſæ d r & χ y inuicẽ: quæ veniãt in cõgreſſum in ω. & per t per 31 primi ipſi r ω parallelus excitetur t τ: extendanturq; τ t & o d quæ veniãt in cõgreſſum in A. compleãturq; ipſa ω ψ & r i ſolida. Aequũ iam eſt ψ ω ſolidum cuius baſis quidem eſt r ψ parallelogrãmum: ipſi r φ ſolido cuius quidem baſis eſt r ψ parallelogrãmum. In eadem ſiquidem ſunt baſi r ψ, ſub eodẽq; faſtigio: & ſtantes r ω, ſ q, t τ, ψ ε, r y, ſ ℞, t χ, & ψ φ, ſuper eiſdem ſuut rectis lineis ω χ & φ q. Sed ſolidũ r φ: ipſi a e ſolido æquũ eſt. & ſolidũ igitur ψ ω: ipſi a e ſolido æquum eſt. Qm̃ autẽ ipſum ω t parallelogrãmũ ipſi r χ parallelogrãmo per 35 primi æquũ eſt/ ęquũ eſt autẽ & a b parallelogrãmum ipſi r χ parallelogrãmo: ęquum igitur eſt & ω τ ipſi a b. Aequũ











autem est & c d ipsi a b. æquum igitur est & ω t ipsi c d. Est autem aliud ω t est igitur per septimam quinti sicut c d basis ad d t basin: sic ω t basis ad d t basin. Et quoniam parallelepipedum c i, plano r f secatur parallelo existente eis q̄ ex opposito planis: est igit̃ sicut c d basis ad d t basin/ sic c f solidū ad r i solidum. Idq; propterea iam quoniam solidum parallelepipedum ω i, plano r ψ secatur parallelo existente eis quæ ex opposito planis: est igitur sicut ω t basis ad d t basin/ sic ω ψ solidū ad r i solidū. Sed sicut c d basis ad d t basin: sic ω t ad d t. & sicut igitur per 11 quinti f c solidum ad r i solidū: sic ω ψ solidum ad r i. Vtrumq; igitur ipsorū c f, ω ψ, solidorū:: ad r i solidū eādem habet rationē. Aequū igitur est c f solidum: ipsi ω ψ solido. Sed ostensum est: q ω ψ ipsi a e æquum est. & c f igitur ipsi a e æquum est. ¶ Non sint iam stantes a g, h k, b e, l m, c n, o p, d f, r s, ad angulos rectos: ipsis a b, c d, basibus. Dico q rursus solidū a e: æquum est ipsi c f solido. Excitentur per 11 vndecimi ab ipsis k, e, g, m, p, f, n, s, signis/ ad suppositū planū/ k x, e t, g c, m φ, p χ, f ψ, n ω, s i, perpēdiculares: & cōnectātur x t, x c, c φ, φ t, χ ψ, χ ω, ω i, i ψ. Aequū iam est per 31 vndecimi k φ solidū: ipsi p i solido. in æqualibus siquidem sunt basibus k m, p s, & sub eodē fastigio: quorū stātes ad angulos rectos sunt ipsis basibus. Sed ipsum quidē k φ solidū/ ipsi a e solido per 30 vndecimi est æquale: et p i ipsi c f. in eadē siquidē sunt basi & sub eodē fastigio: quorū stantes non sunt in eisdem rectis lineis. Et a e solidū igitur: ipsi c f solido æquum est. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eodem fastigio: inuicem sunt æqualia. Quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 33.

OMnia solida æquidistantium superficierum/ æque alta: suis basibus sunt proportionalia.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo solida æquidistantium superficierum æque alta: constituta super duas bases a b & c d. Dico q proportio illorum duorum solidorū vnius ad alterū: est sicut proportio suarū basium quæ sunt a b & c d, vnius ad alteram. Constat quidē ex 24: vtrāq; harum duarū basium esse equidistantium laterum. duo igitur latera opposita & æquidistantia/ in superficie a b protrahātur: & inter ea fiat superficies æquidistantiū laterum quæ sit f e, æqualis c d. Dehinc supra superficiē f e, cōpleatur solidū parallelogrāmum æque altū ei quod constitutū est super basin a b: sitq; amborū cōmunis terminus illa superficies quæ exurgit super lineam b f. hæc autem solida & basi suæ bases: eisdem nūcupētur nominibus. Quia igitur basis f e est æqualis basi c d: erit ex 31 vel 32 solidum f e æquale solido c d. At quia totale solidū a e secat superficies exurgens super lineam b f equidistāter duobus lateribus oppositis: erit ex 25 pportio solidi f e ad solidū a b, sicut basis f e ad basin a b. Cūq; sint c d & f e tam bases q̄ solida æqualia/ bases quidē ex hypothesi/ solida autē ex 31 vel 32: sequit̃ ex 7 quinti bis assumpta semel pro basibus & semel pro solidis/ q solidorum a b & c d basiumq; a b & c d sit proportio vna. Quod demonstrare voluimus. ¶ Huius quoq; conuersam ipsa eadem mediāte demonstrare quemadmodum conuersas præcedentium: non est difficile. Pones enī duo solida parallelogrāma esse suis basibus proportionalia: & conuinces eā esse æque alta. Abscisoq; ab eo quod altius mentietur aduersarius vno solido parallelogrāmo æque alto demissiori: erunt abscisum & demissius suis basibus proportionalia ex hypothesi & ex hac 33. Cumq; etiam essent totale altius a quo partiale abscidisti/ & ipsum demissius eisdem basibus proportionalia ex hypothesi: sequitur ex prima parte 9 quinti totale quod aduersarius dicit altius & partiale quod ab eo abscidisti/ esse æqualia.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 32.

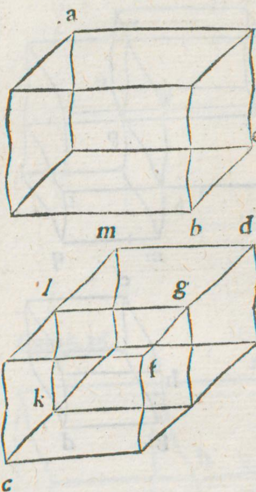
¶ Sub eadem altitudine existentia solida parallelepipeda: adinuicem sunt sicut bases.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint sub eadem altitudine solida parallelepipeda a b, c d. Dico q ipsa a b, c d, solida parallelepipeda adinuicē sunt sicut bases: hoc est q sicut a e basis ad c f basin/ sic est a b solidum ad c d solidum. Pretendatur enim per 45 primi ad ipsam f g, ipsi a e æquum f h: & a basi quidē f h,

altitudine autem ipsius c d, solidū parallelepipedū compleatur g k. Aequū iam est p 31 vndecimi a b solidū: ipsi g k solido. ī equalibus ei sūt basilibus a e, g h: & sub eadem altitudine. Et quoniā solidū parallelepipedū c k, a plano d g secatur parallelo existenti eisq̄ ex oppositio planis: est igitur per 25 vndecimi sicut h f basis ad f c basin: sic est h d solidū ad ipm c d solidū. Aequalis iā ē ipa qdē f h basis ipsi a e basi. & g k solidū ipsi a b solido. est igiť & sicut a e basis ad c f basin: sic a b solidum a d c d solidū. Sub eadē igitur altitudine existentia solida parallelepipeda: & reliqua vt supra. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 34.

SI duo solida æquidistantiū superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint æqualia: eorum bases eorundem altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint duæ bases suis altitudinibus mutuæ: ipsa solida sibi inuicem æqualia esse necesse est.



CAMP. Quęcūqȝ sint duo solida ęquidistantiū superficierū ęqualia: eorū bases & altitudines necesse est esse mutekesias/ & econuerso, quēadmodū de superficiebus æquidistantium laterum æquiangulis 13 sexti proposuit. Attamē hac 34 istud demonstrandum proponitur de illis solidis parallelogrāmis: in quibus lineæ altitudinum suis basibus parallelogrāmis orthogonaliter insistūt ea vero quæ sequitur: proponit idem de cæteris. Sint ergo nūc duo solida parallelogrāma a b & c d æqualia: quorum bases sint a e & c f, lineæqȝ altitudinū ipsorum sint super has bases orthogonaliter erectæ. & sit altitudo solidi a b, linea e b: & solidi c d, linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinantes ipsorum solidorum altitudines/ æquales adinuicem: cum ipsa quoqȝ solida sint ex hypothesi æqualia/ erunt ex conuersa 31 bases eorū quæ sunt a e & c f, æquales. ideoqȝ bases & altitudines erunt mutuæ, sicqȝ constabit propositi prima pars. Ecōuerso cōstabit secūda. Vt si altitudīes & bases sint mutuę: ponātur altitudies ęquales. erūt quoqȝ bases ęq̄les: ideoqȝ p 31 & solida ęqualia. & sic cōstat secūda pars. At vero si lineæ b & f d nō fuerint ęquales: sit f d maior. ex ea resecetur f g ad æqualitatē e b. tribusqȝ cæteris lineis q̄ sunt altitudīs solidi c d ad eādē mēsurā in pūctis b, k, l, resectis: pficiatur solidū pallelogrāmū c g eque altū solido a b. eritqȝ ex p̄missa/ a b ad c g: sicut a e ad c f. Cū itaqȝ c d sit ęquale a b: erit ex prima pte 7 quīti c d ad c g sicut a e ad c f. Per p̄missā aūt ē proportio c d ad c g, sicut m f ad f l. qđ patet: si vna ex lateralibus supficiebus solidi c d (& ipsa sit f m) intelligatur basis ipsius. At p primā sexti f m ad f l: sicut d f ad f g, ideoqȝ p 7 quīti sicut d f ad b e. Igitur a e ad e f: sicut d f ab b e. Cōstat itaqȝ prima pars. Secūdā ptē cū sit cōuersa primę: cōuerso mō probabis. sit enī eadē dispositiōe manēte/ proportio a e ad c f: sicut d f ad e b. Dico tūc solida a b & c d esse æq̄lia. Erit enī ex 7 quīti d f ad f g: sicut a e ad c f. Sed ex p̄missa ē a b ad c g: sicut a e ad c f. Igiť ē a b ad c g: sicut d f ad f g. ex prima aūt sexti ē d f ad f g, sicut m f, ad f l: & ex p̄missa c d ad c g sicut m f ad f l. Itaqȝ c d ad g c: sicut a b ad c g. Igř ex 9 quīti a b & c d sūt ęq̄lia. qđ ē ppositū.

Eucli. ex CamP. Propositio 35.

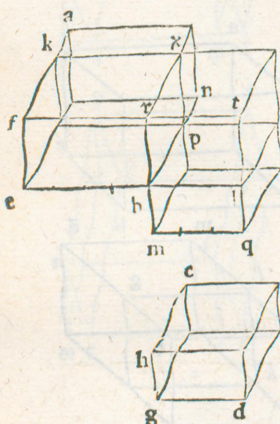
SI duo solida æquidistantiū terminorū fuerint æqualia: eorum bases eorūdē altitudinibus erunt mutuæ. Si vero bases suæ altitudinibus suis mutuæ fuerit: quælibet duo corpora æquidistantiū superficierū probātur esse æqualia.

CAMP. Qđ p̄mia pposuit de solidis parallelogrāmis quorū lineę altitudinū super bases suas orthogonaliter exurgūt: hæc 35 pponit indistincte de omnibus. Demōstrare aūt cōuenit hāc ex p̄missa: quēadmodū demōstrauimus 32 & 33 Fabricatis enī duobus solidis æquidistātiū laterū quibuscūqȝ/ si lineæ altitudinū suis basibus orthogonaliter insistūt: cōstat verū esse qđ dicitur ex p̄missa. Sin aūt: a quatuor āgularibus pūctis supremarū supficierū in vtroqȝ solido, quaternæ lineę demittātur perpēdiculariter ad bases/ vel a pūctis angularibus infimarū superficierū q̄ternæ erigātur. iter q̄s duo solida pallelogrāma pfician-

tur ęque alta solidis prioribus: eruntꝗ ex 29 & 30 hæc duo solida duobus prioribus solidis æqualia. Cum igitur horum & eorum sint eædem bases & eædem altitudines / sit autem ex præmissa de posterioribus verum quod hæc 35 proponit: veru m erit idem etiam de prioribus.

Eucli. ex Camp. Propositio 36. 36

SI duo solida ęquidistātium superficierum fuerint similia: proportio erit vtriusꝗ ad alterū tanq̄ cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuū latus alterius proportio triplicata.



¶CAMPANVS. ¶Sint eni duo solida a b & c d parallelogrāma & similia. Dico ꝙ proportio vnius eorū adalterū est sicut vnius lateris eius ad vnū latus alterius quod sibi refert/ proportio duplicata: quēadmodū duarū superficierū similiū ꝑportio est sicut suorū relatiuorū laterū proportio duplicata/ vt in 18 sexti demōstratū est. Nā si solida a b & c d fuerit ęqualia: cū ipsa ponant similia erūt ex diffinitionibus similiū corporū & similiū supficierū cūcta latera vnius ęqualia suis relatiuis lateribus alterius. Ideoꝗ cū duarū quātitatū ęqualiū proportio triplicata aut quotieslibet sūpta nō efficiat nisi ęqualitatis proportionē: cōstat in hoc casu verū esse qđ ꝑponit. ¶Si aūt inęqualia: sit a b maius. cuius solidi lōgitudo sit b e, latitudo e f, altitudo f a: basis e r, & suprema supficies a n. solidi vero c d: sit lōgitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Cōstat itaꝗ ex diffinitionibus similiū corporū & similiū superficierū & præsenti hypothesi: ꝙ proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b ad g d, sit proportio vna. Sumat igit ex linea a f quā manifestū est esse maiorē c h, linea f k: ęqualis h c. cętereꝗ tres determinātes altitudinē solidi a b, resecent ad æqualitatē eius: & inter eas cōpleat solidū parallelogrāmū k b ęque altū solido c d. Et protrahant duæ lineæ basis e b vsꝗ ad l, & r b vsꝗ ad m, sitꝗ b l ęqualis g d, & b m æqualis h g: & pficiat superficies ęquidistātiū laterū m l, q̄ erit æqualis & similis h d. Sup eā igit erigat solidū parallelogrāmū p q secūdū altitudinē pręscisam ex altitudine solidi a b: eritꝗ p q ęquale & simile solido c d. Rursusꝗ inter lineas r b & b l perficiat superficies ęquidistātiū laterū b t: super quā quoꝗ erigatur solidū parallelogrāmū x l hiā ęque altū vtriꝗ duorū solidorū k b & p q, replēdo alterutrū duorū āgulorū similia tiū iter e a. Cū autē duo solida a b, p q, sint similia eo ꝙ ābo posita sint similia solido c d, corpora vero vni & eidē corpori similia inter se sunt similia. vt patet ex diffinitione similiū corporū & 20 sexti: manifestū est ex 25 ter assumpta ꝙ inter duo solida a b & p q secūdū continuā proportionalitatē cadunt duo solida k b & x l. Oportune ergo cōstituta vel constructa figura hypothesibusꝗ memoriæ firme cōmendatis: ex prima sexti facile concludes propositū. Excute torporē & diligēter attende. sciesꝗ ex 25 huius proportionē solidi a b ad solidū k b esse sicut superficiei a r ad superficiē k r: ideoꝗ ex prima sexti sicut lineæ a f ad lineā k f. & proportionē solidi k b ad solidū x l sicut superficiei k r ad superficiē x t: ideoꝗ sicut lineæ f r ad lineā r t. & proportionē solidi x l ad solidū p q sicut superficiei r l ad superficiē l m: ideoꝗ sicut r b ad lineam b m. Ex hypothesi vero liquet/ ꝙ proportio lineæ f r ad lineā r t, & lineæ r b ad lineā b m: est sicut lineæ a f ad lineam k f. Itaꝗ ex diffinitione proportionis triplicatæ posita in procemio quinti/ cōstat ꝙ proportio solidi a b ad solidum p q, ideoꝗ etiam ad solidum c d: est sicut lineę a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f posita est æqualis lineæ c h: patet verum esse quod dicitur.

¶CAMPANVS. ¶Scire autē oportet/ ꝙ quicquid per hanc 36 & per septē eā cōtinue præcedētes demonstratū est de solidis parallelogrāmis: idē quoꝗ verū est de seratilibus quorū bases cōmuniter sunt trigonę aut cōmuniter tetragonę. Hoc autē: ex 28 & hac 36 & septē eā cōtinue pręcedētibus cōstabit īgenioso inspectori. ¶Si eni fuerit seratilia q̄libet ęque alta sup eādē basin vel sup bases ęq̄les/ cōiter tñ trigonas aut cōiter tetragonas: cū ipsa sint dimidia solidorū parallelogrāmorū suarum altitudinū ex 22/ ipsa erūt ęqualia ex 29 & tribus eā sequentibus. ex his eni constat: solida parallelogrāma ipsis seratilibus dupla/ esse ęqualia. ¶Silr quoꝗ si fuerit duo seratilia sup bases cōiter trigonas aut cōiter tetragonas ęque alta: ipsa erunt suis basibus ꝑportionalia quēadmodū de solidis parallelogrāmis ex 33 habetur, Ipsa enim sunt ex 28 dimidia solidorum pa

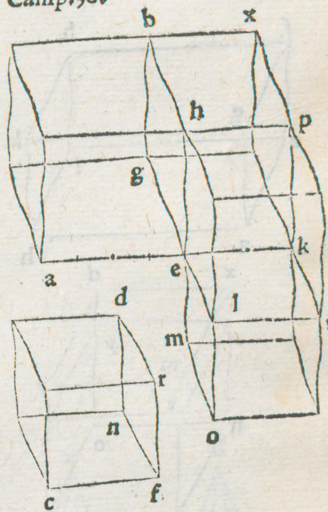
rallelogrammorũ suæ altitudinis: solidorum autem parallelogrammorum suæ altitudinis suarũq; basiũ est vna proportio ex 33. Cum itaq; sit solidorũ parallelogrammorum proportio sicut seratilium (quia sicut simplum ad simplum: sic duplum ad duplum ex 15 quinti) atq; basium solidorum parallelogrammorum est proportio sicut basium seratilium (Aut enim eędem erunt bases seratilium & solidorum parallelogrammorum: & hoc quidem erit cum bases seratiliũ fuerint tetragonę. tũc enim ex seratilibus super easdem bases erunt solida parallelogrãma complẽda. Aut bases seratilium erunt subduplæ ad bases solidorum parallelogrammorum: & hoc quidem erit cum bases seratilium fuerit cõmuniter trigonæ, tunc enim erunt ex seratilibus solida parallelogramma complenda adiũctis ad bases seratilium superficiebus trigonis: vt fiant bases seratilium cũ trigonis adiũctis superficiebus / superficies ęquidistantium laterum) sequetur vt sit proportio seratilium sicut suarũ basium. ¶ Eodẽq; modo si seratilia fuerint æqualia / fuerintq; cõmuniter super bases trigonas vel cõmuniter super bases tetragonas: bases eorum altitudinibus ipsorum mutuæ erunt. Q2 si bases eorũ suis altitudinibus fuerint mutuæ: ipsa seratilia erunt æqualia quemadmodum de solidis parallelogrammis 34 & 35 proponunt. Hoc autem facile patet ex ijs quæ dicta sunt in 35. ¶ Si vero seratilia fuerint adinuicem similia: erit proportio vnius ad alterũ / sicut proportio lateris vnius ad suum reliquũ latus alterius proportio triplicata / quẽadmodũ de solidis parallelogrãmis 36 ꝑponit. Quod ex eadem 36 facile tibi patebit: si ex illis seratilibus similibus solidis parallelogrammis completis solida ipsa probaueris esse similia. Quod ex diffinitione similium corporum & similium superficierum / & ex hoc ꝙ seratilia ponuntur adinuicem similia: ex 34 primi leue est negociari.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 33.

33 ¶ *Similia solida parallelepipeda: adinuicem in triplici ratione sunt eiusdem rationis laterum.*

¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint similia solida parallelepipeda a b, c d: similis autẽ rationis esto a e ipsi c f. Dico ꝙ solidũ a b ad c d solidũ triplicẽ habet rationẽ: quã a e ad c f. Extendãtur enĩ in rectas lineas ipsis a e, g e, h e, ipsæ e k, e l, e m: ponaturq; per 2 primi ipsi quidẽ c f æqualis e k, ipsi autem f n æqualis e l, & insuper ipsi f r ipsa e m. & cõpleatur k l parallelogrãmum: & k o solidum. Et quoniã duę e k, e l, duabus c f, f n, sunt æquales / sed & angulus qui sub k e l ipsi qui sub c f n est æqualis / & qui sub a e g ei qui sub c f n est æqualis propter similitudinẽ ipsorum a b, c d, solidorũ: æquum igitur est & simile per 14 sexti ipsum k l parallelogrãmum ipsi c n parallelogrãmo. & iam id propterea & k m parallelogrãmum æquũ est & simile ipsi c r parallelogrãmo: & insuper e o ipsi f d. Tria igitur parallelogrãma ipsius k o solidi: tribus parallelogrammis ipsius c d solidi similia & æqualia sunt. sed ipsa quidem tria: tribus ijs quæ ex opposito / sunt æqualia & similia. totum igitur k o solidũ: toti c d solido simile est & æquale per diffinitionẽ vndecimi. Compleatur g k parallelogrãmum. & a basibus quidem k g, k l, parallelogrãmis / altitudine autem ipsius a b: solida cõpleãtur e x, l p. Et quoniam propter ipsorum a b, c d, solidorum similitudinẽ est sicut a e ad c f sic e g ad f n, & e h ad f r, æqualis autem est c f ipsi e k, & f n ipsi e l, & f r ipsi e m: est igitur per cõuersionẽ diffinitionis secũdę sicut a e ad e k, sic est g e ad e l, & h e ad e m. Sed sicut quidem a e ad e k: sic est a g parallelogrammum ad g k parallelogrammum. sicut autem g e ad e l: sic g k ad k l. sicut vero per 1 sexti h e ad e m: sic p e ad k m. et sicut igitur per 11 quinti a g parallelogrãmũ ad g k parallelogrãmum: sic g k ad k l, & p e ad k m. Sed sicut quidem a g ad g k: sic est a b solidũ ad e x solidum. sicut autem g k ad k l: sic x e solidum ad p l solidum. sicutq; p e ad k m: sicut p l solidum ad k o solidum. Et sicut igitur a b solidũ ad e x solidum: sic e x ad p l, & p l ad k o. Si vero quatuor magnitudines cõtinue fuerit proportionales: prima ad quartã per 10 diffinitionẽ quinti triplicẽ rationẽ habet quã ad secundã. Igitur a b solidum ad k o solidũ triplicẽ rationem habet: quã a b ad e x. Sed sicut a b ad e x: sic est a g parallelogrãmum ad g k, & a e recta linea ad e k. quare & a b solidũ ad k o solidum triplicem rationẽ habet: quã a e ad e k. Aequũ autẽ est ipsum quidẽ k o solidum ipsi c d solido: & e k recta linea ipsi c f. & a b igitur solidum ad c d soli-

Camp. 36.

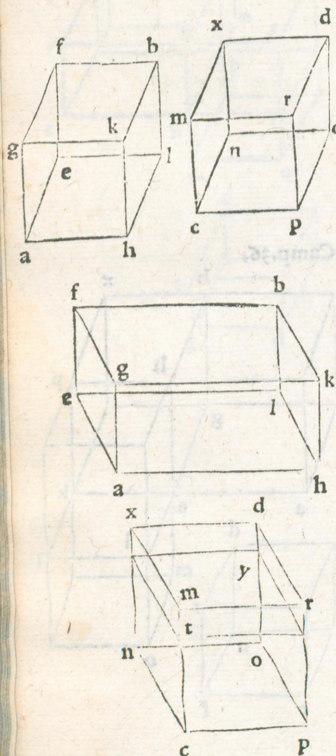


dum triplicē rationem habet:q̄ similis rationis latus hoc est a e,ad similis ra-
tionis latus hoc est ad c f. Similia igitur solida parallelepipeda:in triplici sunt
ratione similis rationis laterum. Quod ostendere oportebat.

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc inquā manifestū est.ꝙ si quatuor rectæ
lineæ proportionales fuerint:erit sicut prima ad quartā/sic quod ex prima soli-
dum parallelepipedum ad id quod ex secunda simile similiterq; descriptum.
quandoquidem prima ad quartam triplicem rationem habet:q̄ ad secundam.

Eucli.ex Zamb. Theorema 29 Propositio 34. 34

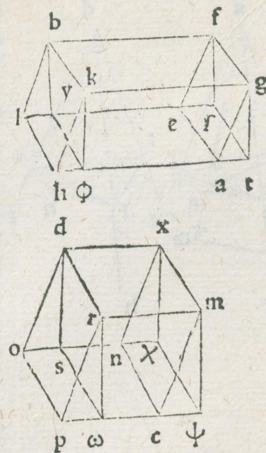
**¶Aequalium solidorum parallelepipedorū:reciprocę sunt bases altitudini-
altitudinibus. Et solida parallelepipeda quorum bases altitudini-
bus sunt reciprocæ:sunt æqualia.**



¶THEON ex Zamb. ¶Sint æqualia solida parallelepipeda:a b,c d.Dico
ꝙ ipsorum a b,c d,solidorum parallelepipedorum reciprocæ sunt bases altitu
dinibus:estq; sicut e h basis ad n p basin,sic est ipsius c d solidi altitudo ad ip-
sius a b solidi altitudinem. ¶Sint enim primum stantes a g,e f,l b,h k,c m,
n x,o d,p r:in ipsis basibus ad angulos rectos. Dico ꝙ est sicut e h basis ad n
p basin:sic est c m ad a g. Si quidem igitur æqualis est e h basis ipsi n p basi/
est autem & a b solidum æquum ipsi c d solido: & c m ipsi a g est æqua-
lis. Si enim ipsis e h,n p,basibus æqualibus existentibus/æquales non fuerint
ipsæ a g,c m,altitudines:neq; igitur solidum a b æquum erit ipsi c d.suppo-
nitur autem æquale. Igitur altitudo c m:altitudini a g inæqualis non est.ęqua-
lis igitur. Eritq; sicut basis e h ad basin n p:sic c m ad a g.& manifestum:ꝙ ip
sorum a b,c d,solidorum parallelepipedorum reciprocæ sunt bases ipsis altitu
dinibus. ¶Non sit iam æqualis e h basis ipsi n p basi:sed esto maior e h. Est
autem solidum a b:ipsi c d solido æquum.maior igitur est & c m:ipsa a g.Si
autē non:neq; igitur rursus ipsa a b,c d,solida sunt æqualia.supponūtur autē
æqualia. Ponatur igiṫ per 2 primi ipsi a g,æqualis c t: cōpleaturq; ex basi qui-
dem n p,altitudine autē c t,solidum parallepipedum c y. Et quoniam solidū
a b æquum est ipsi c d solido,aliud autem est ipsum y c,ad idem autem ęqua
lia eandē rationē habent per 7 quinti:est igitur sicut a b solidū ad c y solidū/
sic est c d solidum ad c y solidū. Sed sicut quidem solidum a b ad solidum c y:
sic e h basis ad n p basin per 32 vndecimi.sub æquali enim sunt altitudinee:ip
sa a b,c y,solida. Sicut autem solidum c d ad solidum c y:sic est m p basis ad
p t basin/& m c ad c t.& sicut igitur ꝑ 11 quinti e h basi ad n p basin:sic m c ad
c t. Aequalis autē est c t:ipsi a g.& sicut igitur ꝑ 9 quinti e h basis ad n p basin:
sic m c ad a g. Ipsorū igitur a b,c d,solidorū parallelepipedorū reciprocæ sint
bases altitudinibus.

¶Rursus ipsorum a b,c d,solidorum parallelepipedorum : reciprocæ sint
bases altitudinibus . sitq; sicut e h basis ad n p basin:sic ipsius c d solidi
altitudo ad ipsius a b solidi altitudinem . Dico ꝙ solidum a b: æquum est
ipsi c d solido. ¶Sint enī rursus stantes:ad angulos rectos ipsis basibus. Et si
quidē æqualis est e h basis ipsi n p basi/estq; sicut e h basis ad n p basin sic ip-
sius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinem:æqua igitur est ipsius c
d solidi altitudo altitudini ipsius a b solidi. Super æqualibus autem basibus ex
istentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine:inuicē sunt ęqualia per
31 vndecimi. Igitur solidum a b:æquū est ipsi c d solido. ¶Non sit iam e h ba-
sis ipsi n p basi æqualis:sed esto maior e h.maior igitur est & ipsius c d solidi
altitudo:ipsius a b solidi altitudine/hoc est c m ipsa a g. Ponatˀ per 2 primi ipsi
a g rursus æqualis c t:& compleatur c y solidum. Quoniā est sicut e h basis ad
n p basin sic m c ad a g,æqualis autē est a g ipsi c t:est igitur sicut e h basis
n p basin sic c m ad c t.reciproca enim supponūtur. Sed sicut quidem e h basis
ad n p basin:sic per 32 vndecimi a b solidum ad c y solidum.sub æquali enim
sunt altitudine:ipsa a b,c y,solida. Sicut autem c m ad c t:sic per 1 sexti m p
basis ad p t basin & per 32 vndecimi c d solidum ad c y solidum.& sicut igitur
per 11 & 9 quinti a b solidum ad c y solidū:sic c d solidū ad c y solidū. Vtrūq;
igitur ipsorum a b,c d:ad ipsum c y eandem rationem habet. Aequum igitur
est per cōuersionē 7 quinti a b solidū:ipsi c d solido. Quod oportuit ostendere.

¶Nō sint autē stātes f e, b l, k h, g a, x n, d o, m e, r p: ad angulos rectos basi-bus eorū. excitēturq; per 10 vndecimi ab ipsis f, g, b, k, x, m, d, r, signis/ in ipsorū e h, n p, planis/ ꝑpēdiculares: cōcurrātq; planis ad signa s, t, y, φ, χ, ψ, ω, s, cōpleanturq; ipsa f φ, x ω, solida. Dico ꝙ & sic æqualibus existētibus ipsis a b, c d, solidis/ reciprocæ sunt bases ipsis altitudinibus: estq; sicut e h basis ad n p basin/ sic est ipsius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinē. Quoniam enī a b solidū æquū est ipsi c d solido/ sed a b quidē ipsi b t ꝑ 31 vndecimi est ęq le (super eadē enī sunt basi f k, & sub eadē altitudine: quorū stantes nō sunt super eisdē rectis lineis eorū) at c d solidū ꝑ 31 vndecimi ipsi d ψ solido est ęquale (super eadē nāq; sunt basi x r, & sub eadē altitudine: quorū stātes nō sunt sup eisdē rectis lineis) igit̃ solidū b t ipsi d ψ solido ęquū est. Aequaliū aūt solidorū parallelepipedorū quorū altitudines ad angulos rectos ipsis eorum basibus sunt: reciprocę sūt bases ipsis altitudinibus. Est igit̃ sicut f k basis ad x r basin: sic ipsius d ψ solidi altitudo ad ipsius b t solidi altitudinē. Aequalis autē est f k basis ipsi e h basi: & x r basis ipsi n p basi. est igit̃ sicut e h basis ad n p basin: sic est ipsius d ψ solidi altitudo ad ipsius b t solidi altitudinē. Eędē vero altitudines sunt: ipsorū d ψ & b t solidorū/ & ipsorū d c & b a. Est igit̃ sicut e h basis ad n p basin: sic ipsius d c solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinē. Ipsorū igitur a b, c d, solidorū parallelepipedorū: reciprocæ sunt bases altitudinibus. Camp. 35.

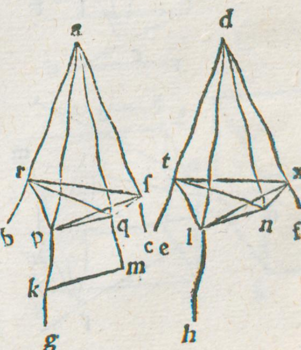


¶Rursus iā ipsorū a b, c d, solidorū parallelepipedorū: reciprocę sint bases altitudinibus. sitq; sicut e h basis ad n p basin: sic ipsius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinē. Dico ꝙ solidū a b: ęquū est ipsi c d solido. Eisdē nāq; dispositis/ qm̄ est sicut e h basis ad n p basin sic ipsius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinē/ ęqualis aūt est basis f k ipsi e h, & n p ipsi x r: est igit̃ sicut f k basis ad x r basin/ sic ipsius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinem. Eædē autē ipsorū a b, c d, b t, & d ψ solidorū: sunt altitudines. Est igit̃ sicut f k basis ad x r basin: sic ipsius d ψ solidi altitudo ad ipsius b t solidi altitudinē. Ipsorū igit̃ b t, d ψ, solidorū parallelepipedorū: reciprocæ sunt bases altitudinibus. Solida vero parallelepipeda quorū altitudines ad āgulos rectos sint basibus eorū/ et reciprocę sunt bases altitudinibus: ęq̄lia sūt ꝑ 31 vndecimi. Igit̃ solidū b t: ęquū est ipsi d ψ solido. Sed ipsum quidē b t: ipsi b a æquū est per 29 vndecimi. sup eadē nāq; sunt basi f k, & sub eadē altitudine: quorum stātes sunt super eisdē rectis lineis. Solidū autē d ψ: ipsi d c solido æquū est. super eadē nāq; sunt basi x r, & sub eadē altitudine: quorū stātes sunt super eisdē rectis lineis. Igit̃ & a b solidū: ipsi d c solido ęquū est. Quod demōstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 37.

37 SI fuerint duo āguli plani ęquales super quos duę hypothenusę in aere statuantur cum lateribus angulorū subiacentiū singulos singulis æquos āgulos cōtinētes/ atq; in illis hypothenusis duo pūcta signētur a quibus punctis duæ perpēdiculares ad superficies angulorū propositorū demittātur/ a pūctis autē super quę perpēdiculares ceciderint ad eosdē duos āgulos planos duę rectę lineę ducātur: duo āguli qui ab illis duabus lineis atq; duabus hypothenusis cōtinētur/ ęq sibi īuicē esse ꝓbāt.

¶CAMP. ¶Sint duo āguli plani a & d ęquales cōtēti lineis a b & a c & d e & d f, & super eos erigantur *duæ lineæ hypothenusaliter* a g & d h: sitq; angulus g a c æqualis āgulo h d f, & āgulus g a b ęqualis angulo h d e. *atq; in duabus* hypothenusis a g & d h, signent̃ quōlibet duo pūcta k & l, a quibus secūdū pręcepta 11 huius demittant̃ ad sꝑficies angulorū a & d, duę *perpēdiculares* quę sint k m & l n: & protrahant̃ duæ lineę a m & d n. Dico igit̃ angulū g a m: esse æqualē angulo h d *n. Si linea a k est* æqualis d l: bene quidē. Sin autē: ex linea a g *sumatur* a p æqualis d l, & a *puncto* p *demittatur perpēdicularis* ad superficiem anguli a, linea quæ sit p q. Manifestum est igitur: ꝙ pūctū q est in linea a m. quod *ex 6 huius & diffinitione linearum* æquidistātium quas necesse esse in superficie vna: facile cōstat studiose intuēti. Dehinc a pūcto q ducātur perpendiculares duæ: vna ad lineā a b quæ sit q r, & alia ad lineā a c q̄ sit q s. Sit



quocꝫ a puncto n ducātur duæ aliæ perpendiculares: vna ad lineam d e quę sit n t, & alia ad lineā d f quæ sit n x. & protrahantur r s & t x. Iterūcꝫ a punctis p & l: demittant̄ hypothenusæ p q, p r, p s, & l n, l t, l x. *His itaqꝫ positis/figuracꝫ* prudēter disposita: demonstrationē propositi sic collige. Constat ex penultima *primi ꝙ quadratū lineę a p est ęquale quadratis duarū linearū a q & p q*: ac ex eadē ꝙ quadratū a q est æquale quadratis duarū linearū a s & s q. *itaqꝫ quadratū* a p: est æquale quadratis triū linearū a s, s q, & q p. Sed ex eadē/quadratū s p: est æquale quadratis duarū *linearū* s q & p q. ergo quadratū a p: est ęquale quadratis duarū linearū a s & s p. ideocꝫ ex vltima primi angulus a s p esse rectus. *Similiqꝫ modo probabis: vnūquēqꝫ triū angulorū* d x l, a r p, d t l, esse rectū. Cū igitur ex hypothesi sit angulus s a p ęqualis angulo x d l, *& linea a p lineæ d l: erit ex 26 primi linea* d x æqualis a s, & x l ęqualis s p. Eodē quoqꝫ modo cū ex hypothesi sit angulus r a p æqualis angulo e d *l: erit ex eadē linea* a r ęqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4. primi linea r s erit ęqualis lineę t x: & āgulus a r s æqualis āgulo d t x, *& angulus a s r āgulo d x t. est* eni ex hypothesi angulus a: æqualis āgulo d. A cōceptione igit̄ erit āgulus s r q *ęqualis angulo x t n: & āgulus r s q āgulo t x n.* sūt eni residui duorū rectorū: dēptis ęqualibus. Necesse est itaqꝫ ex 26 primi: vt linea r q sit ęqualis t n, & q s ęqualis n x. Cūqꝫ ex penultima primi quadratū lineæ r p sit æquale quadratis duarū linearum r q & q p, & quadratū lineæ t l æquale quadratis duarū *linearū* t n & l n, sint autē duæ lineę r p & t l æquales/duæ quocꝫ quæ sunt r q & t n ęquales: sequitur ex cōmuni sciētia duas quæ sunt p q & l n esse æquales. Eodē modo cū quadratū lineæ a p sit æquale quadratis duarū linearū quæ sunt a q & q p, similiter quadratū lineę d l quadratis duarū linearū quæ sūt d n & n l, sit aūt a p æq̄lis d l, & p q æqualis l n: sequit̄ ex cōmuni sciētia a q esse æqualē d n. Ex 8 igit̄ primi cōcludo propositū: videlicet angulū p a m esse æqualē angulo l n d.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propositio 35. 35

¶ Si fuerint bini anguli plani æquales super quorum verticibus sublimes rectæ lineæ steterint æquales angulos cōpræhendētes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri/in sublimibus autem contingant contigentia signa/& ab eisdem ad plana in quibus sunt qui in principio anguli perpendiculares actæ fuerint/a factis autem signis sub perpendicularibus in planis ad eos qui in principio anguli coniunctæ fuerint rectæ lineæ: æquos angulos cum sublimibus compræhendent.

¶ THEON ex Zāberto. ¶ *Sint* bini anguli rectilinei æquales plani qui sub b a c, e d f: a signis autem a, d, sublimes excitent̄ rectæ lineæ a g, d m, æquos cōprehendentes angulos cū ijs q̄ in principio rectis lineis alterū alteri/hoc est angulū m d e angulo ei qui sub g a b, eum autem qui sub m d f ei qui sub g a c. sumāturqꝫ in ipsis a g, d m, cōtingentia signa g, m: excitēturqꝫ per 11 vndecimi ab ipsis g, m, signis ad ea quę per b a c, e d f, plana perpendiculares g l, m n, coincidātqꝫ ipsis planis in n, l, cōnectāturqꝫ ipsæ l a, n d. Dico ꝙ angulus qui sub g a l: ęquus est āgulo m d n. Ponatur per 2 *primi ipsi d m* ęqualis a h: excitetur qꝫ per 31 primi per signū h, ipsi g l parallelus h k. At g l: perpēdicularis est ad id quod *ris est ad id quod per b a c planū. Igitur et h k*: perpendicularis est ad id quod per b a c planū. Excitētur per 11 primi ab ipsis k, n, signis ad ipsas a b, a c, d e, d f, rectas lineas/p̄pēdiculares k c, n f, k b, n e: cōnectātqꝫ ipsæ h c, m f, c b, f e. Et qm̄ quod ex a h per 47 primi æquū est eis quę ex a k, k h, *ei autē* q̄d ex k a æqualia sūt q̄ ex k c, c a: igit̄ q̄d ex h a æquū est eis quæ ex h k, k c, c a. *eis vero quę ex h k, k c: æquū est id quod ex h c. q̄d igitur ex h a*: per 47 primi ęquū est eis q̄ ex h c, c a. rectus est igitur qui sub h c a āgulus. Idcꝫ propterea & q sub *d f m angulus: rectus est. ęqualis igit̄ est qui sub a c h angulus*: ei qui sub d f m angulo. Est autē & qui sub h a c: æqualis ei qui sub m d f. *Bina igitur triāgula* sunt m d f & h a c: duos angulos duobus angulis æquos habētia alterū alteri/ & vnū latus vni *lateri* æquum/& explicatā quæ sub *æqualibus* angulis h a ipsi m d, & reliqua igitur latera; per 26 primi reliquis lateribus æqualia ha-

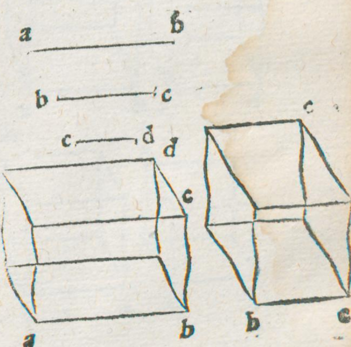
bebunt alterũ alteri. æqualis igitur est a c ipsi d f. Similiter ostendemus: ꝙ & a b ipsi d e est æqualis. Connectantur h b & m e. Et quoniam quod ex a h per 47 primi æquum est eis quæ ex a k, k h, ei autem quod ex a k per eandem æqua sunt quę ex a b, k b: quę igitur ex a b, b k, k h, sunt æqualia ei quod ex a h. Sed eis quæ ex b k, k h: æquum est id quod ex b h. rectus enĩ est qui sub h k b angulus: quoniam h k perpendicularis est ad subiectum planum. igitur quod ex a h: æquum est eis quæ ex a b, b h. rectus igitur est qui sub a b h angulus. & id propterea qui sub d e m angulus: rectus est. Est autem & qui sub b a h angulus: ei q sub e d m æq̃lis. supponit nãq;. estq; ipsa a h: ipsi d m ęqualis. ęqualis igitur est p 26 primi & a b: ipsi d e. Quoniã igit̃ æqualis est a c ipsi d f, & a b ipsi d e: binæ igitur c a, a b, duabus f d, d e, sunt æquales. sed & angulus qui sub c a b: ei qui sub f d e est æqualis. Basis igitur b c p 4 primi basi e f est ęqualis: & triãgulũ triãgulo/ & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis est igitur qui sub a c b angulus: ei qui sub d f e. Rectus autem & qui sub a c k: recto qui sub d f n est æqualis. & reliquus igitur qui sub b c k: reliquo qui sub e f n est æqualis. Et id propterea qui sub c b k: ei qui sub f e n est æqualis. Bina igitur triangula sunt per 8 primi b c k, e f n: binos angulos duobus angulis ęquos habẽtia alterum alteri/ & vnum latus vni lateri ęquum quod ad æquos angulos hoc est b c ipsi e f. & reliqua igit̃ latera: reliq̃s lateribus lateribus æqualia habebũt. Aequalis igitur est c k: ipsi f n. est autẽ & a c: ipsi d f æqualis. Binæ igitur a c, k c, duabus d f, f n, sunt æquales. & æquos compræhendunt angulos. basis igitur a k: per 4 primi basi d n est ęq̃lis. Et q̃m æqualis est a h ipsi d m: æquũ est quod ex a h ei quod ex d m. Sed ei quod ex a h: per 47 primi ęqualia sunt quę ex a k, k h. rectus enim est qui sub a k h. Ei autem quod ex d m: æqua sunt quę ex d n, n m. rectus enim est qui sub d n m. Igitur quæ ex a k, k h: sunt eis æqualia quæ ex d n, n m. quorum quod ex a k: æquũ est ei quod ex d n. Reliquũ igitur quod ex k h: æquum est ei quod ex n m. Aequalis igitur est h k: ipsi m n. Et quoniã binæ h a, a k, duabus m d, d n, sunt æquales altera alteri/ & basis h k basi m n est æqualis: angulus igitur qui sub h a k per 8 primi angulo qui sub m d n est æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales. & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.

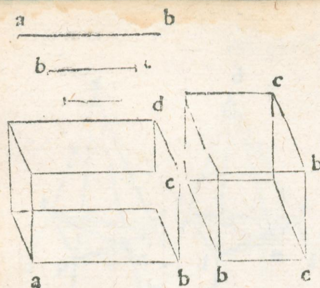
¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc nempe manifestũ. ꝙ si fuerint bini anguli plani rectilinei æquales/ steterintq; super ipsis sublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos compræhendentes vna cum ijs quæ in principio rectis lineis alterũ alteri: quæ ex ipsis perpendiculares ductæ ad plana in quibus sunt qui principio anguli/ inuicem sunt æquales.

Eucli. ex Camp. Propositio 38.

38 SOlidũ tribus lineis proportionalibus contentũ/ æquum erit solido quod a mediæ lineæ æquis lateribus cõtinetur: si anguli sui amborũ sibi inuicem æquales fuerint.

¶CAMPANVS. ¶De solidis parallelogrãmis intelligatur. de his enĩ qualiacũq; sint dũ tamen æquiangula/ verũ est: ꝙ cõtentũ a tribus lineis proportionalibus æquale est ei quod a media earũ cõtinet̃/ quẽadmodũ de superficiebus rectangulis probatũ est in 16 sexti/ & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte 13 eiusdẽ. Sint igit̃ tres lineæ a b, b c, & c d: cõtinue proportionales. fiatq; ex eis vnus ãgulus solidus ad libitũ. & perficiat̃ solidũ æquidistantiũ laterũ: cuius linea a b sit lõgitudo/ b c vero altitudo/ sed c d latitudo. & ipsum solidum dicatur a d. Sũpta quoq; alia linea qualibet æquali b c quæ etiã vocetur b c: super ipsius extremitatẽ quæ est b, cõstituat̃ angulus solidus æqualis angulo solido a, secũdũ quod docet 26. lineæq; cæteræ solidũ angulũ b cõtinẽtes resecent̃ ad æqualitatẽ lineæ b c: & p̃ficiat̃ solidũ æq̃distãtiũ sup̃ficierũ cuius lõgitudo/ latitudo/ & altitudo sit linea b c. & ipsum appellet̃ b c. Dico itaq;: duo solida a d & b c esse æqualia. Manifestũ est enim: ꝙ cunctæ superficies vnius sũt æq̃angulæ suis relatiuis sup̃ficiebus alterius. Qđ ex 34 primi patere potest. nã cũ solidus ãgulus b ponat̃ ęq̃lis solido ãgulo a: necesse est vt vnus ãgulus vniuscuiusq; sup̃ficiei solidi a d sit æqualis vni ãgulo suæ relatiuę sup̃ficiei i solido b c, itaq; p̃ 34 primi eorũ oppositi: erũt æquales. At quia vniuscuiusq; sup̃ficiei



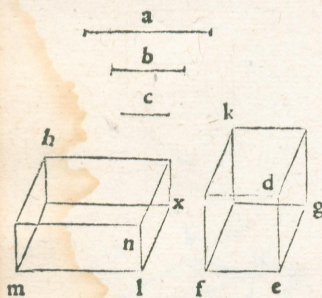


quadrilateræ omnes anguli sunt æquales quatuor rectis ex 32 primi: necesse est duos reliquos vnius esse æquales duobus reliquis suæ relatiuæ. Cumq; ipsi duo reliqui in qualibet sint etiã adinuicẽ æquales: cõuincit necessario vt vnaquęq; ex superficiebus solidi a d sit ęquiangula suæ relatiuæ in solido b c. quare ex secũda parte 13 sexti bases duorũ solidorũ propositorũ erũt ęquales. sunt eni ęquiangulę & laterum mutuorũ. Si itaq; lineę altitudinũ super bases ipsorũ orthogonaliter insistunt: constat ex 31 ipsa esse ęqualia. cũ enim hæ lineæ sint æquales / & ipsæ determinent altitudinẽ solidorũ: erunt solida æque alta. At si lineæ altitudinum ipsorũ nõ insistũt suis basibus orthogonaliter: ab ipsarũ summitatibus ad bases perpendicularibus demissis / erũt ex pręmissa hæ perpẽdiculares adinuicẽ ęquales. ipsæ enĩ erunt: sicut erant & in pręmissæ demonstrationis figura duæ lineæ p q & l n, quas demonstrauimus oportere esse æquales. Quia igitur omniũ solidorum altitudo ex perpendicularibus a summitatibus ipsorũ ad suas bases descẽdẽtibus diffinitur: erũt ex 32 duo solida a d & c b æqualia.

¶ Cõuersam quoq; huius possumus si delectat cõuerso modo probare. Vt si parallelogrãmum corpus a d sit æquale & æquiangulũ corpori parallelogrãmo b c, & corpus b c contineatur a media triũ linearũ continentiũ corpus a d: erunt tres lineæ cõtinentes corpus a b cõtinue proportionales. Cum enim duo solida parallelogrãma a d & c b sint æqualia & æque alta: ex hypothesi ipsa erunt super bases æquales per conuersas 31 & 32. Et quia ipsæ bases eorum sunt ęquiãgulæ: sequitur ex prima parte 13 sexti ꝙ ipsæ sunt mutuorũ laterum. Itaq; proportio a b ad b c: sicut b c ad c d. Quare constat propositum.

Eucli. mb. Theorema 31. Propositio 36. 36

¶ Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: ex ipsis tribus rectis lineis solidum parallelepipedum æquum est ei quod ex media fit solido parallelepipedo æquilatero quidem / æquiangulo autem prædicto.



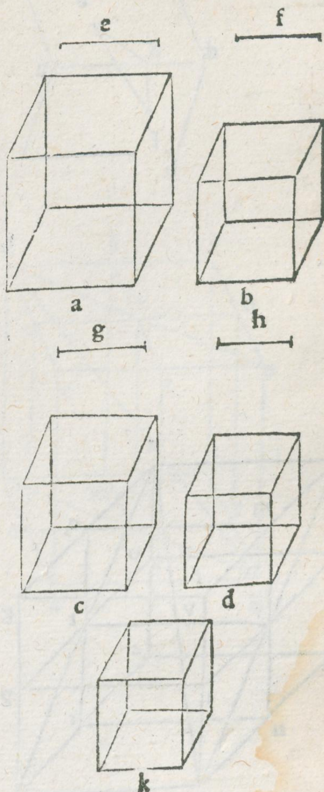
¶ T H E O N ex Zamberto. ¶ Sint tres rectæ lineæ proportionales a, b, c: sicut a ad b, sic b ad c. Dico ꝙ quod ex a, b, c, solidum: æquũ est ei quod ex b solido æquilatero quidẽ / æquiangulo autẽ prædicto. Exponatur per 23 vndecimi solidus angulus qui ad e: cõpræhensus sub tribus angulis planis hoc est d e g, g e f, d e f. ponaturq; per 2 primi ipsi quidẽ b æqualis vnaquæq; ipsarũ d e, g e, e f, compleaturq; ipsum e k solidum. Ipsi autem a ęqualis esto per eandẽ l m: cõstituaturq; per 26 vndecimi ad ipsam l m rectã lineam ad signũq; in ea l, ipsi qui ad e solido angulo ęquus cõpræhensus sub n l x, x l m, n l m: ponaturq; per 2 primi ipsi quidem b ęqualis l x, ipsi autẽ c æqualis l n. Et quoniam est sicut a ad b sic est b ad c, æqualis autẽ est a ipsi l m, & b vnicuiq; ipsarũ l x, e f, e g, e d, & c ipsi l n: est igit̃ sicut l m ad e f, sic est d e ad l n. & circũ æquos angulos qui sub n l m, d e f: latera sunt reciproca. Igitur parallelogrãmum m n æquum est ipsi f d parallelogrãmo per 14 sexti. Et quoniã bini anguli plani rectilinei æquales sunt qui sub d e f, n l m, & super ipsis sublimes rectę lineę sũt constitutæ l x, e g, inuicẽ æquales per præcedentẽ æquos angulos cõpræhendẽtes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri: ipsæ igitur quæ ex g, x, signis perpendiculares ductæ ad ea quæ per n l m, d e f, plana / per correlarium præcedentis inuicem sunt æquales. Quare l h, e k, solida: sub eadem sunt altitudine. Super æqualibus autẽ basibus & sub eisdẽ altitudinibus cõstituta solida parallelepipeda: inuicem sunt ęqualia per 31 vndecimi. Igitur solidum h l: solido e k est æquale. At l h solidũ est ex ipsis a, b, c: & e k solidũ est ex b. Igitur quod ex a, b, c, solidum parallelepipedum: æquum est ei quod ex b solido æquilatero quidem / sed ęquiangulo prædicto. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 39. 39

SI fuerint quotlibet lineę proportionales: solida quoq; sua ęquidistantium atq; similium vniuscuiusq; creationis superficierum erunt proportionalia. Si vero solida æquidistantium atq; similium vniuscuiusq; creationis superficierum fue-

rint proportionalia: lineę quoqꝫ a quibus ipſa ſolida continentur/ erunt proportionales.

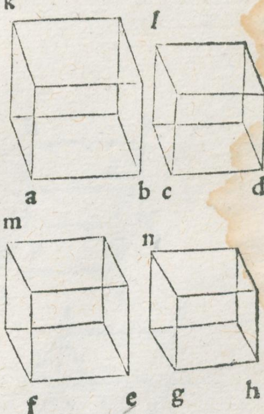
❡CAMPANVS. ❡Simile proponit vigeſima prima ſexti de ſuperficiebus. Sint itaqꝫ quatuor lineæ a, b, & c, d, proportionales: & ſup has fabricētur quatuor ſolida parallelogrãma eiſdem nominibus dicta/ quæ ſint expreſſe ſimilia. duobus enim ad libitũ fabricatis ſuper duas lineas a & c: cætera ſecundũ præcepta 27 conſtituenda erunt. Dico hæc 4 ſolida eſſe proportionalia. Et ecõuerſo. Subiungantur enim duabus lineis a & b, in cõtinua proportione duæ quæ ſunt e & f, quemadmodum docet 10 ſexti: & duabus lineis c & d, aliæ duę quę ſint g & h. Cõſtat igitur ex 36 et ex diffinitione proportionis triplicatæ quæ poſita eſt in principio quinti/ & ex hac hypotheſi ꝙ ſolida a & b ſibi inuicẽ & ſolida c & d ſibi adinuicẽ ſunt expreſſe ſimilia: ꝙ proportio ſolidi a ad ſolidũ b eſt ſicut proportio lineę a ad lineam f, ſolidi quoqꝫ c ad ſolidũ d ſicut lineę c ad lineã h. Et quia per 22 quinti proportio lineæ a ad lineã f eſt ſicut lineę c ad lineam h: erit ex 11 quinti ſolidũ a ad ſolidum b, ſicut ſolidũ c ad ſolidũ d. Conſtat igitur prima pars. ❡Secũda ſic. Sint duo ſolida a & b ſibi adinuicẽ/ duoqꝫ alia quę ſint c & d, ſibi adinuicẽ expreſſe ſimilia: ſintqꝫ cuncta parallelogrãma. & ponãtur proportionalia. Dico ꝙ lineę a, b, & c, d, ſuper quas ſunt cõſtituta: ſunt proportionales. Sit enim ex 10 ſexti ſicut linea a ad lineã b: ita linea c ad lineam k. Et fiat ſecũdũ 27 huius ſup lineã k ſolidũ expreſſe ſimile ſolido d: qđ etiã dicaẽ k. Eritqꝫ ex diffinitionibus ſimiliũ corporũ & ſimiliũ ſuperficierũ/ & 20 ſexti: corpus k expreſſe ſimile corpori c. ideoqꝫ per primã partẽ huius 39 iã probatã erit proportio ſolidi a ad ſolidũ b: ſicut ſolidi c ad ſolidũ k. Et quia eadem erat ſolidi c ad ſolidum d: erit ex ſecũda parte nonę quinti ſolidũ k ęquale ſolido d. Cumqꝫ eſſet ſibi expreſſe ſimile: ſequitur lineam k eſſe æqualẽ lineæ d. Aequalitas enĩ nõ producitur ex aliqua proportione triplicata vel quotieſ libet ſumpta: niſi ex ęquali. Igitur ex ſecũda parte 7 quinti conſtat etiã huiuſmodi pars ſecunda. ❡Deciperis autẽ: ſi arbitraris oportere vnũquodqꝫ quatuor ſolidorũ a, b, c, d, eſſe ſimile cuilibet aliorum. Neceſſe eſt enim duo ſolida a & b ſibi adinuicem/ itemqꝫ duo c & d ſibi adinuicem eſſe ſimilia: ſolida autẽ c & d ſolidis a & b eſſe ſimilia contingens eſt/ neceſſarium autem non. Idem ex hac 39 de ſerratilibus facile poteris concludere.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propoſitio 37.

37 ❡Si quatuor rectæ lineæ ptoportionales fuerint: & quæ ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterqꝫ deſcripta proportionalia erunt. Et ſi quæ ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterqꝫ deſcripta proportionalia fuerint: & ipſæ quoqꝫ rectæ lineæ proportionales erunt.

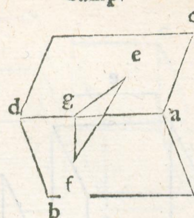
❡THEON ex Zãb. ❡Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, e f, g h: ſicut a b ad c d, ſic e f ad g h. & deſcribãtur ab ipſis a b, c d, e f, g h: ſimilia ſimiliterqꝫ iacentia ſolida parallelepipeda k a, l c, m e, n g. Dico ꝙ eſt ſicut k a ad l c: ſic eſt m e ad n g. Quoniã enim ſolidũ k a parallelepipedũ ipſi l c ſimile eſt: igitur per 33 vndecimi k a ad l c triplicẽ rationem habet quã a b ad c d. & idpropterea m e ad n g triplam habet rationẽ quã e f ad g h. Et ſicut igitur per 11 quinti a k ad l c: ſic m e ad n g. ❡Sed iam eſto ſicut a k ſolidũ ad l c ſolidum: ſic m e ſolidũ ad n g ſolidũ. Dico ꝙ eſt ſicut a b recta linea ad ipſã c d: ſic eſt e f ad g h. Quoniã enim rurſus k a ad l c triplam rationẽ habet quã a b ad c d, habet autem & m e ad n g triplam rationem quã e f ad g h, eſtqꝫ ſicut k a ad l c ſic m e ad n g: & ſicut igitur a b ad c d, ſic e f ad g h. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ ſequũtur reliqua. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 38.

38 ❡Si planum ad planum rectum fuerit/ a ſigno autem in altero planorum exiſtente in alterum planum perpendicularis fuerit: in communi ipſorum planorum ſectione cadit ipſa perpẽdicularis.

Camp.

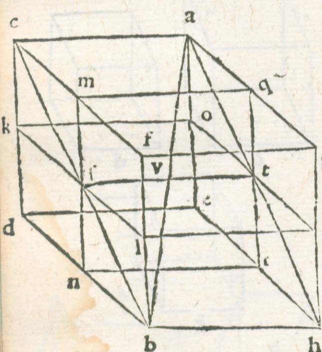


¶THEON ex Zāb. ¶Planū enim c d, ad planū a b, rectū esto: cōmunis autē ipsorū sectio sit d a. sumaturq; in ipso c d plano: cōtingens signū e. Dico ꝙ ab ipso e in a b planum perpēdicularis ducta: in ipsam d a cadit. Non enim: sed si possibile est/ cadat extra sicut e f, & concurrat ipsi a b plano in f signo. & ab ipso f, in ipsam d a, in plano a b, per 11 vndecimi perpendicularis excitetur f g: quę et ipsi c d plano ad angulos rectos est. Cōnectanturq; e g. Quoniam igitur f g ipsi c d plano ad angulos rectos est/ tangit autē ipsam ipsa e g existens in ipso c d plano: igitur angulus qui sub f g e, rectus est. Sed & e f: ipsi ab plano ad angulos est rectos. angulus igitur qui sub e f g: rectus est. Trianguli iam ipsius e f g bini anguli: duobus rectis sunt æquales. quod per 17 primi est impossibile. Igitur ab e in a b planum perpendicularis ducta: nō cadit extra ipsam d a. in ipsam igitur a d cadit. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 40. 40



I inscisa fuerint latera duarum oppositarum superficierum cubi vnumquodq; in duo media/ exierintq; a punctis sectionum duæ superficies se vicissim secātes & cubum: communem earum sectionem diametrum cubi per æqualia secare/ & ab ipsa diametro versa vice per æqualia secari necesse est.



¶CAMPANVS. ¶Statue cubum qui sit a b: de quo constat per diffinitionē ꝙ omnes lineæ ipsum continentes sint æquales/ & eius superficies rectangulæ. tale enim corpus: cubum dicimus. Huius igitur basis sit eius superficies a c d e, superficies vero eius suprema b f g h, dextra vero eius superficies sit a e g h, sinistra autem superficies b f c d, citerior quoq; sit d e b h, sed vlterior a, c g f, eiusq; diameter sit a b. Diuidantur itaq; omnia latera duarum quarumlibet superficierum oppositarum eius per æqualia: & sint nunc superficies quarum latera diuidantur/ dextera atq; sinistra. Diuidantur inquam quatuor latera dextræ quidem super quatuor puncta quæ sunt o, p, q, r: sinistræ vero super quatuor quæ sint k, l, m, n, & coniungantur puncta in his superficiebus opposita: ductis lineis o p & q r quæ secent se in puncto t, itemq; k l & m n quę secent se in puncto s. & perficiantur duę superficies secantes se inuicem & cubum: protractis item lineis o k & p l, q m & r n. sitq; harum duarū superficierum cōmunis sectio linea s t. Dico igitur ꝙ linea s t diuidit diametrum a b: et diuiditur ab eadem diametro per ęqualia. Quod patet. vtraq; enim earum transit per centrum cubi.

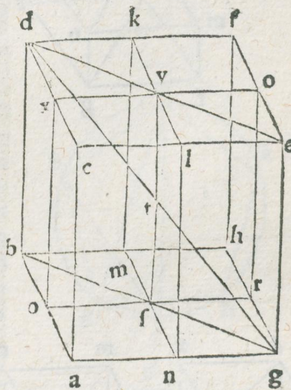
¶ALITER vero conuenit quod propositum est demonstrare. ¶Producantur enim duæ lineæ t a & t h: & item duæ s c, s b. eritq; ex 4 primi a t æqualis t h: & s c ęqualis s b. Constat autem ex prima parte 29 primi: ꝙ angulus p t q est æqualis angulo a q t, & ex 4 primi angulus h t p est ęqualis angulo t a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cū angulo q t a: valet duos rectos. quare ex 14 primi linea a h erit linea vna: similiter quoq; linea a b erit linea vna. At quia ex nona huius linea a c est æquidistans lineæ b h (vtraq; enim est æquidistans lineæ d e) cumq; ipsæ sint æquales quia latera cubi: sequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b esse æquales & æquidistantes. ideoq; per conceptionem/ earum medietates quę sunt a t & b s: erunt æquales. Ex 7 autem huius mainfestum est ꝙ linea s c est in superficie duarum linearum a h & b c: & ex eadem/ linea a b quę est diameter cubi/ est etiā diameter superficiei parallelogrāmæ a c b h. Itaq; linea s t: secat diametrum a b. Secet ergo ipsam in puncto v. Dico ergo lineam s v esse æqualem lineæ v t, & lineā etiam a v lineę v b. Intelligantur duo triangli a t v, b s v: quorū anguli qui sunt ad t & s sunt ęquales adinuicem/ similiter anguli eorundem qui sunt ad a & b æquales adinuicē ex prima parte 29 primi/ propter id ꝙ linea a t æquidistat lineæ s b. Et quia etiam ipsæ sunt adinuicem æquales: sequitur ex 26 primi quod propositū est. ¶Idem quoq; eodem modo concluditur: & si solidum a b non sit cubus/ sed solidum corpus parallelogrammum siue æqualibus lineis siue non æqualibus contentum fuerit/ siue quoq; super basin orthogonaliter erectum siue etiā &

ſuper ipſam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi: ad omnes figuras parallelogrammas ſolidas.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 39.

39 ¶Si ſolidi parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorum latera bifariam ſecta fuerint/extẽſaq; fuerint per ſectiones plana: cõmunis ipſorum planorũ ſectio/& ſolidi parallelepipedi dimetiens bifariam ſe adinuicem diſpeſcent

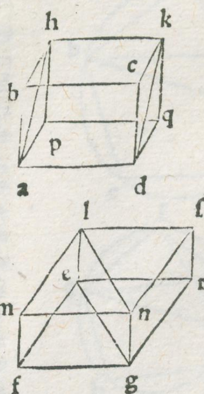
¶ALITER. ¶Si cubi eorum quę ex oppoſito planorum latera: & reliqua quæ ſequuntur vt ſupra.



¶THEON ex Zamberto. ¶Solidi inquã parallelepipedi a f, eorũ quæ ex oppoſito planorũ c f, a h, latera bifariam diſpeſcant per k, l, m, n, & x, p, o, r, ſigna: & per ſectiones protendantur plana k n, x r. cõmunis autem planorum ipſorũ ſectio eſto x ſ: ipſius autem a f ſolidi parallelepipedi diagonius eſto d g. Dico iam q; ipſę y ſ, d g, ſeſe inuicem diſpeſcunt: hoc eſt q; y t ipſi t ſ eſt æqualis/& d t ipſi t g. Connectantur enĩ d y, y e, b ſ, ſ g. Et quoniã d x parallelus eſt ipſi o e: anguli alternatĩ poſiti per 29 primi qui ſub d x o, x o e, inuicem ſunt æquales. Et quoniam æqualis eſt d x ipſi o e, & x c ipſi e o, & æquos angulos cõpræhendunt: baſis igitur d y per 4 primi ipſi y e eſt æqualis/& triangulum d x y ipſi o e y triangulo eſt ęquale/& reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui ſub x y d: ęquus eſt ei qui ſub o y e angulo. ac per hoc recta linea eſt ipſa d y e. & per eandem & b ſ g recta linea eſt: eſt & æqualis b ſ ipſi ſ g. Et quoniam c a ipſi d b eſt æqualis & eſt parallela/ſed c a ipſi e g eſt æqualis & parallela: & d b igitur ipſi e g eſt æqualis & parallela per primam cõmunem ſententiam. & ipſas connectunt rectæ lineæ d e, b g, parallelus igitur eſt per 33 primi/d e: ipſi b g. & ſuſcipiũtur in vtriſq; contingentia ſigna hoc eſt d, y, g, ſ: connectanturq; d g, y ſ. In vno igitur ſunt plano per 17 vndecimi: ipſæ d g, y ſ. Et quoniã parallela eſt d e ipſi b g: æqualis igitur eſt per 29 primi qui ſub e d t angulus ei qui ſub b g t angulo. viciſſim enim. & qui ſub d t y ei qui ſub g t ſ. Bina iã triangula ſunt hoc eſt d t y & g t ſ: duos angulos duobus angulis æquos habentia/& vnum latus vni lateri æquum & extenſum ſub vno æqualium angulorum hoc eſt d y ipſi g ſ. dimidiæ namq; ipſarum d e, b g. & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur eſt d t ipſi t g: & y t ipſi t ſ. Si ſolidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorum latera bifariam ſecta fuerint/extenſaq; fuerint per ſectiones plana: cõmunis ipſorũ planorum ſectio & ſolidi parallelepipedi demetiens bifariã ſe adinuicem diſpeſcent. Quod erat oſtendendum.

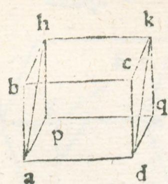
Eucli. ex Camp. Propoſitio 41.

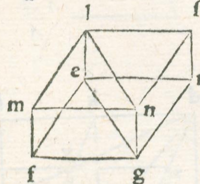
41 SI duo corpora ſeratilia quorum alterum baſin triangulam alterum vero baſin habeat æquidiſtantium laterum ipſi baſi triangulæ duplam/æque alta fuerint: illa duo corpora neceſſe eſt eſſe æqualia.



¶CAMPANVS. ¶Sit ſuperficies a b c d æquidiſtantiũ laterũ dupla trilateræ ſuperficiei e f g: & ſuper has duas ſuperficies fiant duo corpora ſeratilia æque alta. Sitq; ſeratile quod eſt ſupra baſin quadrangulam a b c d: a b h d c k. cuius baſis eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum propoſita a b c d, alia eius ſuperficies æquidiſtantium laterum eſt a h d k, tertia vero eſt b h c k: duæ autem eſt eius triangulares ſuperficies ſunt altera quidem triangulus a b h, reliqua vero triangulus d c k. Seratile autem quod eſt ſuper baſin triangulam e f g: ſit e f g l m n. cuius altera duarum trilaterarũ ſuperficierum eſt baſis prædicta/reliqua vero triangulus l m n: trium autem ſuperficierum eius æquidiſtãtium laterum prima quidem eſt e f l m, ſecunda vero e g l n, tertia vero f g m n. Dico itaq; hæc duo ſeratilia propoſita: eſſe ad inuicem æqualia. Perficiantur enim duo ſolida parallelogramma: adiũgendo vtriq; duorum propoſitorum ſeratilium aliud ſeratile ſibi æquale. Pri-

mo quidẽ seratili super eandem basin sit adiunctũ seratile a p h d q k. cuius
duæ trilateræ superficies sint a p h, d q k: tres autẽ quadrilateræ/ prima qui
dem a h d k quę est terminus cõmunis sibi & ei cui adiungitur/ secunda ve-
ro a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autem seratili adiungatur ali-
ud seratile sibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triãgulo e f g alius
triangulus æqualis qui e g r, ita q̃ tota superficies e f g r sit æquidistantium
laterũ: & super hunc triangulum fiat seratile e g l r l n s, quod cum illo cui
adiungitur perficiat corpus parallelogrãmum huius seratilis adiuncti. duæ
trilateræ superficies sunt e g r, l n s: tres autem parallelogrãmæ sunt/ prima
quidem c l r s, secunda e l g n quæ est cõmunis terminus sibi & ei cui ad-
iungitur/ tertia vero g r n s. Manifestum igitur ex diffinitione solidorũ ęqua
lium atq; similiũ/ q̃ duo seratilia parallelogrãmũ componentia solidũ a k,
sibi inuicem: itemq; componentia solidum parallelogrãmum e n, sibi adinui
cem sunt æqualia. At vero ex 31 vel ex 32 huius: duo solida a k & e n sunt si
bi inuicem æqualia. Quia ergo horum solidorum medietates sunt seratilia
proposita: per cõmunem scientiam constat ea esse æqualia. quæcunq; enim
fuerint æqualia: eorũ medietates necesse est esse æquales. Liquet itaq; quod
propositum est.

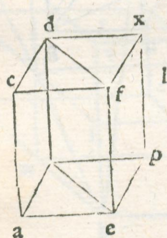


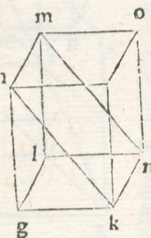


Eucli. Zamb. Theorema 35. Propositio 40.

¶Si fuerint bina prismata sub æquis altitudinibus/ & alterum
quidem basin parallelogrammum habuerit/ alterum autẽ triã-
gulum/ duplum autem fuerit parallelogrammum ipsius trian-
guli: ipsa prismata æqualia erunt.

¶THEON ex Zãberto. ¶Sint bina prismata a b c d e f, g h k l m n: & al-
terum quidem habeat basin a f parallelogrãmum / alterum vero g h k triã-
gulum. duplum vero sit a f parallelogrammum: ipsius g h k trianguli. Dico
q̃ prisma a b c d e f: æquum est ipsi h g k l m n, prismati. Compleantur
inquam ipsa a x, n h, solida. Et quoniam a f parallelogrammum ipsius g h
k trianguli duplum est/ estq; h k parallelogrammũ per 41 primi duplum ip-
sius g h k trianguli: æquum igitur est a f parallelogrammum ipsi h k paralle
logrãmo. Super æqualibus autem basibus existentia solida parallelepipeda
& sub eadem altitudine: inuicem sunt æqualia per 31 vndecimi. Igitur soli-
dum a x: æquum est ipsi g o solido. & ipsius quidem a x solidi/ dimidiũ est
ipsum a b c d e f prisma: ipsius autem g o solidi/ dimidium est ipsum g h k
l m n prisma. Igitur prisma a b c d e f: ipsi g h k l m n prismati est æquum.
Si fuerint igitur bina prismata sub æquali altitudine/ & alterum quidem ha-
buerit basin parallelogrammum / alterum autem triangulum / duplum autẽ
fuerit parallelogrãmum ipsius trianguli: æqualia sunt ipsa prismata. Quod
erat ostendendum.

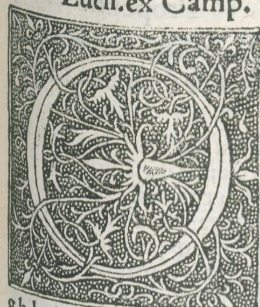


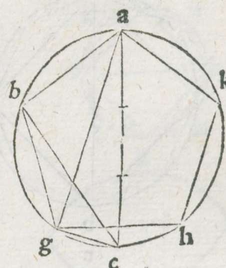


¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elementorum
Vndecimi libri
Finis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholamęo Zamberto Veneto, Geometrica Elementa. Liber duodecimus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio prima.

1 Mnium duarum ſuperficierum ſimilium multiangularum inter duos circulos deſcriptarum eſt proportio alterius ad alteram: tanq̃ proportio quadratorum quæ ex diametris circulorum eas circũſcribentium proueniunt.

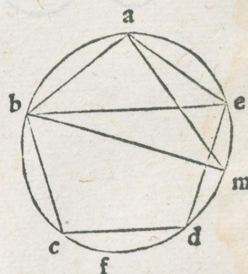


CAMPANVS. Sint duo circuli a b c, d e f: quibus inſcribãtur duæ q̃libet figuræ polygoniæ quæ ponãtur adinuicẽ ſimiles. ſintq; nũc/ pentagonæ inſcriptæ vt docet 11 quarti: & ipſæ ſint a b g h k, d e l m n. diametri quoq; circulorũ: ſint a c & d f. Dico itaq; q proportio pentagoni a b g h k ad pentagonũ d e l m n: eſt ſicut quadratũ diametri a c ad quadratũ diametri d f. Protrahanẽ enĩ in vtroq; circulo duæ lineæ ab extremitate diametri ad extremitatẽ vnius lateris pentagoni diametro nõ cõterminalis: ſeinuicẽ cãcellãtes infra ipſum pentagonũ. in hoc quidẽ/ a g & c b: in illo autẽ/ d l & f e. Eritq; ex 6 ſexti triangulus a b g: æquiãgulus triãgulo d e l. Nã cũ pentagoni ponãtur adinuicẽ ſimiles: erũt ex diffinitione ſimiliũ ſuperficierũ angulus a b g æqualis angulo d e l: & latera ipſos continẽtia proportionalia/ videlicet proportio a b ad d e ſicut b g ad e l. Cũ ſint aũt ex 20 tertij duo ãguli a c g & a g b ſibi inuicẽ ęquales/ itẽq; duo alij d f e & d l e ſibi inuicẽ ęquales: erũt duo qui ſunt c & f adinuicẽ æquales ex hac cõmuni ſciẽtia. quę æqualibus ſunt æqualia: ſibi quoq; æqua eſſe neceſſe eſt. Et quia ex prima parte 30 tertij vterq; duorum angulorũ a b c, d e f, eſt rectus: ſequitur ex 32 primi duos triangulos a b c, d e f, eſſe ęquiangulos. Quare per 4 ſexti proportio diametri a c ad diametrũ d f: eſt ſicut lateris a b ad latus d e. Cũ itaq; ex ſecũda parte 18 ſexti proportio duorum pentagonorũ eſt ſicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata/ & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratũ diametri d f ſit ſicut diametri a c ad diametrum d f duplicata: per hanc cõmunem ſcientiam quorum dimidia ſunt æqualia ipſa quoq; adinuicem eſſe æqualia/ manifeſtum eſt quod propoſitum eſt.

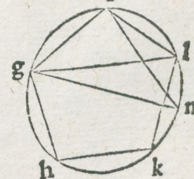


1 Eucli. ex Zamb. Theorema primum. Propoſitio prima.

QVæ in circulis multangulæ figuræ: adinuicem ſe habẽt ſicut quæ ex dimetientibus quadrata.



THEON ex Zamberto. Sint circuli a b c d e, f g h k l: & in eis ſint ſimiles figurę multangulæ a b c d e & f g h k l. dimetientes autem circulorũ: ſint b m, g n. Dico q eſt ſicut quadratũ quod ex b m ad id quod ex g n quadratũ: ſic eſt multangulum a b c d e ad multangulum f g h k l. Conectantur enim b e, a m: g l, f n. Et quoniam multangulum a b c d e ipſi f g h k l multangulo ſimile eſt: æquus eſt & qui ſub b a e angulus ei qui ſub g f l, eſtq; ſicut b a ad a e ſic g f ad f l. Bina iam triangula ſunt b a e & g f l: vnũ angulum vni angulo æquum habentia/ qui ſub b a e ei qui ſub g f l, circa autem æquos angulos latera proportionalia. ęquiangulum igitur eſt per primam diffinitionem ſexti a b e triangulum: ipſi f l g triangulo. æqualis igitur eſt angulus qui ſub a e b: ei qui ſub f l g. Sed qui per 21 tertij ſub a e b ei qui ſub a m b eſt æqualis (in eandem namq; circũferẽtiam ierunt) qui autem ſub f l g ei qui ſub f n g: & qui ſub a m b igitur ei qui ſub f n g eſt ęqualis. Eſt autem & rectus qui ſub b a m: ei qui ſub g f n recto per 4 poſtulatum æqualis. reliquus igitur: reliquo eſt æqualis per 3 cõmunem ſententiã. Aequiangulum igitur eſt triangulũ

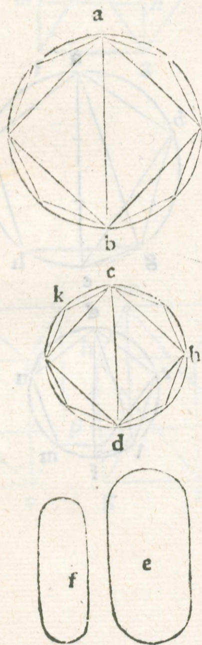


a m b:ipsi f g n triangulo. Proportionale igitur est sicut b m ad g n:sic ba ad g f. Sed ipsius quidem b m ad g n ratio:dupla est ea quæ ipsius b m quadrati ad id quod ex g n quadratum. Ipsius autem b a ad g f;dupla est ipsius a b c d e multãguli ratio ad ipsum f g h k l multãgulũ. & sicut igitur per 11 quinti quod ex b m quadratum ad id quod ex g n quadratum:sic est multangulum a b c d e ad multangulum f g h k l. In circulis igitur similia multangula:sese adinuicẽ habent sicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.



Mnium duorum circulorum est proportio alterius ad alterum:tanquã proportio quadrati suæ diametri ad quadratum diametri alterius.

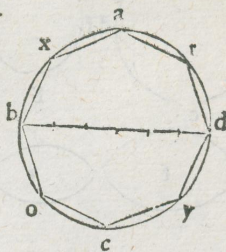


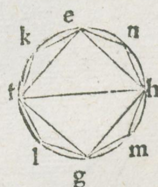
CAMPANVS. Sit duo circuli a b & c d:quorum diametri quoq; dicãtur a b & c d. Dico itaq; ꝙ proportio circuli a b ad circulum c d:est sicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d. Manifestum enim est ex hac cõmuni scientia/scilicet. quãta est quælibet magnitudo ad aliquam secundam: tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam: ꝙ proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, est sicut circuli a b ad superficiem aliquam quæ sit e, cuiuscunq; figuræ aut formæ ponatur. Hanc autem impossibile est maiorem esse aut minorem circulo c d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo c d:sit itaq; minor in superficie f. Itaq; circulus c d:sit æqualis duabus superficiebus e & f pariter acceptis. Constat igitur ex 1 decimi:ꝙ toties possit ex circulo c d suisq; residuis subtrahi maius dimidio/quousq; relinquatur quantitas aliqua minor f. Inscribatur ergo sibi vt docet 6 quarti quadratum c d g h: de quo constat ꝙ ipsum sit maius medietate circuli. quadratum enim quod est duplum ad ipsum: est circulum circunscribens / vt patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter acceptę/fuerint minus superficie f:sufficit. Sin autẽ: quatuor arcus existentes super dicta latera per æqualia diuidantur/& puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus laterum continuẽtur per lineas rectas. Verbi gratia/arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k:& protrahatur lineæ k c, k g. sicq; de cęteris. Eritq; quilibet triangulorũ descriptorum super latera quadrati/maior medietate portionis in qua existit: eo ꝙ õnis triãgulus isosceles est medietas parallelogrãmi suæ basis per 41 primi/quodquidem parallelogrammum maius erit superficie ipso arcu chordaq; contenta. Sint itaq; portiones existentes super latera octogonij inscripti pariter acceptæ:minus superficie f. Si enim nondum hoc esset:non cessarem diuidere arcus (quorum latera vltimæ descriptæ figuræ sunt chordæ) per æqualia/& inscribere figuram æquilateram duplo plurium laterum primæ. semper subtrahẽdo ab ipsis circuli portionibus/maius dimidio: quousq; per 1 decimi portiones super latera alicuius talis figuræ circulo inscriptæ existentes pariter acceptę/erunt minus superficie f. Sint ergo nunc quæ dictę sunt. eritq; ex conceptione octogonũ c d:maius superficie e. In circulo igitur a b, eadem via inscribatur simile octogonũ quod dicatur a b: sitq; ex præmissa proportio octogoni a b ad octogonũ c d sicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, ideoq; per 11 quinti sicut proportio circuli a b ad superficiem e, itaq; permutatim polygonij a b ad circulum a b sicut polygonij c d ad superficiem e. Cũq; sit polygonium c d maius superficie e:erit polygonium a b maius circulo a b. hoc autem impossibile. Non est ergo superficies e:minor circulo c d. Sed nec maior. Esto enim: si possibile sit. Cum igitur sit proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, sicut circuli a b ad superficiem e:erit econuerso quadrati diametri c d ad quadratum diametri a b, sicut superficiei e ad circulũ a b. Et cõstat ex cõi sciẽtia in principio huius demõstrationis posita: ꝙ eadẽ est circuli c d ad aliquã superficiẽ/quæ sit f. eritq; ex 14 quinti superficies f:minor circulo a b. Itaq; ꝓportio q̃drati diametri c d ad quadratũ diametri a b: erit sicut circuli c d ad sũpficiẽ f minorẽ circulo a b. Sed ex hoc demõstrauimus pauloãte seq ĩpossibile: videlicet polygoniũ inscriptũ circulo maius esse circulo. Sicut ergo superficies e nõ potest esse minor circulo c d: ita nec maior. erit ergo necessario ęqualis. Quare per 2 partẽ 7 quĩti liquet qđ ꝓpositũ est.

2 Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

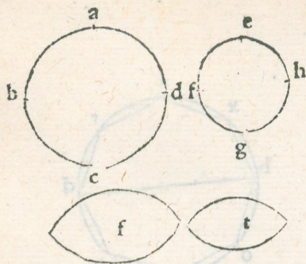
¶ Circuli sese adinuicem habent: sicut quæ ex dimetientibus quadrata.

¶THEON ex Zamberto. ¶ Sint circuli a b c d, e f g h: dimetientes autem eorum sint d b, f h. Dico ꝙ est sicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratum: sic est a b c d circulus ad e f g h circulum. Si enim non est sicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratum, sic a b c d circulus ad e f g h circulum: erit sicut quod ex b d ad id quod ex f h, sic a b c d circulus vel ad minorem ipso e f g h circulo aream, vel ad maiorem. Sit prius ad minorē s. Describaturq; per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. Iam descriptum quadratum: maius est q̃ dimidium ipsius e f g h circuli. quoniam si per signa e, f, g, h, tangentes circulum rectas lineas ducamus, circum circulum descripti quadrati dimidium est e f g h quadratum. ipso autem circunscripto quadrato minor est circulus. quare e f g h inscriptum quadratum: maius est q̃ dimidium ipsius e f g h circuli. Secentur bifariam ipsæ e f, f g, g h, h e, circunferentiæ per signa k, l, m, n: cōnectanturq; e k, k f, f l, l g, g m, m h, h n, n e. Et vnū quodq; igitur ipsorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum: maius est q̃ dimidiū eius quod circum ipsum est circuli segmenti. quoniam si per k, l, m, n, signa circulum tangētes ducamus, & compleamus quæ in e f, f g, g h, h e, rectis lineis parallelogramma: vnumquodq; ipsorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum, dimidium est eius quod circum ipsum parallelogrammi. sed circum ipsum segmentum: minus est parallelogrammo. quare vnumquodq; ipsorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum: maius est dimidio eius quod circum se ipsum segmenti circuli. Dispescentes iam per 30 tertij reliquas circunferentias bifariam, connectentesq; rectas lineas, & hoc semper efficientes: per 1 decimi relinquemus quædam circuli segmenta quæ minora erunt excessu quo excedit circulus e f g h, aream s. Ostensum etenim est ex primo decimi voluminis theoremate, ꝙ binis magnitudinibus inæqualibus expositis, si a maiori auferatur maius q̃ dimidiū, & reliquę maius q̃ dimidium, hocq; semper fiat: quędam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine exposita minor erit. Assumantur igitur. sintq; quæ in ipsis e k, k f, f l, l g, g m, m h, h n, n e, segmēta ipsius e f g h circuli: minora excessu quo excedit circulus e f g h ipsam s aream. Reliquum igitur e k f l g m h n multangulū: maius est ipsa area s. Inscribatur in circulo a b c d: ipsi e k f l g m h n multangulo simile multangulū a x b o c y d r. Est igitur per præcedētē sicut quod ex b d quadratū ad id quod ex f h quadratū: sic est multangulū a x b o c y d r ad e k f l g m h n multangulū. Sed sicut & quod ex b d quadratū ad id quod ex f h quadratū: sic circulus a b c d ad aream s. et sicut igitur per 11 quinti a b c d circulus ad s areā: sic multāgulū a x b o c y d r ad ipsum e k f l g m h n multangulū. Vicissim igitur per 16 quinti sicut circulus a b c d ad id quod in ipso multāgulū: sic s area ad multangulū e k f l g m h n. Maior autē est a b c d circulus: eo quod in se est multāgulo. maior igit̄ est & area s: ipso e k f l g m h n multāgulo. sed & minor. quod est impossibile. Nō est igitur sicut quod ex b d quadratū ad id quod ex f h quadratū: sic circulus a b c d ad aliquā areā ipso e f g h circulo minorē. Similiter iā demōstrabimus, ꝙ neq; sicut quod ex f h ad id quod ex b d: sic circulus e f g h ad aliquā areā minorē ipso a b c d circulo. ¶Dico nēpe ꝙ neq; sicut quod ex b d ad id quod ex f h: sic circulus a b c d ad aliquam aream maiorem ipso e f g h circulo. Si enim possibile: sit ad maiorem s. Cōuersim igitur est sicut quod ex f h quadratum ad id quod ex d b: sic est s area ad a b c d circulum. Sed sicut s area ad a b c d circulū: sic est circulus e f g h ad aliquam aream minorem ipso a b c d circulo. & sicut igitur per 11 quinti quod ex f h ad id quod ex b d: sic e f g h circulus ad aliam aream minorē ipso a b c d circulo. quod impossibile esse demonstratū est. Non est igitur sicut quod ex b d quadratū ad id quod ex f h: sic circulus a b c d ad maiorem aliquam aream ipso e f g h circulo. Ostensum autem est: ꝙ neq; ad minorem. Est igitur sicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratū: sic circulus a b c d ad circulū e f g h. Circuli ergo adinuicem sese habent: sicut quę ex dimetiētibus quadrata. Quod erat ostendendū.







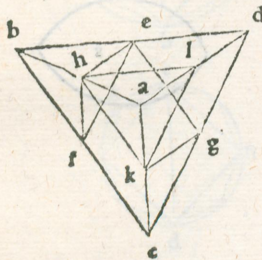


¶Dico iam ꝙ s area maiore subsistente ipso e f g circulo/est sicut area s ad a b c d circulũ: sic e f g h circulus ad aliquã aream minorẽ ipso a b c d circulo. Fi at enim sicut s area ad a b c d circulũ: sic e f g h circulus ad aream t. Dico ꝙ area t: minor est ipso a b c d circulo. Quoniam enim est sicut s area ad a b c d circulum sic est e f g h circulus ad aream t: vicissim per 16 quiti est sicut s area ad e f g h circulum / sic est a b c d circulus ad t aream. Maior autem est s area ipso e f g h circulo. maior igitur est & a b c d circulus: ipsa area t. quare est sicut s area ad a b c d circulum: sic est e f g h circulus ad minorẽ aliquam aream ipso a b c d circulo. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 3.



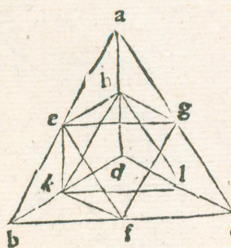
Mnis pyramis cuius basis triãgula: scindi potest in duas æquas pyramides sibi inuicem totiq; pyramidi similes/ vnaq; in duo seratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis necesse est esse maiora.



¶CAMPANVS. ¶Sit pyramis a b c d super basin triangulam b c d: eiusq; vertex solidus ãgulus a, a quo demittantur tres hypothenusę a b, a c, a d, ad tres angulos basis. & diuidantur omnia latera basis per æqualia in tribus punctis e, f, g: tres quoq; hypothenusę per æqualia in tribus punctis h, k, l. & protrahantur in basi duæ lineæ e f & e g. Eritq; basis eius diuisa in tres superficies. quarum duæ sunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex secũda parte secundæ sexti & diffinitiõe similiũ supficierũ cõstat esse similes sibi inuicẽ & toti basi/& ęquales adinuicem ex 8 primi: tertia est tetragona parallelogrãma & ipsa est e f g c, quã cõstat esse duplã ad triangulũ e g d ex 40 et 41 primi. Demittantur ergo rursus a puncto h duę hypotenusę h e, h f, & a puncto k l hypothenusa k g: & protrahantur lineæ h k, k l & l h. Diuisa est itaq; tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ sint h b e f & a h k l: & duo seratilia quorum vnum est e h f g k c & est super basin quadrãgulã c f g e, & aliud est e g d h k l & est super basin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, ꝙ ipsæ sunt æquales adinuicem/sibiq; & toti pyramidi a b c d similes: constat ex diffinitione corporũ æqualium & similiũ & ex 10 vndecimi & ex secunda parte 2 sexti. De duobus autẽ seratilibus ꝙ ipsa sint ęq̃lia: cõstat ex vltima vndecimi. Qz vero ambo seratilia pariter accepta sint maius medietate totius pyramidis: ex hoc manifestum est ꝙ vtrũq; illorum diuisibile est in duas pyramides quarum altera triangula æqualis vni duarum/in quas & seratilia totalis pyramis diuiditur. altera vero quadrangula: quæ dupla est ad reliquã/quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis pyramidis diuisę. Ac proportionẽ si scire desideras: sextam huius duodecimi consule. Sed sufficit tibi scire (quantum ad propositum) illa duo seratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & seratilia totalis diuiditur pariter acceptas: quantalibet quantitate excedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema Propositio 3.

¶Omnis pyramis triangularẽ basin habens: diuiditur in binas pyramides æquas & similes inuicem triangulares bases habẽtes & similes/ toti & in bina prismata æqualia & ipsa bina prismata maiora sunt q̃ dimidium totius pyramidis.

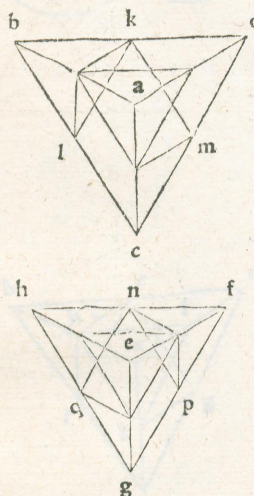


¶THEON ex Zamberto. ¶Sit pyramis cuius basis quidem sit triangulũ a b c: fastigiũ vero sit signum d. Dico ꝙ pyramis a b c d diuiditur in pyramides æquas adinuicẽ triangulares bases habentes & toti similes, & in bina prismata æqualia/& bina prismata maiora sunt q̃ totius pyramydis dimidiũ. Secentur per 10 primi a b, b c, c a, a d, d b, d c, bifariã in signis e, f, g, h, k, l: cõnectãturq; h e, e g, g h, h k, k l, l h, e k, k f, f g. Et qm̃ a e est ęqualis ipsi e b, & a h ipsi h d: paralelus igitur est e h ipsi d b. Idq; propterea iam & h k: ipsi a b parallelus est. parallelogrãmum igitur est h e k b. æqualis igitur est ipsa h k: ipsi e b. Sed e b: ipsi a e est ęqualis: & a e igitur ipsi h k est ęqualis. Est autem & a h: ipsi d h ęqualis. Duæ iã a e, a h: duabus k h, h d, sunt ęquales altera alteri. & an

gulus qui sub e a h: per 28 primi ei qui sub k h, h d, est ęqualis. basis igitur e h: per 4 primi basi k d est ęqualis. Igitur triãgulum a e h: ęquum & simile est ipsi h k d triangulo. Et id propterea iam & triangulum a h g: ipsi h l d triangulo æquum & simile est. Et quoniam binæ rectæ lineæ tangentes se adinuicem e h, h g, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes k d, d l, sunt/ non tamen in eodem plano existentes: æquos angulos compræhendunt. æqualis igitur est per 10 vndecimi angulus qui sub e h, h g: ei qui sub k d, d l, ãgulo. Et quoniam binæ rectæ lineæ e h, h g, duabus k d, d l, sunt æquales altera alteri/ & angulus qui sub e h g per 10 vndecimi angulo qui sub k d, d l, est æqualis: basis igitur e g per 4 primi basi k l est ęqualis. Triangulum igitur e h g: æquum est ei triangulo quod sub k d l & simile. & id propterea triangulum a e g: ipsi h k l triangulo æquum & simile est. Pyramis igitur cuius basis a e g triangulum/ fastigium autem h signum: æqualis & similis est pyramidi cuius basis quidem est h k l triangulũ/ & vertex d signum. Et quoniam trianguli a d b per 2 sexti ad vnum latus a b, excitata est h k: æquiangulum est a d b triangulum ipsi d k h triangulo. & latera habent proportionalia. Igitur triangulum a d b: simile est ipsi triangulo d h k. Idq; propterea & triangulum quidem d b c simile est ipsi triangulo d k l: & a d c triangulum ipsi d h l triangulo. Et quoniam per 10 vndecimi binę rectæ lineę sese inuicẽ tãgentes b a, a c, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes k h, h l, sunt/ non tamen in eodem plano: æquos compræhendunt angulos. Angulus igitur qui sub b a c: æquus est ipsi angulo qui sub k h l. Estq; sicut b a ad a c: sic k h ad h l. Triangulum igitur a b c: ipsi h k l triangulo simile est. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triãgulum a b c, vertex autem d signum: similis est pyramidi cuius basis quidẽ est h k l triangulum/ vertex autẽ d signũ. Sed pyramis cuius basis est triangulũ h k l, vertex autem d signum: ostensa est similis pyramidi cuius basis quidem est a e g triangulum vertex vero h signum. Quare & pyramis cuius quidem basis est triangulum a b c, vertex vero d signum: similis est pyramidi cuius basis quidem est a e g triangulum/ & vertex h signum. vtraq; igitur ipsarum a e g h, h k l d, pyramidum: similis est toti a b c d pyramidi. Et quoniam b f æqualis est ipsi f c: parallelogrammum e b f g, ipsius g f c trianguli duplum est per 41 primi. Et quoniam si fuerint bina prismata æque alta/ & alterum quidem habuerit basin parallelogrammũ/ alterum autem triangulum/ duplum autem fuerit parallelogrammum ipsius trianguli/ ipsa prismata sunt æqualia per 40 vndecimi: prisma igitur compræhensum sub binis triangulis b k f, e h g, tribusq; parallelogrammis e b f g, e b k h, h k f g, prismati compræhenso sub binis triangulis g f c, h k l, tribusq; parallelogrammis k f c l, l c g h, h k f g, est æquale. Manifestum autem quod vtrũq; ipsorum prismatũ cuius basis e b f g parallelogrammũ/ ex opposito autem h k recta linea / & cuius basis g f c triangulum/ ex opposito autem h k l triangulum: maius est vtraq; ipsarum pyramidum quarum bases quidem sunt triangula a e g & h k l, vertices autem h, d, signa. Quoniam si connectamus e f, e k, rectas lineas: prisma cuius basis e b f g parallelogrammum/ ex opposito autem k h recta linea/ maius est pyramide cuius basis e b f triangulum/ & vertex k signum. *Sed pyramis cuius basis e b f triangulum/ vertex autem est k signum: æqua est pyramidi cuius basis est a e g triãgulum/ & vertex est h signum. sub æquis enim & similibus planis subsistunt.* Quare & prisma cuius basis quidem e b f g parallelogrammum/ ex opposito autem h k recta linea: maius est pyramide cuius basis a e g triangulum/ vertex autem h signum. Prisma vero cuius basis e b f g parallelogrammum/ ex opposito autem h k recta linea: ęquũ est prismati cuius basis g f c triangulũ/ ex opposito autẽ triangulum h k l. Pyramis autem cuius basis quidem a e g triangulum/ vertex autem signum h: æqua est pyramidi cuius basis h k l triangulum/ vextex autem est d signum. Prędicta igitur bina prismata: maiora sunt prædictis duabus pyramidibus quarum bases sunt ipsa a e g, h k l, triangula / vertices autem sunt h, d, signa. Tota igitur pyramis cuius basis est triangulum a b c, vertex autem signum d: diuiditur in binas pyramides sibi inuicem æquas & similes toti/ & in bina prismata æqualia. & bina prismata maiora sunt quam totius pyramidis dimidium. Quod erat ostendendum.

Eucli.ex Camp. Propositio 4. 4

SI duæ pyramides æque altæ quarum bases triangulę/sin
gulæ in binas pyramides æquales sibi inuicem ac toti si-
miles/ binaq; seratilia æqualia diuidantur : erit propor-
tio basis vnius ad basin alterius tanq̃ proportio duorum seratiliũ
suorum ad duo seratilia alterius. Eritq; palã: omnia seratilia quæ
fuerint in vtralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cũcta
seratilia quæ in altera pyramide fuerint / eandẽ habere propor-
tionem quã basis eius pyramidis ad basin alterius pyramidis.

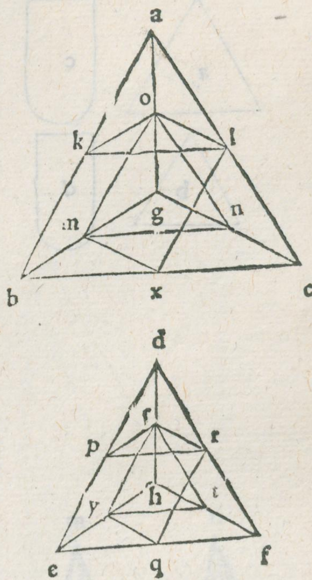


CAMPANVS. Sint duæ pyramides quarum bases triangulæ: æque altæ.
hæc quidem a b c d: cuius conus punctus a, basis triangulus b c d, hypothenu
sæ a b, a c, a d. illa vero e f g h: cuius conus punctus e, basis triangulus f g h,
hypothenusæ e f, e g, e h. hę autem duæ pyramides diuidantur : sicut in præ-
missa. Sintq; bases earum diuisæ. Hæc quidem: protractis lineis latera basis ip
sius per æqualia diuidentibus/ quæ sint k l & k m. illa vero : protractis lineis
quæ sint n p, n q. Dico ergo q proportio basis b c d ad basin f g h: est sicut du
orum seratilium pyramidis a pariter acceptorum ad duo seratilia pyramidis e
pariter accepta. Manifestum est autem ex 18 sexti parte secunda: q proportio
trianguli b c d ad triangulum k m d, est sicut lineæ b d ad lineam k d dupli-
cata . per eandem quoq; est proportio trianguli f g h ad triangulum n q h:
sicut lineæ f h ad lineam n h duplicata . Cumq; sit linea b d ad lineam k d
sicut linea f h ad lineam n h (vtrobiq; enim est dupla proportio) erit trian-
gulus b c d ad triangulum k m d , sicut triangulus f g h ad triangulum n q
h. & permutatim triangulus b c d ad triangulum f g h, sicut triangulus k m d
ad triangulum n q h. Triangulus autem k m d ad triangulum n q h : est sicut
seratile existens super ipsum ad seratile existẽs super illũ per 33 vndecimi. Hu
ius quoq; seratilis ad illud: est sicut amborum seratiliũ pyramidis a pariter ac-
ceptorum ad ambo seratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti. necesse
est enim: vt sit duplum ad duplum quẽadmodũ simplum ad simplum. Itaq; cõ
clude ex 11 quinti: quod propositum est. Dormitas autem: si dubitas seratilia
vnius harum pyramidum/ æque alta esse seratilibus pyramidis alterius. Cum
enim sint pyramides æque altæ/ sit quoq; vtraq; earum diuisa in duas pyrami
des æquales sibi totiq; similes & in duo seratilia æqualia/ & sint duæ partiales
pyramides æque altæ eo q similes & æquales (quod facile patebit demissis a
verticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad bases ipsarum / de
quibus perpendicularibus ex 37 vndecimi constat esse æquales) cumq; alti-
tudines harum partialium pyramidum pariter acceptæ componunt altitudi-
nem totalis pyramidis diuisæ/ sintq; ambo seratilia æque alta vni partialium
pyramidum ei videlicet quæ super partialem triangulum basis totalis pyrami-
dis componitur : non est fas ambigere seratilia vnius earum pyramidum es-
se æque alta seratilibus alterius earum. Correlarium vero ex eo manifestum
est: q similiter bases partialium pyramidum sic se habeant adinuicem/ sicut bi
na seratilia vnius ad bina seratilia alterius. Et quia bases partialium sic se ha
bent adinuicem sicut bases totalium ex secunda parte 18 sexti & permutata
proportione: constat ex 13 quinti verum esse quod correlarium proponit.

Eucli.ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4. 4

Si fuerint binæ pyramides sub eadem altitudine/ triangulares
bases habentes/ diuisa vero fuerit vtraq; ipsarum in binas pyra-
mides adinuicem æquales & similes toti & in bina prismata æ-
qualia/ & in vtraq; factarum pyramidum is modus semper serue-
tur: erit sicut vnius pyramidis basis ad alterius pyramidis basin/
sic quæ in vna pyramide prismata omnia ad ea quę in altera py-
ramide prismata æque multiplicia.

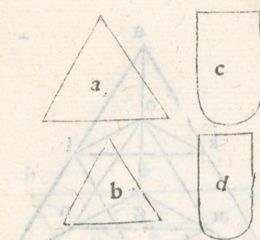
¶Sint binæ pyramides sub eadē altitudine: triãgulares bases habētes hoc est
a b c, d e f, & fastigia g, h, signa. Diuidaturq; ipsarum vtraq;: in binas pyrami
des inuicē æquas & toti similes/ & in bina prismata æqualia. Ipsarumq; factarū
pyramidum vtraq;: itidem intelligatur diuisa. & hoc semper fiat. Dico q, est si-
cut a b c basis ad d e f basin: sic sunt omnia prismata q̄ in ipsa a b c g pyrami
de/ad ea quæ in d e f h pyramide prismata æque multiplicia. Quoniã eni b x
ipsi x c, & a l ipsi l c est æqualis: parallelus igitur est l x ipsi a b, & a b c triãgu
lū ipsi l x c triãgulo simile est. & id propterea iã triãgulū d e f: simile est ipsi r q f
triangulo. Et quoniã b c ipsius c x dupla est, & e f ipsius f q: est igitur sicut b c
ad c x, sic est e f ad f q. Describunturq; ab ipsis quidē b c, c x, similes similiterq;
positę rectilineę figurę a b c, l x c: ab ipsis autem e f, f q, similes similiterq; po-
sitę rectilineæ figuræ d e f, r q f. Si autē quatuor rectæ lineę proportionales fue
rint: & q̄ ab ipsis rectilineæ figuræ similes similiterq; positæ/ proportionales e-
runt. Est igitur sicut a b c triangulū ad l x c triangulū: sic est d e f triangulū ad
r q f triangulū. vicissim igitur per 16 quinti est sicut a b c triangulū ad d e f triã
gulum: sic est l x c triangulum ad r q f triangulum. Sed sicut l x c triangulū ad
r q f triangulū: sic prisma cuius basis quidē est l x c triangulū/ ex opposito au-
tē o m n, ad prisma cuius basis est quidē r q f triangulū, ex opposito autem ſ t
y. & sicut igitur per 11 quinti a b c triangulum ad d e f triangulū: sic est prisma
cuius basis quidē est l x c triangulū/ ex opposito vero o m n, ad prisma cuius
basis est r q f triangulū/ ex opposito autem ſ t y. Et quoniã bina prismata exi-
stentia in ipsa a b c g pyramide inuicem sunt æqualia/ at quia bina prismata
existentia in ipsa d e f h pyramide inuicē sunt æqualia: est igitur sicut prisma
cuius basis est b k l x parallelogrammū/ ex opposito vero m o recta linea / ad
prisma cuius basis est l x c triangulū ex opposito aūt o m n, sic prisma cuius
basis p e r q, ex opposito vero ſ t, ad prisma cuius basis r q f, ex opposito autē
ſ t y. Cōponendo igitur per 18 quinti est sicut k b l x o m, l x c m n o, prisma-
ta ad l x c m n o prisma: sic p e r q ſ t, r q f ſ t y, prismata ad r q f ſ t y prisma.
vicissim igit̃ per 16 quiti est sicut k b l x m o, x l c o m n, ad ipsa p e q r ſ t, r q f
ſ t y, prismata: sic prisma l x c m n o ad r q f ſ t y prisma. Sicut autē l x c m n o
prisma ad r q f ſ t y prisma: sic ostensum est esse basin l x c ad ipsam r q f, & ba
sin a b c ad basin d e f. & sicut igitur per 11 quinti triangulū a b c ad triangulū
d e f: sic bina prismata quæ sunt in a b c pyramide ad ea bina prismata quæ
sunt in d e f g pyramide Similiter autē & reliquas pyramides eodem modo tra
hemus: m n o g et ſ t y h. eritq; sicut basis m n o ad ſ t y basin: sic bina prisma-
ta existentia in ipsa m n o g pyramide ad bina prismata existentia in ſ t y h py
ramide. Sed sicut m n o basis ad ſ t y basin: sic a b c basis ad d e f basin. & sicut
igitur per 11 quinti a b c basis ad d e f basin: sic & bina prismata existentia in
ipsa a b c g pyramide ad bina prismata existentia in d e f h pyramide/ & bina
prismata existentia in m n o g pyramide ad bina prismata existentia in ipsa ſ
t y h pyramide/ & quatuor ad quatuor. Et eadem quoq; ostendentur in prisma
tibus factis ex ipsarum a k l o & d p r ſ pyramidum diuisione. & omnium sim-
pliciter æque multipliciū. ¶Q2 autē sit sicut l x c triangulū ad r q f triangulū/
sic prisma cuius basis l x c triangulū/ ex opposito autē o m n, ad prisma cuius
basis quidē est r q f triangulū/ ex opposito ſ t y: sic ostendēdū est. In eadem in
q̄ descriptione intelligantur a g, d h, perpendiculares in ipsa a b c, d e f, triã
gula plana. æquales autē ipsæ erūt: quoniã ęque sublimes ipsæ supponunt̃ py
ramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ g c & quæ ex g perpēdicularis/ a paral-
lelis planis hoc est a b c, o m n, secãtur: in eisdē rationibus secabūtur p 17 vn-
decimi. & g c: bifariã secat̃ a plano o m n, in signo n. & ppēdicularis igit̃ quę
ex g: in triãgulū a b c planū bifariã secat̃ a plano o m n. & id propterea & per-
pēdicularis q̄ ex h in d e f planū: bifariã secabitur ab ipso ſ t y plano. Et ipsę a
g, d h, ppendiculares in ipsa a b c, d e f, plana: sunt æquales. Igitur & quæ ex
m n o, ſ t y, triãgulis in ipsa a b c, d e f, plana perpendiculares: sunt æquales.
Prismata igitur quorum bases sunt l x c & r q f triangula/ ex opposito autē o m
n, ſ t y: æque sūt alta. Quare & solida parallepipeda q̄ a p̄dictis prismatibus de
scribūtur æque alta: ad inuicem sunt sicut bases. & dimidia igit̃ erūt sicut l x c
basis ad r q f basin: sic p̄dicta prismata ad inuicē. Si binæ igitur pyramides sub
eadē fuerint altitudine: & quę sequūtur reliqua. Quod erat ostendendum.

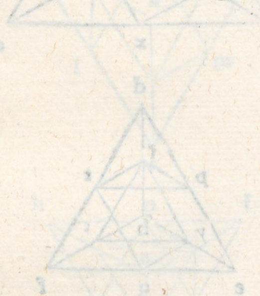


Eucli. ex Camp. Propositio 5.

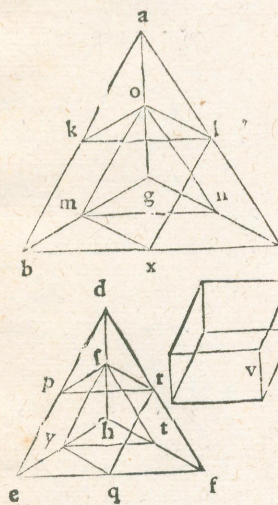


OMnes duæ pyramides æque altę quarum bases triangu 5
lę: suis basibus sunt proportionales.





CCAMP. CQd 33 vndecimi proposuit de solidis parallelogrãmis hæc & in fine 36 vndecimi verũ esse demõstrauimus de seratilibus: hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enĩ duæ pyramides æque altæ: quarum bases sunt duo trigoni a & b. dico ꝙ proportio pyramidis a ad pyramidem b: est sicut basis a ad basin b. quod eodem demõstrationis vel argumentationis genere demõstrandũ est: quo secũdã huius demonstrauimus. Sit enim vt basis a ad basin b: ita pyramis a ad corpus c. de quo dico: ꝙ ipsum nõ erit minus neq; maius pyramide b. Nã si possibile est vt sit minus: esto minus in solido d, vt pyramis b sit æqualis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuisa itaq; pyramide b vt proponit 3 huius/ detrahãtur ab ea duo seratilia quæ ex pręmissa sunt maius medietate pyramidis ipsius: itẽq; ex vtraq; duarum partialium residuarum pyramidum/ duo earũ prædicto modo diuisarum seratilia demantur. & fiat hoc toties: quousq; ex pyramide b cogatur aduersarius per 1 decimi confiteri relinqui minus solido d. eruntq; ex cõmuni scientia/ seratilia detracta: maius c. Fiat igitur a pyramide a, similis seratilium detractio: & intelligamus tot seratilia detracta esse ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b. eritq; ex correlario p̃missę sicut basis a ad basin b: ita seratilia detracta a pyramide a ad seratilia detracta a pyramide b. sed sic erat pyramis a ad corpus c, itaq; seratilia pyramidis a ad seratilia pyramidis b: sicut pyramis a ad corpus c. & permutatim seratilia pyramidis a ad pyramidẽ a: sicut seratilia pyramidis b ad corpus c. Cũq; sint seratilia pyramidis b, maius corpore c: erunt seratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc est impossibile: non erit corpus c. minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enĩ posito/ cum sit proportio basis a ad basin b, sicut pyramidis a ad corpus c: erit ecõuerso basis b ad basin a, sicut corporis c ad pyramidẽ a. eritq; eadem ex cõmuni sciẽtia: pyramidis b ad aliquod corpus quod sit d. sequeturq; ex 14 quinti/ ꝙ corpus d sit minus pyramide a: eo ꝙ pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur basis b ad basin a: sicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonstratũ est sequi impossibile: videlicet seratilia detracta ab alia qua pyramide/ maius esse ea pyramide a qua detrahũtur. Ideoq; relinqtur corpus c esse ęquale pyramidi b, cũ nec minus ea possit esse nec maius: & proportionẽ pyramidis a ad pyramidẽ b esse sicut basis a ad basin b. Hoc autem erat demonstrandum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5. 5

CSub eodẽ fastigio pyramides subsistentes/ triangularemq; basin habentes: adinuicem sese habent sicut bases.

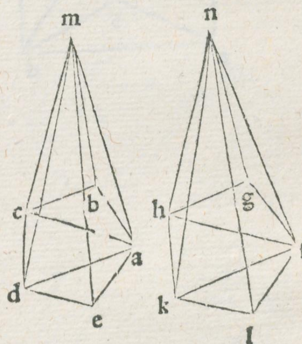
CTHEON ex Zamb. CSint sub eadẽ altitudine pyramides: quarũ bases quidẽ sint a b c, d e f, triangula/ fastigia sint g, h, signa. Dico ꝙ est sicut a b c basis ad d e f basin: sic est a b c g pyramis ad d e f h pyramida. Si aũt nõ est sicut a b c basis ad d e f basin, sic a b c g pyramis ad d e f h pyramida: esto sic a b c g pyramis vel ad solidũ aliqd minus ipsa d e f h pyramide/ vel ad maius. Sitq; prius ad minus aliqd: sitq; v. Diuidaturq; p 3 duodecimi ipsa d e f h pyramis: iã bina in binas pyramides æquas & toti similes/ & in bina prismata æqualia. fiunt ex prismata: maiora sũt q̃ totius pyramidis dimidiũ. et rursus per eãdẽ q̃ amplius pyramidis diuisione: similiter diuidantur. & hoc semper fiat: ex quo nõ supersint aliquę pyramides ab ipsa d e f h pyramide/ quin sint minores excessu quo excedit d e f h pyramis ipsũ v solidũ. Accipiãtur: sintq; rationis causa/ ipsæ d p r s & s t y h. reliqua igitur prismata existẽtia in ipsa d e f h pyramide: maiora sũt ipso v solido. Diuidatq; p pręcedẽtẽ/ ipsa a b c g pyramis/ similiter et ęq̃ multipliciter ipi d e f h pyramidi. Est igit̃ sicut a b c basis ad d e f basin: sic p p̃cedẽtẽ q̃ i a b c g pyramide prismata ad ea q̃ in d e f h pyramide prismata. Sed et sicut a b c basis ad d e f basin: sic a b c g pyramis ad v solidũ. Et sicut igit̃ per 11 quĩti a b c g pyramis ad v solidũ: sic prismata q̃ in a b c g pyramide ad ea prismata q̃ i d e f h pyramide, vicissim igit̃ p 16 quĩti sicut a b c g pyra

mis ad ea quæ in ipsa prismata: sic est v solidum ad ea quę in d e f h pyramide prismata. Maior autem est pyramis a b c g: eis quę in seipsa prismatibus. Igitur & solidum v: maius est eis quę in pyramide d e f h sūt prismatibus. sed & minus. Quod est impossibile. Igitur nō est sicut a b c basis ad d e f basin: sic a b c g pyramis ad aliquod ipsa d e f h pyramide solidum minus. Similiter iā ostendetur: ꝙ neqꝫ sicut basis d e f ad basin a b c, sic d e f h pyramis ad minus aliquod solidū ipsa a b c g pyramide. ¶Dico iam: ꝙ neqꝫ est sicut a b c basis ad d e f basin/ sic a b c g pyramis ad maius aliquod solidum ipsa d e f h pyramide. Si enī possibile: esto ad maius v solidū. Conuersim igiť est sicut d e f basis ad a b c basin: sic v solidum ad a b c g pyramidem. Sed sicut v solidū ad a b c g pyramidē: sic d e f h pyramis ad minus aliquod ipsa a b c g pyramide. sicut āte ostensū est. Et sicut igitur per 11 quinti basis d e f ad basin a b c: sic d e f h pyramis ad minus aliqđ ipsa a b c g pyramide. quod absurdū esse patuit. Non est igitur sicut a b c basis ad d e f basin: sic a b c g pyramis ad maius aliquod solidum ipsa pyramide d e f h. Patuit autē ꝙ neqꝫ ad minus. Est igitur sicut a b c basis ad d e f basin: sic a b c g pyramis ad d e f h pyramidē. Sub eodem igitur fastigio: & quę sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

6 ¶Sub eadem altitudine pyramides existentes/ multangulasqꝫ bases habentes: adinuicem sese habent sicut bases.

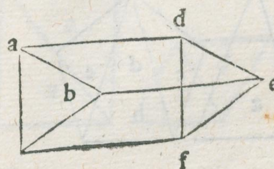
¶THEON ex Zāb. ¶Sint sub eadē altitudie pyramides: multāgulas bases habētes hoc est a b c d e, f g h k l, fastigia vero m, n, signa. Dico ꝙ est sicut a b d e basis ad f g h k l basin: sic est a b c d e m pyramis ad f g h k l n pyramida. Diuidatur enim ipsa a b c d e basis in triangula a b c, a c d, a d: e & f g h k l in f g h, f h k, f k l, triangula. Intelliganturqꝫ ab vnoquoqꝫ triangulo: pryamides æque altæ eis quę in principio pyramidibus. Et quoniam est sicut a b c triangulum ad a c d triangulum sic est a b c m pyramis ad a c d m pyramida/ & cōponendo per 18 quinti sicut a b c d trapezium ad a c d triangulum: sic a b c d m pyramis ad a c d m pyramida/ sed & sicut a c d triāgulum ad a d e triangulum sic a c d m pyramis ad a d e m pyramida: ex æquali igitur per 22 quinti est sicut a b c d basis ad a d e basin: sic a b c d m pyramis ad ipsam a d e m pyramida. & componendo rursus per 18 quinti sicut a b c d e basis ad ipsam a d e: sic a b c e m pyramis ad a d e m pyramida. Idqꝫ propterea iam & sicut f g h k l basis ad f k l basin: sic & f g h k l n pyramis ad f k l n pyramida. Et quoniā binæ pyramides sunt a d e m, f k l n, triangulas habentes bases ac sub eadem altitudine: est igitur per 5 duodecimi sicut a d e basis ad f k l basin, sic a d e m pyramis ad ipsā f k l n pyramida. Quoniā igitur sicut a b c d e basis ad a d e basin sic a b c d e m pyramis ad a d e m pyramida/ sicut autem a d e basis ad f k l basin sic a d e m pyramis ad f k l n pyramida: ex æquali igitur per 22 quinti & sicut a b c d e basis ad f k l basin/ sic a b c d e m pyramis ad f k l n pyramida. Sed & sicut f k l basis ad f g h k l basin: sic erat & f k l n pyramis ad f g h k l n, pyramida. & ex æquali rursus per 22 quinti est sicut a b c d e basis ad f g h k l basin: sic a b c d m pyramis ad f g h k l pyramida. Sub eadem altitudine igitur: & quę sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.



6 Eucli. ex Camp. Propositio. 6.

OMne corpus seratile: in tres pyramides æquales basesqꝫ triangulas habentes est diuisibile.

¶CAMPANVS. ¶Sit seratile a b c d e f. ipsum dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas æquales. protrahatur enī in vnaqꝫ suarū triū superficierū parallelogrāmarū linea diagonalis: ita ꝙ vna earū diagonaliū sit cōterminalis reliquis duabus. Vt si protrahas lineas b d, b f, & f a: quas propter confusionem protrahere cōtempsi. eritqꝫ totum seratile in tres triangulas pyramides diuisū: quas ex præmissa bis assumpta facile cōstat esse ęquales.



¶CAMPANI additiones. ¶Quoniā autē Euclides nihil demōstandum proponit de pyramidibus lateratis/ exceptis solis quarum sunt bases triangulæ: vt

omnium cognitionem ex elemētis quę ponit ſufficienter elicere poſſimus/quę-
da marbitramur non inutile demonſtrationibus hic poſitis adiungere. Solis
enim elementis contentus Euclides: multa prætermſit. quæ quãuis ex eis con
ſequantur: non tamē ſine difficultate patent ſtudentibus. Horũ primũ eſt hoc.

¶ Si duo ſolida (quorum alterum ſeratile/alterum vero pyramis 1
cuius baſis triangula) ſuper eandem baſin aut ſuper æquales tri-
gonas/aut ſeratile ſuper quadrangulam pyramis vero ſuper trigo
nam quæ quadrangulæ baſis ſeratilis ſit dimidium/conſtituta fue
rint æque alta: ſeratile pyramidi triplum eſſe conueniet.

¶ Si ſeratile propoſitũ fuerit ſuper baſin trigonã: tunc ex pyramide propoſita
ſuper propriam baſin perficiatur ſeratile pyramidi propoſitæ æque altũ. Si ve-
ro ſeratile fuerit ſuper baſin quadrangulã: tunc baſi pyramidis adijciatur trian
gulus. ex quo & baſi pyramidis perficiatur ſuperficies æquidiſtantium laterũ:
ſuper quam ex ipſa pyramide compleatur ſeratile pyramidi æque altum. Quia
igitur iſtud ſeratile ſeratili priori eſt æque altũ/et vtrorumq; baſes ſunt æquales
ex hypotheſi: ſequitur ipſa eſſe ęqualia. hoc ei demõſtratũ eſt in 36 vndecimi.
At quoniam ex 6 huius ſeratile ſecũdũ triplũ eſt ad pyramidē propoſitã / nam
ipſa eſt vna ex tribus pyramidibus in quas ipſum ſeratile diuiditur: erit quoq;
per cõmunem ſcientiam propoſitum ſeratile triplum ad propoſitã pyramidē. 2

¶ Si quotlibet pyramides quarum baſes triãgulę / ſuper vnam eã
demq; baſin ſiue ſuper æquales conſtitutæ fuerint æque altæ: eas
eſſe adinuicem æquales neceſſe eſt.

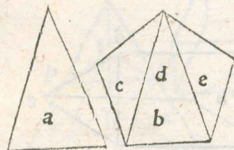
¶ Fabricato enim vero ſeratili æque alto pyramidibus propoſitis/ ſuper baſin
triangulã æqualē baſibus propoſitarũ pyramidũ aut ſup baſin quadrãgulã du-
plam baſibus earundem: erit ipſum ſeratile triplum ad pyramides ſingulas.
hoc enim: conſtat ex pręmiſſa addita ſiue interpoſita. Igitur ex communi ſciē
tia cunctæ propoſitæ pyramides: ſunt vt diximus adinuicem æquales,

¶ Omnes pyramides quarum baſes triangulæ / æque altæ: ſuis 3
baſibus ſunt proportionales.

¶ Fiant ſuper baſes propoſitarum pyramidum/aut ſuper alias trigonas ęqua-
les/aut ſuper parallelogrammas duplas/ſeratilia ipſis pyramidibus æque alta:
erũt ob hoc ſeratilia ſibi adinuicē æque alta. Et quia ipſa ſeratilia ſuis baſibus
ſunt proportionalia vt probatum eſt in 36 vndecimi 33 ipſius mediante / cũq;
ex prima harum additarum manifeſtum ſit hæc ſeratilia tripla eſſe ad propoſi-
tas pyramides/ vnũquodq; videlicet ad ſuam relatiuam/baſeſq; ipſorum ęqua-
les aut duplas eſſe baſibus ipſarum / ſicut autem ex 15 quinti triplum ad tri-
plum ita ſimplum ad ſimplum: erunt quoq; propoſitæ pyramides ſuis baſibus
proportionales.

¶ Si fuerint duæ quælibet pyramides æque altæ/fueritq; alterius 4
baſis trigona / reliquæ autem tetragona aut plurilatera: pyrami-
des ipſas ſuis baſibus proportionales eſſe conueniet.

¶ Exempli gratia. Intelligantur duæ pyramides æque altæ/ſuper duas baſes a
& b: ſitq; baſis a triangula, b vero pentagona. Et dicantur hæ pyramides: a &
b. Itaq; dico proportionem pyramidum a & b. eſſe ſicut baſium a & b. Diſtin-
guatur quidem pentagonus b: in tres triãgulos c, d, e. eritq; tota pyramis b: di-
ſtincta in tres pyramides æque altas/ quarum baſes ſunt trianguli c, d, e, quæ
etiã dicãtur nominibus ſuarum baſium. Quia igitur ex præmiſſa interpoſita/
proportio pyramidis c ad pyramidē a eſt ſicut trigoni c ad trigonum a, & py-
ramidis d ad pyramidē a ſicut trigoni d ad trigonũ a, itēq; pyramis e ad py-
ramidē a ſicut trigoni e ad trigonum a: ex 24 quinti bis aſſumpta ſequitur q;
ſit proportio aggregati ex omnibus pxramidibus c, d, e (& ipſũ eſt pyramis
b) ad pyramidem a, ſicut aggregati ex omnibus trigonis c, d, e (& ipſum eſt
pentagonus b) ad trigonum a. Conſtat igitur quod volumus.



Zam. 6. ¶ Omes lateratæ pyramides æque altę: ſuis baſibus proportiona 5

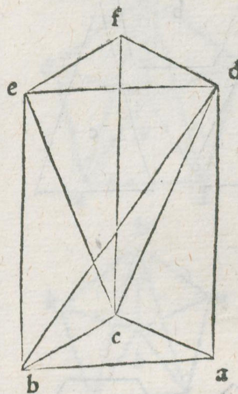
les esse probantur.

¶Si altera earum fuerit super basin trigonam: ex pręmissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq; fuerit polygonia: vtralibet ipsarum basiū resoluta in triangulos/& ipsa pyramide in pyramides triangulas; erit ex præmissa interposita / proportio vniuscuiusq; harum triangularum pyramidū, in quas altera propositarū diuiditur, ad reliquā/sicut suæ basis ad basin alterius. Itaq; per 24 quinti quotiēs oportet assūptā: cōstat verū esse quod diximus.

7 Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

¶Omne prisma triangularem basin habens: diuiditur in tres pyramides sibi inuicem æquas/triangulares bases habentes.

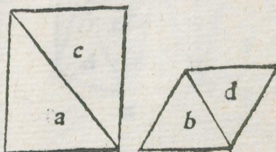
¶THEON ex Zāberto. ¶Sit prisma a b c d e f: cuius quidē basis sit a b c triāgulū/ex opposito aūt d e f. Dico q; ipsū a b c d e f prisma: diuidit̄ in tres pyramides sibi inuicē æquas/triāgulares bases habētes. Cōnectātur enī b d, e c, c d. Et quoniā a b d e parallelogrāmū est/ eius aūt dimetiens est b d: triāgulū igitur a b d ipsi e d b triangulo æquū est. & pyramis igitur cuius basis quidem est a b d triangulū, fastigiū autē c signū: æqualis est pyramidi cuius basis est triangulū d e b, & vertex est signū c. Sed pyramis cuius basis quidē est d e b triāgulum / vertex autem c signum: eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulum e b c, & vertex d signū. ab eisdē enim planis compræhenduntur. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulū a b d, fastigiū autē signum c: æqualis est ipsi pyramidi cuius basis quidem est a b c triangulū/fastigium autem d signum. Rursus quoniam f c b e parallelogrāmū est/dimetiēs vero ipsius est e c: triangulū c e f æquū est ipsi c b e triangulo. & pyramis igitur cuius basis quidem est traingulū b c e, fastigiū autem d signum: est æqualis pyramidi cuius basis quidem est triangulum e c f, vertex vero d signū. Pyramis autem cuius basis quidem est b e c triangulum/vertex autem d signum: ostensa est æqualis pyramidi cuius basis quidem est a b d triangulum/ vertex autē signum c. & pyramis igitur cuius quidem basis est c e f triangulum/vertex autem d signum: æqua est pyramidi cuius basis quidem est a b d triangulū/ vertex autem c signum. Igitur a b c d e f prisma: in tres pyramides æquas sibi inuicem diuiditur/triangulares bases habentes. Et quoniam pyramis cuius basis quidem est triangulum a b d, fastigium autem c signum/ eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulum c a b, vertex autem signum d (sub eisdem namq; planis compręhenduntur) pyramis autem cuius basis est triangum a b d, vertex autem signum c, tertium esse prismatis ostensum est cuius basis est triangulum a b c, ex opposito autem d e f: & pyramis igitur cuius basis est a b c triangulum/vertex autem d signum/tertiū est prismatis cuius basis est triangulum a b c, ex opposito autem d e f. Omne igitur prisma: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportebat demonstrare.



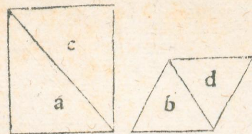
¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc iā est manifestū: q; omnis pyramis/tertia pars est prismatis eādē eidē basin habētis & altitudinē æquā. ✱ Quoniā & si alia quæpiam figura rectilinea habuerit bases prismatis & eadem ex opposito diuidatur in prismata triāgulares bases habentia: & ea quę ex opposito.

7 Eucli. ex Camp. Propositio 7.

SI duæ pyramides triangularum basium fuerint æquales: earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si vero bases & altitudines fuerint mutuæ: easdem pyramides sibi inuicem esse æquales necesse est.



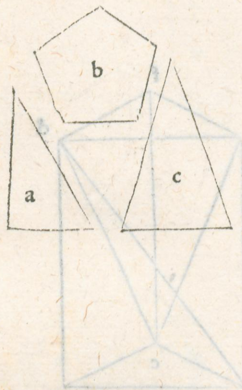
¶CAMP. ¶Quod trigesimaquarta & trigesimaquinta vndecimi proposuerunt de solidis parallelogrammis / & nos in 36 eiusdem demonstrauimus de seratilibus: hęc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habētibus bases triāgulas. Intelligātur enī duæ pyramides æquales super duos trigonos vel triangulos a & b: quę dicātur a & b. Dico itaq; q; proportio basis a ad basin b: est sicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Et si hoc fuerit: dico pyramides a & b esse æquales. Adhibeantur quidem duobus trigo-



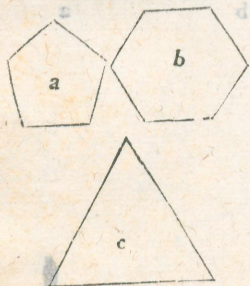
nis a & b, duo alij qui sunt c & d: vt fiant ambæ superficies a c & b d æquidistantium laterum, et ex ipsis pyramidibus super bases a c & b d, compleantur solida parallelogramma pyramidibus propositis æque alta quæ similiter dicantur a c & b d. Manifestũ igitur est ex sexta huius 12/ꝙ pyramis a est sexta pars solidi a c: & pyramis b sexta solidi b d. Itaq; ex 35 vndecimi argue propositum: primã quidẽ partem ex prima / secundam autem ex secunda.

¶CAMPANI additio.

¶Qꝫ si duæ qualibet pyramides lateratæ/ fuerint æquales: earũ bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutuæ fuerint: eadem pyramides æquales esse oportet.



¶Si bases vtrarũq; fuerint triangulæ: demonstratum est verum esse quod diximus. Si altera tantũ: sit igitur a, basisq; alterius pyramidis sit b. & sumatur trigonus c æqualis polygonio b: fiatq; super c, pyramis æquæ alta pyramidi quæ est super b. & sint a, b, c: æquiuoca nomina pyramidum & basium. Quia igitur ex hypothesi duæ pyramides a & b sunt æquales/& ex vltima interpositarum ad sextã huius duę pyramides b & c sunt æquales / ideoq; ex communi scientia duæ pyramides a & c æquales: igitur bases earum sunt mutuæ ad altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumq; bases b & c sint æquales/altitudines quoq; pyramidum b & c æquales: erunt ex prima parte & secunda 7 quinti/ bases a & b mutuę altitudinibus pyramidũ a & b. ¶Secũda pars cõuerso mõ probaē. Nã si fuerit basis a ad basin b, vt altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a: erit ex 2 parte & prima 7 quĩti/basis a ad basin c, sicut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a. itaq; ex secunda parte huius 7 duę pyramides a et c: sunt ęquales. quare per communẽ scientiam duæ quoq; pyramides a & b: sunt æquales.



¶Si vero neutra propositarũ pyramidum fuerit trigona sed vtraq; polygonia (verbi gratia altera pentagona/altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b: sumatur similiter triãgulus c æqualis hexagono b, super quem fiat pyramis æque alta pyramidi b. eruntq; duæ pyramides b & c æquales: ideoq; duæ quæ sunt a & c etiam per conceptionem æquales. quare basis a ad basin c: sicut altitudo pyramidis c ad altitudinẽ pyramidis a. hoc enim: nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis a ad basin b: sicut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a. ¶Conuersa conuerso modo patet. Si enim basis a ad basin b fuerit vt altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a: erit quoq; ex septima quinti basis a ad basin c, vt altitudo pyramidis c ad altitudinẽ pyramidis a. ideoq; (vt patet ex prioribus) erunt duæ pyramides a & c: equales. quare ex cõmuni scientia & duæ quæ sunt a & b: erunt etiam æquales. Et hoc est propositum

Eucli. ex Camp. Propositio. 8.



OMnium duarum pyramidum similium quarum bases triangulæ / est proportio alterius ad alteram: tanq̃ lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

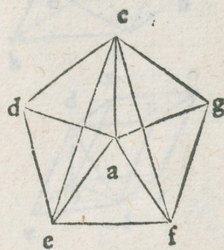


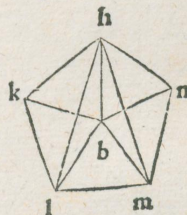
¶CAMPANVS. ¶Propositis duabus pyramidibus similibus bases triangulas habẽtibus/ex ipsis perfice duo solida parallelogrãma: queadmodum dictũ est in demonstratione præmissę. eruntq; hæc duo solida parallelogrãma similia: eo ꝙ pyramides ponuntur similes adinuicem. nam duo solidi anguli qui sunt communes pyramidibus & solidis parallelogrãmis: superficialibus ãgulis numero & quantitate æqualibus continentur. & latera quoq; illos angulos superficiales cõtinentia: sunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres superficies solidorũ parallelogrãmorum communes angulos solidos cõstituentes: sunt æquiangulæ & laterum proportionalium/ideoq; similes ex diffinitione similium superficierum. quare ex 24 & 13 quinti cunctæ sex superficies horum duorum solidorum parallelogrãmorũ: sunt similes adinuicem. Igitur a diffinitione corporum similiũ: erunt ipsa solida similia. Quare cum proportio solidorũ & pyramidum sit vna ex 15 quinti (nam solida sunt sexcupla pyramidibus ex sexta

huius) cumq; ſit proportio ſolidorum vna ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata ex 36 vndecimi libri/ ſunt autem latera ſolidorum eadem lateribus pyramidum: erit quoq; ex 11 quinti proportio propoſitarum pyramidum ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata. quod eſt propoſitum.

¶CAMPANI additiones.

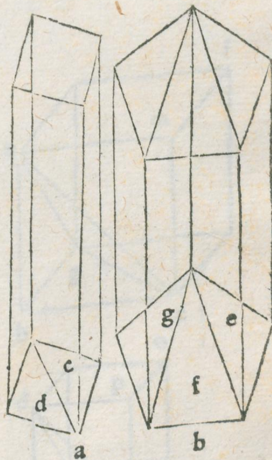
¶Q. ſi fuerint duę quælibet pyramides lateratę ſimiles: erit proportio alterius ad alteram ſicut ſui lateris ad ſibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.





¶Sint duæ lateratæ pyramides quarum coni a & b, ſimiles: ſintq; ſuper baſes pentagonas quæ ſunt c d e f g, h k l m n. Dico ꝙ proportio earũ: eſt ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata. Conſtat enim ex diffinitione ſimiliũ ſuperficierum & corporum: ꝙ pentagoni qui ſunt baſes propoſitarum pyramidum/ ſibi adinuicem/ cũctiq; relatiui trianguli ipſas ambientes ſibi inuicem/ ſunt ſimiles. Diuidantur itaq; baſes ambarum in triangulos ſimiles & numero æquales prout 18 ſexti proponit eſſe poſſibile: protractis in hac quidem lineis c e & c f, in illa vero h l & h m. Dico igitur iſtas pyramides eſſe diuiſas in pyramides triangulas ſimiles & numero æquales. Conferantur enim adinuicem duæ pyramides a c d e, b h k l: quarum coni ſunt a & b. Cõſtat autem ex hypotheſi/ triangulum c a d eſſe ſimilẽ triangulo b h k: & triangulum d a e triãgulo k b l. Et quia etiã ex hypotheſi angulus d eſt æqualis angulo k, & latera c d & d e continentia angulum d ſunt proportionalia lateribus h k & k l continẽtibus angulum k: erunt ex 6 ſexti duo trianguli c d e & h k l æquianguli. ideoq; per 4 ſexti erit proportio c d ad h k: ſicut c e ad h l. Cũq; ex hypotheſi ſit proportio c a ad h b, & etiam a e ad b l, ſicut c d ad h k: erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, ſicut c e ad h l. Igitur ex 5 ſexti & diffinitione ſimilium ſuperficierum: triangulus c a e erit ſimilis triangulo h b l. Manifeſtũ eſt itaq; ex diffinitione ſimiliũ corporum: ꝙ pyramis a c d e eſt ſimilis pyramidi b h k l, ſimiliter quoq; conſtat pyramidem a c e f eſſe ſimilem pyramidi b h l m: & pyramidẽ a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidem b h k l eſt ſicut lateris c d ad latus h k triplicata/ etiam pyramidis a c e f ad pyramidem b h l m ſicut e f ad l m triplicata/ ac etiam pryamidis a c f g ad pyramidem b h m n ſicut c g ad h n triplicata: cum ſit ex hypotheſi proportio e f ad l m, & c g ad h n, ſicut c d ad h k, ſequiť ex 13 quinti vt proportio totalium pyramidum a & b ſit ſicut vnius harum partialium ad aliam vnam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti conſtat verum eſſe quod diximus.

¶Omnes colũnæ lateratæ æque altæ: ſuis baſibus ſunt proportionales.



¶Verum eſt quod dicitur: ſuper qualeſcũq; baſes polygonias ſint colũnę. Columnas autem lateratas: vocamus ſolida corpora laterata quorum baſes & ſuperficies ſupremæ ſunt ſimiles & æquales/ cunctæ vero reliquæ ſuperficies ipſa ſolida circunſtãtes ſunt æquidiſtantium laterum. Talium autem ſolidorum prima ſpecies eſt ſeratile: quãdo ſuper vnã ſuarum trilaterarum ſuperficierum intelligitur eſſe ſtatutum. ſecunda vero ſpẽs eſt colũna: cuius baſis ſit quadrilatera quã ex duobus ſeratilibus neceſſe eſt eſſe compoſitã, & tertia eſt cuius baſis eſt pentagona: & ipſa ex tribus ſeratilibus perficitur. Simpliciter autem dico ꝙ omnis laterata colũna in tot corpora ſeratilia poteſt diſtingui: in quot triangulos ſua baſis. Intelligantur itaq; duæ colũnæ lateratæ a & b, conſtitutæ ſuper duas baſes a & b: æquę altæ. dico ꝙ proportio colũnarum a & b: eſt ſicut baſiũ a & b. Diſtinguantur nãq; hæ baſes in triangulos: & hæ colũnæ in ſeratilia. baſis quidem a quæ ponatur eſſe quadrangula/ in duos trigonos ſcilicet c & d: & colũna a, in duo ſeratilia c & d. baſis vero quæ ſit pentagona/ diſtinguatur in tres trigonos e, f, g: & colũna b, in tria ſeratilia quę ſimiliter vocẽtur e, f, g. Manifeſtum eſt igitur ex ijs quę in 36 vndecimi dicta ſunt: ꝙ proportio ſeratilis c ad ſeratile e, eſt ſicut baſis c ad baſin e. & iterum ſeratilis d ad ſeratile e: ſicut baſis d ad baſin e. quare per 24 quinti erit colũnę a ad ſeratile e: ſicut baſis a ad baſin e. Eadem ratione erit colũna a ad ſeratile f: ſicut baſis a ad baſin f. At rurſus colũnæ a ad ſeratile g: ſicut baſis a ad baſin g. Igitur ex 24 quinti

quoties necesse fuerit assumpta facile concludes propositum. ¶ Constat itaq;
ex hoc: q; omnes columnæ lateratę super eandem basin vel super æquales cō-
stitutæ si fuerint æque altę/ erũt æquales. Cũ enĩ (vt proximo probatũ est) æque
altæ colũnæ lateratæ sint suis basibus proportionales/ ponantur autem bases es-
se aut eædem aut æquales: necesse est ex 24 quinti vt etiam columnæ sint æ-
quales. ¶ Constat quoq;: q; si fuerint quælibet solida parallelogramma serati-
lia & lateratæ columnæ æque alta/ ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse
necessario comprobantur. Omnia enim hæc: species sunt lateratarũ colũnarũ/
de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verũ esse quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna: tripla est ad suam pyramidem.

¶ Distinguatur basis colũnę in triangulos: & secundum numerũ triangulorum
illorum distinguatur columna in seratilia/ & pyramis columnæ in pyramides
habentes bases triangulasquę videlicet sunt bases seratilium. Cōstat itaq; vnũ
quodq; seratile ad eam pyramidem quæ super eandem basin cum ipso seratili
consistit: triplũ esse. hoc enim: demōstratũ est in sexta huius duodecimi libri.
Igitur ex 13 quinti omnia serarilia pariter accepta: ad omnes pyramides pari-
ter acceptas necesse est esse triplum. Cumq; ex omnibus seratilibus pariter ac-
ceptis columna/ et ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis colum
næ/ perficiantur: constat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales: earum ba-
ses earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si vero bases earum &
altitudines mutuæ fuerint: easdem columnas æquales esse neces-
se est.

¶ Si enim columnæ sint æquales: earum pyramides erunt æquales/ eo q; om
nis laterata columna est tripla ad suam pyramidem. Si autem pyramides fue-
rint æquales: suę bases suis altitudinibus mutuæ erunt/ quemadmodum de-
monstratum est in septima huius. Quia igitur columnarum suarũq; pyramidũ
eędē sunt bases/ & altitudines sunt eędem: cōstat prima pars propositi. ¶ Sint
igitur & altitudines propositarum columnarum lateratarũ mutuæ. Dico q; co
lumnæ erunt æquales. Cum enim eædem sint bases eædemq; altitudines colũ-
narum suarum pyramidum: erunt bases & altitudines pyramidum proposita-
rum columnarum mutuæ. Si hoc vt positum est/ verũ fuerit de columnis: erũt
quoq; pyramides æquales prout in septimo huius demonstratũ est. igitur &
& columnæ æquales: cum ipsæ triplæ sint ad suas pyramides. Quare patet se-
cunda pars eius quod propositum est.

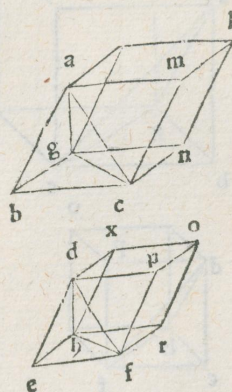
¶ Omnium duarum columnarũ lateratarũ similium est propor-
tio alterius ad alteram: tanq̃ lateris ad suum relatiuum latus pro
portio triplicata.

¶ Si columnæ fuerint similes: erunt ex diffinitione similium corporum/ bases
earum cæteræq; superficies eas ambientes/ similes. Diuidantur itaq; bases ea-
rum in triangulos similes & numero æquales/ quemadmodum 18 sexti propo
nit esse possibile: & ipsæ columnę diuidantur in seratilia super hos triangulos
existētia. Stude igitur probare seratilia vnius/ suis relatiuis seratilibus alterius
esse similia: quod facile probabis ex hypothesi & sexta & quarta & quinta se-
xti/ & ex diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corpo-
rum. Hoc autem probato/ erit ex 36 vndecimi proportio vniuscuiusq; seratilis
vnius ad suum relatiuum seratile alterius: sicut sui lateris ad latus illius pro-
portio triplicata. Et quia omnium laterum est proportio vna/ cum cuncta sera
tilia vnius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius: sequitur ex vndecima
quinti vt cunctorum seratilium vnius ad sua relatiua seratilia alterius sit pro-
portio vna. Quare per 13 quinti quę est proportio vnius seratilis ad suũ serati
le relatiuũ alterius: eadē est omniũ pariter acceptorũ ad omĩa pariter accepta
Et quia vtrobiq; omnia seratilia pariter accepta componunt columnas/ & rela-
tiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarum: necesse est ex vndecima
quinti vt proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum propor
tio triplicata. Quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema. 8. Propositio 8.

¶Similes pyramides/ triangulares bases habentes: in triplici sūt ratione eiusdem rationis laterum.

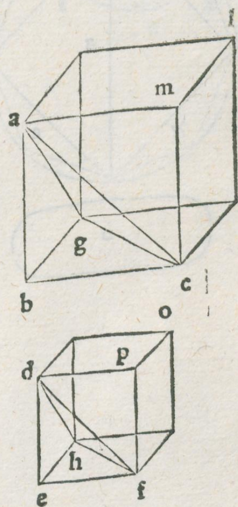
¶THEON ex Zamb. ¶Sint similes & similiter positæ pyramides: quarum bases quidem sunt a b c, d e f, triangula/ fastigia vero ipsarum sint g, h, signa. Dico q̄ a b c g pyramis ad d e f h pyramidem/ triplā habet rationē: q̄ b c ad e f. Compleantur enim b g m l, e h p o, solida parallelepipeda. Et quoniā pyramis a b c g similis est ipsi d e f h pyramidi: æqualis igitur est angulus qui sub a b c ei qui sub d e f angulo/ & qui sub g b c ei qui sub h e f, & qui sub a b g ei qui sub d e h. estq̄ sicut a b ad d e: sic est b c ad e f, & b g ad e h. Et quoniā est sicut a b ad d e sic b c ad e f, & circū æquos angulos latera sūt proportionalia: igitur b m parallelogrāmū ipsi e p simile est parallelogrāmo. & id propterea & b n, ipsi e r simile est: & b k ipsi e x. Tria igitur m b, b k, b n: tribus e p, e x, e r, sunt similia. Sed tria quidē m b, b k, b n, tribus quæ ex opposito sūt similia: & tria e p, e x, e r, ęqua & similia sunt tribus quę ex opposito. ipsa igitur b g m l, e h p o, solida parallelepipeda: sub similibus planis æque multiplicibus cōprę henduntur. Igitur b g m l: ipsi e h p o solido simile est. Similia autē solida parallelepipeda: in triplici sunt ratione eiusdē rationis laterum per 33 vndecimi. Igitur b g m l solidum ad e h p o solidum triplam habet rationem: q̄ eiusdem rationis latus b c ad eiusdem rationis latus e f. Sicut autem b g m l solidum ad e h p o solidum/ sic a b c g pyramis ad d e f h pyramida: quoniā pyramis sexta pars est solidi. ac per hoc/ & prisma dimidiū existens solidi parallelepipedi: triplum est ipsius pyramidis. & a b c g igitur pyramis ad d e f h pyramida triplam rationem habet: q̄ b c ad e f. Quod demonstrasse oportuit.



¶CORRELARIUM. ¶Ex hoc nempe est manifestum: q̄ & multangulas bases habentes similes pyramides/ adinuicem in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterum. Diuisis enim ipsis in ipsas pyramides/ triangulares bases habentes: & similia polygona basium in similia triangula diuiduntur/ & in æque multiplicia/ & eiusdem rationis totis. eritq̄ sicut in altera vna pyramis triangularem habens basin ad eam vnam basin triangularem habentem in altera pyramide: sic & omnes pyramides in altera pyramide triangulares bases habentes/ ad pyramides existentes in altera pyramide & habentes triangulares bases. Hoc est. Pyramis ipsa polygonam basin habens ad pyramida basin polygonam habentem/ & pyramis triangularem basin habens ad pyramida triangularem basin habentem: in triplici est ratione eiusdem rationis laterum. Et polygonam igitur basin habens: ad similem basin habentem/ triplam habet rationem q̄ latus ad latus.

Eucli.ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

¶Aequalium pyramidum & triangulares bases habentium: reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et pyramides/ triangulares bases habētes/ quarum reciprocæ sunt bases verticibus: sunt æquales.



¶THEON ex Zāb. ¶Sint enim æquę pyramides a b c g, d e f h: triangulares bases habentes a b c, d e f, fastigia vero g, h, signa. Dico: q̄ ipsarum a b c g, d e f h, pyramidum reciprocæ sunt bases altitudinibus. & est sicut basis a b c ad basin d e f: sic est ipsius d e f h pyramidis fastigium ad ipsius a b c g pyramis fastigium. Compleantur inq̄ ipsa b g m l, e h p o, solida parallelepipeda. Et quoniam pyramis a b c g æqualis est ipsi d e f h pyramidi/ estq̄ ipsius quidem a b c g pyramidis sexcuplū ipsum b g m l solidum / ipsius autem d e f h solidum e h o p sexcuplum est: igitur solidum b g m l, ipsi e h o p solido æquū est. Aequalium autem solidorum parallelepipedorum reciprocæ sunt bases altitudinibus p 34 vndecimi. Est igitur sicut b m basis ad e p basin: sic est ipsius e h o p solidi fastigium ad ipsius b g m l solidi fastigium. Sed sicut quidem m b basis ad e p basin: sic a b c triangulum ad d e f triangulū. Et sicut igitur per 11 quinti triangulum a b ad triangulum d e f: sic ipsius e h p o solidi altitudo ad ipsius b g m l solidi altitudinem. Sed ipsius e h p o solidi altitudo/ eadē est

1 ipsi ipsius d e f h pyramidis altitudini: & ipsius b g m l solidi altitudo / eadem
est ipsi ipsius a b c g pyramidis altitudini. Est igitur sicut a b c basis ad d e f
basin: sic ipsius d e f h pyramidis altitudo ad ipsius a b c g pyramidis altitu-
dinem. Ipsarum igit̃ a b c g, d e f h, pyramidum: reciprocæ sunt bases altitudi-
nibus. ❡Sed iã ipsarũ a b c g, d e f h, pyramidum reciprocę sint bases altitu-
dinibus: estoq́ sicut a b c basis ad d e f basin / sic ipsius d e f h pyramidis fasti-
gium ad ipsius a b c g pyramidis fastigium. Dico: ꝙ pyramis a b c g, æqualis
est ipsi d e f h pyramidi. Eisdem nãq́ dispositis / quoniam est sicut a b c basis
ad d e f basin sic est ipsius d e f h pyramidis vertex ad ipsius a b c g pyrami-
dis verticẽ / sed sicut a b c basis ad ipsã d e f basin sic b m parallelogrãmũ ad e
p parallelogrãmũ: & sicut igit̃ per 11 quinti b m parallelogrãmũ / ad e p pallelo
grãmũ sic est ipsius d e f h pyramidis fastigiũ ad ipsius a b c g pyramidis fasti
giũ. Sed ipsius quidẽ d e f h pyramidis vertex / est idẽ ipsius e h p o pallelepi-
pedi vertici: & fastigium ipsius a b c g pyramidis / idẽ est ipsius b g m l paralle
lepipedi altitudini. est igit̃ sicut b m basis ad e p basin: sic ipsius e h p o paral-
lelepipedi altitudo ad ipsius b g m l parallelepipedi altitudinem. Solida vero
parallelepipeda quorum reciprocæ sunt bases altitudinibus: sunt æqualia per
34 vndecimi. Igitur solidum parallelepipedum b g m l: ipsi e h p o solido pa-
rallelepipedo est ęquale. Estq́ ipsius quidẽ b g m l parallelepipedi / pyramis a b
c g sexta pars: ipsius autem e h p o paralleepipedi / sexta pars est pyramis d e
f h. Igitur pyramis a b c g: ipsi d e f h pyramidi est ęqualis. Aequalium igitur
pyramidum & triangulares bases habentium: reciprocæ sunt bases altitudini-
bus. Et pyramides triangulares bases habentes quarum bases verticibus sunt
reciprocæ: sunt æquales. Quod ostendendum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 9. 9

OMnis columna rotunda: pyramidi suę tripla esse cõpro-
batur.

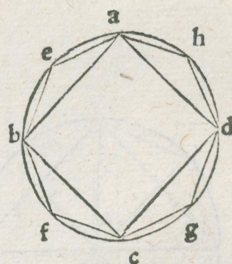
❡CAMPANVS. ❡Supra circulum a, intelligantur vna columna
& vna pyramis / secundum eandem suam altitudinem erectæ: dican
turq́ æquiuoce ipsa pyramis & columna & circulus / nomine vno scilicet a. Di
co itaq́: ꝙ columna a, est tripla ad pyramidem a. Cuius probatio est. Quia ne
q́ maior neq́ minor potest esse: q̃ tripla. Sit enim primũ (si possibile est) maior
q̃ tripla / quãtitate corporis b: ita ꝙ si b corpus dematur de columna a, erit resi
duum eius triplum ad pyramidem a. Inscribatur ergo quadratum circulo a: su
per quod erigantur duo seratilia æque alta columnæ a. de quibus duobus sera
tilibus pariter acceptis cõstat: ꝙ ipsa sunt plus medietate columnę a / quemad
modum ipsum quadratum constat esse plus medicate circuli a. si enim ex ip-
sis seratilibus perficiantur solida parallelogramma quorum ipsa sunt medieta-
tes: erit ipsa columna pars ipsorum duorum solidorum pariter acceptorũ. Dein
de super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triangulos duum æqualiũ
laterum in portionibus circuli / quarũ portionum latera quadrati sunt chor-
dę: diuisis arcubus illarum portionũ per æqualia. & sint illi trianguli c, d, e, f.
super quos etiã erige seratilia ad altitudinem colũnę a. Et manifestũ est: ꝙ hęc
seratilia sunt maius medietate portionum columnæ super portiones circuli cõ
sistentium / quemadmodum & ipsi trianguli sunt sunt maius medietate portio
num circuli. Fiat autem hoc toties: quousq́ per primã 10 cogatur aduersarius
confiteri portiones columnæ pariter acceptas esse minus corpore b. Erit igitur
columna laterata octogona quam componunt omnia seratilia pariter accepta
quorũ bases sunt trianguli diuidentes polygonium inscriptum circulo a: ma-
ius triplo pyramidis rotundæ a. Et quia ipsa laterata columna est tripla ad su-
am pyramidem sicut demonstratum est in eis quæ præmissa sunt: sequitur ex
secunda parte 10 quinti libri vt rotunda pyramis a sit minor laterata pyrami
de lateratę colũnæ cuius basis est inscriptum polygonium basi rotundæ pyra
midis a. quod est impossibile. est enim pyramis laterata: pars ipsius pyramidis
rotundæ. Non est igitur pyramis a: minus tertia parte suæ colũnę. ❡Sed nec
plus tertia. Si enim possibile est: sit pyramis a, plus tertia parte columnæ a, quã
titate corporis b. ita ꝙ detracto corpore b de pyramide a: sit residuum ipsius

pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quemadmodũ prius/ ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata sibi æque alta cuius basis sit quadratum circulo a inscriptum: quam lateratam pyramidem cõstat esse plus dimidio pyramidis rotundæ. Itẽ de residuo pyramidis a, rursus intelligantur detrahi pyramides ęque altę: statutę super triãgulos c, d, e, f, qui sunt in portionibus basis. & hoc toties fiat: vt ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inscripto polygonio superstans/ quam componunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractæ: maius tertia parte rotundę columnæ a. Et quia vt probatũ est in præcedentibus/ hæc pyramis laterata est tertia pars suæ columnæ lateratæ a: sequitur denuo ex secunda parte 10 quinti columnã rotundam a esse minorem columna laterata eiusdem altitudinis cuius basis est polygonium basi rotundæ pyramidis inscriptum. Hoc autem impossibile. nam hæc columna laterata: pars est columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non possit esse minus triplo suæ pyramidis/ neq; maius: erit necessario tripla ad eam. Quod demonstrare volumus.

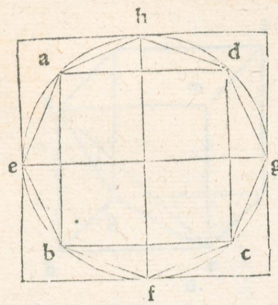
10 Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

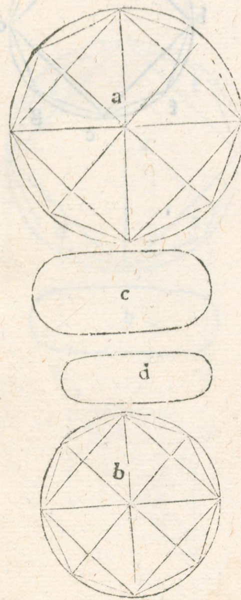
¶Omnis conus: cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium

¶THEON ex Zãb. ¶Habeat enim conus: cylindro basin eandẽ hoc est circulum a b c d, & æquale fastigium. Dico ꝙ conus/ cylindri tertia pars est: hoc est ꝙ cylindrus/ coni triplus est. Si autem cylindrus/ coni non est triplus: erit cylindrus/ cono aut maior q̃ triplus/ aut minor. Sit prius maior q̃ triplus. Et describatur per 6 quarti in circulo a b c d: quadratum a b c d. Iam quadratum a b c d: maius est q̃ dimidiũ ipsius circuli a b c d. Cõstituatur ab ipso a b c d quadrato: prisma æque altum ipsi cylindro. Iam constitutum prisma: maius est q̃ ipsius cylindri dimidium. quoniam & si ipsi circulo a b c d, quadratum circunscribamus: quadratum in ipso orbe a b c d descriptum, circunscripti dimidiũ est. & ab ipsis cõstituta sunt: æque alta solida parallelepipeda prismata. prismata igitur ipsa: adinuicem sunt sicut bases. Et prisma igitur stãs in ipso a b c d quadrato: dimidium est eius prismatis quod constituitur a quadrato ipsi circulo a b c d circũscripto. Et cylindrus: ipso prismate quod fit a quadrato circũscripto ipsi circulo a b c d, minor est. Igitur prisma a quadrato a b c d constitutũ/ ipsi cylindro ęque altũ: maius est dimidio ipsius cylindri. Secẽtur p 30 tertij ipsę a b, b c, c d, d a, circũferentię bifariã in e, f, g, h, signis: & connectantur ipsę a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. & vnũquodq; igit̃ ipsorũ a e b, b f c, c g d, d h a, triãgulorum: maius est q̃ dimidiũ eius quod circũ seipsum ipsius a b c d circuli segmenti/ sicut ante ostendimus. Constituantur ab vnoquoq; ipsorũ a e b, b f c, c g d, d h a, triangulorũ: prismata æque alta ipsi cylindro. et vnumquodq; igitur ipsorum constitutorum prismatum: maius est q̃ dimidia pars per sese ipsius segmenti circuli. quoniam si per e, f, g, h, signa parallelos ipsis a b, b c, c d, d a, ducamus/ compleamusq; quæ in ipsis a b, b c, c d, d a, parallelogramma/ & ab ipsis constituamus solida parallelepipeda ipsi cylindro æque alta: vniuscuiusq; constitutorum dimidia sunt prismata quæ in a e b, b f c, c g d, d h a, triãgulis. & sunt ipsius cylindri desectiones: minores ipsis solidis parallelepipedis constitutis. Itaq; etiam quę in a e b, b f c, c g d, d h a, triãgulis prismata: maiora sunt q̃ dimidiũ per sese cylindri segmentorũ. Dispescẽtes iã per 30 tertij relictas circũferẽtias diuidue/ & cõnectẽtes rectas lineas/ excitãtesq; ab vnoquoq; ipsorum triangulorum prismata æqualis fastigij ipsi cylindro/ & hoc semper efficiẽtes: relinquemus quasdam desectiones ipsius cylindri quæ erũt minores excessu quo excedit cylindrus triplũ coni. Reliquãtur: sintq; e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. Reliquũ igit̃ prisma cuius basis quidẽ est a e b f c g d h multangulum/ fastigiũ aũt idẽ cũ cylindro: maius est q̃ triplũ coni. Sed prisma cuius basis quidem est a e b f c g d h multangulum/ fastigiũ autẽ idẽ cum cylindro: pyramidis triplũ est cuius basis quidẽ est a e b f c g d h multangulum/ fastigium vero idẽ quod & cono. & pyramis igitur cuius basis quidem est a e b f c g d h multangulũ/ vertex autem idem qui cono: maior est cono habente basin circulum a b c d. Sed & minor. cõpręhenditur etenim ab ipso. Quod est impossibile. Non est igitur cylindrus: cono maior q̃ triplus.



¶Dico insuper: ꝙ neq; minor q̄ triplus est cylindrus cono. Si enim possibile:
sit minor q̄ triplus/ cylindrus cono. Cōuersim: conus cylindro maior est q̄ tertia
pars. Describatur iam per 6 quarti in circulo a b c d: quadratum a b c d. Igitur
quadratum a b c d: maius est q̄ dimidiū ipsius a b c d circuli. Constituatur ab
ipso a b c d quadrato/ pyramis: idē ipsi cono habens fastigiū. Igitur pyramis
constituta: maior est q̄ dimidium coni. quoniam (sicut ante ostendimus) quan-
do ipsi circulo quadratum inscribimus: quadratum a b c d, circūscripti dimi-
diū est. & si quadratis solida parallelepipeda constituamus æque alta ipsi co-
no/ quæ & prismata appellantur: erit constitutum ab ipso a b c d quadrato/ di-
midiū eius quod cōstituitur a circūscripto quadrato. adinuicē enim sunt vt ba
ses. Quare et tertia pars. Et pyramis igitur cuius basis a b c d quadratū: dimi
dium est pyramidis cōstitutæ ad quadratum ipsi orbi circūscriptū. & pyramis
constituta a circa circulū quadrato: cono quē cōprehendit maior est. Pyramis
igitur cuius basis a b c d quadratum/ fastigium autem idem quod & cono: ma-
ior est q̄ coni dimidium. Secentur per 30 tertij a b, b c, c d, d a, circūferentiæ
bifariam in e, f, g, h, signis: & connectantur a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a.
Vnūquodq; igitur ipsorum a e b, b f c, c g d, d h a, triangulorum: maius est q̄
pars dimidia per sese segmenti circuli a b c d. Constituantur nēpe ab vnoquo-
q; ipsorum a e b, b f c, c g d, d h a, triāgulorum: pyramides idem ipsi cono ha-
bētes fastigium. & vnaquæq; igitur constitutarū pyramidū eodē modo: maior
est q̄ dimidia pars per sese segmenti ipsius coni. Secātes iam per 30 tertij reli-
ctas circūferentias diuidue/ & cōnectentes rectas lineas / & excitātes ab vno-
quoq; triangulorum pyramida idem ipsi cono fastigiū habentem/ & hoc sem-
per efficientes: relinquemus quædam coni segmenta quę erunt minora exces-
su quo excedit conus tertiam partem cylindri. Relinquantur: & sint a e, e b, b
f, f c, c g, g d, d h, h a, Reliqua igitur pyramis cuius quidem basis est a e b f c
g d h multangulum/ vertex autem idem qui cono: maior est q̄ tertia pars cylin
dri. Sed pyramis cuius basis quidē est a e b f c g d h multangulū / vertex autē
idē qui cono: tertia est pars prismatis cuius basis quidē est a e b f c g d h mul-
tangulum/ fastigium autem idem quod & cylindro. Igitur prisma cuius basis
quidem est a e b f c g d h multāgulū/ fastigiū autem idem ipsi cylindro: maius
est cylindro cuius quidem basis est circulus a b c d. Sed & minus. comprehen-
ditur nāq; ab eo, quod est impossibile. Cylindrus igitur: cono minor non est q̄
triplus. Patuit autem: ꝙ neq; maior q̄ triplus. triplus igitur est cylindrus co-
ni. Quare conus: cylindri tertia pars est. Omnis igit̄ conus: cylindri tertia pars
est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium. Quod fuerat ostenden-
dum.





Eucli. ex Camp. Propositio 10. 10

OMnium duarum rotundarum pyramidum similium/ co
lumnarumve rotundarum similium est proportio alteri
us ad alteram: tanq̄ diametri suæ basis ad diametrum
basis alterius proportio triplicata.

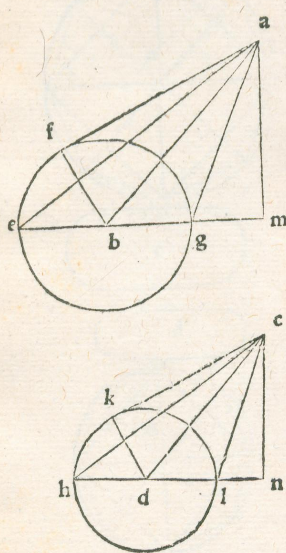
¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a & b, super quos constituantur duæ rotū
dę pyramides similes/ duęq; columnę rotundę similes: & dicantur circuli & py
ramides & columnæ & diametri circulorum: his nominibus a & b æquiuoce.
Dico itaq; ꝙ proportio duarum pyramidum a & b, duarūq; columnarū a & b:
est sicut duarum diametrorum a & b proportio triplicata. Hoc autem si de py
ramidibus cōstiterit: de columnis quoq; constabit ex 15 quinti / cum omnis co
lumna rotunda sit ex præmissa/ tripla ad suam pyramidem. De pyramidibus
autem constabit hac demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per cō
munem scientiam positam in principio secundæ demonstrationis huius 12 li-
bri/ quę proportio diametri a ad diametrum b triplicata: eadem pyramidis a
ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c: de quo dico ꝙ ipsum non potest es
se minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus (si fuerit possibile) quantita
te corporis d: ita ꝙ duo corpora c & d pariter accepta sint quātum pyramis b.
Itaq; quem admodum in secunda parte præmissæ / ex pyramide b detrahatur
laterata pyramis sibi æque alta/ cuius basis sit quadratum inscriptum circulo

b:et ex residuo eius detrahantur pyramides eiusdem altitudinis cõsistentes su
per trigonos portionum circuli b. fiat itaq; hoc toties: quousq; cogente prima
10/sit residuum pyramidis b minus corpore d. eritq; ex communi scientia/la=
terata pyramis detracta quam componunt partiales pyramides detractæ: ma=
ius corpore c. Inscribatur itaq; circulo a, polygonium simile illi: quod est basis
lateratæ pyramidis detractæ a pyramide b. & ad angulos huius polygonij in=
scripti circulo a, demitte lineas a cono pyramidis a: perficiens super illud poly
gonium/lateratam pyramidem æque altam rotundę pyramidi a. Hanc igitur
studeas demonstrare esse similem lateratę pyramidi detractæ a rotunda pyra=
mide b: quod hoc modo facies. In vtraq; pyramide eriges axẽ ipsius qui erit
ex diffinitione linea continuans verticem pyramidis cum centro basis: & erit
perpendicularis ad basin. de hinc a centris basium/protrahas in vtroq; circulo
semidiametros: ad omnes angulos vtriusq; polygonij inscripti. Cũq; ex diffini
tione similium pyramidum rotundarum sit proportio axis vnius ad axem alte
rius sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius/ ideo etiam ex 15
quinti & æqua proportionalitate sicut semidiametri ad semidiametrũ/ sint aũt
vtrobiq; omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti: necesse
est ex sexta propositione sexti libri & quarta eiusdem & diffinitione similiũ su=
perficierum & similium corporum diffinitione/ vt laterata pyramis a sit simi=
lis lateratæ pyramidi b. quare per additam ad 8 huius/ proportio lateratæ py=
ramidis a ad lateratam b: est sicut lateris vnius ad suum relatiuum latus alteri
us proportio triplicata. ideoq; & sicut diametri a : ad diametrum b triplicata.
igitur quoq; sicut rotundæ pyramidis a : ad corpus c ex 11 quinti. quare per=
mutatim proportio lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidẽ a : sicut late
ratę pyramidis b ad corpus c . Et quia laterata pyramis b, maior est corpore c:
erit laterata pyramis a, maior rotunda pyramide a. Quod est impossibile: cum
sit pars eius. Nõ est ergo corpus c: minus rotunda pyramide b. Restat itaq; pro
bandum : ꝙ nec maius. Si enim aduersarius dicat ipsum esse maius: tũc argua
tur ex conuersa proportionalitate proportionem diametri b ad diametrum a tri
plicatam esse/ sicut corporis c ad rotũdam pyramidem a. Sed ex conceptione/
eadem est rotundę pyramidis b: ad aliquod corpus aliud quod sit d. Et quia ex
hypothesi corpus c maius est rotunda pyramide b: sequitur ex 14 quinti ꝙ ro
tunda pyramis a sit maior corpore d. Itaq; proportio rotundæ pyramidis b ad
corpus quod est minus rotunda pyramide a, videlicet ad d: est sicut suæ dia=
metri b ad diametrum alterius proportio triplicata. Hoc autẽ est impossibile.
Nam ex hoc demonstrauimus sequi: ꝙ pars sit maior suo toto. Cum ergo cor=
pus c non possit minus esse neq; maius rotunda pyramide b: erit necessario si=
bi æquale. ideoq; ex secunda parte 7 quinti constat propositum.

¶CAMPANI annotatio. ¶Non lateat autẽ nos: huius demonstrationis
processum ad eas dũtaxat columnas & pyramides rotundas coartari/quarum
axes suis basibus perpendiculariter insistunt. tales enĩ; diffinitæ fuerunt in prin
cipio; vndecimi. Cum tamen passio hic demonstrata/ cõmuniter conueniat om
nibus columnis rotundis similibus pyramidibusq; rotundis similibus siue earũ
axes super bases suas fuerint orthogonaliter erectæ siue super eas fuerint incli
natæ(& appellentur differentię causa hæ rotundæ columnæ & pyramides qua
rum basibus axes orthogonaliter superstant erectæ: reliquæ vero dicantur incli
natæ)& quia in principio 11 non sunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotun
dæ nisi illæ tantum quas erectas vocamus/ hæ quidem per motum parallelo=
grammi rectanguli/ illæ vero per motum trigoni rectanguli : ideo conueniens
arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus cõmuni
ter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatis columnis & pyramidibus
rotundis. Cum igitur extra superficiẽ alicuius circuli descripti/ signatur punctus
qui cum circũferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur: si linea ipsa
signato puncto manente fixo descripto circulo quousq; ad locum vnde moueri
incœperit circũducatur/ corpus quod a curua superficie quam motu suo descri
bit hæc linea/& ab ipso circulo cui circunducitur continetur/ voco pyramidem
rotundam. Et circulum cui linea hæc circũducitur: voco basin ipsius pyrami=
dis. Fixum autem punctũ extra circuli superficiem signatum: voco conum py=

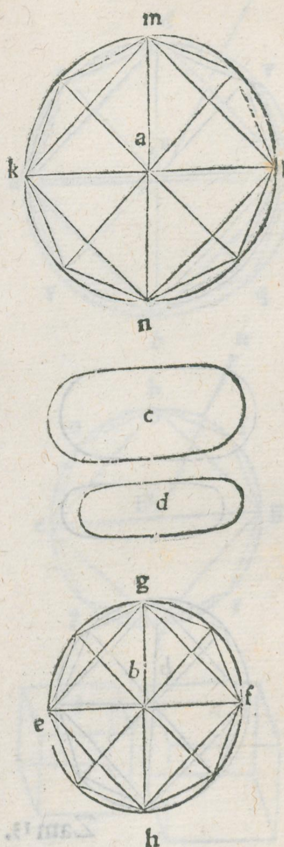
ramidis. Lineamq; rectã continuantem centrum baſis cum cono pyramidis:
appello axem ſeu ſagittam pyramidis. Cumq; hæc ſagitta fuerit perpendicula-
ris ad baſin: dico pyramidem eſſe erectam. Cum vero inclinata: dico eſſe py-
ramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli æquales deſcripti in ſu-
perficiebus æquidiſtantibus/quos vna plana ſuperficies per eorum centra trãſe-
iens ſecuerit/ fuerintq; continuatæ per lineam rectam duæ relatiuæ ſectiones
duarum circũferentiarum ipſorum circulorum: ſi linea hæc in circũferentijs ip-
ſorum circulorum æquidiſtanter ſitui a quo moueri incœperit quouſq; ad locũ
ſuum redeat circũducatur/corpus quod a curua ſuperficie quam motu ſuo de-
ſcribit hæc linea & a duobus propoſitis circulis continetur / voco columnam
rotundam. Cuius axis ſiue ſagitta: eſt linea recta/ centra duorum circulorum cõ-
tinuans. Et cum hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad ſuperficiem vtriuſq; duo-
rum circulorum: dico columnam eſſe erectam. Cum vero fuerit ſuper baſin in-
clinata: dico columnam eſſe inclinatam. Cumq; fuerint duæ rotundæ pyrami-
des aut columnæ (a quarum axibus egrediantur duæ ſuperficies ſuper baſes ea-
rum orthogonaliter erectæ) fuerintq; anguli (quos axes & communes ſectio-
nes harum ſuperficierum & baſium continent) adinuicẽ æquales/& fuerit pro-
portio axis vnius ad axem alterius ſicut ſemidiametri baſis vnius ad ſemidia-
metrum baſis alterius: tunc illas duas pyramides adinuicem/aut illas duas co-
lumnas adinuicem/dico ſimiles eſſe. His diffinitionibus poſitis/ demonſtran-
dum eſt: q; omnium duarum rotũdarum pyramidum ſimilium/ columnarum-
ve rotundarum ſimilium/ſiue erectæ ſiue inclinatæ fuerint/ eſt proportio vnius
ad alteram ſicut diametri baſis vnius ad diametrum baſis alterius proportio
triplicata. Quod de ſolis erectis demõſtratum eſt. Ad hoc autem pręmittimus
antecedens neceſſarium.

¶ Si fuerint duæ rotundę pyramides adinuicem ſimiles quarum
vtranq; duæ planæ ſuperficies ſuper axem ſecent / fuerintq; harũ
duarum ſuperficierum altera in vtraq; pyramide ſuper baſin eius
orthogonaliter erecta / et arcus baſium inter illas duas ſuperfici-
es contenti ſimiles: erunt anguli quos axes & duæ communes ſe-
ctiones baſium & earum ſuperficierum quæ ſuper baſes non po-
nuntur orthogonaliter erectæ continent / adinuicem æquales.



¶ Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarum baſes ſunt circuli e f g & h
k l, & axes duæ lineę a b & c d, & diametri baſium e g & h l, centra baſium ſunt
duo puncta b & d, coni pyramidum a & c: ſimiles adinuicem. & ab earum co-
nis ad ſuperficiem baſium protrahantur vt docet 11 vndecimi libri duæ perpẽ-
diculares quæ ſunt a m & c n: & cõtinuentur puncta m & n cũ centris baſium/
protractis lineis b m & d n. eritq; ex 18 vndecimi ſuperficies a b m quæ egre-
ditur ab axe a b: erecta ſuper baſin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem mo-
do ſuperficies c d n, quæ egreditur ab axe c d : erit erecta ſuper baſin pyrami-
dis c d orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus f g & k l: ſimiles. & intelligãtur duę
ſuperficies a b f, c d k, egredi ab axibus: & ſecare pyramides a b & c d ſimiles.
Dico igitur duos angulos a b f, c d k: eſſe adinuicem æquales. Protrahantur enĩ
duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d ſunt ſimiles/& duæ
ſuperficies a b m, c d n, ſtantes orthogonaliter ſuper baſes/ egrediũtur ab ea-
rum axibus: erit ex diffinitione ſimilium pyramidum / angulus a b m æqua-
les angulo c d n. Et quia ex diffinitione lineæ ſupra ſuperficiem perpendicula-
riter erectæ/ vterq; duorum angulorum a m b, c n d, eſt rectus: erunt ex 32 pri-
mi & 4 ſexti/ duo primi trianguli a b m & c d n, laterũ proportionaliũ. Vt pro-
portio lineæ a b ad lineam c d: ſicut b m ad d n, & ſicut a m ad c n. Et quia ex
diffinitione ſimilium pyramidum/ proportio axis a b ad axem c d eſt ſicut ſe-
midiametri b f ad ſemidiametrũ d k: erit ex 11 quinti/ proportio b f ad d k ſicut
b m ad d n. Cũq; ſint duo anguli f b m & k d n æquales/ eo q; duo arcus f g &
k l ſunt ſimiles ex hypotheſi: erit ex ſexta & quarta ſexti/ proportio f m ad k n,
ſicut b m ad d n. ideoq; ſicut a m ad c n. Et quia iterum ex diffinitione lineæ
ſuper ſuperficiem perpendiculariter erectæ vterq; duorum angulorum, a m f, c

nk, est rectus: erit ex 6 & 4 sexti / proportio a f ad c k, sicut a m ad c n. ideo per 11 quiti / sicut a b ad c d. & sicut b f ad d k. Igitur ex 5 sexti / duo anguli a b f & c d k: sunt adinuicē æquales. Quod est propositum. ¶Idē probabis leuiter de rotundis columnis similibus. Hoc itaq; demonstrato / dico ꝙ omniū duarū rotundarum pyramidū similiū quæcūq; fuerint siue erectæ siue inclinatæ / est proportio vnius earum ad alteram: sicut diametri suæ basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim vt prius duæ rotundæ pyramides a & b. quarum bases sunt circuli a & b: & horum circulorum diametri sint etiam a & b. sitq; proportio pyramidis a ad corpus c: sicut diametri a ad diametrum b proportio triplicata. Non erit igitur corpus c: minus neq; maius rotūda pyramide b. Sit enim primo (si possibile est) minus / quantitate corporis d: ita ꝙ duo corpora c & d pariter accepta sint quantum rotunda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat superficies quæ sit orthogonaliter erecta super circulum b: sitq; communis sectio huius superficiei & circuli b, linea e f transiēs per centrum b, quæ erit diameter circuli b. & protrahatur in circulo b, alia diameter secans hanc orthogonaliter: quæ sit g h. sicq; inscribatur circulo b: quadratum e g f h. & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis / cuius basis est quadratum circulo b inscriptum: quæ (vt probatum est supra) maius erit dimidio rotundæ pyramidis. et ex residuo eius detrahātur pyramides eiusdem altitudinis: consistentes super trigonos portionum circuli b. fiatq; hoc totiens: quousq; residuum rotundę pyramidis b sit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq; ex conceptione / laterata pyramis detracta quam componūt lateratæ partiales pyramides detractæ: maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, superficies alia quæ sit orthogonaliter erecta super circulum a: & sit communis sectio huius superficiei & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a. protrahatur autem in circulo a, alia diameter secans hanc orthogonaliter: quæ sit m n. sicq; inscribatur in circulo a, quadratum k m l n. & diuidendo arcus portionum circuli a per ęqualia: perficiatur in circulo a, polygonium simile illi quod est inscriptū circulo b. & ad singulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a: perficiēs super illud polygonium lateratā pyramidē æque altā pyramidi a. Hanc autē lateratā pyramidē: probabis esse similē lateratæ pyramidi detractæ a rotunda pyramide b. quod hoc modo facies. Duces axes cogitatione vel actu vtriusq; in vtrisq; pyramidibus a & b: & a centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorū polygoniorū. Eruntq; ex præmisso antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum singulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij sibi inscripti: ęquales suis relatiuis angulis quos cōtinet axis pyramidis b, cū singulis lineis ductis a centro circuli b, ad āgulos polygonij sibi inscripi. Et quia ex diffinitione rotūdarū pyramidū similiū / proportio axis pyramidis a ad axē pyramidis b, est sicut semidiametri circuli a ad semidiametrū circuli b: sequit̄ ex sexta & quarta sexti & diffinitionibus similiū sup̄ficierū & similiū corporū ꝙ duæ lateratæ pyramides a & b sint similes. Cætera argue sicut prius in decima. Constat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus similibus: ꝙ ꝓportio earū sit sicut diametrorū suarū basiū triplicata. Et quia omnis colūna rotūda est tripla ad suā pyramidē (hoc ei sufficiēter est demōstratū siue colūnę & suę pyramides fuerint erectę siue īclinatę) sequit̄ ex 15 quiti vt etiā q̄rūlibet colūnarū rotūdarū similiū sit ꝓportio sicut suarū diametrorū triplicata.

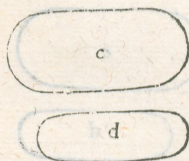


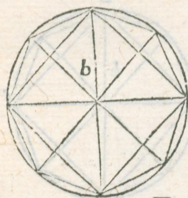
Euclides ex Camp. Propositio 11.

11 OMnes duas rotundas pyramides siue columnas / æque altas: suis basibus proportionales esse necesse est.

¶CAMP. ¶Supra duos circulos a & b, statuātur vt prius duę rotūdę pyramides ęque altę quę dicantur similiter a & b: & duę rotundæ colūnę ęque altæ eisdem literis ascriptæ a & b. Dico itaq; ꝙ proportio duarum pyramidum a & b, duarumq; columnarum a & b: est sicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifestum erit: si hoc prius de pyramidibus demonstrabitur, omnis enim rotunda columna: tripla est ad suam pyramidem. De py-

ramidibus autem constabit indirecta demonstratione:hoc modo. Est enim ex
communi sciẽtia/proportio rotundę pyramidis a ad aliquod corpus:sicut cir-
culi a ad circulũ b. illud corpus sit c. Dico itaq; q corpus c:nõ potest esse ma-
ius neq; minus rotũda pyramide b. Sit enĩ primo:minus/quãtitate corporis d.
Igitur circulo b inscribatur quadratum . & detrahatur a rotunda pyramide b,
pyramis latetata: cuius sit basis quadratum circulo b inscriptum.& ex portio-
nibus pyramidalibus detrahantur pyramides super trigonos portionũ circuli
consistẽtes.fiatq; hoc totiens:quousq; sit ex pyramide b,residuum minus cor-
pore d.eritq; laterata pyramis detracta/ quam componunt partiales pyrami-
des detractę:maior corpore c.Inscribatur ergo circulo a,polygonium simile il-
li polygonio quod est basis lateratæ pyramidis b:& perficiatur super ipsum py
ramis laterata ductis lineis a vertice pyramidis lateratæ a,ad angulos polygo
nij inscripti.Eruntq; duæ lateratæ pyramides a & b:æque altæ . Hoc enim est
propositum de rotundis. Quare proportio lateratæ pyramidis a ad lateratam
pyramidem b:est sicut basis eius ad basin illius / videlicet sicut polygonij a ad
polygonium b.Hoc enim demonstratũ est in sexta huius.At vero polygonij a
ad polygonium b:est sicut circuli a ad circulũ b . quod manifestũ est ex prima
& secunda huius .Itaq; lateratæ pyramidis a ad lateratam pyramidem b:sicut
rotundæ pyramidis a ad corpus c.quare permutatim lateratæ pyramidis a ad
rotundam pyramidem a:sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cũq; sit late-
rata pyramis b maior corpore c : sequitur lateratam pyramidem a esse maiorẽ
rotunda pyramide a.Hoc autẽ impossibile.est enim pars eius . Non erit ergo
corpus c: minus rotunda pyramide b. ¶Si vero ponat aduersarius q sit ma
ius:demonstrabimus rursum idem impossibile consequi.Erit enim per cõuer-
sam proportionalitatem proportio corporis c ad rotundam pyramidem a:sicut
circuli b ad circulum a.Sit quoq; eadem rotundæ pyramidis b:ad aliquod cor
pus quod sit d.Cum igitur corpus c sit maius rotunda pyramide b per hypo-
thesin:erit ex 14 quinti rotunda pyramis a maior corpore d . Itaq; proportio
circuli b ad circulum a:erit sicut rotundæ pyramidis b ad quoddam corpus mi
nus rotũda pyramide a.Sed hoc demonstratum est prius: esse impossibile. sic
enim sequitur:q pars sit maior suo toto. Non est igitur corpus c , neq; minus
neq; maius rotunda pyramide b:sed tantum æquale.Itaq; ex secunda parte 7
quinti conclude propositum. ¶Vt autẽ facilius inconcussiusq; demonstraretur
quod sequitur:ad ipsam est antecedens vtile præmittendum.quod est





Zam 13.

¶Si superficies quædam rotundam colũnam æquidistanter basi
eius secuerit:erunt duo partialia corpora quæ ad illam secantẽ su-
perficiem terminantur/portionibus axis colũnæ proportionalia.

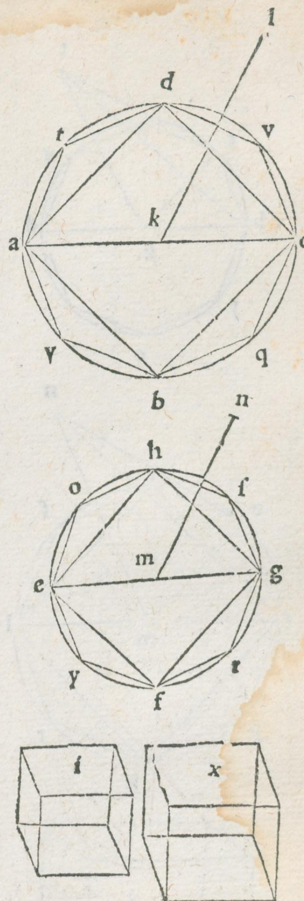
¶Simile est hoc:ei quod proposuit 25 vndecimi libri de solidis parallelogrã-
mis.Nec solum verum est hoc de columnis rotundis:immo simpliciter de om
nibus columnis siue lateratæ fuerint siue rotundæ. Qz qui argumentationẽ pri
mę sexti vel 25 vndecimi firmiter tenuerit: facile demonstrare poterit.hic eni:
non aliter q̃ ibi ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis quæ posita est in
procemio quinti libri/arguendum est propositum. Attendere autem oportet/q
quæcũq; superficies secat colũnam æquidistanter basi ipsius : secat etiam eam
æquidistanter superficiei basis eius oppositæ.nam quæcũq; superficies vni su-
perficiei sunt ęquidistãtes:ipsę quoq; sunt ęqdistãtes adinuicẽ/ vt ex his q̃ di-
cta sunt ex 17 vndecimi didicisti. Quare manifestũ est: q omnes rotundæ co-
lũnę quarũ sunt bases æquales:altitudinibus suis sunt proportionales. Idẽ quo
q; de lateratis. Idem quoq; de pyramidibus rotundis:& etiã de lateratis.quod
de pyramidibus constabit:si prius de columnis probetur. Est enim omnis co-
lumna:tripla ad suam pyramidem.rotunda quidẽ:ex nona huius:laterata ve
ro:ex ijs quæ supra in octaua demonstrata sunt.

Eucli.ex Zamb. Theorema 11. Propositio 11.

Camp 11.

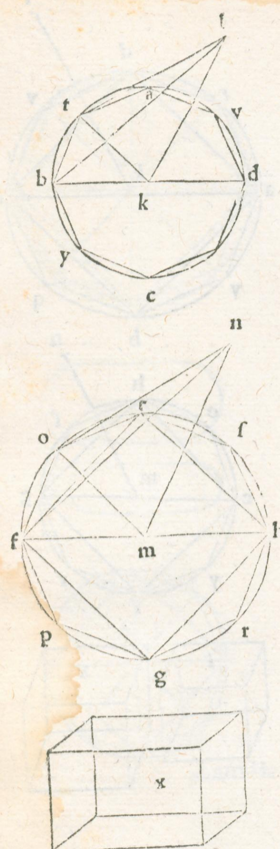
¶Sub eodem fastigio existentes coni & cylindri: adinuicem sese 11
habent sicut bases.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint sub eadem altitudine coni & cylindri: quorum bases quidem sunt a b c d, e f g h, circuli/axes autem sint k l, m n, dimetientes vero basium sint a c, e g. Dico ꝙ est sicut a b c d circulus ad e f g h circulum: sic est a l conus ad conum e n. Si autem non est sicut a b c d circulus ad e f g h circulũ, sic a l conus ad e n conũ: erit sicut a b c d circulus ad e f g h circulum, sic a l conus ad aliquod solidum minus ipso e n/cono vel ad maius. Sit prius ad minus: hoc est ad x. Et quo minus est x solidũ ipso e n cono: ei æquum esto i solidum. igitur conus e n: æquus est ipsis i, x, solidis. Describatur per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. quadratum igitur: maius est q̃ dimidium circuli. Excitetur ab ipso e f g h quadrato: pyramis æquæ alta ipsi cono. Igitur ipsa pyramis excitata: maior est q̃ dimidium ipsius coni. quoniã si circũscribamus ipsi orbi quadratũ/ & ab ipso excitemus pyramida cono ęque altam: inscripta pyramis dimidium est circũscriptæ. adinuicem enim sunt sicut bases. Conus autem: minor est pyramide circũscripta. Pyramis igitur cuius basis est e f g h quadratum/vertex autem idem ipsi cono: maior est q̃ dimidium coni. Secentur per 30 tertij e f, f g, g h, h e, circũferentiæ diuidue in signis o, p, r, s: connectanturq; ipsæ h o, o e, e p, p f, f r, r g, g s, s h. Vnũquodq; igitur ipsorum h o e, e p f, f r g, g s h, triãgulorum: maius est q̃ dimidium per sese segmenti ipsius circuli. Excitetur ab vnoquoq; ipsorum h o e, e p f, f r g, g s h, triangulorum: pyramis æque alta ipsi cono. Vnaquæq; igitur excitatarum pyramidum: maior est q̃ dimidia pars per sese segmenti coni. Secantes igitur per 30 tertij reliquas circũferentias diuidue/ connectentesq; rectas lineas/ & excitantes ab vnoquoq; triangulorum pyramides ipsi ęque altas cono/ & hoc semper fiat: relinquemus quasdam coni defectiones quæ erunt minores ipso i solido. Relinquãtur: sintq; in h o e, e p f, f r g, g s h. Reliqua igitur pyramis cuius basis quidem est h o e p f r g s multangulum/ fastigium idem quod cono: maior est ipso x solido. Inscribatur & in circulo a b c d, ipsi h o e p f r g s multangulo simile & similiter positum multangulum d t a y b q c v: exciteturq; ab ipso pyramis æque alta ipsi a l cono. Quoniam igitur est sicut quod est a c ad id quod ex e g sic d t a y b q c v multangulum ad id quod sub h o e p f r g s multangulum/ sicut autem quod ex a c ad id quod ex e g sic a b c d orbis ad e f g h orbẽ: et sicut igitur per 11 quinti a b c d orbis ad e f g h orbem/ sic d t a y b q c v multangulũ ad h o e p f r g s multangulũ. Sicut autem a b c d orbis ad e f g h orbẽ: sic a l conus ad x solidum. Sicut autem d t a y b q c v multangulum ad h o e p f r g s multangulum: sic pyramis cuius basis est d t a y b q c v multangulum/ vertex autẽ l signũ/ ad pyramida cuius basis quidẽ est h o e p f r g s multãgulum/ fastigiũ autẽ n signum. Et sicut igitur per 11 quinti a l conus ad x solidum: sic pyramis cuius basis quidem d t a y b q c v multangulũ/ vertex autem l signum/ ad pyramida cuius basis quidẽ est h o e p f r g s multãgulũ / vertex autem n signum. Vicissim igitur per 16 quinti est sicut a l conus ad eam quę in se ipso pyramida: sic x solidum ad eam quæ in e n cono pyramida. Maior autẽ est a l conus: ea quę in se ipso pyramide. maius igitur est & x solidum: ea quæ in e n cono pyramide. sed & minus. quod absurdum est. Nõ igitur est sicut a b c d circulus ad e f g h circulum: sic a l conus ad aliquod solidum minus ipso e n cono. Similiter iã demõstrabimus: ꝙ neq; sicut e f g h orbis ad a b c d orbẽ/ sic e n conus ad solidum aliquod maius ipso a l cono. ¶Dico iam ꝙ neq; est sicut a b c d orbis ad e f g h orbem: sic conus a l ad aliquod solidum maius ipso e n cono. Si enĩ possibile: esto ad maius x. Conuersim igitur est sicut e f g h orbis ad a b c d orbẽ: sic est x solidum ad a l conũ. Sed sicut x solidũ ad a l conũ: sic est e n conus ad aliqđ solidũ minus ipso a l cono. Et sicut igitur per 11 quinti e f g h circulus ad a b c d circulũ: sic conus e n ad aliquod solidum minus ipso a l cono. quod absursũ esse patuit. Nõ est igitur a b c d orbis ad e f g h orbẽ: sic a l conus ad solidũ aliquod maius ipso e n cono. Patuit autem ꝙ neq; ad minus. Est igitur sicut a b c d orbis ad e f g h orbẽ: sic a l conus ad e n conum. Sed sicut conus ad conũ: sic cylindrus ad cylindrũ. triplus enĩ: est alter alterius. Et sicut igitur per 11 quinti a b c d orbis ad e f g h orbẽ: sic qui in ipsis cylindri æquæ alti ad conos. Sub eodẽ igitur fastigio subsistentes coni & cylindri: se adinuicem habent sicut bases. Quod erat ostendendum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio. 12.

¶Similes coni & cylindri: ad ſe inuicem in tripla ſunt ratione ſi- 12
cut dimetientium ad baſes.

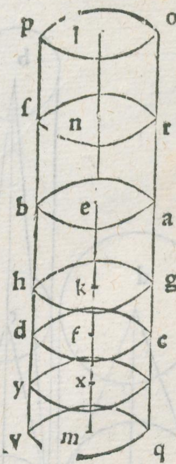


¶THEON ex Zamb. ¶Sint ſimiles coni & cylindri: quorum baſes quidem
a b c d, e f g h, orbes/ dimetiētes vero baſiū ſint b d, f h, & axes conorū ſiue cy
lindrorū ſint k l, m n. Dico ꝙ conus cuius baſis quidem eſt a b c d circulus/ fa
ſtigiū autē l ſignū: ad conū cuius quidē baſis eſt e f g h, vertex autē n ſignum/
triplā habet rationē q̃ b d ad f h. Si autē a b c d l conus ad e f g h n conū triplā
rationem non habet q̃ b d ad f h: habebit conus a b c d l vel ad ſolidū aliquod
minus ipſo e f g h n cono triplā rationē/ vel ad maius. Habeat prius ad mi-
nus x. Deſcribaturq; per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. Igitur e
f g h quadratū: maius eſt q̃ dimidiū circuli e f g h. Excitetur ab ipſo e f g h qua-
drato: pyramis ęque alta ipſi cono. Igitur pyramis excitata: maior eſt q̃ dimi
dia pars coni. Secentur iā per 30 tertij ipſæ e f, f g, g h, h e, circūferentiæ diui
due/ in o, p, r, ſ, ſignis: cōnectāturq; e o, o f, f p, p g, g r, r h, h ſ, ſ e. Vnūquod
q; igitur ipſorū e o f, f p g, g r h, h ſ e, triāgulorū: maius eſt q̃ dimidia pars p
ſeſe ſegmēti circuli e f g h. Cōſtituatur ab vnoquoq; ipſorū e o f, f p g, g r h, h
ſ e, triangulorū: pyramis idē habēs faſtigiū ipſi cono. vnaquæq; igitur ipſarū
excitatarū pyramidū: maior eſt q̃ dimidiū per ſeſe ſegmēti circuli. Secātes igi-
tur per 30 tertij relictas circūferentias diuidue/ & connectētes rectas lineas/ ex-
citanteſq; ab vnoquoq; triāgulorū pyramides faſtigiū ipſi cono habētes idē/
& hoc ſemper efficientes: relinquemus quaſdā coni deſectiones quæ erūt mi-
nores exceſſu quo excedit e f g h n conus ipſum x ſolidum. relinquātur: & ſint
in e o, o f, f p, p g, g r, r h, h ſ, ſ e. reliqua igitur pyramis cuius baſis quidē eſt
e o f p g r h ſ multāgulum/ vertex autē n ſignū: maior eſt ipſo x ſolido. Deſcri-
batur in circulo a b c d: ipſi e o f p g r h ſ multangulo ſimile ſimiliterq; poſitū
multāgulū a t b y c q d v. & excitetur ab ipſo pyramis: idē habēs ipſi cono fa-
ſtigiū. Et cōprehēdentiū pyramida cuius baſis quidē eſt a t b y c q d v multan-
gulū/ vertex autē l ſignū: vnū triangulū eſto l b t. cōprehendētiū autē pyrami-
da cuius baſis quidē eſt e o f p g r h ſ multāgulū/ faſtigiū autē n ſignū: vnū triā
gulū eſto n f o. & cōnectatur k t, m o. Et quoniā a b c d l conus ſimilis eſt ipſi e
f g h n cono: eſt igitur per 20 vndecimi diffinitionē ſicut b d ad f h, ſic k l axis
ad m n axē. Sicut autē b d ad f h: ſic per 15 quinti b k ad f m. & ſicut igitur per
11 quinti b k ad f m: ſic k l ad m n. & viciſſim per 16 quinti ſicut b k ad k l: ſic f
m ad m n. Et circū æquos angulos b k l, f m n: latera ſunt poroportionalia. Igi-
tur per 1 ſexti diffinitionē triāgulū b k l: ſimile eſt ipſi f m n triangulo. Rurſus
quoniā eſt ſicut b k ad k t ſic f m ad m o, & circū æquos angulos b k t, f m o,
quoniā qualis pars eſt angulus b k t eorū qui ad k centrū quatuor rectorū: ta-
lis pars eſt & angulus f m o eorū qui ad in cētrū quatuor rectorū/ quoniā igi-
tur circū æquos angulos latera ſunt proportionalia: igitur triangulū b k t ſimi
le eſt ipſi f m o triangulo. Rurſus quoniā patuit ſicut b k ad k l ſic f m ad n m,
æqualis autem eſt b k ipſi k t, & f m ipſi m o: eſt igitur ſicut t k ad k l, ſic o m ad
m n. Et circū æquos angulos t k l, o m n: recta latera proportionalia. Igitur l
k t triangulū: ipſi m n o triangulo ſimile eſt. Et quoniā per 6 ſexti & propter ſi-
militudinē ipſorū l k b, n m f, triangulorum eſt ſicut l b ad b k ſic n f ad f m, &
propter ſimilitudinē ipſorū b k t, f m o, triāgulorū eſt ſicut k b ad b t ſic m f ad
f o: ex ęquali igitur per 22 quinti ſicut l b ad b t, ſic n f ad f o. Rurſus quoniā ob
ſimilitudinē ipſorū l t k, n o m, triangulorū eſt per 6 ſexti ſicut l t ad t k ſic n o
ad o m, propter autē ſimilitudinē ipſorū t k b, o m f, triangulorū eſt ſicut k t ad
t b ſic m o ad o f: ex ęquali igitur per 22 quinti ſicut l t ad t b, ſic n o ad o f. Pa
tuit autem & ſicut t b ad b l: ſic o f ad f n. ex æquali ergo per 22 quinti ſicut t l
ad l b: ſic o n ad n f. Igitur ipſorum l t b, n o f, triāgulorū: proportionalia ſunt
latera. Ipſa igitur l t b, n o f, triāgula: æquiangula ſunt. quare & ſimilia per 5
ſexti. Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt b k t triangulum/ vertex autem
l ſignum: ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt f m o triangulum/ ver-
tex autem n ſignum. ſub ſimilibus enim planis æque multiplicibus compræ-
henduntur. Similes autē pyramides/ triāgulares baſes habētes: in triplici ſunt

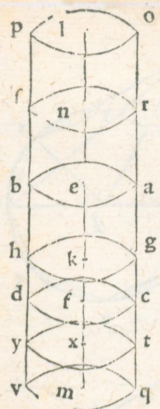
ratione eiusdem rationis laterum per 8 duodecimi. pyramis igitur b k t l : ad f
m o n pyramida/triplam rationem habet/q̃ b k ad f m. Similiter iam cōnectē
tes ab ipsis a, v, d, q, c, y, in k rectas lineas/& ab ipsis e, s, h, r, g, p, in m, exci=
tantesq; in triangulis pyramides eadem habentes fastigia ipsis conis: ostende=
mus ꝙ & vnaquæq; ipsarum eiusdem generis pyramidum ad vnāquanq; eius=
dem generis pyramida/ triplam habet rationem q̃ b k eiusdem rationis latus
ad f m eiusdem rationis latus/hoc est q̃ b d ad f h. Sed sicut vnum anteceden
tium ad vnum sequentium: sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est
autem & sicut b k t l pyramis ad f m n o pyramida : sic est tota pyramis cuius
basis a t b y c q d v multangulum/vertex autem l signum/ad totam pyramidē
cuius quidem basis est e o f p g r h s multangulum/vertex vero n signū. Quare
et pyramis cuius basis quidem est a t b y e q d v multangulum/fastigium autē
l signum: ad pyramida cuius quidem basis e o f p g r h s multangulum/fastigi=
um autem n signum/ triplam habet rationem q̃ b d ad f h. Supponitur autem
& conus cuius basis quidem a b c d orbis/fastigium autem l signum: ad x soli=
dum triplam rationem habens q̃ b d ad f h. est igitur sicut conus cuius basis
quidem a b c d circulus/vertex autem l signum ad x solidum : sic pyramis cu=
ius quidem basis est a t b y c q d v multangulum/vertex autem l ad pyramida
cuius basis quidem est e o f p q r h s multangulū/vertex autem n signum. Vi=
cissim igitur per 16 quinti sicut conus cuius basis quidem est a b c d orbis/ver=
tex aūt l signū/ad eā quę in se pyramida cuius basis est a t b y c q d v multāgu
lū/ vertex aūt l signū: sic solidū x ad pyramida cuius basis quidem est e o f p g
r h s multangulum/vertex autem n signum. Maior autē est prædictus conus: ea
quæ in se ipso pyramide. ipsam enim continet. Igitur x solidum: maius est ip=
sa pyramide cuius basis quidem est e o f p g r h s multangulum/ vertex autem
n signū. Supponebatur autē ꝙ & minus. quod est absurdum. Non igitur conus
a b c d l: ad aliquod corpus minus ipso e f g h n cono triplā rationē habebit / q̃
b d ad f g. Similiter iam demonstrabimus: ꝙ neq; e f g h n conus ad solidū ali
quod minus ipso a b c d l cono/ttiplā rationē habet/ q̃ f h ad b d. ¶Dico iam
ꝙ neq; a b c d l conus: ad aliquod solidum maius ipso e f g h n cono / triplam
habet rationē/ q̃ b d ad f h. Si enim possibile: habeat ad maius x. Conuersim
igitur x solidum: ad a b c d l conum/triplam habet rationem/q̃ f h ad b d. Si=
cut autem x solidum ad a b c d l conum: sic e f g h n conus ad aliquod solidum
minus ipso a b c d l cono. & e f g h n igitur conus: ad solidum aliquod minus
ipso a b c d l, triplam rationē habet/ q̃ f h ad b d. quod impossibile esse patuit.
Igitur a b c d l conus: ad solidum aliquod maius ipso e f g h n cono, triplā ra=
tionem non habet/q̃ b d ad f h. patuit autem ꝙ neq; ad minus. Conus igitur a
b c d l: ad conum e f g h n, triplam rationē habet/q̃ b d ad f h. Per 15 quinti si
cut autem conus ad conum: sic cylindrus ad cylindrum. triplus enim est cylin=
drus: ipsius coni qui in eadem est basi & sub ęquali fastigio ipsi cono. Ostēsum
est autem: ꝙ omnis conus/cylindri tertia pars est eandem eidem basin haben
tis per 10 duodecimi & æquale fastigium. Et cylindrus igitur: ad cylindrum tri
plam habet rationem q̃ b d ad f h. Similes igitur coni & cylindri: adinuicem in
triplici sunt ratione sicut dimetiētiū ad bases. Quod ostendere oportuit.

13 Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 13.

¶Si cylindrus plano secetur/parallelo existenti eis quæ ex oppo=
sito planis: erit sicut cylindrus ad cylindrum sic axis ad axem.



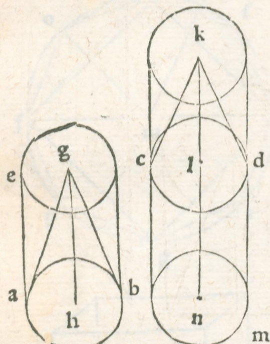
¶THEON ex Zamberto. ¶Cylindrus inquā a d, plano g h secetur/paral=
lelo existente eis quæ ex opposito planis: hoc est ipsis a b, c d. Dico ꝙ est sicut
b g cylindrus ad g d cylindrum: sic est e k axis ad k f axem. Extendatur axis e
f ex vtraq; partæ: in l, m, signa. exponanturq; ipsi e k axi/quilibet vtcūq; e n, n
l: ipsi autem f k/quilibet vtcumq; f x, x m. & extēdantur per l, n, x m, signa:
plana parallela a b, c d. & intelligantur in ipsis per l, n, x, m, planis circum cē=
tra l, n, x, m: circuli o p, r s, t y, q v, æquales ipsis a b, c d. & intelligantur cy=
lindri p r, r b, d t, t v. Et quoniā ipsi l n, n e, e k, axes adinuicem sunt æqua=
les: ipsi igitur p r, r b, b g, cylindri adinuicem sunt sicut bases pe 11 duodeci=
mi. Bases autem; sunt ęquales. Igitur & p r, r b, b g, cylindri: sūt ęquales. Qm̄



igitur l n, n e, e k, axes adinuicē sunt æquales sicut bases/bases autē sint æquales: æquales igitur sunt & p r, r b, b g, cylindri adinuicem. Quoniam igitur ipsi l n, n e, e k, axes adinuicem sunt æquales / sunt autem & ipsi p r, r b, b g, cylindri adinuicem æquales/& multitudo ipsorū l n, n e, e k, æqualis est multitudini ipsorum p r, r b, b g: quotuplex igitur est k l axis ipsius e k axis / totuplex erit & p g cylindrus ipsius b g cylindri. Et iam id propterea quotuplex est m k axis ipsius k f axis: totuplex est & cylindrus v g ipsius g d cylindri. Et si k l axis æqualis est ipsi k m axi: æquus est & cylindrus p g ipsi g v cylindro. Si autē axis k l maior est ipso k m axe: maior erit & p g cylindrus ipso g v cylindro. Et si minor: minor per 1 quinti. Quatuor iam existentibus magnitudinibus/ axibus quidem e k, k f, cylindris autem b g, g d: accipiuntur per diffinitionem 6 quinti æque multiplex ipsius quidem e k axis & b g cylindri / ipse axis k l & p g cylindrus. Ipsius autem k f axis, & g d cylindri: k m axis & g v cylindrus. Et patet ꝙ si k l axis excedit k m axem: & p g cylindrus ipsum excedit g v cylindrum. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. Est igitur sicut e k axis ad k f axē: sic b g cylindrus ad g d cylindrū. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 14.

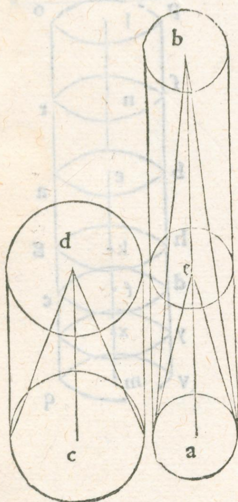
¶ In æqualibus basibus existentes coni & cylindri: adinuicem se se habent sicut fastigia. 14



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint enim in æqualibus basibus a b, c d: cylindri f d, e b. Dico ꝙ est sicut cylindrus e b ad cylindrum f d: sic est g h axis ad k l axem. extēdatur inq̄ k l axis in n signum. ponaturq; ipsi g h axi æqualis l n: & circū axem l n, intelligatur cylindrus c m. Quoniam igitur e b, c m, cylindri sub eodem sunt fastigio: adinuicem sunt sicut bases per 11 duodecimi. Bases autē: inuicē sunt ęquales. igitur & cylindri e b, c m: sūt ęquales. Et quoniā cylindrus f m, plano quodā secat̄ c d, parallelo existēte eis q̄ ex opposito planis: est igitur p 13 duodecimi sicut c m cylīdrus ad f d cylindrū/sic est l n axis ad k l axē. æqualis autē est c m cylīdrus ipsi e b cylindro: & l n axis ipsi g h axi. Est igitur sicut e b cylindrus ad f d cylindrū: sic est g h axis ad k l axē. Sicut autē e b cylindrus ad f d cylindrū: sic a g b conus ad c d k conū. tripli enim sūt cylindri ipsorū conorū per 10 duodecimi. & sicut igitur per 11 quinti g h axis ad k l axem: sic a b g conus ad c d k conum / & e b cylindrus ad f d cylindrum. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12. 13

SI duæ pyramides rotundæ siue columnæ fuerint æquales: suę bases & altitudines erunt mutuæ. Si vero suæ bases & altitudines mutuæ fuerint: ipsas pyramides siue columnas æquales esse necesse est.



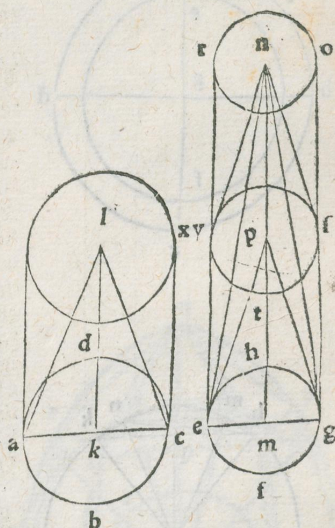
¶ CAMPANVS. ¶ Altitudinem pyramidum / determinant lineæ a conis ad bases perpendiculariter descendentes: columnarum autem/a supremis earū superficiebus ad bases. Sint itaq; duæ rotūdæ pyramides a b & c d æquales: duæq; rotundæ colum eæ a b & c d æquales. sintq; communes bases tam pyramidum q̄ colūnarū duo circuli a & c: communes quoq; altitudines tā pyramidū q̄ colūnarum determinatæ per lineas a b & c d. Dico ꝙ proportio circuli c ad circulū a, est sicut altitudinis a b ad altitudinē c d: & econuerso. Hoc autē si de colūnis probatū fuerit: de pyramidibus certū erit/quoniā omnis colūna rotunda tripla est ad suam pyramidem. Si itaq; duæ altitudines a b & c d fuerint æquales: ex pręmissa constat propositum. Si autem inæquales: sit a b maior. sumaturq; a e æqualis c d. & secetur columna a b: a superficie e æquidistanter basi etus a. eritq; ex præmisso antecedente/columna a b ad columnam a e: sicut altitudo a b ad altitudinē a e. ideoq; ex prima parte 7 quinti columnā c d ad columnam a e: sicut altitudo a b ad altitudinem a e. quare per secundam partem 7 quinti/sicut altitudo a b ad altitudinē c d. ex pręmissa autē est colūna c d ad columnā a e: sicut circulus c ad circulum a. itaq; per 11 quinti est altitudo a b ad altitudinem c d: sicut basis c ad basin a. Constat igitur prima pars.

¶Secunda conuerſo modo conſtabit: eadem diſpoſitione manente. Sit enim vt baſis c ad baſin a: ſic altitudo a b ad altitudinē c d. Dico q̄ duę colūnę a b & c d ſunt ęquales. Erit enim ex ſecūda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e: ſicut baſis c ad baſin a. Et quia ex præmiſſa/columna c d ad columnā a e eſt ſicut baſis c ad baſin a, & ex præmiſſa antecedente colūna a b ad colūnam a e, ſicut altitudo a b ad altitudinem a e: ſequitur ex 11 quinti vt columna c d ad columnam a e ſit ſicut columna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d: ſunt æquales. Quare conſtat etiam ſecunda pars.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 15.

¶Aequalium conorum & cylindrorum: reciprocæ ſunt baſes verticibus. Et coni & cylindri quorum reciprocæ ſunt baſes verticibus: ſunt æquales.

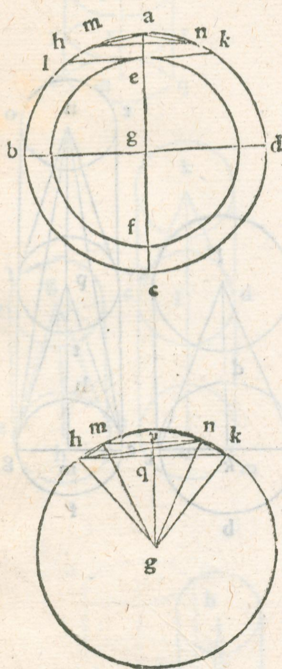
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æquales coni & cylindri: quorum baſes quidem a b c d, e f g h, orbes/ dimetientes autem ipſorum a c, e g, axes autem k l, m n, qui & altitudines ſunt conorum & cylindrorum. Et compleantur ipſi a x, e o, cylindri. Dico q̄ ipſorum a x, o e, cylindrorum: receprocæ ſunt baſes verticibus. hoc eſt q̄ eſt ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic eſt m n vertex ad k l verticem. Faſtigiū inquā l k: ipſi m n faſtigio aut eſt ęquale/ aut nō. Sit prius æquale. Eſt autē & a x cylindrus: ipſi e o cylindro æqualis. ſub eodem autē faſtigio exiſtentes coni & cylindri: adinuicem ſunt ſicut baſes per 11 duodecimi. Aequalis eſt igitur a b c d baſis: ipſi e f g h baſi. Quare & reciprocę ſunt/ ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic m n faſtigiū ad k l faſtigiū. ¶Sed iam nō ſit vertex l k ipſi m n æqualis: ſed eſto maior m n. & auferatur per tertiam primi ab ipſa m n altitudine/ ipſi k l æqualis p m: ponaturq; per 2 primi ipſi l k vertici æqualis p m. & per p ſignum ſecetur per 13 duodecimi cylindrus o e: plano y t ſ parallelo exiſtēte eis quæ ex oppoſito planis/ hoc eſt e f g h, r o, circulorū. Et a baſi quidem ipſius e f g h circuli/ faſtigio vero m p: cylindrus intelligatur e ſ. Et quoniam a x cylindrus æquus eſt ipſi e o cylindro/ alius autem e ſ cylindrus: eſt igitur per 7 quīti ſicut a x cylindrus ad e ſ cylindrum/ ſic eſt e o cylindrus ad e ſ cylindrum. Sed ſicut quidē a x cylindrus ad e ſ cylindrum: ſic eſt a b c d baſis ad e f g h baſin. Sub eadē enim ſunt altitudine: ipſi a x, e ſ, cylindri. Sicut autem cylindrus e o ad cylindrum e ſ: ſic m n altitudo ad m p altitudinē. cylindri nāq; in æqualibus baſibus exiſtentes: ſe habent ſicut faſtigia. Eſt igitur ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic eſt m n vertex ad m p verticem. Aequalis autem eſt p m vertex: ipſi k l vertici. Eſt igitur ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic m n altitudo ad k l altitudinem. Aequalium igitur a x, e o, cylindrorū: reciprocę ſunt baſes altitudinibus. ¶Sed iam ipſorum a x, e o, cylindrorum reciprocæ ſint baſes altitudinibus: eſtoq; ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin/ ſic vertex m n ad verticem k l. Dico q̄ a x cylindrus: æqualis eſt ipſi e o cylindro. Eiſdem nāq; diſpoſitis / quoniam eſt ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin ſic m n faſtigium ad k l faſtigium/ æqualis autem eſt k l vertex ipſi p m vertici: eſt igitur ſicut a b c d baſis ad e f g h baſin/ ſic m n vertex ad p m verticē. Sed ſicut quidem a b c d baſis ad e f g h baſin: ſic cylindrus a x ad e ſ cylindrum. ſub eodem nanq; eſt faſtigio. Sicut autem m n per 14 duodecimi vertex ad p m verticem: ſic e o cylindrus ad e ſ cylindrum. Eſt igitur ſicut a x cylindrus ad e ſ cylindrum: ſic eſt e o cylindrus ad e ſ cylindrum. Aequalis igitur eſt a x cylindrus: ipſi e o cylindro. Sic etiam & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 13.

CVm propoſiti fuerint duo circuli ab vno centro circunducti: ſuperficiem multiangulam æqualium laterum circulum minorem minime tangētium/ intra circulum maiorem deſcribere.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a b c d & e f: ab vno cõmuni centro quod
sit g, circunducti. dico q intra maiorem qui sit a b c d, possibile est vnum poly-
gonium quod sit æquilaterum / describi: minorẽ circulum qui est e f, nullo suo-
rum laterum tangens. Quadrentur enim id est in quadrantes diuidantur hi
duo circuli duabus diametris super centrum ipsorum orthogonaliter se inuicẽ
secantibus / quę sint a c & b d: sitq; e f diameter minoris / pars diametri a c quę
est diameter maioris. Sicq; igitũ a puncto e, ducatur vtrinq; vsq; ad circũferenti
am maioris lineæ orthogonaliter super diametrum e f: quæ occurrat circũferẽ
tiæ maioris. hinc quidem / in pũcto h: inde vero / in pũcto k. eritq; ex correlario
15 tertij / linea h e k: contingens circulum minorẽ. Postea vero quadrãtẽ a b ma
ioris circuli diuide per æqualia in puncto l, secundũ doctrinã 29 tertij: dehinc
rursus arcũ a l, per æqualia ad punctũ m. Cũq; hoc pluries feceris: necessario tã
dem deuenies ad arcum qui minor erit arcu a h, sitq; hic a m. Hoc autẽ idcirco
necessarium est. quia cum fuerint duæ quãtitates inæquales: si a maiori earum
dematur eius dimidium / itẽq; a residuo dimidiũ / possibile est hoc totiens fieri
quousq; tandẽ minor minore earũ relinquetur queãdmodũ in 1 decimi demõ
stratũ est. Cũ igitur sic diuidẽdo / ad arcum quantulũcũq; minorem a h, fuerit
deuentum / cuiusmodi est hic arcus a m: sumatur arcus a n æqualis arcui a m.
ducanturq; duæ lineæ a m & n m. Quia igitur arcus a k est æqualis arcui a h,
quod ex secunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifestum est /
& quia arcus a n est æqualis arcui a m: erit ex cõmuni scientia / arcus n k æqua
lis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h: sunt æquidistantes. ergo linea m n: nõ
poterit tangere circulum e f. quare multo fortius neq; linea a m: potest ipsum
tangere. Quoniam igitur constat circulum a b c d diuisibilem esse per arcus
æquales arcui a m, ideoq; per 28 tertij simul constat intra ipsum circulum pos
se chordulas æquales chordulæ a m continue coaptari circulum ipsum polygo
niæ chordantes: manifestum est intra circulum maiorem posse vnum polygo-
nium ęquilaterum cuius vnum latus est linea a m, inscribi. Et quia linea a m
non contingit circulum minorem: patet ex prima parte 13 tertij et diffinitione
linearum a centro circuli æqualiter æquidistantium / q inscriptum polygonium
nullo laterum suorum tangit circulum minorẽ. Quod est propositũ. ¶At quid
dubitas / duas lineas m n & k h, esse ęquidistantes: cum sint duo arcus n k & m
h æquales? Hoc autẽ inconcussam veritatẽ sortitum est: q duæ lineæ circulũ
vnum non autẽ se inuicem secantes / si ex circunferentia æquales arcus hincin-
de lineis ipsis intersint / erunt ęquidistantes. Duc quidem a centro g, lineam g
p perpendicularẽ ad lineam m n, quæ secet lineã h k in puncto q: & protrahe
lineas g m, g n, g k, g h. & duobus arcubus n k & m h, subtende duas chor-
das quæ etiam dicantur n k & m h. eruntq; ex 28 tertij hæ chordæ æquales n
k & m h, eo q arcus ęquales. & per secũdam partẽ 3 eiusdẽ tertij erit linea n p:
æqualis lineæ m p. Cũ igitur vterq; duorũ angulorũ qui sunt ad p, sit rectus ex
diffinitione perpendicularis: erit ex 4 primi angulus n p g ęqualis angulo p g
m. At vero p 8 primi angulus k g n: est ęqualis ãgulo h g m. Itaq; p cõmunem
sciẽtiã (q̃ est. si ęqualibus æqualia addas: tota erũt ęqualia) erit ãgulus k g q ę-
qualis angulo q g h. ideoq; per 4 primi linea k q: erit æqualis lineę q h. qua-
re p primã ptẽ 3 tertij / linea g q erit ppendicularis ad lineã k h. Igitur ex prima
parte 28 primi duę lineę n m & k h: sũt ęquidistãtes. Et hoc est qd dubitare con
questus es. ¶Hoc eni idẽ aliter demõstrare: est possibile. Ducat ei linea n h. e-
ritq; ex vltima sexti ãgulus h n m ęq̃lis ãgulo n h k: eo q arcus h m est æq̃lis ar
cui n k. ideo ex 27 primi linea m n: erit ęquidistãs lineę h k. ¶Cõuersã quoq; si
hbuerit: cõuerso modo probabis. Si ei linea m n est ęquidistãs lineę h k: erit ar
cus n k æqualis arcui m h. Erũt eni ex prima pte 29 primi / duo ãguli h n m &
n h k ęquales. Ideoq; ex vltima sexti duo arcus n k & m h: erunt etiã ęquales.

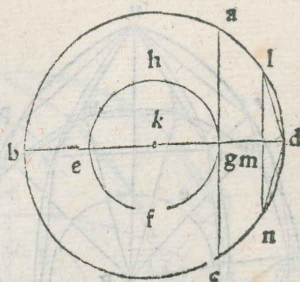


Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 16.

¶Binis orbibus circum idem cẽtrum existẽtibus: in maiori orbe multangulum æquilaterum & parilaterum inscribere / non tangẽ tem orbem minorem in superficie.

¶THEON ex Zãb. ¶Sint bini orbes a b c d, e f g h: circũ idem cẽtrum k,

Oportet in maiori circulo a b c d, multangulũ æquilaterũ & parilaterum inſcribere: nõ tãgẽtẽ ipſum e f g h circulũ. Excitetur per k centrũ / recta linea b d: & a ſigno g ipſi d b rectæ lineę ad ãgulos rectos excitet̃ p 12 primi a g in c. Igit̃ a c tãgit ipſũ e f g h orbẽ. Secãtes iã per 30 tertij ipſã b a d circũferẽtiã diuidue/ & ipſius dimidiũ bifariã/ & hoc ſemper efficientes: p 1 decimi relinq̃mus quandã circũferẽtiã minorẽ ipſa a d. relinquat̃: & eſto l d. & ab ipſo l in b d ꝑpẽdicularis excitet̃ p 12 primi l m: extendaturq; in n. & cõnectãtur ipſæ l d, d n, l n. Igitur l d: ipſi d n eſt ęq̃lis. Et quoniã parallelus eſt a c ipſi l n, ſed a c tãgit ipſũ e f g h orbẽ: igit̃ l m nõ tãgit ipſũ orbẽ e f g h. multo minus igitur ipſæ l d, d n: tãgũt ipſum e f g h orbẽ. Si igit̃ ipſi l d rectæ lineæ æquales in cõtinuũ aptabimus in orbe a b c d: deſcribet̃ in orbe a b c d multãgulus æq̃laterus & parilaterus nõ tãgens ipſum orbẽ e f g h minorẽ. Quod facere oportuit.

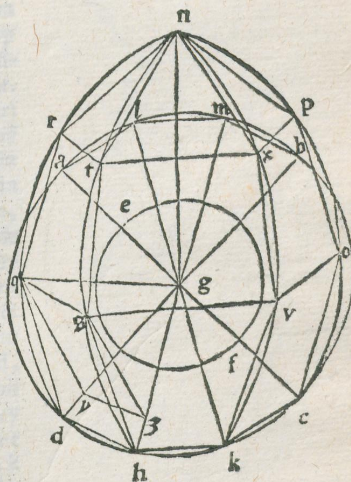


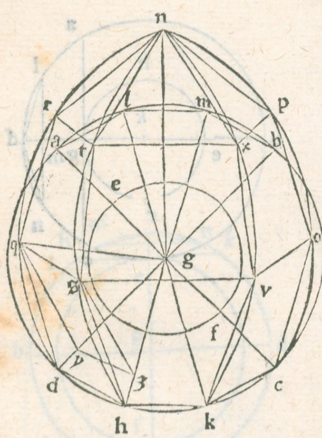
¶CORRELARIVM. ¶Et inde eſt manifeſtũ: ꝙ perpendicularis quæ ex l in b d, vnum circulum non tangit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 DVab9 ſpheris vnũ cẽtrũ habẽtib9 ꝓpoſitis: ĩtra maiorẽ earũ ſolidũ multarũ baſiũ ſuperficiẽ minoris ſphęrę minime tãgẽtiũ figuraliter cõſtituere. Quo cõſtituto ſi ĩ miori ſphęra ſiue ĩ q̃libet alia ſphęra ſimile corp9 intelligibiliter conſtituat̃: erit ꝓportio corꝑis multarũ baſiũ intra maiorẽ ſphærã cõſtituti ad corpus multarũ baſiũ ĩtra minorẽ ſphęrã vel aliã cõſtitutũ/ ſicut diametri maioris ſphęrę ad diametrũ minoris vel alterius proportio triplicata.

¶CAMP. ¶Sint propoſitæ duæ ſphæræ, a b c d & e f: vnũ atq; idẽ centrũ quod ſit g, habẽtes. & ſit maior earũ ſphæra a b c d: minor vero ſphęra e f. volumus autẽ intra maiorẽ earũ vnũ corpus multarũ baſiũ conſtituere. de quibus nõ intẽdimus ꝙ ipſæ baſes ſint æquales aut ſimiles: ſed ꝙ nulla earũ tangat ſuperficiẽ minoris ſphæræ. Cũ igitur hoc voluerimus facere: ſecabimus ſimul vtrãq; propoſitarũ ſphærarũ vna plana ſuperficie per cõmune centrũ earũ tranſeũte. eruntq; ex diffinitione ſphæræ & diffinitione circuli/ cõmunes ſectiones huius ſecantis ſuperficiei & ſuperficierũ ſphærarũ ꝓpoſitarũ: lineę cõtinẽtes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f: quorũ cẽtrũ eſt cẽtrũ ſphæræ de quo propoſitũ eſt ꝙ ipſũ ſit g. Quadrabimus igit̃ hos duos circulos duabus diametris ſe ſupra cõe centrũ eorũ orthogonaliter ſecãtibus: quæ ſint a c & d b. poſtea maiori circulo ſcđm ꝑcepta ꝑmiſſæ inſcribemus vnũ polygoniũ æq̃laterũ: nullo ſuorũ laterũ tãgẽs minorẽ circulũ. Et ſufficiat exẽpli cauſa inſcripſiſſe dodecagonũ æquilaterũ: ita ꝙ in quadrante ipſius maioris circuli q eſt c d, ſint tria latera huius dodecagoni q̃ ſint chordæ d h, h k, & k c. q̃ cũ ſint æquales: erũt quoq; ex prima ꝑte 27 tertij arcus earũ æquales. Dehinc a duobus pũctis h & k q̃ ſũt extremitates mediæ chordæ: producemus duas diametros q̃ ſũt h m & k l. & ſuꝑ cẽtrũ g erigemus lineã g n ꝑpẽdicularẽ ad ſuperficiẽ circuli a b c d: quã ꝓducemus quouſq; obuiet ſuꝑficiei ſphæræ maioris ſuper pũctũ n. Deinde intelligã quatuor ſuꝑficies ſecãtes ſphæras propoſitas: quarũ vnaquæq; ſecet eas ſuꝑ lineã g n. ſcilicet prima earũ: ſupra lineã g n & diametrũ d b. ſecũda: ſuper lineã g n & diametrũ k l. tertia vero: ſuꝑ lineã g n & diametrũ h m. quarta autẽ: ſuper lineam g n & diametrum c a. eruntq; ex diffinitionibus ſphęræ & circuli/ communes ſectiones harum ſuperficierũ & ſuperficiei ſphæræ maioris: lineæ continẽtes circulos. & erunt portiones inſcriptæ vt inter punctũ n & quatuor puncta quæ ſunt d, h, k, c: quadrantes horũ circulorum. qui quadrantes ſunt d n, h n, k n, & c n. Hoc autẽ ideo euenit: ꝙ oẽs ãguli quos cõtinet linea g n cũ vnaquaq; diametrorum protractarum in ſuperficie circuli a b c d, ſunt recti ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem/ recti vero anguli in centro, quartę circunferentiæ ſubtendantur. quod ex vltima ſexti euidenter apparet.



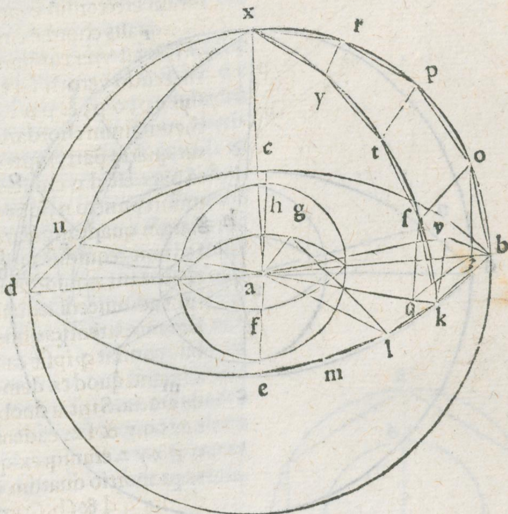


Ex diffinitione autem circulorum ęqualium manifestum est: ꝙ vnusquisqꝫ horum quatuor circulorum est æqualis circulo a b c d. nam diameter omniũ ipſorum: est diameter ſphæræ maioris. Igitur per 15 quinti/ quadrantes eorum: ſunt æquales. Quare quinqꝫ arcus qui ſunt d n, h n, k n, c n, & d c: ſunt æquales. In vnoquoqꝫ ergo quatuor quadrantium circulorum erectorum coaptentur hypothenuſales chordæ quarum quælibet ſit æqualis chordæ circuli proſtrati: quę ſunt latera polygonij ſibi inſcripti/ & est vna earum chorda d h. ſintqꝫ in primo quidem: d q, q r, & r n. in ſecũdo vero: h ſ, ſ t, & t n. in tertio autem: k v, v x, et x n. & in quarto: ſint c o, o p, & p n. Et protrahãtur corauſti coniungentes capita hypothenuſalium chordarum quæ ſint q ſ, ſ v, v o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartę parti ſuperioris hemiſphęrij maioris ſphęrę quę quidẽ quarta pars est d n c: inſcriptum eſſe corpus 9 baſium. quarum tres quę coeunt in puncto n, ſunt triangulæ: cæteræ autem ſunt quadrangulæ. ſuntqꝫ harum quadrangularum ſuperficierum hypothenuſalia latera æqualia: ſed non æquidiſtantia. Corauſti autem inter quoſqꝫ duos circulos intercepti/ ſunt æquidiſtantes adinuicem & chordæ circuli proſtrati: ſed non ſunt adinuicem æquales. Hoc autem ſcies: ſi perpendiculares a corauſtorum extremitatibus ad ſuperficiem circuli iacentis dimiſeris. de quibus conſtat ꝙ ipſæ cadent ſuper diametros circulorum quos corauſti continuant. quod ex demonſtratis in 13 vndecimi facile depræhendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corauſti q ſ, demiſſæ duæ perpendiculares q y & ſ z: cadentes in diametris d b & h m. & protrahantur lineæ q g & y z. eruntqꝫ ex quarta ſexti duo trianguli q y d & ſ z h: ſimiles. quare proportio duarum perpendicularium q y & ſ z: erit ſicut duarum chordarum q d & ſ h. Cumqꝫ ſint chordæ æquales: erunt etiam & perpẽdiculares æquales. At ipſæ ſunt ęquidiſtãtes ex 6 vndecimi. ergo ex 33 primi corauſtus q ſ: est æqualis & ęquidiſtãs lineę y z. Et quia ex ſecunda parte ſecundæ ſexti linea y z est æquidiſtans chordæ d h, & ideo minor ea: ſequitur ex 9 vndecimi vt corauſtus q ſ ſit etiam æquidiſtans chordæ d h, & minor ea ex conceptione. Cum itaqꝫ chordæ quæ ſunt latera polygonij inſcripti in circulo iacenti (& ipſæ ſunt omnes æquales chordæ d h) non tangant ſphærã minorem: neceſſe est vt nullum latus harum baſium corporis inſcripti ſiue quadrangulæ ſint ſiuæ trigonæ/ tangant eandem minorem ſphæram/ cũ omnia hæc latera ſint ipſis chordis æqualia aut minora. Simpliciter autem dico ꝙ nulla etiam harũ baſium de quibus omnibus manifeſtum est ex ſecunda parte 2 vndecimi ꝙ ipſæ ſunt totæ in ſuperficie vna/ poteſt aliquo ſui puncto contingere minorem ſpheram: eo ꝙ omnis linea recta ducta ſuper quẽlibet punctum cuiuſqꝫ earũ æquidiſtanter corauſto/ minor est neceſſario chorda proſtrati circuli. Si igitur conuexitates aliarũ quartarum maioris ſphæræ tam ſuperioris hemiſphærij q̃ inferioris ad eius ſimilitudinẽ quadrilateris trilateriſqꝫ ſuperficiebus ſubtexantur: erit maiori ſphęrę corpus 72 baſium ſuperficiem minoris ſphęrę minime tangentium quemadmodũ propoſitum fuerat/ iſcriptũ. ℂDico iſuper ꝙ ſi in alia qualibet ſphęra ſimile corpus ſtatuatur: erit proportio vnius ad alterum ſicut diametri vnius ſphæræ ad diametrũ alterius triplicata. Erũt enim ex 72/ baſes vtriuſqꝫ corporis: baſes totidem lateratarum pyramidum / quarum omnium vertices erũt in centris ipſarũ ſphęrarũ. Has autem pyramides perficies: ſi a ſingulis angulis inſcriptorum corporum quæ ſunt extremitates chordarum & corauſtorum lineas ad centra ſphærarũ produxeris. Stude itaqꝫ: ex diffinitione ſimilium corporum probare cunctas pyramides vnius/ eſſe ſimiles ſuis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato: erit ex 8 huius proportio vniuſcuiuſqꝫ earum vnius ad ſuam relatiuam alterius/ ſicut proportio ſemidiametrorum ſphęrarũ ipſarum triplicata. ſunt eni ſemidiametri ſphęrarum: latera cunctarum pyramidum. At quia ſemidiametrorum est ex 15 quinti vna proportio: ex 13 eiuſdem facile concludes propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema. 2. Propoſitio. 17.

17 ¶Binis ſphæris circū idem centrum exiſtentibus: in maiori ſphęra ſolidum polyhedrum inſcribere non tangens ſphæram minorem in ſuperficie.

¶THEON ex Zāb. ¶Intelligantur binę ſphęræ circū idem centrum a. Oportet iam in maiori ſphæra ſolidum polyhedrum inſcribere: non tangens ſphæram minorem in ſuperficie. Secentur ſphæræ: plano aliquo per centrum. erunt igitur ſectiones circuli: quoniam per 12 diffinitionem vndecimi manēte diametro & circūducto ſemicirculo fit ſphæra. Quare & in quauis poſitione intelligamus hemicyclium: quod per ipſum ęductum planum/ efficiet in ſuperficie ſphęrę circulum. & manifeſtum ꝙ & maximū: quoniā ſphęræ diameter quę etiā eſt hemicyclij diameter/ & perinde circuli/ maior eſt per 15 tertij omnibus in circulo vel ſphæra ductis rectis lineis. Eſto igitur in maiori quidem ſphæra circulus b c d e: in minori autem circulus f g h. excitenturq; ipſorū diametri ad angulos rectos ſibi inuicem b d, c e. & binis orbibus circa idem centrū exiſtentibus hoc eſt b c d e, f g h, in maiori circulo b c d e multangulum æquilaterum & parilaterum deſcribatur per præcedētem non tangens ſphæram minorem f g h: cuius latera ſint in b e quarta parte/ b k, k l, l m, m e. & connexa k a recta linea: extendatur in n. & excitetur per 12 vndecimi ab ipſo a ſigno: ipſi ipſius b c d e circuli plano ad angulos rectos a x. & comparetur ipſi ſuperficiei ſphæræ per x & per a x. & per vtranq; ipſarum b d, k n, plana producātur. Faciunt iam per prædicta in ipſius ſphæræ ſuperficie maximos orbes. efficiāt: quorum hemicyclia ſint in b d, k n, diametris/ hoc eſt b x d, k x n. Et quoniā x a recta eſt ad ipſius b c d e planū: & omnia igitur quæ per x a plana, recta ſunt ad ipſius a b c d e circuli planum. quare & b x d, k x n, hemicyclia: recta ſunt ad ipſius b c d e circuli planum. Et quoniā hemicyclia b e d, b x d, k x n, ſunt æqualia in æqualibus nāq; ſunt diametris b d, k n: & b e, b x, k x, quartæ partes inter ſe ſunt æquales. Quot igitur latera multanguli ſunt in b e quarta parte: tot quoq; ſunt in ipſis b x, k x, quartis partibus ipſis k b, k l, l m, m e, rectis lineis æquales. Deſcribantur: & ſint b o, o p, p r, r x, k ſ, ſ t, t y, y x. & connectantur ipſæ ſ o, t p, y r. Et ab ipſis o, ſ, in ipſius b c d e circuli planum perpēdiculares excitentur. Caduntinq̄ in communes ſectiones planorum b d, k n: quoniam & ipſorum b x d, k x n, plana recta ſunt ad ipſius b c d e circuli planū. cadāt: & ſint o, z, ſ, q. & cōnectātur z, q. Et quoniā in ęqualibus hemicyclijs b x d, k x n, æquales rectæ lineæ ſunt b o, k ſ, & perpēdiculares ductę ſunt o z, ſ q: æqualis igitur eſt o z ipſi ſ q, & b z ipſi k q. eſt autem & tota b a: toti k a æqualis. & reliqua igitur z a: reliquæ q a eſt æqualis. Eſt igitur ſicut b z ad z a: ſic eſt k q ad q a. parallelus igitur eſt q z: ipſi k b. Et quoniam vtraq; ipſarū o z, ſ q, recta eſt ad ipſius b c d e circuli planū: parallelus igitur eſt o z ipſi ſ q. Patuit autem: ꝙ & ipſi æqualis. & q z, ſ o, igitur: æquales & paralleli ſunt. Et quoniam q z ipſi ſ o parallelus eſt/ ſed z q ipſi k b parallelus eſt: & ſ o igitur ipſi k b parallelus eſt. & ipſas connectunt: ipſæ b o, k ſ. igitur b o k ſ quadrilaterum: in vno eſt plano. Quoniā per 7 vndecimi ſi fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ/ & ab vtraq; ipſarum accipiantur contingentia ſigna/ & ad ipſa ſigna annexa recta linea: in eodem eſt cum ipſis parallelis plano. Idq; propterea & vnūquodq; ipſorum ſ o p t, r y t p, quadrilaterorum: in vno eſt plano. Eſt autē triangulū y r x, in vno plano. Si vero intelligamus a ipſis o, ſ, p, t, r, y, ſignis in a connexas rectas lineas: conſtituetur quædam figura ſolida polyhedra inter b x, k x, circūferentias/ ex pyramidibus compræhenſa/ quarum baſes quidē



ſunt k b o ſ, ſ o t p, p t r y, quadrilatera/ & y r x triangulum/ vertex autem a ſi-
gnum. Si autem & in vnoquoqꝫ ipſorum k l, l m, m e, laterum, ſicut in b k ea-
dem conſtruamus / & inſuper in reliquis tribus quartis partibus/ & in reliquo
hemiſphærio: conſtituetur figura ſolida polyhedra deſcripta in ſphęra/ contē-
ta ex pyramidibus quarum baſes ſunt prędicta quadrilatera & triangulum y x
r, & quę in eodē ordine eis / vertex autē a ſignū.
Dico ꝙ prædicta polyhedra non tanget minorē
ſphæram in ſuperficie: in qua eſt circulus f g h.
Excitetur per 11 vndecimi ab ipſo a ſigno/ in ip
ſius k b o ſ quadrilateri planū/ perpendicularis a
v: & comparetur ipſi plano per v ſignum. & con
nectantur b v, v k. Et quoniā a v recta eſt ad ipſi
us b k o ſ planum: & ad omnes igitur ipſam tā-
gentes rectas lineas & exiſtentes in ipſius qua-
drilateri plano recta eſt a v per 2 diffinitionē vn
decimi. Igitur a v: recta eſt ad vtranqꝫ ipſarum b
v, v k. Et quoniam per 15 diffinitionē primi a b
ipſi a k eſt æqualis: æquū eſt & quod ex a b ei qđ
ex a k. Et ipſi quidē quod ex a b: ęqualia ſunt per
47 primi ea quę ex a v, v b. rectus enim: qui ad
v. Ipſi autem quod ex a k: æqualia ſunt quæ ex
a v, v k. Quæ igitur ex a v, v b: æqua ſunt eis
quæ ex a v, v k. Commune auferatur quod ex a
v. reliquū igitur quod ex b v: reliquo quod ex
v k eſt ęquale. ęqualis igitur eſt b v: ipſi v k. Simi
liter iam demonſtrabimus ꝙ & quæ ab v ad o
ſ connexæ rectæ lineæ: æquales ſunt vtriqꝫ ipſa-
rum b v, v k. Centro igitur v, & ſpacio altero ipſorum b v, v k, circulus deſcri-
ptus, ibit etiā per o, ſ: & quadrilaterum k b o ſ erit in circulo. Et quoniam k b
maior eſt ipſa q z, æqualis autē eſt q z ipſi ſ o: maior igitur eſt b k ipſo ſ o. Ae-
qualis autem eſt k b: vtriqꝫ ipſarum k ſ, b o. & vtraqꝫ igitur ipſarum k ſ, b o: ip-
ſo ſ a maior eſt. Et quoniā in circulo quadrilaterū eſt k b o ſ, & b k, b o, k ſ, ę-
quales/ & minor o ſ, & ex centro circuli eſt b v: igitur quod ex k b, eo quod ex
b v maius eſt q̃ dimidium. Excitetur per 12 primi ab ipſo k: in b z perpendicu-
laris k z. Et quoniā b d ipſa d z minor eſt q̃ dupla/ eſtqꝫ ſicut b d ad d z ſic quod
ex d b, b z, ad id quod ſub d z, z b, deſcripto autē ab ipſa b z quadrato comple
toqꝫ in altero parallelogrammo: & quod ſub d b, b z, igitur eo quod ſub d z, z
b, minus eſt q̃ duplum, & connexa k b: quod ſub d b b z, æquum eſt ei quod ex
k z. Igitur quod ex k b: eo quod ex k z minus eſt q̃ duplum. Sed quod ex k b: eo
quod ex b v maius eſt q̃ duplum. maius igitur eſt quod ex. k z: eo quod ex b
v. Et quoniam per 15 diffinitionem primi b a: ipſi k a eſt æqualis: æquum eſt
& quod ex b a ei quod ex k a. Ei autem quod ex a b: per 47 primi æqualia
ſunt quæ ex b v, v a. Ei autem quod ex k a: per 47 primi æqua ſunt quæ ex
k z, z a. Quæ igitur ex b v, v a: æqualia ſunt eis quæ ex k z, z a. quorum quod
ex b z: maius eſt eo quod ex b v. Reliquū igitur quod ex z a: maius eſt eo quod
ex v a. Maior igitur eſt a v ipſa a z. multo igiť maior eſt a v ipſa: a g. Eſtqꝫ ip-
ſa a v in vna ipſius polyhedri baſi: & a g in minoris ſphærę ſuperficie. Quare
& polyhedrum non tangit ſphæram in ſuperficie. Quod facere oportebat.
¶ Oſtēdendum iam & aliter ac expeditius: ꝙ maior eſt a v, ipſa a g. Excitetur
per 11 primi ab ipſo g ipſi a g ad angulos rectos g: & connectantur, a. l Secan
tes iam per 30 tertij ipſam e b circūferentiam diuidue/ & dimidium ipſius di-
uidue/ & hoc ſemper facientes: relinquemus quādā circunferentiam quę eſt mi
nor circunferentia contenta ſub b c d e circulo & æquali ipſi g l. relinquatur: &
eſto k b circūferētia. Minor igitur eſt & k b recta linea: ipſa g l. Et quoniam in
circulo eſt b k ſ o quadrilaterum / & æquales ſunt o b, b k, k ſ, & minor eſt o ſ:
angulus igitur qui ſub b v k obtuſus eſt. maior igitur eſt b k: ipſa b v. Sed ipſa
k b maior: eſt ipſa g l. multo maior igitur eſt g l: ipſa b v. maius igitur eſt & qđ
ex g l: eo quod ex b v. Et quoniā per 15 diffinitionē primi/ a l ipſi a b eſt ęqua

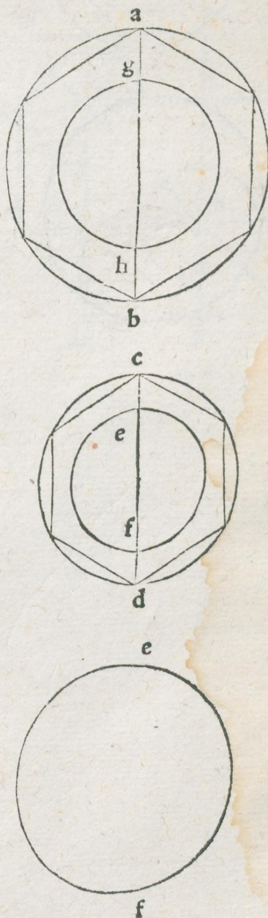
is:& quod ex a l igitur ei est æquũ quod ex a b. Sed ei quod ex a l: æqua sunt quæ ex b v, v a. Quę igitur ex a g, g l: ęqualia sunt eis quę ex b v, v a. Quorũ quod ex b v: minus est eo quod ex g l. & reliquum igitur quod ex v a: maius est eo quod ex a g. Maior igitur est a v: ipsa a g. Binis igitur sphęris circũ idẽ centrum existentibus: in maiori sphæra solidum polyhedrum descriptum est/ non tangens minorem sphæram in superficie. Quod facere oportuit.

CORRELARIVM. Si vero & in altera sphæra q̃ sit in b c d e sphę ra / solido polyhedro simile solidum polyhedrum inscribatur: in ipsa b c d e sphæra solidum polyhedrum ad id quod in altera sphæra solidum polyhedrũ triplam habet rationem / q̃ ipsius b c d e sphæræ dimetiens ad ipsius alteri us sphęræ dimetientẽ. Distributis nãq; solidis in numero ęquales & ęqualis or dinis pyramidas: pyramides similes erũt. Similes vero pyramides: per 8 duo decimi adinuicem in tripla sunt ratione eiusdem rationis laterum. Pyramis igitur cuius basis quidem est k b o s quadrilaterum / vertex autem a signum: ad eã quæ in altera sphæra similis ordinis pyramida triplã habet rationẽ / q̃ simi lis rationis latus ad similis rationis latus. hoc est q̃ a b q̃ eius ex centro sphęrę quæ circũ a centrum: ad eam quæ ex centro alterius sphæræ. Similiter & vna quęq; pyramis quæ in sphæra quę circũ centrum a: ad quãlibet pyramida eius dem ordinis in altera sphæra / triplam habebit rationem q̃ a b ad eam quæ ex centro alterius sphæræ. Et sicut vnum antecedentium ad vnum sequentium: sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Quare totum solidum polyhedrũ quod in sphæra quæ circũ centrũ a: ad totum solidũ polyhedrũ quod in altera sphæra / triplam rationẽ habebit q̃ a b ad eam quæ ex centro alterius sphæræ / hoc est quæ b d diameter ad alterius sphęrę diamerũ. Quod ostẽdere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 15.

15 Omnium duarum sphęrarum est proportio alterius ad alteram: tanquã suæ diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

CAMP. Sint duæ sphæræ a b & c d: quarum diametri sint a b & c d. Dico q̀ proportio earum: est sicut suarũ diametrorũ proportio triplicata. Cuius demonstratio est. Quoniam neq; ad minorem sphæram q̃ sit sphæra c d, neq; ad maiorem / est proportio sphærę a b: sicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Esto quidẽ proportio sphæræ a b ad sphæram e f: sicut diametri a b sphę ræ a b, ad diametrũ c d triplicata. Demonstrabo itaq;: q̀ sphæra e f non potest esse minor neq; maior q̃ sphæra c d. Si enim affirmet aduersarius eam esse minorem: imaginabor eam includi a sphæra c d, & circũduci ab eodem cẽtro. & inscribam sphærę c d iuxta pręcepta præmissę: vnum corpus multarum basium non tangentium superficiem sphęræ e f minoris. dicaturq; istud corpus nomine sphæræ cui inscribitur / c d. Postea simile corpus multarũ basium inscribam sphærę a b: quod etiã nomine suæ sphæræ dicatur a b. Constat itaq; ex secunda parte præmissæ & 11 quinti: q̀ proportio sphæræ a b ad sphæram e f, est sicut corporis multarum basium quod est a b, ad corpus multarum basiũ quod est c d. vtraq; enim: est sicut diameter a b ad diametrum c d triplicata. Hæc autem: ex hypothesi. illa vero: ex secunda parte pręmissę. Quare permutatim proportio sphæræ a b ad corpus multarum basium a b: est sicut sphæra e f ad corpus multarum basium c d. Cum igitur sphæra a b sit maior corpore multarum basium a b: erit etiam sphæra e f maior corpore multarum basium c d. Hoc autem est impossibile. nam ipsa est pars eius. Non est ergo sphæra e f minor sphæra c d. Si autem dicat aduersarius eam esse maiorem: cõfutabimus ipsum hoc modo. Erit enim per conuersam proportionalitatem sphæra e f ad sphæram a b: sicut diameter c d ad diametrum a b triplicata. Sit itaq; eadem sphęræ c d: ad sphæram g h. eritq; ex 14 quinti sphæra g h, minor sphæra a b: eo q̀ sphæra c d posita est minor sphæra e f. Quare proportio sphæræ c d ad aliquam sphæram minorem sphæra a b: est sicut diametri c d ad diametrum a b triplicata. At hoc est impossibile. nã ex hoc sequitur: q̀ pars sit maior suo toto vt demõstratũ est prius. Itaq; sphęra e f: nõ est maior neq; minor q̃ sphęra c d. Igitur ex 7 quĩti cõclude propositã cõclusionẽ: q̃ imponit finẽ libro duodecimo.



¶Sphæræ adinuicem:in triplici sunt ratione propriorum dime- 18
tientium.

¶THEON ex Zamberto. ¶Intelligantur sphæræ a b c,d e f: diametri vero
ipsarum sint b c,e f. dico ꝙ sphæra a b c ad sphærã d e f: triplam habet ratio-
nem q̃ b c ad e f.Si autem non: habebit igitur a b c sphæra ad minorem ali-
quam ipsa d e f sphęra/triplam rationem/vel ad maiorem/q̃ b c ad e f.Habeat
prius ad minorem g h k.& intelligatur d e f sphęra:ipsi g h k circũ idem cen-
trum.describaturq; per præcedentem/in sphæra maiori d e f:solidum polyhe-
drum non tangens minorem sphæram g h k in superficie.Describatur auté per
eandem & in a b c sphęra:ei quod in d e f,solido polyhedro simile solidum po
lyhedrum.Igitur per correlarium eiusdem solidum polyhedrum quod in sphæ
ra a b c:ad id solidum polyhedrum quod in d e f,triplam habet rationem q̃ b
c ad e f.Habet autem & a b c sphæra:ad g hk sphæram/triplam rationem q̃ b
c ad e f.est igitur sicut sphæra a b c ad sphæram g h k:sic solidum polyhedrum
quod in a b c sphæra/ad solidum polyhedrum quod in d e f sphæra. Vicissim
igitur per 16 quinti sicut a b c sphæra ad id quod in ipsa polyhedrum: sic g h
k sphæra ad id quod in d e f sphæra solidum polyhedrum . Maior autem est
a b c sphæra:ei quod in se polyhedro.Maior igitur & g h k sphæra: eo quod in
d e f sphæra polyhedro.Sed et minor.ab ipso nãq; compræhenditur.quod est
impossibile.Sphæra igitur a b c:ad minorem ipsa d e f sphæra/ triplam ratio-
nem non habet q̃ b c diameter ad d f diametrum. Similiter iam demonstrabi-
mus:ꝙ neq; d e f sphæra/ad minorem ipsa a b c sphæra/ triplam habet ratio-
nem q̃ e f ad b c. ¶Dico iam ꝙ neq; sphæra a b c:ad maiorem aliquã ipsa d e
f sphæra triplam habet rationem q̃ b c ad e f.Si enim possibile:habeat ad ma-
iorem l m n.Conuersim igitur sphæra l m n ad sphæram a b c triplam habet ra-
tionem:q̃ diameter e f ad diametrum b c.Sicut autẽ l m n sphæra ad a b c sphæ
ram:sic d e f sphæra ad minorẽ aliquã ipsa a b c sphęra/sicut antea patuit.quo
niam maior est l m n ipsa d e f. & sphæra d e f ad minorem ipsa a b c sphæra
triplam habet rationem q̃ e f ad b c.quod est impossibile.Igitur sphęra a b c:ad
maiorem ipsa d e f sphæra/triplam rationẽ non habet q̃ b c ad e f. Patuit autẽ
ꝙ neq; ad minorem.Ipsa igitur a b c sphæra:ad d e f sphæram/triplam habet
rationem.q̃ b c ad e f.Quod ostendendum fuerat.

EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum Elementorum
duodecimi libri
Finis.

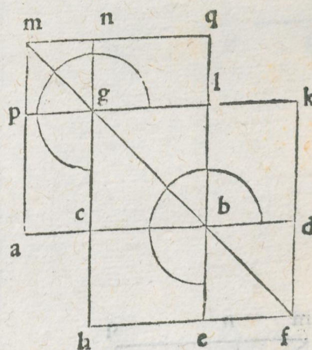
¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholamæo Zāberto Veneto, Geometrica Elementa. Liber tertiusdecimus.

Euclides ex Campano. Propositio 1.

1 

Vm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema / si maiori portioni linea in longū adatur æqualis dimidio ipsius lineæ proportionaliter diuisę: quadratum lineæ ex eis duabus compositę / quadrati medietatis eiusdem lineæ diuisæ quintuplū esse necesse est.

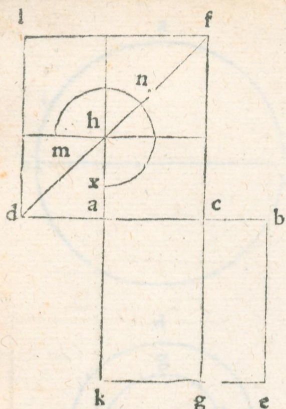
¶CAMP. ¶Sit linea a b diuisa in pūcto c: prout docet 29 sexti. & sit maior portio eius / linea b c: cui b c directe adiungatur linea b d, quę sit æqualis medietati totius a b. Dico q; quadratū lineæ c d: erit quintuplū ad quadratū lineæ b d. Quadrabo enī lineam b d: & sit eius quadratum d e. & circūponā huic quadrato gnomonem secundum quantitatem lineæ b c: protracta diametro f b g. sitq; circūpositus gnomo e g d. eritq; ex 22 sexti superficies inde composita / quæ sit h k: tanq̄ quadratū lineæ c d. Dico igitur quadratum h k: quintuplum esse ad quadratum d e. Sit igitur c l: quadratum circūpositi gnomonis. sibiq; circūponatur alius gnomo ad quantitatem lineæ a c, protracta diametro f b vsq; ad m: sitq; hic gnomo c m l. & protrahantur lineæ c n & p l æquidistanter lateribus oppositis: secantes se super diametrum f m in puncto g. Manifestum est autem ex 22 sexti / q; compositum ex hoc secūdo gnomone & quadrato c l (& ipsum quadratum sit a q) est quadratū lineæ a b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplum ad quadratum d e: eo q; linea b d est medietas lineæ a b. Cūq; sit ex prima parte 16 sexti superficies a n, ideoq; per 43 primi superficies m l, æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoq; & m l, ex b a in a c: & c l prouenit ex c b in se) & cum ex prima sexti sit a l dupla ad l d, ideoq; æqualis l d & c e pariter acceptis ex 43 primi: erit ex hac communi scientia (si æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratum a q æquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum d e: quemadmodum erat quadratum a q. Itaq; totum quadratum h k: cum ipsum constet ex simplo & quadruplo / erit ex communi sciētia quintuplum ad idem. Quod est propositum. ¶Idem aliter. ¶Ex quarta secūdi constat: q; quadratū lineæ a b, est quadruplum ad quadratum lineæ b d. At per secūdā eiusdē quod fit ex a b in b c & in a c: est æquale quadrato a b. quod autē ex a b in b c: ęquū est ei quod ex b d bis in b c. quod ex prima secundi manifestum est: cum a b sit dupla ad b d. At vero quod ex a b in a c est ex prima parte 16 sexti æquale quadrato b c. Itaq; per communē scientiam quod fit ex b d bis in b c, & quod ex b c in se: est æquale quadrato a b, & ideo est quadruplum ad quadratū b d. Quare superaddito quadrato b d, erit totū aggregatū: quintuplum / videlicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta secundi hoc totum est æquale quadrato c d: constat verum esse quod diximus.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 

I recta linea extrema & media ratiōe secetur: maius segmentum admittens totius dimidiam / quintuplum potest eius quod ex totius dimidia.



THEON ex Zamb. Recta inq̃ linea a b, extrema & media ratione secetur in c signo: & sit maius segmentum a c. & extendatur in rectam lineam c a, a d. & ponatur ipsius a b: dimidia a d. Dico ꝙ quod ex c d: eius quod ex d a quincuplum potest. Describantur inq̃ per 46 primi ab ipsis a b, d c: quadrata a e, d f. & in d f describatur figura. extendaturq; f c in g. Et quoniam a b extrema & media ratione diuiditur in c: igitur quod sub a b, b c, ęquū est ei quod ex a c. Est autem id quod sub a b, b c: ipsum c e. quod autem ex a c: ipsum f h. Igitur c e: ipsi f h est æquale. Et quoniam b a ipsius a d dupla est / æqualis autem est b a ipsi k a, & a d ipsi a h: igitur & k a, ipsius a h dupla est. Sicut autem k a ad a h: sic c k ad c h. Duplum igitur est c k: ipsius c h. Sunt autem & ipsa l h, h c: dupla ipsius c h. supplementa nāq;: adinuicem sunt æqualia per 43 primi. Igitur c k: ipsis l h, h c, est æquale. demonstratum autem est: ꝙ & c e ipsi f h est æquale. totum igitur a e quadratum: æquū est ipsi m n x gnomoni. Et quoniam b a ipsius a d dupla est: quadruplū est quod ex b a eius quod ex a d, hoc est a e ipsius d h. Est autē a e: ipsi m n x gnomoni æquale: & m n x igitur gnomon: quadruplus est ipsius d h. Totū igitur d f: quincuplum est ipsius d h. Est q; d f, quod ex c d: & d h, quod ex d a. quod ex c d igitur: quincuplū est eius quod ex d a. Si recta igitur linea extrema & media ratione secetur: maius segmētum totius admittēs dimidiam / quincuplū est siue potest eius quod ex dimidia quadrati. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

SI cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratum quadrati alterutrius suarum portionum sit quintuplum / in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex: eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuisa erit / maiorq; portio eius erit linea media.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ. duplici quoq; modo sicut illa demōstrabitur via retrograda: eadem prorsus manēte dispositione. Verbi gratia. sit quadratum h k quintuplum ad quadratum d e: & linea a b dupla ad lineam b d. Dico ꝙ linea a b diuisa est in puncto c secundū proportionē habētē mediū & duo extrema: & maior portio eius est linea media vt est c b. Constat autē ex 4 secundi: ꝙ quadratū a q est quadruplum ad quadratū d e. Itaq; gnomo d g e: ęqualis est quadrato a q. Cumq; duo supplemēta l d & c e pariter accepta / sint quantum gnomo c m l, atq; eadem supplementa pariter accepta sint ex 1 sexti quantum a l, ideoq; quantum c q: sequitur ꝙ c q sit æqualis gnomoni c m l. Dempta igitur ab vtroq; / superficie l n: erit quadratū c l æquale superficiei a n. Cum igitur fiat superficies a n ex a b in a c, sit autem quadratum c l quadratum lineę c b: erit ex secunda parte 16 sexti proportio a b ad b c, sicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ / positam in principio sexti libri: conclude propositū.

Item aliter. Cum quadratū c d sit ex hypothesi quintuplum ad quadratū b d, quadratum vero a b sit ex quarta secundi quadruplum ad idem / at quadratum c d sit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d & ei quod fit ex b d bis in c b: sequitur vt illud quod fit ex b d bis in c b cum quadrato c b, sit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantum est quantum quod ex a b in b c: eo ꝙ a b dupla est ad b d. Ergo quod fit ex a b in b c cum quadrato b c: est æquale quadrato a b. Et quia ex secunda secūdi quod fit ex a b in b c & in a c est æquale quadrato a b: sequitur ex communi scientia vt quadratum lineæ b c sit æquale ei quod fit ex a b in a c. Igitur ex secunda parte 16 sexti & diffinitione / constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

Si recta linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit / dupla prædicti segmēti extrema & media ratione dissecta: maius segmētum reliqua est pars eius quæ in principio rectæ lineæ.

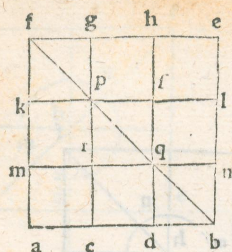
THEON ex Zamb. Recta enim linea a b, sui ipsius segmento a c quin-
cuplum possit: ipsius autem a c dupla sit c d. Dico ꝙ ipsa c d extrema & media
ratione diuisa: maius segmentum est c b. Describantur inq̃ ex vtraq; ipsarum
a b, c d, figuræ a f, c g: & extendatur b e. Et quoniam a f ipsius a h quincu-
plum est: quadruplus igitur est m n x gnomon / ipsius a h. Et quoniam d c
ipsius c a dupla est: quadruplum igitur est quod ex d c eius quod ex c a, hoc
est c g ipsius a h. Patuit autẽ: ꝙ m n x gnomon ipsius a h quadruplus est. Ae-
quus igitur est m n x gnomon: ipsi c g. Et quoniam d c ipsius c a dupla est/ æ-
qualis autẽ est d c ipsi c k, & a c ipsi c h: dupla igitur est & c k ipsius c h. duplũ
igitur est & k b: ipsius b h. Sũt autem & l h, h b: dupla ipsius b h. Igitur k b: ip-
sis l h, h b, est æquale. Ostensum autẽ est: ꝙ & totus m n x gnomon toti c g est
æqualis. & reliquũ igitur h f: ipsi b g est æquale. Estq; ipsum b g: id quod sub
c d, d b. æqualis enim est c d ipsi d g: & h f ipsi quod ex c b. Igitur quod sub c
d, d b: æquum est ei quod ex c b. Est igitur sicut d c ad c b: sic c b ad b d. Ma-
ior autem est d c: ipsa c b. maior igitur est & c b: ipsa b d. Igitur c d recta linea
extrema & media ratione diuisa: maius segmentum est c b. Si recta igitur li-
nea sui ipsius segmento quincuplũ potuerit: dupla dicti segmenti extrema &
media ratione dissecta/ maius segmẽtũ reliqua pars est eius quæ in principio
rectæ lineæ. Qz autem dupla ipsius a c maior sit q̃ ipsa b c: sic ostendendum
est. Si autem non: esto (si possibile est) b c dupla ipsius c a. quadruplum igi-
tur est quod ex b c: eius quod ex c a. quę igitur ex b c, c a: eius quod ex c a quī-
cupla sunt. Supponitur autẽ & quod ex b a: quincuplũ eius quod ex c a. Quod
ex b a igitur: æquum est eis quæ ex b c, c a. quod est impossibile. Igitur c b: ip-
sius a c dupla non est. Similiter iã ostendemus: ꝙ neq; minor q̃ ipsa b c, est
dupla ipsius a c. multo enim absurdius. Ipsius igitur a c, dupla: maior est ip-
sa b c, Quod demonstrasse oportuit.

Propositio 3.

Eucli. ex Camp.

3 CVm diuisa fuerit linea secundum proportionem haben-
tem medium & duo extrema: si minori portioni tanq̃ di-
midium maioris directe iungatur/ erit vt quadratũ lineæ
inde compositæ quintuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris
medietate portionis describitur.

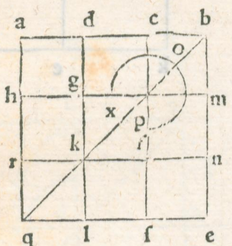
CAMP. Sit linea a b diuisa in puncto c, secundum proportionẽ habentẽ
medium & duo extrema: sitq; eius maior portio linea c b, quæ diuidatur per ę-
qualia in d. Dico ꝙ quadratũ lineæ a d: est quintuplũ ad quadratũ lineæ c d.
Describaur enĩ quadratũ a b, quod sit a e: in quo protrahãtur diameter b f, &
lineę g c & d h, itẽq; k l & m n, ęquidistãter lateribus oppositis: secãtes se inui-
cem super diametrũ in duobus pũctis p & q, & extra diametrũ in duobus alijs
locis r & s. Manifestũ igitur est ex 22 sexti vel ex correlario 4 secũdi: ꝙ oẽs su-
perficies existẽtes in quadrato a e, quas diameter diuidit per mediũ/ sunt qua-
dratæ. Quatuor aũt sup̄ficies quæ sunt a r, m p, p h, & s e: cõstãt ex 43 primi
& prima sexti esse adinuicẽ æquales. nã duę postremę p h & s e: sunt adinuicẽ
æquales ex 1 sexti. Quoniã igitur ex p̄senti hypothesi & diffinitiõe lineæ secũ-
dum ꝙ proponitur diuisæ & prima parte 16 sexti/ quadratũ c l est æquale sup-
erficiei a g, ideoq; & gnomoni r f s propter id quod superficies a r est æqualis su-
perficiei p h, & quoniã ex 4 secũdi quadratũ c l est quadruplũ ad quadratũ r s
quod est tanq̃ quadratũ lineæ c d: sequitur ex cõmuni sciẽtia ꝙ quadratũ m h
sit quĩtuplũ quadrati r s. Cõstat enĩ ex gnomone quadruplo/ & r s simplo. Hoc
autẽ est propositũ. Idẽ aliter. Cũ sit linea b c diuisa per æqualia in pũcto d,
& addita est ei linea a c: erit ex 6 secũdi quod fit ex a b in a c, cũ quadrato c d
interiacẽtis/ æquale quadrato a d. At quia quod fit ex a b in a c, ęquale est qua-
drato c b ex prima pte 16 sexti/ hoc aũt est quadruplũ ad quadratũ c d: manife-
ste patet veritas eius quod dicitur. Potes quoq; si libet/ duplici modo ex cõ-
sequẽte huius suũ ãtecedẽs cõcludere processu retrogrado. Sit enĩ (eadẽ dispo-
sitione manẽte) q̃dratũ m h quintuplũ ad quadratũ r s. eritq; gnomo r f s: ęqua-
le q̃drato c l. Vtrũq; enĩ: est q̃druplũ ad quadratũ r s. At quia superficies a g est
æq̃lis gnomoni p̄dicto: necesse est vt superficies eadẽ sit ęqualis q̃drato p̄dicto.



Quare ex ſecũda parte 16 ſexti & diffinitione linea a b eſt diuiſa in puncto c ſecundũ proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema:& maior portio eius eſt linea c d. ¶Idẽ aliter. Cum ſit ex hypotheſi quadratũ lineæ a d quintuplũ ad quadratũ lineæ c d,& ex 6 ſecundi idẽ ipſum quadratũ ſit æquale ei quod fit ex a b in a c cũ quadrato c d:ſequitur vt id quod fit ex a b in a c cũ quadrato c d,ſit quintuplũ ad idẽ quadratũ c d.Ideoq; eo dempto:erit reſiduũ videlicet quod fit ex a b in a c, quadruplũ ad ipſum Et quia etiã ex 4 ſecũdi quadratũ lineæ c b eſt quadruplũ ad idem:neceſſe eſt vt quod fit ex a b in a c,ſit ęquale quadrato c b.Quare iterũ ex ſecũda parte 16 ſexti & diffinitione/ linea a b eſt diuiſa ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema/ in puncto c:& maior portio eſt linea c b.

Eucli.ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

¶Si recta linea media & extrema ratione ſecetur : minus ſegmẽtum admittens dimidiã maioris ſegmenti/ quincuplũ poteſt eius quod a media maioris ſegmenti fit quadrati. 3



¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim quędã linea a b,media & extrema ratione ſecetur in c ſigno:ſitq; maius ſegmẽtũ a c. ſeceturq; per 10 primi a c bifariã in d.Dico ꝙ quod ex b d:quincuplũ poteſt eius quod d c.Deſcribatur per 46 primi ex a b,quadratũ a e:& deſcribatur figura. Et quoniã a c dupla eſt ipſius d c: quadruplum igitur eſt quod ex a c eius quod ex d c , hoc eſt r ſ ipſius f g. Et quoniam quod ſub a b,b c,æquum eſt ei quod ex a c,eſtq; quod ſub a b,b c,ipſum c e, & quod ex a c id quod r ſ : igitur c e ipſi r ſ eſt æquale . Quadruplum autem eſt r ſ :ipſius f g. quadruplum igitur eſt & c e:ipſius f g . Rurſus quoniã ęqualis eſt a d ipſi d c: ęqualis eſt & h k ipſi k f. quare & g f quadratũ: æquum eſt ipſi h l quadrato.æqualis igitur eſt g k ipſi k l,hoc eſt m n ipſi n e. quare & m f:ipſi f e eſt ęquale.Sed m f: ipſi c g eſt æquale.& c g igitur:ipſi f e eſt æquale.Commune apponatur c n.Igitur x o p gnomon: æquus eſt ipſi c e. Sed c e:quadruplum oſtenſum eſt eſſe ipſius g f.& x o p igitur gnomon:ipſius g f quadruplus eſt.Igitur quadratum d n :quincuqlum eſt ipſius f g quadrati.eſtq; d n id quod ex d b:& g f quod ex d c. Quod ex d b igitur:quincuplum poteſt eius quod ex d c.Quod oſtendere oportuit.

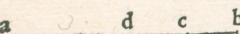
Eucli.ex Camp. Propoſitio 4.

Zamb.5.

SI ſecundum proportionem habentem mediũ & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa / eiq; in longũ directe tanq̃ maior ſectio adijciatur:erit totam lineam inde cõpoſitam ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſam eſſe/ & erit eius maior portio linea prima. 4



¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuiſa qua ſupponitur proportione in pũcto c:& ſit eius maior portio c b.totiq; a b adijciatur directe linea b d quæ ſit æqualis c b.Dico ꝙ tota a d eadem proportione diuiſa eſt in pũcto b: & maior eius portio eſt linea a b quæ eſt linea prima . Eſt enim ex diffinitione / a b ad b c:ſicut b c ad c a.At quia ex 7 quinti a b ad b d,ſicut ad b c:igitur ex vndecima eiuſdẽ a b ad b d,ſicut b c ad c a.quare per conuerſam proportionalitatem b d ad b a :ſicut a c ad c b.& coiunctim d a ad a b:ſicut a b ad b c. Cũq; ſit ex 7 quinti a b ad b c,ſicut ad b d:erit ex vndecima eiuſdẽ d a ad a b,ſicut a b ad b d .Itaq; ex diffinitione linea a d diuiſa eſt in puncto b ſecundũ proportionẽ habentem medium & duo extrema: & maior portio eius eſt linea a b . Quod eſt propoſitum. ¶Eodem quoq; modo ſi ex maiori portione cuiuſlibet lineæ ſecundum prædictam proportionem diuiſæ tanq̃ minor portio detrahatur:erit ipſa maior portio ſecundum eandem proportionem diuiſa/ eritq; maior portio eius linea detracta. Verbi gratia. Sit linea a b ſicut proponitur in puncto c diuiſa: ſitq; maior portio a c,a qua detrahatur c d æqualis c b . Dico ꝙ a c eſt diuiſa ſecũdũ proportionẽ eandẽ in puncto d:& quod maior portio eius eſt linea d c.Cum enim ſit ex diffinitione/ b a ad a c ſicut a c ad c b,at ex 7 quinti a c ad c b ſicut ad c d:erit ex vndecima eiuſdem b a ad a c, ſicut a c ad c



d, ideoq; per 19 quinti ſicut c b reſiduum ad d a reſiduũ. Sed ex ſeptima eiuſdẽ / c b ad d a: ſicut c d ad d a. itaq; a c ad c d: ſicut c d ad d a. Ex diffinitione ergo conſtat quod diximus. Nec igitur ea quã auctor proponit additio / nec ea quam ex oppoſito proponimus detractio / quãtũcũq; vtralibet in prolixum tẽdat: a proprietate diuiſionis lineæ primitiuæ diſcordat.

Eucli ex. Camp. Propoſitio 5.

5 SI ſecundũ proportionem habẽtẽ mediũ & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa: quod ex tota linea quodq; ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta / triplum ſunt eius quod ex maiore portione quadratum deſcribitur.

CAMP. Sit linea a b, diuiſa per ſępe dictã proportionẽ in puncto c: ſitq; maior portio eius linea c b. Dico q quadrata duarũ linearũ a b & c a pariter accepta: triplum ſunt ad quadratum lineæ c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta: ſunt ex 7 ſecundi quãtũ quadratum c b. & duplũ eius quod fit ex a b in a c. Itemq; quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex diffinitione & prima parte 16 ſexti: manifeſtum eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 4. Propoſitio. 4.

4 Si recta linea extrema mediaq; ratione ſecetur: quod ex tota & quod ex minori ſegmento vtraq; quadrata / tripla ſunt eius quod a maiori ſegmento fit quadrato.

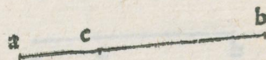
THEON ex Zamb. Sit recta linea a b, ſeceturq; extrema & media ratione in c: ſitq; maius ſegmẽtũ a c. Dico q quę ex a b, b c: tripla ſunt eius quod ex ipſa c a. Deſcribatur per 46 primi ab ipſa a b quadratũ a d e b: & deſcribatur figura. Quoniã igitur a b extrema & media ratione ſecatur in c, & maius ſegmẽtũ eſt a c: quod igitur ſub a b, b c, æquũ eſt ei quod ex a c. eſtq; id quod ſub a b, b c, id quod a k: quod autẽ ex a c, id quod h g. ęquũ igitur eſt a k ipſi h g. Sed a f: ipſi f e ęquũ eſt. apponatur cõmune c k, totũ igitur a k: toti c e eſt æquale. Igitur a k, c e: ipſius a k dupla ſũt. Sed a k, c e: ſunt id quod l m n gnomon & c k quadratum. Igitur l m n gnomon & c k quadratũ: dupla ſunt ipſius a k. Sed q a k ipſi h g ſit æquale: oſtenſum eſt. Igitur l m n gnomon & c k quadratum: dupla ſunt ipſius h g. quare l m n gnomon & c k, h g, quadrata: ſunt totũ a e, & c k, quę ſunt ex a b, b c, quadrata / & g h ipſum a c quadratũ. quę igitur ex dupla ſunt ipſius h g q̃drati. Et l m n gnomõ & c k, h g, quadrata: ſunt totũ a b a, b c, quadrata: tripla ſunt eius quod ex a c q̃drati. Quod oſtẽdere oportuit.

Eucli ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

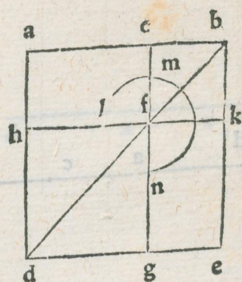
5 Si recta linea extrema & media ratione ſecetur / apponatur que eidem æqualis maiori ſegmento: tota recta linea extrema & media ratione ſecatur / & maius ſegmentum eſt ea quæ in principio recta linea.

THEON ex Zamb. Recta enim quædam linea a b extrema & media ratione ſecetur in c ſigno: & ſit maius ſegmentum a c. & ipſi a c æqualis ponatur a d. Dico q d b recta linea extrema & media ratiõe ſecatur in a: & maius ſegmentum eſt ipſa quæ in principio recta linea a b. Deſcribatur enĩ per 46 primi ex a b, quadratũ a e: & deſcribatur figura. Quoniã enĩ ab extrema & media ratione ſecatur in c: quod ſub a b, b c, æquum eſt ei quod ex a c. eſtq; quod ſub a b, b c, id quod c e: & id quod ex a c, ipſũ c h. æquũ igitur eſt c e: ipſi h c. ſed ipſi quidẽ c e, ęquũ eſt h e: ipſi autẽ h c, ęquũ eſt d h. & d h igitur: ipſi h e eſt ęquale. Cõmune adijciatur h d. totũ igitur d k: toti a e eſt ęquale. eſtq; d k id quod ſub b d, d a. ęqualis enĩ eſt a d, ipſi d l: & a e, ei quod ex a b. quod igit̃ ſub b d, d a: ęquũ eſt ei quod ex a b. Eſt igit̃ ſicut d b ad b a: ſic b a ad a d. Maior autẽ eſt d b: ipſa b a. maior igitur & b a: ipſa a d. ipſa igitur b d, extrema & media ratione ſecatur in a: & maius ſegmẽtũ eſt a b. Quod erat oſtendendũ.

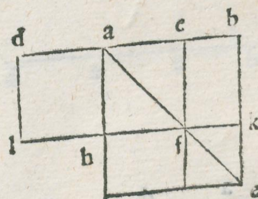
Zamb. 4.



Camp. 5.



Camp. 4.



¶Q uid sit resolutio.

¶RESOLVTIO: est assumptio quęsiti tanquā concessi per ea quæ sequuntur
in verum aliquod concessum.

d a c b

¶Q uid sit compositio.

¶COMPOSITIO vero: est assumptio concessi per ea quę sequuntur in quę-
siti terminationem siue occupationem.
¶RESOLVTIO primi theorematis. ¶Recta enim quædam linea a b, extre 1
ma & media ratione secetur in c: sitq; maius segmētū a c. & dimidio ipsius a
b: æqualis apponatur a d. Dico ꝙ quod ex c d: eius quod ex a d quincuplū est.
Quoniā enī quod ex c d eius quod ex d a quincuplū est / at quod ex c d est ea
quæ ex c a, a d, vna cum eo quod bis fit sub c a , a d: quæ igitur ex c a , a d,
vna cum eo quod bis sub c a, a d, quincuplū est eius quod ex a d. patet igitur
ꝙ quod ex c a, vna cū eo quod bis sub c a, a d: quadruplū est eius quod ex a d.
Sed ei quod bis fit sub c a, a d: ęquum est id quod sub c a, a b. dupla enī est b a
ipsius a d. Ei autē quod ex a c: æquū est quod sub a b, b c. ipsa enim a b extre
ma & media ratione secatur. quod igitur sub b a, a c, vna cū eo quod sub a b,
b c: quadruplū est eius quod fit ex a d. Sed quod ex a b: q̃druplū est eius quod
fit ex a d. sed quod sub b a, a c, vna cū eo quod sub a b, b c: est id quod ex a b.
Quod igit̃ ex a b : eius quod ex a d quadruplū est. dupla enī est a b: ipsius a d.
¶COMPOSITIO primi theorematis. ¶Quoniam igitur quod ex b a eius
quod ex a d quadruplū est / sed quod ex b a est id quod sub b a, a c, vna cū eo
quod sub a b, b c: quod igitur sub b a, a c vna cū eo quod sub a b, b c, quadru-
plū est eius quod ex a d. Sed quod sub b a, a c: æquū est ei quod bis sub d a, a
c. quod aūt sub a b, b c: ei est ęquum quod ex a c. quod igitur ex a c vna cū eo
quod bis sub d a, a c: quadruplū est eius quod ex d a. Quare quod ex d a, a c,
vna cū eo quod bis sub d a, a c: quincuplū est eius quod ex d a. Quæ autē ex
d a, a c, vna cū eo quod bis sub d a, a c: est id quod ex c d. quod igitur ex c d:
quincuplū est eius quod ex d a. Quod ostendere oportuit.

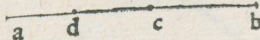
d a c b

¶RESOLVTIO secūdi theorematis. ¶Recta enī quædā linea c d, sui ipsius 2
segmēto d a, quīcuplū possit: ipsius autē d a, dupla sit a b. Dico ꝙ a b extrema
& media ratione secatur in c signo: & maius segmētum est a c quæ est reliqua
pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quoniā enī a b extrema & media ra-
tione secatur in c, & maius segmentū est a c: quod igitur sub a b, b c, æquū est
ei quod ex a c. Est autē & quod sub b a, a c, ęquum est ei quod bis sub d a, a c.
dupla enim est b a: ipsius a d. Quod igitur sub a b, b c, vna cū eo quod sub b
a, a c, quod est id quod ex a b: æquū est ei quod bis sub d a , a c, vna cum eo
quod ex a c. Quod autem ex a b: eius quod ex d a quadruplum est. quadruplū
igitur est & quod bis sub d a , a c , vna cum eo quod ex a c: eius quod ex a d.
Quare quę ex d a, a c, vna cū eo quod bis sub d a, a c, quod est id quod ex c d:
quincuplum sunt eius quod ex d a.
¶COMPOSITIO secūdi theorematis. ¶Quoniā igitur quod ex c d quincu
plū est eius quod ex d a, quod autē ex c d est id quod ex d a, a c, vna cum eo
quod bis sub d a, a c: quæ igitur ex d a, a c, vna cū eo quod sub d a, a c, quicu-
pla sunt eius quod ex d a. manifestū autē: ꝙ quod bis sub d a, a c, vna cū eo
quod ex c a: quadruplū est eius quod ex a d. quod igitur bis sub d a, a c, quod
est totum quod ex b a, a c, vna cum eo quod ex a c: æquum est ei quod ex a b.
Sed quod ex a b: est id quod sub a b, b c, vna cū eo quod sub b a, a c. quod igi-
tur sub b a, a c, vna cum eo quod sub a b, b c: ęquum est ei quod sub b a, a c,
vna cum eo quod ex a c. & sublato eo quod sub b a, a c: reliquum igitur quod
sub a b, b c, æquum est ei quod ex a c. Est igitur sicut b a, ad a c: sic a c ad c b.
Maior autem est b a: ipsa a c. maior igitur est & a c: ipsa c b. Igitur a b, extre-
ma & media ratione secatur in c: & maius segmētum est a c. Quod erat osten-
dendum.

a d c b

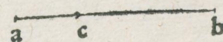
¶RESOLVTIO tertij theorematis. ¶Resta enī quedā linea a b, extrema & 3
media ratione secetur in c signo: sitq; maius segmentū a c. & ipsius a c: dimi-
dia esto c d. Dico ꝙ quod ex b d: ipsius c d quincuplū est. Quoniā enī quod
ex b d, eius quod ex c d quincuplū est / quod autem ex d b, est id quod sub a b,

b c, vna cum eo quod ex d c: quod igitur sub a b, b c, vna cũ eo quod ex d c, quincuplũ est eius quod ex d c. Manifestũ igitur quod sub a b, b c: quadruplũ est eius quod ex d c. Ei autẽ quod sub a b, b c: æquum est id quod ex a c. ipsa enim a b: extrema & media ratione secatur in c. quod igitur ex a c: quadruplũ est eius quod ex d c. est igitur a c: dupla ipsius d c.



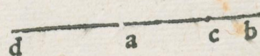
¶COMPOSITIO tertij theorematis. ¶Quoniam igitur a c ipsius d c dupla est: quadruplũ est quod ex a c, eius quod ex d c. Sed ei quod ex a c: ęquum est quod sub a b, b c. quod igitur sub a b, b c: eius quod ex d c quadruplũ est. Cõponẽdo per 18 quinti quod igitur sub a b, b c, vna cũ eo quod ex d c, quod est id quod ex d b: quincuplũ est eius quod ex d c. quod ostendere oportuit.

4 ¶RESOLVTIO quarti theorematis. ¶Recta inq̃ linea a b, extrema ac media ratione secetur in c: et sit maius segmẽtũ a c. Dico ꝙ quę ex a b, b c: tripla sunt eius quod ex a c. Quoniã eni quæ ex a b, b c, tripla sunt eius quod ex a c, sed quæ ex a b, b c, sunt id quod bis sub a b, b c, vna cum eo quod ex a c: quod igitur bis sub a b, b c, vna cum eo quod ex a c, triplum est eius quod ex a c. manifestum est igitur: ꝙ quod bis sub a b, b c, eius quod ex a c duplũ est. Quare totum quod sub a b, b c: æquum est ei quod ex a c. Ipsa igitur a b: extrema & media ratione secatur in c.



¶COMPOSITIO. ¶Quoniã igitur a b, extrema & media ratione in c secatur/ maiusq; segmentũ est a c: quod igitur sub a b, b c, ei est æquũ quod ex a c. quod bis igitur sub a b, b c: duplũ est eius quod ex a c. Cõponẽdo per 18 quĩti quod igitur bis sub a b, b c, vna cũ eo quod ex a c: triplũ est eius quod ex a c. Sed quod bis sub a b, b c, vna cũ eo quod ex a c id est quod & ea q̃ ex a b, b c, sunt quadrata. Quæ igitur ex a b, b c, quadrata: tripla sunt eius quod ex a c. Quod ostendere oportuit.

5 ¶RESOLVTIO quinti theorematis. ¶Recta inq̃ q̃dã linea a b, extrema & media ratione secetur in c: sitq; maius segmẽtũ a c, & ipsi a c ęqualis ponatur a d. Dico ꝙ d b, extrema & media ratione secatur in a: & maius segmẽtũ est a b. Quoniã enim d b, extrema & media ratione secatur in a, & maius segmentum est a b: est igitur sicut d b ad b a, sic b a ad a d. Aequalis autẽ est a d: ipsi a c. Est igitur sicut d b ad b a: sic est b a ad a c. Conuertendo igitur sicut b d ad d a: sic a b ad b c. manifestũ igitur & sicut b a ad a d: sic a c ad c b. ipsa igitur a b: extrema & media ratione secatur in c.



¶COMPOSITIO. ¶Quoniã a b, extrema & media ratione in c secatur: est igitur sicut b a ad a c, sic a c ad c b. Aequalis autẽ est a c: ipsi a d. est igitur sicut b a ad a d: sic a c ad c b. componendo per 18 quinti sicut b d ad d a: sic a b ad b c. Conuertendo/ sicut d b ad b a: sic b a ad a c. Aequalis autem est a c: ipsi a d. est igitur sicut d b ad b a: sic b a ad a d. Ipsa igitur d b, extrema & media ratione secatur in a: & maius segmentũ est a b. Quod ostendere oportuit.

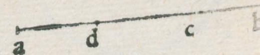
Propositio 6.

6 Eucli. ex Camp.

OMnis rationalis lineę secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisę: vtranq; portionem residuum esse necesse est.



¶CAMP. ¶Sit linea a b secũdum solitã proportionẽ diuisa in pũcto c: rationalis. dico ꝙ vtraq; portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio a c: cui directe adijciatur a d ęqualis dimidio totius a b. eritq; etiã d a rationalis ex 6 decimi libri & diffinitione. Cõstat autẽ ex prima huius: ꝙ quadratũ lineę d c, quintuplũ est ad quadratũ lineę d a. Igitur linea d c: est cõmunicãs lineę d a in potẽtia ex diffinitiõe: sed nõ in lõgitudine ex vltima parte 7 decimi. q̃re p 68 decimi linea a c est residuũ: cũ duę lineę c d & d a sint ãbę rationales potẽtialiter tãtũ cõmunicãtes. Et quia iterũ si ad lineã rationalẽ a b, adiungat̃ superficies æqualis quadrato lineæ a c quæ est residuũ/ erit latus eius secundũ linea c b ex prima pte 16 sexti: necesse est ex 92 decimi vt linea c b sit residuũ primũ. quare cõstat propositũ. ¶ Amplius autẽ si lineæ sic diuisę vt proponit maior portio fuerit rationalis: erit minor residuum. Verbi gratia. sit vt prius/ a b diuisa in c: secundum dictam proportionem. & maior eius portio quæ est a c, sit



a d c b

rationalis: quæ diuidatur per æqualia in d. eritq; ex tertia huius quadratum d b: quintuplum ad quadratum d c. At quia d c est rationalis cum ipsa sit dimidium a c: sequitur vt duæ lineæ d b & d c sint rationales potentialiter tantũ cõmunicantes. Quare vt prius: linea & b est residuũ. ❡Atvero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur: adhuc necesse est vt vtraq; portio eius sit residuum. Sit enim a b rationalis in potentia tantũ: diuisa sicut proponitur in pũcto c. & sumatur aliqua rationalis in longitudine quæ sit d e: quæ etiã diuidatur in f secũdũ predictam proportionẽ. manifestũ est igitur ex 2 quartidecimi quæ sine adminiculo alicuius eorũ quæ sequũtur/ incõcussa demõstratione roboratur: ꝙ proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cũ ergo a b cõmunicet cũ d e in potentia: sequitur ex prima parte 10 decimi ꝙ a c cõmunicet cũ d f, & c b cũ f e, in potentia. Et quia vtraq; portio lineę d e est residuũ/ vt patet ex prędictis: sequitur ex 98 decimi vt vtraq; portio lineæ a b sit etiã residuũ. sed nõ eiusdẽ speciei: vt ibidẽ demõstratũ est. Quare cõstat: ꝙ omnis lineæ rationalis in lõgitudine vel in potẽtia tantũ/ secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuisæ vtraq; portio est residuum.

a c b

d f e

❡CAMPANI annotatio. ❡Et nota/ ꝙ prima pars pręsentis demõstrationis qua demonstratur ꝙ maior portio lineæ diuisæ secũdũ proportionẽ habentem medium & duo extrema sit residuũ/ si tota linea sit rationalis: procedit ex sufficientibus siue tota linea ponatur rationalis in lõgitudine siue in potentia tãtũ. Secũda vero pars qua demõstratur hoc de minori portione ꝙ ipsa quoq; sit residuum si tota est rationalis: non procedit ex sufficiẽtibus/ nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia aũt pars qua probatur ꝙ minor portio est residuum: sufficienter procedit/ siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tantũ. Ad concludendũ igitur de maiori portione lineæ prædicto modo diuisæ ꝙ ipsa sit residuũ: sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tantũ. sed ad concludendum quoq; hoc de minori portione mediãte maiore: sufficit ponere portionẽ maiorẽ similiter rationalẽ in potẽtia tãtũ. ad cõcludẽdũ autẽ hoc de minori portione mediãte tota: necesse est ponere totam lineã esse rationalẽ in lõgitudine/ aut vtẽdum est 2 quartidecimi quẽadmodum dictum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6. 6

❡Si recta linea rationalis/ extrema & media ratione secta fuerit: vtrunq; segmentorum irrationale est/ appellaturq; apotome.

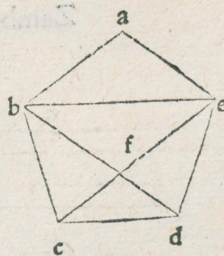
❡THEON ex Zamb. ❡Sit recta linea rationalis a b. seceturq; extrema & media ratione in c: sitq; maius segmẽtũ a c. Dico ꝙ vtraq; ipsarum a c, c b, irrationalis est: appellaturq; apotome. Extẽdatur enĩ a b: & ponatur ipsius b a, dimidia a d. Quoniã igitur recta linea a b, extrema & media ratiõe secatur in c, maioriq; segmẽto a c apponit̃ a d dimidia existẽs ipsius a b: quod igit̃ ex d, c, eius quod ex d a quĩcuplũ est p 1 decimitertij. Quod ex c d igitur: ad id quod ex d a, rationẽ habet quã nnmerus ad numerũ. Quod igitur ex c d: ei quod ex d a cõmẽsurabile est. Quod aũt ex d a: rationale est. Igit̃ & d a rationalis est: dimidiũ existẽs ipsius a b rationalis existẽtis. Rationale igitur est & quod ex c d. rationalis igit̃ & c d. Et quoniã quod ex c d ad id quod ex d a rationẽ nõ habet quã q̃dratus numerus ad q̃dratũ numerũ: incõmẽsurabilis igit̃ est c d ipsi d a lõgitudine. Ipsæ igitur c d, d a: rationales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Igitur a c: aptome est. Rursus quoniã a b extrema & media ratione secatur/ & maius segmentum est a c: igitur quod sub a b, b c, ei quod ex a c æquũ est. Igitur ex a aptomæ ad a b rationalẽ cõparata latitudo: efficit b c. Ab apotomę vero ad rationalẽ cõparata latitudo: primã efficit aptomen. Igitur c b: prima est apotom per 97 decimi. Ostẽsum autẽ est: ꝙ & a c apotome est. Si recta igitur linea: & quę sequũtur reliqua. quod oportuit ostẽdere.

d a c b

Eucli. ex Camp. Propositio 7. 7

SI quis pentagonus tres æquos angulos habens/ fuerit æquilaterus: æquiangulus quoq; idem pentagonus esse probatur.

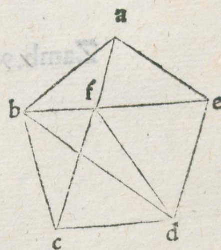
¶CAMPANVS. ¶Sit pentagonus a b c d e:æquilaterus. sintq; quilibet tres eius anguli/ siue cõtinue siue incontinue sumantur:adinuicem æquales.& sint prius incontinue sumpti:sintq; anguli a, c, d, illi tres qui ponuntur adinuicẽ æquales. Dico totum pentagonum esse æquiangulum. His angulis subtendantur chordæ b e, b d, & e c. & totus pentagonus: diuidatur in trigonum/ & quadrilaterum cuius duæ diagonales sint chordæ duorum proximorum æqualium angulorum secantes se intra quadrilaterum ipsum in puncto f. eritq; per 4 primi/basis b e æqualis basi b d:& angulus a e b æqualis angulo c d b. Cũq; per 5 primi angulus b e d sit ęqualis angulo b d e, eo ꝙ duo latera b e & b d sunt ęqualia :erit ex communi scientia totalis angulus e æqualis totali angulo d. Similiter probabis:totalem angulum b esse æqualem angulo totali c. est enim per 4 primi basis b e æqualis basi c e: & angulus a b e æqualis angulo d c e. per quintã autẽ eiusdẽ scilicet primi:est angulus e b c æqualis angulo e c b. igitur ex cõmuni sciẽtia totalis ãgulus b:est ęqualis totali angulo c. ¶Sint itaq; tres anguli b, c, d, continue sumpti:æquales.& sic quoq;:erit pentagonus æquiangulus. Erit enim ex 4 primi basis b d æqualis basi c e: & angulus c b d angulo d e c, & angulus b d c angulo e c d. quare per 5 primi duæ lineæ c f & f d erũt æquales:cum duo anguli trianguli f c d qui sunt ad basin c d, sint æquales. igitur ex communi scientia erit linea f b: ęqualis lineæ f e. erat enĩ tota b d:æqualis toti c e. ideoq; per 5 primi erit angulus f b e:æqualis angulo f e b. Per eandẽ autẽ est angulus a b e : æqualis angulo a e b. Itaq; per cõmunẽ scientiaã angulus b totalis: est ęqualis angulo e totali. tres enĩ partiales ãguli cõponẽtes vnũ: sunt æquales tribus partialibus componentibus alium/ vnusquisq; suo relatiuo. Manifestum est igitur :ꝙ tres anguli e, b, c, non continue sumpti in proposito pentagono sunt æquales. Cum autem sic:demonstratum est totum pentagonũ essæ æquiangulum . vtrolibet ergo modo constat propositum.



7 Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

¶Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim/ aut non ordinatim/ æquales fuerint: æquiangulũ erit ipsum quinquangulũ.

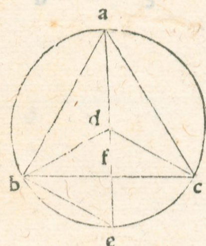
¶THEON ex Zamberto. ¶Quinquãguli ęquilateri a b c d e, tres anguli prius ordinatim qui ad a, b, c, signa: inuicẽ sunt æquales. Dico ꝙ quinquãgulum a b c d e:æquiangulũ est. Cõnectantur enim a c, b e, & f d. Et quoniã binæ c b, b a, duabus b a, a e, sunt æquales altera alteri / & angulus qui sub c b a ei qui sub b a e est æqualis:basis igitur a c per 4 primi basi b e est æqualis. & triangulũ a b c:triangulo a b e est ęquale. & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt sub quibus æqualia latera subtenduntur:qui sub b a c ei qui sub b e a, qui autẽ sub a b e ei qui sub c a b. Quare & latus a f:ipsi b f lateri est ęquale. patuit autẽ:ꝙ & tota a c, toti b e est æqualis. & reliqua igitur f c:reliquæ f e est ęqualis. Est autem & c d:ipsi d e ęqualis. Binę iam f c, c d:duabus f e, e d, sunt ęquales. & cõmunis ipsorum basis: est f d. Angulus igitur qui sub f c d: angulo qui sub f e d est æqualis. Patuit autẽ:ꝙ & qui sub b c a, ei qui sub a e b est æqualis. totus igitur qui sub b c d:toti qui sub a e d est æqualis. Sed qui sub b c d:æqualis supponitur eis qui ad a, b. & qui sub a e d igitur:eis qui ad a, b, angulis est æqualis. Similiter iã ostẽdemus:ꝙ & qui sub c d e angulus/ eis est ęquus qui ad a, b, angulis . Aequiangulũ igitur est:a b c d e quinquãgulum. ¶Sed iã nõ sint ęquales ordinatim ipsi anguli:sed sint ęquales qui ad a, c, d, signa. Dico: ꝙ & & sic quinquãgulum a b c d e æquiangulum est. Cõnectantur enĩ b, d. Et quoniã binæ b a, a e, duabus b c, c d, sunt æquales/ & æquos cõpræhendunt angulos:basis igitur b e per 4 primi basi b d est æqualis/ & triangulũ a b e:triangulo b d c est ęquale. & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales: sub quibus æqualia latera subtẽduntur. Aequalis igitur est angulus qui sub a e b:ei qui sub c d b. Est autem & qui sub b e d angulus/ ei qui sub b d e æqualis: quoniam & latus b e lateri b d est æquale. Totus igitur qui sub a e d angulus: toti qui sub c d e est æqualis. Sed qui sub c d e : eis qui ad a, c, angulis supponitur æquus. & angulus igitur qui sub a e d:eis est æquus qui ad a, c . Iam id propterea & qui sub a b c:æqualis eis qui ad a, c, d, angulis. Aequiangulum igitur est:ipsum a b c d e quinquangulum, Quod ostendere oportuit.



Zamb. 12.

Eucli. ex Camp. Propositio 8.


OMnis trianguli æquilateri quod a latere suo quadratum describitur: triplum est quadrato dimidiæ diametri circuli a quo triangulus ipse circũscribitur. 8

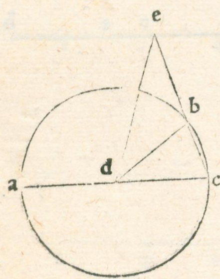


¶CAMP. ¶Sit triangulus a b c æquilaterus: cui circũscribatur circulus a b c supra centrum d, quemadmodum docet 5 quarti. & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo ꝙ quadratum lineæ a b: triplum est ad quadratum semidiametri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c. & arcui b e: subtẽdatur chorda b e. eritq; ex 8 primi angulus b a d: æqualis angulo c a d. quare per vltimã sexti arcus b e: est ęqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, sunt adinuicem æquales / eo ꝙ eorum chordæ quæ sunt latera trigoni / sunt æquales ex hypothesi: erit arcus b e sexta pars circũferentię. ideoq; chorda b e: erit latus hexagoni æquilateri ipsi circulo inscripti. quare per correlariũ 15 quarti / linea b e: est æqualis semidiametro a d. Manifestum est autem ex prima parte 30 tertij: ꝙ angulus a b e est rectus. ideoq; quadratum lineæ a e: est ęquale quadratis duarum linearum a b & b e pariter acceptis / ex penultima primi. Atvero quadratum a e, quadruplũ est ad quadratum b e ex 4 secundi: cum linea a e sit dupla b e. relinquitur ergo: quadratum a b triplum esse ad quadratum b e, & ideo ad quadratum a d. Quod est propositum. ¶Non lateat autem nos: ꝙ linea b c quę est latus trigoni / diuidat semidiametrum d e per æqualia. Esto quidem punctus diuisionis: f. Constat igitur ex 4 primi: ꝙ b f est æqualis f c. ideoq; per primã partem 3 tertij / omnes anguli qui sunt ad f: sunt recti. quare ex penultima primi quadratum b d, est æquale quadratis duarũ linearum d f: & f b. quadratum vero b e, æquale quadratis duarum linearum quæ sunt b f & f e. Et quia b d est æqualis b e: erunt ex communi scientia duo quadrata duarum linearũ b f & f d pariter accepta / æqualia duobus quadratis duarum linearum b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur vtrinq; quadrato b f: erit ex communi scientia quadratum f d residuum / ęquale quadrato f e residuo. quare & linea f d: lineę f e, ex hac communi sciẽtia / quarum quadratum sunt æqualia eas lineas esse æquales. ¶Ex hoc itaq; manifestum est: ꝙ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni æquilateri sibi inscripti / æqualis est dimidio lineæ ductæ a centro eiusdem circuli ad ipsius circũferentiam.

Zamb. 9.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.


SI latus hexagoni ęquilateri / latusq; decagoni ęquilateri / quos ambos vnus idẽq; circulus circũscribit / sibi inuicem in longum directũq; coniungantur: tota linea ex eis composita secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisa erit / maiorq; eius portio latus hexagoni. 9



¶CAMP. ¶Sit circulus a b c: cuius centrum d, & diameter a d c. sitq; arcus c b quinta pars arcus semicirculi a b c: cui subtendatur chorda c b, quam constat esse latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti. adiungaturq; lineę c b in continuum & directum linea b e: quæ ponatur esse æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inscripti. Dico totam lineam c e, diuisam esse in puncto b secundum proportionem habentem medium & duo extrema: & maiorem eius portionem dico esse lineã b e quę est latus hexagoni. Ducantur enĩ in centrum / duę lineæ e d & b d. eritq; angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi: propter hoc ꝙ linea e b est æqualis lineæ b d ex correlario 15 quarti. angulus quoq; d b c: est æqualis angulo c ex 5 primi. quare ex 32 primi angulus a d b: erit duplus ad angulum d b c. Et quia per eandẽ angulus d b c est duplus ad angulum e: sequitur vt angulus a d b sit quadruplus ad angulum e. est enĩ ex communi scientia quadruplũ: quicquid fuerit duplum dupli. Cũq; sit etiã idem angulus a d b quadruplus ad angulum b d c ex vltima sexti / eo ꝙ arcus a b est quadruplus ad arcum b c: necesse est ex communi scientia vt angulus e sit æqualis augulo b d c. Si igitur intelligantur duo trianguli / d e c totalis, &

b d c partialis: cum angulus e totalis trianguli sit æqualis angulo b d c partia
lis,& angulus c sit communis vtriusq;, necesse est ex 32 primi vt ipsi sint æqui-
anguli. quare per 4. sexti proportio duorum laterum e c & c d continentium
angulum c in totali triangulo: est sicut duorum laterum d c & c b continentium
eundem angulum in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d est si-
cut ad e b ex secunda parte 7 quinti/ & d c ad c b est sicut e b ad eãdem ex pri-
ma parte eiusdem: sequitur ex 11 quinti vt sit proportio c e ad e b, sicut e b ad
b c. Igitur a diffinitione conclude propositum: lineam e c esse diuisam secundũ
proportionem habentem medium & duo extrema/ & maiorem portionẽ eius
esse latus hexagoni. Quod oportuit nos demonstrare.

¶CAMPANVS. ¶Conuersam quoq; demonstrare cõuenit. quod facile fiet:
via retrograda. eam enim assumit Ptolomęus capitulo 9 primæ dictionis Al-
magesti: ad demonstrandum quantitatem chordarum arcuum circuli. Dico
itaq; q si linea quælibet secundũ proportionẽ habentem medium & duo extre
ma diuidatur: cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni / eiusdẽ minor
erit latus decagoni. atvero cuius minor erit latus hecagoni: eiusdẽ maior erit
latus hexagoni. Sit enĩ (priori dispositione manente) linea e c diuisa in pũ-
cto b secundum prædictam proportionem: & maior eius portio sit e b. dico q
cuiuscũq; circuli linea e b est latus hexagoni: eiusdẽ est linea b c latus decago-
ni. & cuiuscũq; circuli linea b c est latus decagoni: eiusdẽ est linea e b latus he
xagoni. Intelligo autẽ hoc de hexagonis & decagonis ęquilateris. Si enim sit
e b latus hexagoni circulo a b c inscripti: erit per correlariũ 15 quarti e b æqua
lis d c. Et quia proportio c e ad e b est sicut e b ad b c ex hypothesi: erit ex 7
quinti c e ad d c, sicut d c ad c b. Igitur ex 6 sexti duo triãguli e d c & d c b:
sunt æquianguli. angulus ergo e, est æqualis angulo b d c: ipsos enim latera
proportionalia respiciũt. Cumq; sit angulus a d b quadruplus ad ãgulum e ex
32 primi bis assumpta / & quinta eiusdem bis: sequitur vt etiam idem angulus
a d b sit quadruplus ad angulũ b d c. Ideoq; ex vltima sexti/ arcus a b: quadru-
plus est ad arcũ b c. Linea igitur b c: est latus decagoni circulo a b c inscripti.

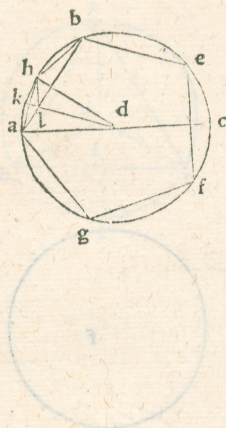


¶Qz si linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c: erit e b latus hexagoni eius
dem. Sit enim e b latus hexagoni circuli f. eritq; ex prædictis/ b c: latus deca-
goni eiusdem. Intelligantur igitur inscripti esse decagoni ęquilateri duobus cir
culi a b c & f: quorum omnia latera erunt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figu
ra æquilatera circulo inscripta/ est æquiangula vt probatum est in 15 quarti li-
bri: sequitur vtrosq; decagonos esse æquiangulos. Cumq; omnes anguli vnius
pariter accepti sint æquales omnibus angulis alterius pariter acceptis/ sicut eui
denter apparet ex demonstratis in 32 primi: necesse est ex hac communi scien-
tia (quorũlibet æqualium decimas aut quotaslibet partes eiusdem denomina-
tionis: esse æquales) vt vnus horum decagonorum sit æquiangulus alij/ ideo-
q; similis ex diffinitione similium superficierum. Et quia si duæ figuræ similes
duobus circulis inscribantur/ erit proportio duorum relatiuorum laterum illa-
rum figurarum sicut duarum diametrorum illorum circulorum / vt apparet ex
correlario 18 sexti libri & 1 duodecimi: cum latera decagonorum similium in-
scriptorum duobus circulis a b c & f, sint æqualia / sequitur vt diametri eorũ
sint æquales/ ideoq; & semidiametri etiam æquales. Sunt autem semidiametri
& latus hæxagoni: æqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, la-
tus hexagoni circulo a b c inscripti: sicut ipsa est latus hexagoni circuli f sibi
æqualis. Hoc autem est: quod demonstrare voluimus. ¶Ex hac autem no-
na huius decimitertij noueris exortam esse 10 quarti libri: quæ duum æquali-
um laterum proponit trigonum describendum/ cuius vterq; duorum angulo-
rum quos basis obtinet/ ad tertium duplus existat. talis enĩ est vterq; triãgulo
rũ e d c & d c b. & simpliciter omnis: cuius duo latera sunt ęq̃lia maiori portio-
ni alicuius lineę diuisæ secũdum proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema
& tertium quod est basis est æquale minori portioni lineæ eiusdem / vel cuius
duo latera sunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui circulo inscripti/ basis
vero est ęqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inscripti. Quod est pro
positum.

Eucli ex Camp. Propositio.10.

Zamb.10.


Mne latus pentagoni æquilateri tanto potentius est late 10
re hexagoni æquilateri: quantum potest latus decagoni
æquilateri/si sint in eodem circulo ambo inscripti.

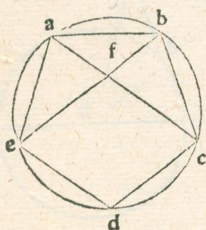


CAMP. Sit circulus a b c: cuius centrū d, & diameter a d c. inscribaturq́ʒ
ei pētagonus æquilaterus: qui sit a b e f g. & a cētro d protrahatur perpēdicu-
laris ad latus a b, quæ producatur vsq́ʒ quo obuiet circūferētiæ in pūcto h: sitq́ʒ
d h. & protrahantur duæ chordæ a h & h b: quæ erunt æquales adinuicē ex se-
cūda parte 3 tertij & 4 primi. ideoq́ʒ etiā duo arcus a h & h b: æquales adinui-
cē ex 27 tertij. Est igitur vtraqʒ duarū chordarū a h & h b: latus decagoni ęqui
lateri proposito circulo inscripti. Dico itaq́ʒ q̄ quadratū lineæ a b quæ est latus
pētagoni: est æq̄le duobus quadratis duarū linearū b d & a h pariter acceptis.
quarū prima est æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti: & secūda est la
tus decagoni. protrahatur eni a cētro d, ꝑpendicularis a lineā a h quę est latus
decagoni: quæ producatur vsq́ʒ ad circūferentiā / sitqʒ d k q̄ secet lineā a b quæ
est latus pentagoni in pūcto l, & protrahatur linea h l. Cōstat autē ex secunda
parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij: q̄ linea d k q̄ est perpēdicularis ad chordā
a h, simul diuidit p æqualia chordā & arcū / ideoq́ʒ arcus a k est æqualis arcui k
h. quare ex vltima sexti angulus a d l: est æqualis angulo l d h. ideoq́ʒ ex 4 pri
mi basis a l: basi l h. igitur ex 5 primi angulus l a h: æqualis est angulo l h a.
Cumq́ʒ etiam sit ex eadē angulus h a b ęqualis angulo h b a: sequitur vt angu
lus l h a sit æqualis angulo h b a. ergo ex 32 primi duo trianguli b a h & a h l:
sunt æquianguli. est eni angulus b, maioris: æqualis angulo h, minoris. & an-
gulus a: cōmunis est vtriq́ʒ. Itaqʒ per 4 sexti proportio b a ad a h: est sicut a h
ad l a. quare ex prima parte 16 sexti quod prouenit ex b a in a l: est æquale qua
drato lineæ a h quæ est latus decagoni. Cum sit autem semicirculus a e c ęqua
lis semicirculo a f e, & arcus a e arcui a f: erit arcus e c residuus æqualis arcui f c
residuo. quare arcus e c: est medietas arcus e f. ideoq́ʒ æqualis arcui a h: & du-
plus ad arcum h k. Et quia arcus e b est duplus ad arcum b h: erit ex 13 quinti
totus arcus c e b duplus ad totum arcum b h k. ideoq́ʒ ex vltima sexti angulus
c d b: est duplus ad angulū b d l. Cūqʒ etiam angulus c d b duplus sit ad angu
lum b a d ex 32 & 5 primi / sunt enim duo latera d a & d b æqualia: erit angu-
lus b d l æqualis angulo b a d. Itaq́ʒ per 32 primi erit triangulus b d l: ęquiangu
lus triangulo b a d. est enim angulus d, minoris: æqualis angulo a, maioris. &
angulus b est cōmunis etriqʒ. ergo per 4 sexti proportio a b ad b d: est sicut b
d ad l b. quare per primā partem 16 sexti quod prouenit ex a b in b l: est æqua-
le quadrato d b. Atvero probatū est prius: q̄ illud quod prouenit ex a b in l a,
est æquale quadrato a h. Itaqʒ quod prouenit ex a b in a l & in l b: est æquale
duobus quadratis duarū linearum a h & b d. Et quia ex secunda secundi quod
prouenit ex a b in l a & in l b est æquale quadrato lineæ a b, est autem li-
nea a b latus pentagoni æquilateri proposito circulo inscripti / linea vero a h
est latus decagoni æquilateri / & linea b d est ex correlario 15 quarti æqualis late
ris hexagoni æquilateri proposito circulo inscriptorum: inconcussa demonstra
tione astruitur hoc quod dicitur.

Eucli. ex Camp. Propositio 11. 11

Zamb.8.

SI duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra
circulum descripti / a terminis suorum laterum duæ rectę
lineæ subtendantur: vtraq́ʒ alteram secundum proportio
nem habentem medium duoq́ʒ extrema secabit / maiorq́ʒ ipsius
portio lateri ipsius pentagoni æqualis erit.

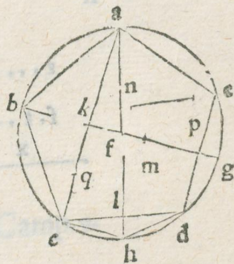


CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inscriptus circulo
eisdem litteris signato: & duobus eius propinquis angulis qui sunt a & b, sub
tendatur duæ rectæ lineæ a c & b e, secantes se inuicem in pūcto f. Dico itaq́ʒ
vtranq́ʒ harū esse diuisam in pūcto f, secūdum proportionem habentem medi

dium duoq; extrema:& q; maior portio vtriusq; est æqualis lateri pentagoni.
Manifestum est enim ex 27 tertij: q; quinq; arcus circuli pentagonũ proposi=
tum circũscribentis/quorum latera ipsius pentagoni sunt chordæ/sunt adinui
cem æquales. ideoq; ex vltima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a: sunt
adinuicem æquales. nam arcus a b, a e, & b c: sunt adinuicem æquales. Cũq;
sit arcus c d e duplus ad arcum b c: erit quoq; ex vltima sexti angulus c a e du
plus ad angulum c a b. Atvero ex 27 primi angulus a f e: duplus est ad angu=
lum f a b. Igitur angulus a f e: est æqualis angulo f a e. quare per 6 primi linea
a e: est ęqualis lineę f e. Sunt autem duo trianguli a b e & a f b, ęquianguli: per
ea quæ dicta sunt & per 32 primi. est enim angulus e, maioris: ęqualis angulo
a, minoris. & angulus b: cõmunis vtriq;. igitur per 4 sexti proportio e b ad b
a: sicut b a ad f b. Cũq; sit e f æqualis a b, eo q; ipsa (vt probatũ est) est æqua=
lis a e: sequitur ex 7 quĩti vt sit proportio b e ad e f, sicut e f ad f b. Quare per
diffinitionem linea e b est diuisa secundum proportionem habentem medium
duoq; extrema: & eius maior portio est æqualis lateri ipsius pentagoni. Si autẽ
hoc est verum de linea e b: erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiusdem & diffini=
tione/idem verum de linea a c. nam tota b e est æqualis toti a c ex 4 primi: &
portiones portionibus ex 6 primi & communi scientia. portiones enĩ a f & b
f: sunt æquales ex 6 primi. ideoq; f e & f c residuæ: erunt adinuicem æquales ex
cõceptione. Vel potes si libet & facilius/de linea a c demonstrare propositum:
negociando circa ipsum/vt prius circa lineam e b.

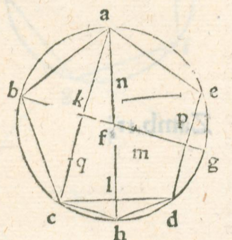
Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 SI circuli pentagonum æquilaterum circũscribentis/ dia= Zamb. 11.
meter fuerit rationalis: eius latus pentagoni erit linea ir=
rationalis/ ea scilicet quæ dicitur minor.

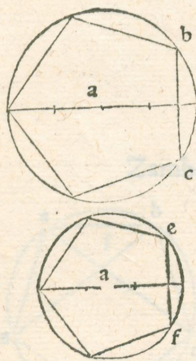


¶CAMPANVS. ¶Sit pẽtagonus æquilaterus a b c d e inscriptus circulo eis=
dem literis ascripto: cuius centrũ f, & duæ diametri b g & a h. sitq; vtraq; ha=
rum diametrorum linea rationalis in longitudine. Dico tunc q; latus pẽtagoni
inscripti/erit linea irrationalis: illa videlicet quæ dicitur minor. Protahatur enĩ
linea a c: quæ secet diametrũ b g in puncto k. eritq; ex vltima 6 & quarti primi
linea a c: diuisa a diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto k. quia
cum semicirculus b a g sit æqualis semicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, si=
cut constat ex 27 tertij: erit arcus a g residuus /æqualis arcui c g residuo. ideo
q; ex vltima sexti angulus a b g: æqualis etiam angulo c b g. Cum itaq; duo
latera a b & b k trianguli a b k sint æqualia duobus lateribus c b & b k trian=
guli c b k, & angulus b vnius angulo b alterius: erit ex 4 primi basis a k ęqua
lis basi k c. & omnes ãguli qui sunt ad k: sunt recti ex prima parte 3 tertij. Dia
meter autem a h: secet latus pentagoni c d, in puncto l. Eritq; linea c d diuisa a
diametro a h orthogonaliter: & per æqualia in puncto l. Cum enim sint duo
arcus a d h & a c h æquales/& arcus a c sit æqualis arcui a d: erunt duo residui
semicirculorum qui sunt c h & d h, æquales. quibus si subtendantur duæ chor=
dæ quæ sunt c h & d h: ipsæ quoq; ex 28 tertij erunt æquales. Et quia arcus a
c est æqualis arcui a d: erit ex vltima sexti angulus c h l æqualis angulo d h l.
ideoq; per 4 primi basis c l est æqualis basi d l: & omnes anguli qui sunt ad l,
recti ex prima parre 3 tertij. itaq; duo trianguli a c l & a f k sunt æquianguli ex
32 primi. Est enim angulus l, maioris/ ęqualis angulo k, minoris: eo q; vterq;
est rectus. & angulus a est communis vtriq;. quare ex 4 sexti proportio l c ad
c a: est sicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quar
tę parti semidiametri: eritq; per æquã proportionalitatẽ proportio c l ad quar=
tam partem lineæ a c quæ sit c q, sicut k f ad quartam partem lineæ f a quæ est
f m. Et quia per 15 quinti proportio c d ad c k est sicut c l ad c q (sic enim est
duplum ad duplum sicut simplum ad simplum) erit per 11 quinti d c ad c k: si
cut k f ad f m. & cõiunctim lineę constãtis ex d c & c k, ad k c: sicut k m a d m
f. & ideo per primã partem 21 sexti proportio quadrati lineæ compositæ ex d c
& c k, ad quadratum lineæ c k: sicut quadrati lineæ k m ad quadratum lineæ
m f. Constat autem ex premissa / q; si linea a c diuidatur secundũ proportionẽ
habentem medium duoq; extrema: maior portio eius erit æqualis lineę d c, igi

tur linea constans ex d c & c k: componitur ex maiori portione diuisæ secūdū proportionē habentem mediū duoq; extrema/ & ex medietate totius lineæ sic diuisæ. est enim c k: medietas a c. Itaq; per primā istius 13 libri quadratū lineæ cōpositæ ex d c & c k: quintuplū quoq; est ad quadratū lineæ c k. ideoq; quadratū lineę k in, quintuplū quoq; est ad quadratū lineæ m f: cum sit horū quadratorū & illorū vna proportio. Est autem linea b m: quintupla ad lineam m f. erat enī m f: quarta pars semidiametri propositi circuli. Ergo quadratū lineæ k m ad quadratū lineę m f: est sicut linea b m ad lineā m f. Et quia ex secunda parte 18 sexti quadratum lineæ k m ad quadratū lineæ m f, est sicut lineæ k m ad lineam m f duplicata: erit ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, sicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m: est medio loco propotionalis inter duas lineas b m & m f. Quod sic constat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas: sumpta secundū doctrinam 9 sexti. eritq; ex diffinitione proportionis duplicatæ quæ posita est in principio quinti / proportio b m ad m f: sicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p sicut n p ad m f: erit etiā ex 11 quinti proportio b m ad m f, sicut n p ad m f duplicata. igitur ex prima partæ 9 quinti duæ lineæ k m & n p: sunt æquales. ideoq; ex prima parte 7 quinti & ex secunda parte eiusdem linea k m: est medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 5 sexti / proportio quadrati lineæ b m ad quadratum lineæ m k: est sicut lineæ b m ad lineā m f. Et quia linea b m est quintupla ad lineā m f: erit quadratū lineę b m, quintuplū ad quadratū lineæ m k. Linea aūt b m: est rationalis in lōgitudine. ergo per vltimā ptē 7 decimi linea m k: est rationalis in potētia tantū. Et quia linea b m est potētior linea m k, in quadrato lineę sibi incōmēsurabilis in lōgitudine vt in cōtinuo probabit: erit linea b k residuū quartū ex diffinitione residui quarti. ¶ Quod autē probādū assumpsimus: sic patet. Sit numerus r quītuplus ad numerū s. sintq; t & s, quātū r: acsi esset r quinq;, s vnū / t quatuor. & sit linea b m: potētior linea m k, in quadrato lineę x. Cū igitur sit quadratū lineæ b m ad quadratū lineæ m k sicut numerus r ad numerum s: erit per euersam proportionalitatē quadratum lineæ b m ad quadratū lineæ x, sicut numerus r ad numerum t. quare per vltimā partem 7 decimi/ lineas: est incōmensurabilis lineę b m in lōgitudine. nō est ergo dubiū: quin b k sit residuū quartū. Manifestū vero est ex 34 tertij: q illud quod fit ex b k in k g, est ęquale ei quod fit ex a k in k c. ideoq; etiā ipsum idē est ęquale quadrato k c: eo q a k est ęqualis k c. ergo quadrato b k addito vtriq;: erit ex penultima primi quod fit ex b k in se & in k g, æquale quadrato b c. Et quia ex 1 secundi quod fit ex b k in se & in k g, est æquale ei quod fit ex b k in g b: erit linea b c latus tetragonicū superficiei cōtentę a duabus lineis g b & k b. Et quia linea g b est rationalis/ linea vero b k est residuum quartū/ & quia linea potens in superficiem linea rationali residuoq; quarto cōtentā est linea minor vt constat ex 89 decimi libri: necesse est lineā b c quæ est latus pentagoni æquilateri proposito circulo inscripti/ esse lineā minorē. quod erat ex principio demonstrandū. Hoc ergo modo sequitur: q latus pentagoni æquilateri circulo inscripti sit linea minor: si diameter circuli cui inscribatur/ fuerit rationalis in longitudine. ¶ Atvero si diameter circuli fuerit rationalis in potentia tantum: adhuc necesse est vt latus pentagoni æquilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto enim linea a, rationalis in potentia tantū: supra quā describatur circulus, eiq; descripto inscribatur pentagonus æquilaterus: cuius vnū latus sit b c. dicanturq; pētagonus & circulus: a. Dico q linea b c est linea minor. Sumatur enī aliqua linea rationalis in longitudine: quæ sit d. & super eam lineetut circulus cui inscribatur pentagonus æquilaterus: & sit vnū latus ipsius linea e f. dicāturq; pentagonus & circulus: d. Cōstat igitur ex hac 12: q e f est linea minor/ cū diameter d sit rationalis in lōgitudine. Quoniā vero proportio pentagoni a ad pētagonū d est sicut quadrati lineæ b c ad quadratū lineæ e f (vtraq; enī est ex secunda parte 18 sexti: sicut lineæ b c ad lineā e f duplicata) pētagoni autē a ad pētagonum d est sicut quadrati diametri a ad quadratum diametri d ex prima 12: erit ex 11 quinti quadratū lineæ c b ad quadratum lineę e f, sicut quadratum diametri a ad quadratum diametri d. Cūq; quadrata duarum diametrorum a & d sint cōmunicantia/ quia ambo sunt ratio-



r . . . . .
s. t . . . .
x



lia ex hypothesi: erunt quoqꝫ ex prima parte 10 decimi quadrata duarũ linearũ b c & e f, cõmunicantia. ergo linea b c cõmunicat in potẽtia cũ linea e f. Et quia linea e f est minor: sequit̃ ex 100 decimi ꝙ etiã b c sit linea minor. quod est propositum. Siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in lõgitudine siue in potentia tantũ: necesse est vt latus pẽtagoni æquilateri sibi inscripti sit linea minor.

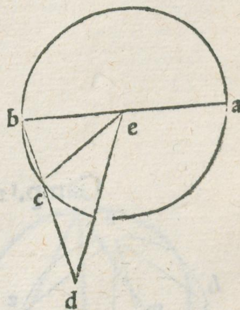
Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8. Camp. 11.

8 ¶Si quinquanguli æquilateri & æquianguli binos ordinatim angulos rectæ lineæ expliciunt: extrema & media ratione sese inuicem dispescent / & maiora earum segmenta ipsius quinquãguli lateri sunt æqualia.

¶THEON ex Zamberto. ¶Quinquãguli enim æquilateri & æquianguli a b c d e, binos ordinatim angulos qui ad a, b, rectæ lineæ a c, b e, explicent: sese inuicẽ in h signo dispecentes. Dico ꝙ ipsarũ vtraqꝫ / extrema & media ratione secatur in h signo: & earũ maiora segmenta sunt æqualia ipsius quinquãguli lateri. Circũscribatur per 14 quarti ipsi quinquãgulo a b c d e: circulus a b c d e. Et quoniã binæ rectæ lineæ e a, a b, duabus a b, b c, sunt æquales / & angulos æquales cõpræhendunt: basis igitur b e per 4 primi basi a c est æqualis / & triangulũ a b e ipsi triangulo a b c est æquale / & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales alter alteri sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur qui sub b a c: ei qui sub a b e est æqualis. Duplus igitur est qui sub a h e: eius qui sub b a h ãguli. extra enim est ipsum a b h triãgulũ. Est autẽ & qui sub e a c, eius qui sub b a c duplus: quoniam & circũferentia e d c, ipsius c b circũferentiæ est dupla. Angulus igitur qui sub h a e: ei qui sub a h e est æqualis. Quare & h e recta linea: ipsi e a, hoc est ipsi a b est æqualis. Et quoniã b a recta linea ipsi a e est ęqualis: æqualis est & angulus qui sub a b e ei qui sub a e b. Sed qui sub a b e: ei qui sub b a h patuit ꝙ æqualis. qui igitur sub b e a: qui sub b a h est æqualis. Et ipsorum duorũ triangulorũ a b e, & a b h: cõmunis est angulus qui sub a b e. reliquus igitur qui sub b a e angulus: reliquo qui sub a h b est æqualis. Triangulũ igitur a b e: ipsi a h b triãgulo æquiangulum est. proportionale igitur est sicut e b ad b a: sic a b ad b h. Aequalis autẽ est b a: ipsi e h. maior autẽ est b e: ipsa b a. maior igitur est e h: ipsa h b. Ipsa igitur b e, extrema & media ratione in h secatur: & maius segmentũ h e æquum est ipsius quinquãguli lateri. Similiter iam ostendemus: ꝙ a c extrema & media ratione in h secatur: & ipsius maius segmentum c h ipsius quinquanguli lateri est æquale. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Prositio. 9. Camp. 9.

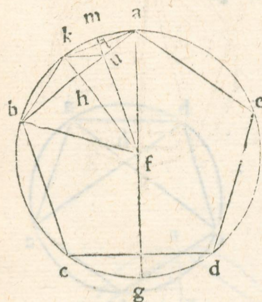
9 ¶Si sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum cõponantur: tota recta linea extrema & media ratione secatur / & maius segmentum est ipsius sexanguli latus.



¶THEON ex Zamb. ¶Sit circulus a b c. & in ipso circulo a b c, descriptarũ figurarum decagoni quidẽ latus esto b c, & sexanguli c d: & sint in rectas lineas. Dico ꝙ tota b d, extrema & media ratione secatur in c: & maius ipsius segmẽtum est c d. Assumatur eni per 1 tertij / centrũ circuli: signũ e. & cõnectantur e b, e c, e d. & extendatur b e in a. Et quoniã decagoni æquilateri latus est b c: quincupla igitur est a c b circũferentia ipsius c b circũferentiæ Quadrupla igitur est a c circũferentia: ipsius b c. Sicut autẽ a c circunferẽtia ad c b: sic angulus qui sub a e c ad angulũ qui sub c e b. quadruplus igitur est qui sub a e c: eius qui sub c e b. Et quoniã qui sub c b e angulus ei qui sub e c b angulo est æqualis: qui igitur sub a b c angulus / duplus est eius qui sub e c b. Et quoniã e c recta linea ęqualis est ipsi c d, vtraqꝫ eni ipsarum æqualis est ipsius sexanguli lateri in a b c circulo descripti & angulus qui sub c d e est æqualis: igitur angulus qui sub e c b, duplus est eius qui sub e d c. Sed eius qui sub e c b: duplum esse demõstratum est eum qui sub a e c. Igitur qui sub a e c: quadruplus est eius qui sub e d c. Ostensum est autem: ꝙ & eius qui sub b e c, quadruplus est qui sub a e c. æqualis igitur est qui sub e d c: ei qui sub b e c. Cõmunis autem ipsorum binorum triangulorũ hoc est b e c & b e d: est angulus qui sub e b d. & reliquus igitur qui sub b e d ei qui sub e c b est æqualis. Aequi

angulum igitur eſt triangulum e b d: ipſi e b c triangulo. proportionale igitur eſt ſicut b d ad b e: ſic e b ad b c. Aequalis autē eſt e b: ipſi c d. Eſt igitur ſicut b d ad d c: ſic d c ad c b. Maior autē eſt b d: ipſa c d. maior igitur eſt & d c: ipſa c b. Igitur ipſa b d, recta linea extrema & media ratione ſecatur in c ſigno: & maius ſegmentum eſt d c. Quod oſtēdere oportuit.

Camp. 10.

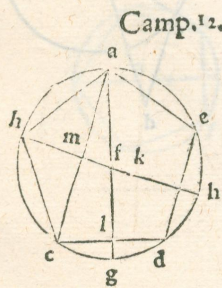


Eucli. ex Zamb. Theorema. 10 Propoſitio 10. 10

¶Si in circulo quinquangulum æquilaterum deſcriptum fuerit: ipſius quinquanguli latus poteſt & ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum.

¶THEON ex Zamb. ¶Sit circulus a b c d e: & in ipſo a b c d e per 11 quarti quinquãgulũ deſcribatur a b c d e. Dico ꝙ ipſius a b c d e quinquãguli latus: poteſt & ſexãguli & decagoni latus in ipſo a b c d e circulo deſcriptorũ. Aſſumatur per 1 tertij / cētrum circuli: & ſit f. & cõnexa a f, extendatur in g ſignũ: & cõnectatur f b. & ab ipſo f in a b perpēdicularis excitetur per 12 primi f h: & extendatur in k, & cõnectantur a k, k b. & rurſus ab ipſo f, in a k excitetur per 12 primi perpendicularis f l: & extendatur in m, & cõnectatur k n. Et quoniã circũferentia a b c g ipſi a e d g circunferentiæ eſt æqualis / quarũ a b c ipſi a e d eſt æqualis: reliqua igitur c g circũferentia reliquæ g d circũferētię eſt ęqualis. Quinquãguli autem / c d: & decagoni / c g. Et quoniã f a ipſi f b per 15 diffinitionē primi eſt ęqualis / & perpēdicularis eſt f h: igitur angulus qui ſub a f k, ei qui ſub k f b eſt æqualis. quare & circũferentia a k: ipſi k b eſt æqualis. Dupla igitur eſt a b circũferentia: ipſius b k circunferentiæ. decagoni latus igitur: eſt recta linea a k. & id propterea & a k: ipſius k m eſt dupla. Et quoniã dupla eſt circũferentia a b ipſius circunferentiæ k b, æqualis autem eſt c d circũferentia ipſi a b circũferentiæ: dupla igitur eſt c d circũferentia ipſius b k circũferentiæ. Eſt autem c d circũferentia: ipſius c g dupla. igitur circũferentia c g: ipſi b k circunferentiæ eſt æqualis. Sed b k ipſius k m dupla eſt: quoniã & k a. & c g igitur: ipſius k m eſt dupla. Sed & c b circũferentia: ipſius b k circunferentiæ dupla eſt. æqualis enim eſt c b circũferentia: ipſi b a. et tota igitur g b circũferentia: totius b m eſt dupla. Quare & angulus qui ſub g f b: anguli qui ſub b f m duplus eſt. Eſt autem qui ſub g f b: eius qui ſub f a b duplus. Aequalis enĩ eſt qui ſub f a b: ei qui ſub a b f. Qui ſub b f n igitur: ei eſt æquus qui ſub f a b. Binorũ autem triangulorum a b f & b f n: cõmunis angulus eſt qui ſub a b f. Reliquus igitur qui ſub a f b: reliquo qui ſub b n f eſt æqualis. Triangulũ igitur a b f: ipſi b f n triãgulo æquiãgulum eſt. proportionale igitur eſt ſicut a b recta linea ad b f: ſic f b ad b n. quod igitur ſub a b, b n: ei quod ex b f eſt æquale. Rurſus quoniam æqualis eſt a l ipſi l k, cõmunis autem & ad angulos rectos l n: baſis igitur k n per 4 primi baſi a n eſt æqualis. & angulus igitur qui ſub l k n: ei qui ſub l a n eſt æqualis. Sed qui ſub l a n: ei qui ſub k b n eſt æqualis. & qui ſub l k n igitur: ei qui ſub k b n eſt æqualis. & ipſorum triangulorum binorum a k b & a k n: commune eſt quod ſub n a k. Reliquũ igitur quod ſub a k b: reliquo quod ſub k n a eſt æquale. Aequiangulũ igitur eſt triangulum k b a: ipſi k n a triangulo. proportionale igitur eſt ſicut b a recta linea ad a k: ſic k a ad a n. Quod igitur ſub b a, a n: æquũ eſt ei quod ex a k. Oſtenſum eſt autem: ꝙ quod ſub a b, b n, æquum eſt ei quod ex b f. Quod igitur ſub a b, b n, vna cũ eo quod ſub b a, a n, quod eſt id quod ex b a: ei eſt ęquũ quod ex b f vna cũ eo quod ex a k. & b a quidem eſt latus ipſius quinquãguli: & b f ſexangnli / & a k decagoni. Quinquãguli ergo latus: poteſt & ſexanguli et decagoni latus in eodē circulo deſcriptorum. Quod oſtendere oportuit.

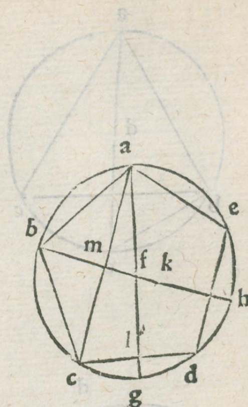
Camp. 12.

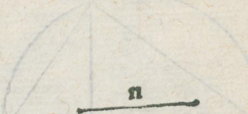


Eucli ex Zamb. Theorema. 11 Propoſitio. 11. 11

¶Si in circulo rationalem habēte diametrum / quinquãgulũ ęquilaterum inſcribatur: quinquanguli latus irrationale eſt / appellaturque minor.

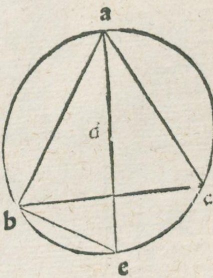
THEON ex Zamb. ¶In circulo enim a b c d e, rationalem habente diametrum: quinquangulũ inſcribatur a b c d e. Dico ꝙ ipſius a b c d e quinquãguli latus irrationale eſt: appellaturq; minor. Aſſumatur inq̃ & 1 tertij circuli cētrũ: f ſignum. & connectantur a f, f b. & extendantur in g, h ſigna: & cõnectatur a c. ponaturq; ipſius a f: quarta pars f k. Rationalis autē a f. rationalis igitur & f k. Eſt autē & b f





rationalis. Tota igitur b k: rationalis est. Et quoniam circũferentia a c g ipsi a d g circunferentiæ est æqualis/ quarum a b c ęqualis est ipsi a e d: reliqua igitur c g reliquæ g d est æqualis. Et si cõnectamus a d: ducuntur recti qui ad l anguli, & dupla est c d ipsius c l. & id propterea & qui ad m, recti sunt: & dupla est a c ipsius c m. Quoniã igitur angulus qui sub a l c ei est æquus qui sub a m f, cõmunis autem ipsorũ triangulorũ binorũ a l c, a m f, est qui sub l a c: reliquus igitur qui sub a c l ei est æqualis qui sub m f a. æquiangulum igitur est triãgulum a c l: ipsi a m f triãgulo. proportionale igitur est sicut l c ad c a: sic m f ad f a. & antecedentiũ duplicia. Sicut igitur dupla ipsius l c ad c a: sic ipsius m f dupla ad f a. Sed sicut ipsius m f dupla ad f a: sic m f ad ipsius f a dimidiam. & sequẽtiũ dimidia. Sicut igitur ipsius l c dupla ad ipsius c a dimidiam: sic m f ad quartam partem ipsius f a. & ipsius l c, dupla est d c: ipsius vero c a, dimidia est c m. ipsius autem f a: quarta pars est f k. Est igitur sicut d c ad c m: sic m f ad f k. Componendo per 18 quinti & sicut vtraq; d c m, ad c m: sic m k ad f k. & sicut igitur per 11 quinti quod ex vtraq; ipsarum d c m, ad id quod ex c m: sic quod ex m k ad id quod ex k f. Et quoniam per 8 decimitertij ea quæ sub duobus lateribus pentagoni subtensa vt a c, extrema & media ratione secta, maius segmentũ est æquale ipsius pentagoni lateri hoc est ipsi d c, maior autem sectio totius admitẽs dimidiũ quincuplũ potest eo quod ex totius dimidia per 1 decimitertij/ & totius a c dimidia est c m: quod igitur ex d c m tanq̃ ex vna/ quincuplũ est eius quod ex c m. Sicut autem quod ex d c m sicut vna/ ad id quod ex c m: sic ostẽsum est esse id quod ex m k ad id quod ex k f. quincuplum igitur est quod ex m k: eius quod ex k f. rationale autẽ quod ex k f. rationalis enim est diameter. Rationale igitur est & quod ex m k. Rationalis igitur est m k. rationem enim habet quam numerus ad numerũ quod ex m k: ad id quod ex k f. Et quoniam quadrupla est b f ipsius f k: quincupla igitur est b k ipsius k f. Vigintiquincuplex igitur est quod ex b k: eius quod ex k f. Quincuplum autem est id quod ex m k: eius quod ex k f. quincuplum igitur est quod e x b k: eius quod ex k m. Quod igitur ex b k: ad id quod ex m k rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmensurabilis igitur est per 9 decimi b k: ipsi k m in longitudine. & ipsarum vtraq;: rationalis est. Ipsę igitur b k, k m: rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Si autẽ a rationali rationalis auferatur potentia tantũ cõmẽsurabilis subsistẽs toti: reliqua irrationalis est/ vocatur autẽ apotome per 63 decimi. igitur m b: apotome est. Congruẽs autẽ ei: est m k. Dico q; & quarta. Quo enim maius est id quod ex b k eo quod ex k m: ei æquũ esto quod ex n. Igitur ipsa b k: ipsa k m maius potest ipso n. Et quoniã per 16 decimi cõmensurabilis est k f ipsi f b, & componendo per 18 quinti commensurabilis est k b ipsi b f, sed b f ipsi b h longitudine est cõmensurabilis: & b k igitur ipsi b h commensurabilis est. Et quoniam quod ex b k eius quod k m quincuplũ est: quod igitur ex b k, ad id quod ex k m rationem habet quam quinq; ad vnum. Conuertẽdo igitur per correlarium 18 quinti quod ex b k ad id quod ex n: rationem habet quã quinq; ad quatuor, non quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmensurabilis igitur est b k: ipsi n. Igitur b k: ipsa k m maius potest eo quod fit ex sibi incommensurabili. & tota b k: ipsi b h rationali expositæ commensurabilis est. Quod autem sub rationali & apotomæ quarta comprẹhensum rectangulũ: irrationale est/ & ipsum potẽs irrationalis est/ minorq; appellatur per 94 decimi. Potest autem quod sub h b, b m, ipsa a b: quoniam propter connexionem ipsius a h, triangulum a b h æquiangulum fit ipsi a b m. Et quoniam est sicut b h ad b a sic est a b ad b m: ipsa igitur a b quinquanguli latus/ irrationalis est minor appellata. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.



¶ Si in circulo triangulum æquilaterum descriptum fuerit: ipsius trianguli latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c: & in eo triangulum æquilaterum describatur a b c. Dico q; ipsius a b c triãguli latus potentia triplum est eius quæ ex centro ipsius circuli a b c. Assumatur inq̃ per 1 tertij: centrũ ipsius circuli/ d. & connexa a d extendatur in e: & cõnectatur b e. Et quoniam triangulum a b c ęquilaterum est: igitur b e c circũferentia tertia pars est ipsius circuli a b c circũferen-

tiæ. igitur b e circũferentia: sexea pars est circũferentię ipsius circuli. hexagona igi
tur est ipsa b erecta linea. ęqualis igitur est ei qui ex cẽtro: hoc est ipsi d e. Et quo
niam a e ipsius d e dupla est: quadruplum est quod ex a e eius quod ex e d, hoc
est eius quod ex b e. Aequũ autem est id quod ex a e: eis quæ ex a b, b e. quæ igi
tur ex a b, b e: quadrupla sunt eius quæ ex b e. Manifestum igitur ꝙ quod ex a b:
triplum est eius quod ex b e. Aequalis autem est b e: ipsi d e. quod ex a b igitur: tri
plum est eius quod ex d e. Trianguli ergo latus potentia triplum est eius quæ ex
centro circuli. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13.

Pyramidem quatuor basium triangularium & ęquilateralũ 13
ab assignata sphęra circũscriptibilẽ: fabricare. Huius ergo
sphæræ diametros: ad latus ipsius pyramidis sesquialterã
proportionem potentialiter habere probatur.

¶CAMP. ¶Sit linea a b diameter assignatæ sphæræ / quæ diuidatur in puncto
c: ita ꝙ a c sit dupla ad b c. & lineetur super eam semicirculus a d b. & producatur
linea c d orthogonaliter super lineam a b: & producantur lineę b d & d a. Postea
fiat circulus f g h super centrum e, cuius semidiameter sit æqualis lineæ c d: cui ex
2 quarti libri inscribatur triangulus ęquilaterus qui sit f g h, ad cuius angulos pro
trahantur a centro / lineæ e f, e g, e h. deinde super centrum e, erigatur (secundum
ꝙ docet 12 vndecimi) linea e k quæ ponatur æqualis a c, perpẽdicularis ad super
ficiem circuli f g h: & demittantur a puncto k hypothenusæ k f, k g, k h. eritq; cõ
pleta pyramis quatuor basium triangularium & æquilaterarum: quã dico esse ab
assignata sphæra circũscriptibilem. & dico quadratũ diametri propositæ sphæ
ræ: sesquialterum esse ad quadratum lateris fabricatæ pyramidis. Constat enim
ex prima parte correlarij 8 sexti: ꝙ linea c d est medio loco proportionalis inter a
c & c b. quare ex correlario 16 eiusdem / quadratũ lineæ a c ad quadratum lineę
c d: est sicut linea a c ad c b. ergo coniunctim quadratum a c & quadratum c d,
ad quadratum c d: sicut linea a b ad b c. ideoq; ex penultima primi quadratũ a d
ad quadratum d c: sicut a b ad b c. Cum ergo linea a b sit tripla ad b c, erat enim a
c dupla ad eam: erit quoq; quadratũ a d triplũ ad quadratũ d c. Est autẽ ex 8 hu
ius / quadratũ f g: triplum ad quadratum e f. quare cum ex hypothesi d c sit æqua
lis e f: erit ex cõmuni scientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitione lineæ perpen
dicularis ad superficiem / linea e k continet cum singulis lineis e f, e g, e h, angu
los rectos / quarum quælibet est æqualis lineæ c d, & quia ipsa eadem est æqualis
lineæ a c, & angulus c est rectus: erit per 4 primi vnaquęq; trium linearum k f, k
g, k h, æqualis lineæ a d. Manifestũ est igitur: fabricatam pyramidem esse quatu
or basium triangularium æquilaterarũ. ¶Ipsam autẽ esse circũscriptibilem ab assi
gnata sphæra: sic habeto. Lineæ e k intelligatur adijci secundum rectitudinem li
nea e l ęqualis lineæ c b: vt tota k l sit æqualis a b quæ est diameter assignatæ sphę
ræ. Hanc autem lineam inq̃ e l imagineris esse sub circulo f g h, perpendicularem
quoq; ad ipsius superficiem ex parte inferiori: sicut est e k ex parte superiori. eritq;
vnaquæq; triũ linearum e f, e g, e h, & simpliciter quælibet semidiameter circuli
f g h, medio loco proportionalis inter k e & e l: quẽadmodum est d c inter a c &
c b. nam hæ sunt æquales illis: vnaquaq; suæ relatiuæ. Si igitur super lineã l k de
scribatur semicirculus / circũducaturq; quousq; ad locum vnde moueri cœperat re
deat: erit ex diffinitione sphærarum æqualium / sphæra descripta motu huius semi
circuli / æqualis sphæræ assignatæ. sunt enim sphæræ æquales / quarum sunt æqua
les diametri: quẽadmodũ de circulis in principio tertij dictũ est. Hunc vero semi
circulum necesse est transire per tria puncta f, g, h: quæ sunt anguli solidæ pyra
midis fabricatæ. Similiter autem dico ꝙ semicirculus hic quoniam super lineam
k l fuerit descriptus / si circũducatur quousq; ad locum redeat vnde moueri cœpe
rat: continget circulum f g h super omnia pũcta circũferẽtiæ ipsius. Quod ex hac
vetusta veritate probatur. Si linea recta super lineam rectam perpendiculariter ste
terit quæ inter partes eius cui superstat vel circũstat medio loco proportionalis po

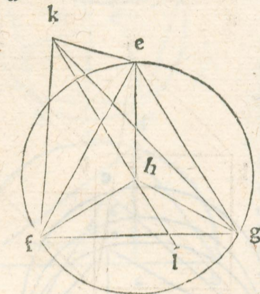
natur/ fueritq; super eam lineam cui perpendicularis superstat/ semicirculus de
scriptus: circunferentia ipsius per extremitatem lineæ medio loco proportio-
nalis positæ perpẽdiculariter necessario transibit. Cum igitur cunctæ semidia
metri circuli f g h sint perpendiculares ad lineam k l, & medio loco proportio-
nales inter partes ipsius quæ sunt k e. & e l: sequitur vt semicirculus descriptus
super k l, si circũducatur transeat per omnia puncta circunferẽtiæ f g h, & per
omnes solidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; a diffinitione eius quod est
figuram inscribi figuræ/ pyramis fabricata est inscriptibilis illi sphæræ quam
semicirculus per lineam k l lineatus motu suo describit. Et quia hæc sphæra de
scripta/ est assignatæ sphæræ æqualis per diffinitionem æqualium sphærarum:
sequitur ex communi scientia vt hæc pyramis fabricata/ sit ab assignata sphæra
circũscriptibilis. Quod est propositum.

¶ CORRELARIVM autem patet sic. ¶ Cum enim a b sit tripla ad b c: per
euersã proportionalitatẽ erit a b sesquialtera ad a c. ideoq; ex secũda pte cor-
relarij 8 sexti & correlario 17 eiusdẽ: quadratũ lineæ a b erit etiã sesquialterũ ad
quadratum lineæ a d. Et quia linea a d est æqualis lateri fabricatæ pyramidis/
at vero a b est diameter sphæræ: cõstat verum esse quod per correlariũ dicitur.

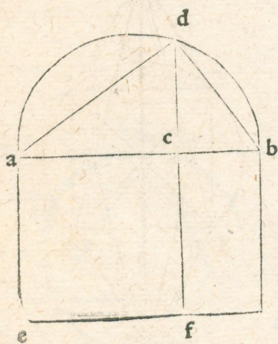
¶ Ne autem quicq̃ de vetusta veritate proposita hæsitare contingat: eam volu
mus hoc modo demonstratione firmare. Sit igitur super lineam a b, linea c d
perpendicularis: quæ ponatur medio loco ꝓportionalis inter partes lineæ a b,
quæ sint a c & c b, ita ꝙ sit proportio a c ad c d, sicut c d ad c b. Et super lineã
a b: describatur semicirculus a e b. Dico ꝙ huius semicirculi circũferentia trãs-
ibit per punctum d: qui est extremitas perpendicularis. Sin autem: aut secabit
lineam c d, aut supertransibit eam totam ipsam transiens & includens & non
cõtingens. Secet ergo primo eã in pũcto e: & ducantur lineæ e b & e a. eritq; ex
prima parte 30 tertij totalis angulus a e b: rectus. itaq; ex prima parte correla
rij 8 sexti proportio est a c ad c e: sicut c e ad c b. at vero ex secũda parte 8 qui-
ti proportio a c ad c e, est maior q̃ a c ad c d: eo ꝙ c e est minor q̃ c d. Cum igi
tur sit c e ad c b sicut a c ad c e, & c d ad c b sicut a c ad c d: erit per duodeci-
mam quinti e c ad c b maior q̃ c d ad c b. ideoq; per primã partem 10 quinti e
c est maior q̃ d c: pars videlicet q̃ suum totum. quod est impossibile. Non ergo
secabit circunferentia semicirculi: lineam c d. Supertranseat igitur. & produ-
catur c d vsq; ad circunferentiam: sitq; tota c e. & ꝓtrahantur lineæ e b & e a.
sequeturq; vt prius/ lineam c d esse maiorem q̃ sit linea c e. quod est etiam im
possibile. Cõstat ergo propositũ. ¶ Similiter autem dicim9/ ꝙ si fuerit aliquis
angulus rectus cui basis subtendatur super quam semicirculus lineætur: ipsius
circunferentiam per angulum rectum transire necesse est. Conuersam hui9 pro
ponit prima pars 30 tertij. Quod autem dicimus: sic constat. Sit enim angu-
lus a b c, rectus: cui subtendatur basis a c, & super eam lineetur semicirculus.
dico ꝙ ipsius circunferentia transibit per punctum b: in quo coeunt lineæ con
tinẽtes angulum rectum. Cuius demonstratio est: ꝙ neq; transibit supra neq;
infra. Sin autẽ: trãseat primo infra/ sitq; a e c. & ab angulo b producatur linea
b d perpendicularis ad basin a c, quæ secet circunferentiam semicirculi in pũ
cto e: & protrahantur lineæ e a & e c. eritq; angulus a e c: rectus ex prima parte
30 tertij. at ipse est maior angulo a b c per 21 primi. hoc autem est impossibi-
le ex tertia petitione: cum vterq; sit rectus/ hic quidẽ ex hypothesi/ ille vero ex
prima parte 30 tertij. Non ergo transibit circunferentia semicirculi: infra angu
lum b. Transeat itaq; supra: & sit a f c. producatur autem perpendicularis d b:
quousq; obuiet circunferentiæ semicirculi a f e in puncto f. & producãtur lineæ
f a, f c. eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c: rectus. Cũq; etiam esset ex
hypothesi angulus a b c rectus: sequitur impossibile per 21 primi sicut in prin
cipio. Relinquitur ergo quod diximus. Hoc autem: necessarium est ad cogni-
tionem eorum quæ sequuntur.

Eucli ex Zamb. Problema 1 Propositio 13.

¶ Pyramidem constituere/ & data sphæra comprehendere: & demonstrare ꝙ ipsius sphæræ dimetiens potentia sesqualter est lateris ipsius pyramidis.



¶THEON. ex Zamb. ¶Exponatur datæ sphæræ dimetiens a b: seceturq; in
c signo/vt a c ipsius c b dupla sit. Describaturq; super a b: semicircu us a d b.
exciteturq; pe 11 primi ab ipso c signo ad angulos rectos/c d: & cõnectatur d a.
exponaturq; circulus e f g, æquam habens eam quæ ex centro ipsi d c: describa
turq; in ipso e f g circulo triãgulum æquilaterum e f g. & accipiatur per primã
tertij centrum circuli/sitq; h signum: & connectatur e h, h f, & h g. Et cõstitua-
tur per 11 vndecimi ab ipso h signo ipsius e f g circuli plano ad angulos rectos
recta h k: & ponatur ipsa h k ipsi a c rectæ lineę æqualis. & connectantur k e,
k f, k g. Et quoniam k h recta est ad ipsius e f g circuli planum: & ad omẽs igi
tur ipsam tangentes rectas lineas/& in eodem ipsius e f g circuli plano rectos
efficit angulos per 2 vndecimi diffinitionem. Tangit autem ipsam: vnaqueq;
ipsarum h e, h f, h g. Igitur h k: ad vnãquãq; ipsarum h e, h f, h g, recta est. Et
quoniam æqualis est a c ipsi h k, & c d ipsi h e, & rectos cõpræhendunt angu-
lo: basis igitur d a per 4 primi basi k e est æqualis. & id ꝓpterea & vtraq; ip-
sarum k f, k g: ipsi d a est æqualis. Tres igitur k e, k f, k g: inuicẽ sunt æquales.
Et quoniam dupla est a c ipsi9 c b: tripla igitur est a b ipsius b c. Sicut autẽ a b
ad b c: sic quod ex a d ad id quod ex d c. sicut ostendetur. Qm̃ enim est sicut b a
ad a c, sic quod ex d a ad id quod ex a c: conuertendo per correlarium 19 quinti
sicut a b ad b c, sic quod ex a d ad id quod ex a c. Sicut demonstrabitur. Triplũ
igitur est ꝙ ex a d: eius quod ex d c. Est autem & quod ex f e: eius quod ex e h
triplũ. & æqualis est d c: ipsi e h. æqualis igitur est d a: ipi e f. Sed d a: vnicuiq;
ipsarũ k e, k f, k g, ostensa est æqualis. æquilatera igitur sunt ipsa quatuor trian
gula: hoc est e f g, k e f, k f g, k g h. Pyramis igitur cõstruitur ex quatuor trian
gulis æqualibus & æquilateris: cuius basis est e f g triangulum/fastigium vero
est signũ k. ¶Oportet iam ipsam data sphæra compræhendere: ostendereq; ꝙ
ipsius sphæræ diameter potẽtia lateris ipsius pyramidis sesqualtera est. Exten
datur enim i rectas lineas ipsius k h, recta linea k l: & ipsi c b æqualis ponatur
h l. Et quoniam est sicut a c ad c d sic c d ad c b, æqualis autem est ipsa quidẽ
a c ipsi k h, & c d ipsi h e, & c b ipsi h l: est igitur sicut k h ad h e, sic e h ad h l.
quod igitur sub ipsis k h, h l: æquũ est ei quod ex e h. Et rectus est vterq; ipsorũ
k h e, e h l, angulorum. Igitur semicirculus descript9 super k l: veniet & per e.
quoniam si connectamus e l, rectus fit qui sub l e k ãgulus: eo quia triangulum
e l k vtriq; ipsorum e l h, e h k, triangulorum æquiangulum fit. Si iam manẽte
l k circunducatur semicirculus/& in idem vnde duci icœpit rursus steterit: ve-
niet & per signa f, g, cõnexis ipsis f l, l g. & rectis similiter factis iis q ad f, g,
angulis: pyramis data sphæra cõpræhensa erit. Igitur k l ipsius sphæræ dime-
tiens/æqualis est datæ sphæræ diametro: qm̃ ipsi quidem a c æqualis ponitur
k h, ipsi autẽ c b ipsa h l. ¶Dico iam ꝙ ipsius sphæræ dimetiẽs: lateris ipsius
pyramidis potentia sesqualter est. Quoniã eteni dupla est a c ipsius c b: tripla
igitur est a b ipsius b c. Conuertendo igitur per correlarium 18 quinti sesqual-
ter est a b: ipsius a c. Sicut autẽ b a ad a c, sic quod ex b a ad id quod ex a d: qm̃
cõnexa ipsa b d, est sicut b d ad a d sic d a ad a c, ꝓpter ipsorum d a b, d a c, tri
angulorũ similitudinẽ, & eo quia est sicut prima ad tertiam sic quod ex prima
ad id quod ex secunda. Sesqualterũ igitur est quod ex b a: eius quod ex a d. Et
b a quidẽ est ipsius datæ sphæræ diameter: & a d æqualis est lateri ipsius py-
ramidis. ipsius igit̃ sphæræ diameter: ipsius pyramidis lateris sesqualtera est.
Quod erat ostendendum. ¶Ostendendum iam: ꝙ est sicut a b ad b c: sic quod
ex a d ad id quod ex d c. Exponatur ipsius semicirculi descriptio. & ab ipsa
a c describatur per 46 primi quadratum: & compleatur f b parallelogrãmum.

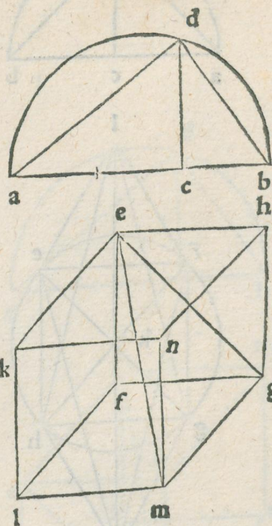


Quoniã igitur triangulum d a b ipsi d a c triangulo æquiangulũ est: est sicut b a
ad a d, sic est d a ad a c. Igitur quod sub b a, a c: æquũ est ei quod ex a d. Et qm̃
est sicut a b ad b c sic est e b ad b f, & est quidem ipsum e b id quod sub b a, a c,
(æqualis enim est e a ipsi a c: & b f ei quod sub a c, c b) sicut igitur a b ad b c, sic
quod sub ipsis b a, a c, ad id quod sub ipsis a c, c b. Et quod sub b a, a c: æquum
est ei quod ex a d. quod autem sub a c, c b: æquũ est ei quod ex d c. ipsa enim
d c perpendicularis/basis segmentorum a c, c b, media est proportionalis: qm̃
qui sub a d b rect9 est. Sicut igitur a b ad b c: sic quod ex a d ad id quod ex d c.
Quod ostendere cportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

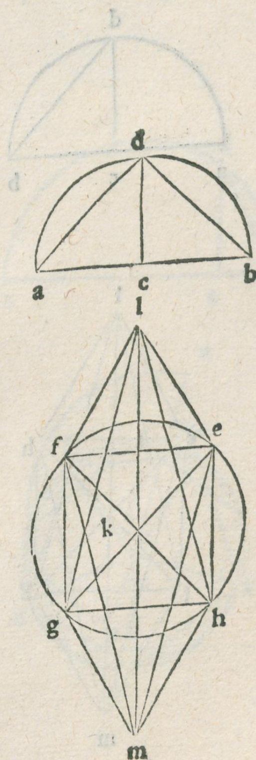


B assignata sphæra circunscriptibilem cubum constitue-
re. Eiusdem autem sphæræ diametrum lateri ipsius cubi
potentialiter triplicem esse: manifestū erit.



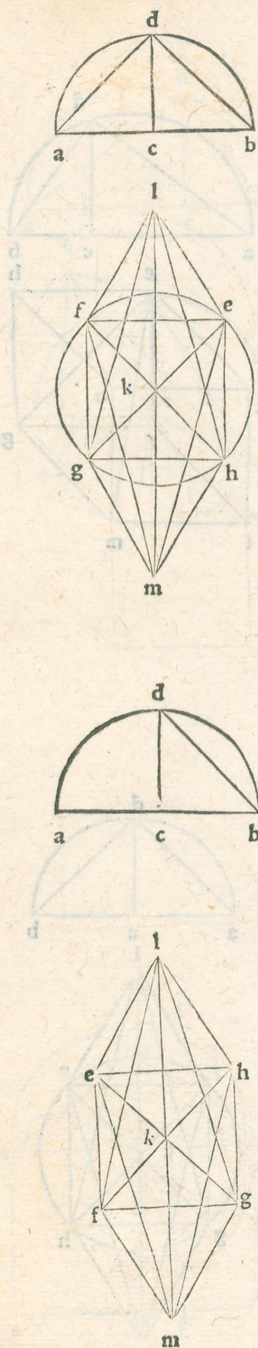
¶CAMPANVS. ¶Assignatæ sphęrę diameter sit a b: super quam
lineetur semicirculus a d b. diuidaturq; diameter in puncto c, prorsus secundum
conditionem pręmissæ: videlicet vt linea a c sit dupla ad lineam c b. & produca-
tur c d perpendicularis ad a b: & protrahantur d b & d a. Postea fiat vnū quadra-
tum cuius omnia latera sint ęqualia lineæ b d: sitq; e f g h. super cuius quatuor an
gulos erigantur vt docet 12 vndecimi/quatuor lineæ perpēdiculares ad superficiē
ipsius quadrati: quarum quęlibet ponatur etiam æqualis lineæ b d, sintq; e k, f l,
g m, h n. eruntq; hæ quatuor perpendiculares/singulæ singulis æquidistantes ex
6 vndecimi: & anguli quos continent cum lateribus quadrati/recti ex diffinitiōe
lineæ perpendicularis ad superficiem. Deinde coniungantur extremitates istarum
perpendicularium/protractis lineis k l, l m, m n, n k: eritq; completus cubus/sex
superficiebus quadratis contentus. constat enim ex 34 primi: q quatuor superfi-
cies ipsum ambientes (& ipsæ sunt quarū opposita latera sunt quatuor perpendi-
culares) sunt omnes quadratæ. de basi autem: hoc positum est. at vero de suprema
eius superficie quæ est k l m n, q ipsa quoq; sit quadrata: cōstat ex 34 primi & 10
vndecimi. ideoq; ex quarta vndecimi manifestum est: singula latera eiusdem cubi
duabus ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. ¶Vt autem cubū
hunc ab assignata sphæra circunscriptibilē esse demonstremus: in vna suarum su-
perficierum protrahatur diagonalis/ verbigratia in basi eius/sitq; e g. & ab huius
diagonalis altera extremitate: protrahatur diameter cubi e m. eritq; ex penultima
primi quadratū e g: duplum ad quadratum f g. ideoq; & ad quadratum g m: eo q
g m est æqualis f g. sunt enim omnia latera cubi: adinuicē æqualia. Et quia rur-
sus ex penultima primi/quadratum e m est æquale quadratis duarum linearū e g
& g m, propter hoc q angulus e g m est rectus ex diffinitione lineæ perpendicu-
laris ad superficiem: erit quadratum e m triplum ad quadratum m g. constat enī
ex duplo & simplo. Cumq; ex secunda parte correlarij 8 sexti & ex correlario 17
eiusdem quadratū quoq; a b sit triplum ad quadratum b d, eo q linea a b tripla
est ad lineam b c, sit autē b d æqualis f g: sequitur ex cōmuni scientia vt e m quæ
est diameter cubi sit æqualis a b quæ est diameter sphæræ. Itaq; si super e m lineeť
semicirculus circunducaturq; quousq; ad locum vnde fuit initium motus/redeat:
sphæra descripta / erit ex diffinitione sphærarū æqualiū æqualis sphærę assigna
tæ. At vero quia hic semicirculus transitum faciet per pūctum g eo q angulus e g
m est rectus/eadēq; ratione per cęteros singulos rectos angulos cubi/quod ex an-
tecedente ante hanc 14 īmediate præmisso manifestum est: constat constitutū cu
bum ab assignata sphæra (eo q a sua æquali) circū scriptibilē esse. Quod demōstra
re oportebat. Correlarij vero demōstratio: in istius demōstrationis pcessu ppatuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 15



Orpus octo basium triangularium & æquilaterarum a
sphęra proposita circūscriptibile: componere. Eritq; palā
eiusdē sphæræ diametrum lateri ipsius corporis duplicē
esse potentialiter.

¶CAMPANVS. ¶Diameter sphæræ ppositę sit a b: q diuidatur per æqualia in
pūcto c. & sup eā lineeť semicircul9 a d b: & pducať c d ppēdicularis ad a b, & iū-
gatur pūct9 d cū a & cū b. describaturq; vnū quadratū cui9 singula latera sint ęqua
lia lineę b d. sitq; quadratū hoc e f g h: in quo ptrahātur diametri duę e g & f h, se
cātes seinuicē in pūcto k. Cōstat igitur ex 4 primi/ q vtraq; istarū diametrorū sit
ęqualis lineę a b q est diameter sphęrę: cū āgulus d sit rect9 ex prima pte 30 tertij
& singuli quoq; āguli e, f, g, h, recti ex diffinitiōe q̄drati. Cōstat rursus: q eędem
diametri e g & f h diuidūt seinuicē per æqualia in pūcto k. Hoc aūt ex 5 primi &
32 & 6 eiusdē facile ē elicere. Erigatur itaq; sup pūctū k, linea k l ppēdicularis ad
supficiē q̄drati: q ponať ęq̄lis medietati diametri e g vel f h. & demittāť hypothe-
nusæ l e, l f, l g, l h. erūtq; ex his q posita sunt/& penul. primi quotiēs oportuerit re



petita)ſingulę harũ hypothenuſarũ ęquales ſibi inuicẽ & æquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidẽ quatuor æquilaterarũ triãgulariũq; baſiũ: ſuper quadratũ cõſtitutã. Huic itaq; ſub ipſo quadrato ſimilẽ pyramidẽ: hoc modo appone. Lineã l k producas/ perforãdo quadratũ/ vſq; ad m: ita ꝙ k m exiſtẽs ſub quadrato/ ſit æqualis l k exiſtẽti ſupra. & iũge pũctũ m cũ ſingulis ãgulis quadrati: producendo 4 alias hypothenuſas quæ ſunt m e, m f, m g, m h. de quibus quoq; manifeſtũ eſt ex penultima primi/ quẽadmodũ de alijs quę ſunt in ſuperiori parte: ꝙ ipſæ ſint æquales adinuicẽ & lateribus quadrati. Cõpleuimus igitur corpus 8 baſium triangulariũ & æquilaterarũ. ¶Hoc autẽ ab aſſignata ſphæra circũſcriptibile eſſe: ſic habeto. Conſtat enim: ꝙ linea l m eſt ęqualis diametro aſſignatę ſphæræ. nã vtraq; earũ eſt æqualis diametro quadrati. Igitur ſi ſuper l m lineẽ ſemicirculus q circũuoluatur quouſq; ad locũ ſuũ redeat: ſphæra quã motu ſuo deſcribet/ erit ęq̃lis aſſignatæ ſphæræ/ vt ex diffinitione ęqualiũ ſphærarũ colligit̃. Hic vero ſemicircul⁹ trãſibit per quatuor ãgulos q̃drati/ & ſimpliciter p oia pũcta circũferẽtię circuli circũſcribẽtis quadratũ: eo ꝙ ſemidiameter quadrati vt linea f k, & portiões lineæ l m quæ ſunt l k & k m, ſunt adinuicem æquales. quare ex diffinitione eius quod eſt figuram vnã alij figuræ inſcribi: fabricatum corpus inſcriptibile eſt ſphæræ motu huius ſemicirculi deſcriptæ. Itaq; & ſphæræ aſſignatæ ex cõceptiõe: cũ ipſæ ſint adinuicẽ æquales ex diffinitione. Correlariũ vero manifeſte conſtat. ſunt enim duæ lineæ d b & d a: æquales ex 4 primi. ideoq; quadratũ lineæ a b: duplum eſt ad quadratum lineæ b d ex penultima primi. latus aũt fabricati corporis: eſt æquale lineę b d. Verum eſt ergo correlarium.

Eucli ex Zamb. Problema 2 Propoſitio 14 14

¶Octahedrum conſtruere/ & data ſphęra compręhẽdere ea qua pyramidem: oſtendereq; ꝙ ipſius ſphęrę dimetiens potentia lateris ipſius octahedri duplus eſt.

¶THEON. ex Zamb. ¶Exponat̃ datæ ſphæræ diameter a b, ſeceturq; p 10 primi diuidue i c, & deſcribatur ſup a b ſemicirculus a d b. Exciteturq; per 10 primi ab ipſo c ipſi a b ad rectos angulos c d: & connectatur d b. Exponaturq; quadratũ e f g h, æquum habens vnumquodq; latus ipſi b d: & connectantur f h, e g. Exciteturq; per 12 vndecimi ab ipſo k ſigno ad ipſius e f g h quadrati planum ad angulos rectos recta linea k l: & extendatur in alteram partem per l m, vt ſit k m. auferaturq; ab vtraq; ipſarum k l, k m, vni ipſarum k e, k f, k g, k h, æqualis vtraq; ipſarum k l, k m: & connectantur l e, l t, l g, l h, m e, m f, m g, m h. Et quoniam k e ipſi k h eſt æqualis / & angulus qui ſub e k h rectus eſt: igitur quod ex h e duplum eſt eius quod ex e k. Rurſus quoniam l k ipſi k e eſt æqualis/ & angulus qui ſub l k e rectus eſt: quod igitur ex e l, duplum eſt eius quod ex e k. Oſtenſum autẽ eſt ꝙ & quod ex h e, duplum eſt eius quod ex e k. Igitur quod ex l e: ei quod ex e h eſt æquale. Ipſa igitur l e: ipſi e h eſt æqualis. Idq; propterea iam & l h: ipſi h e eſt æqualis. Triangulum igitur l e h: ęquilaterum eſt. Similiter iam demõſtrabimus ꝙ vnumquodq; reliquorum triãgulorum quorum baſes quidem ſunt ipſa e f g h quadrati latera/ faſtigia vero l, m, ſigna: æquilaterum eſt. Octahedrum igitur conſtitutum eſt: ſub octo triangulis æqualia habentibus latera compræhenſum.

¶Oportet iam & illud ſphæra data compræhendere: oſtendereq; ꝙ ipſius ſphæræ dimetiens potentia duplus eſt lateris ipſius octahedri. Quoniã enim ipſæ tres l k, k m, k e, inuicẽ ſunt æquales: ſuper l m igitur deſcriptus ſemicirculus veniet & per e. & id propterea ſi manente l m, circunducatur ſemicirculus / & in idem vnde circunduci cœpit ſteterit: veniet & per f, g, h, ſigna / & octahedrum ſphæra erit compræhenſum. ¶Dico ꝙ & data. Quoniam nãq; æqualis eſt l k ipſi k m, communis autem k e, & angulos rectos compræhẽdunt: baſis igitur l e per 4 primi baſi e m eſt æqualis. Et quoniam angulus qui ſub l e m rectus eſt(in ſemicirculo enim: quod igitur ex l m, duplum eſt eius quod ex l e. Rurſus quoniam a c ipſi c b eſt equalis: dupla eſt a b ipſius b c. Sicut autem a b ad b c: ſic quod ex a b ad id quod ex b d. Duplum igitur eſt quod ex a b: eius quod ex b d. Oſtenſum eſt autem / ꝙ & quod ex l m duplum eſt eius quod ex l e: & quod ex b d, ei eſt ęquũ quod ex l e. æqualis enim ponitur e h: ipſi d b. Quod igitur ex a b: ei quod ex l m eſt æquale. ipſa igitur e b: ipſi l m eſt æqualis. eſtq; a b: datæ ſphæræ dimetiens.

ipsa igitur l m: æqualis est datæ sphæræ diametro. Cõpræhenditur igitur octahedrum data sphæra: & simul ostensum est ꝙ ipsius sphæræ diameter potentia dupla est ipsius octahedri lateris. Quod facere & ostendere oportebat.

Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propositio 15.

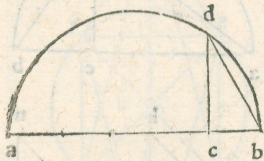
15 ❡Cubum construere & data sphæra compræhendere vel ea qua prius: ostendereq; ꝙ ipsius sphæræ dimetiens potentia triplus est lateris ipsius cubi.

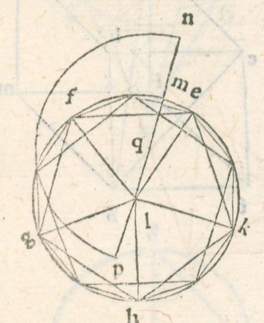
❡THEON ex Zamberto. ❡Exponatur datę sphæræ diameter a b. seceturq; in c: vt a c dupla sit ipsius c b. Describatq; super a b, semicirculus a d b: & ab ipso c ipsi a b per 11 primi ad angulos rectos excitetur c d, & connectatur d b. Exponaturq; quadratũ e f g h, ęquum habens latus ipsi d b: & ab ipsis e, f, g, h, ipsius e f g h quadrati signis ad planũ ad ãgulos rectos excitentur per 12 vndecimi e k, f l, g m, h n, vni ipsarũ e f, f g, g h, h e, æqualis vnaqq; ipsarũ e k, f l, g m, h n: cõnectãturq; ipsę k l, l m, m n, n k. cubus igitur f n: cõstructus est sub sex quadratis æqualibus cõpręhẽsus. ❡Oportet iã sphæra data cõpræhendere: & ostendere ꝙ ipsius sphæræ dimetiens potentia triplex est ipsius cubi lateris. Connectãtur enĩ ipsæ k g, e g. Et quoniã angulus qui sub k e g rectus est / eo quia k e recta est ad planũ e g videlicet & ad rectam lineã e g: igitur super k g descriptus semicirculus veniet & per e signũ. Rursus quoniam g f recta est ad vtranq; ipsarum f l, f e: & ad f k igitur planum recta est ipsa g f. Quare & si connectamus ipsam f k: ipsa g f recta erit ad ipsam f k. ac per hoc rursus super g k descriptus semicirculus: transiet & per f. similiter & per reliqua signa ipsius cubi veniet. Si enim manente ipsa k g, circũductus semicirculus in idẽ steterit vnde circunduci cępit: cubus sphæra compræhẽsus erit. ❡Dico iam ꝙ & data. Quoniã enim æqualis est g f ipsi f e, & angulus qui ad f rect9 est: quo igitur ex e g, duplum est eius quod ex e f. Aequalis autem est e f ipsi e k. quod igitur ex e g: duplum est eius quod ex e k. Quare quod ex g e, e k: triplum est eius quod ex e k. Et quoniam a b ipsius b c triplex est / sicut autem a b ad b c sic quod ex a b ad id quod ex b d: triplum igitur est quod ex a b, eius quod ex b d. patuit autem ꝙ & quod ex k g, triplum est eius quod ex k e. & æqualis posita est k e: ipsi b d. æqualis igitur est & k g: ipsi a b. Et a b: est datæ sphæræ dimetiẽs. & k igitur: æqualis est ipsi datæ sphæræ diametro. Data igitur sphæra comprehenditur cubus: & vna ostenditur ꝙ sphæræ diameter potentia tripla est ipsius cubi lateris. Quod facere & ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 16.

16 CORpus vigintibasium triangularium atq; æquilaterarum a data sphæra diametrum rationalem habente circunscriptibile: fabricare. Eritq; palã: latus eiusdem corporis esse lineam irrationalem / eam scilicet quæ dicitur minor.

❡CAMPANVS. ❡Sit hic quoq; diameter assignatę sphæræ a b: quę ponatur esse rationalis siue in longitudine siue in potentia tantum. & diuidatur in puncto c, ita ꝙ a c sit quadrupla ad c b. & lineetur super eam semicirculus a d b: & producatur c d perpendicularis ad a b, & protrahatur linea d b. deinde secundũ quãtitatem lineæ d b lineætur circulus e f g h k supra centrũ l: cui inscribatur pẽtagonus æquilaterus eisdẽ literis annotatus / ad cuius angulos a centro l ducãtur lineæ l e, l f, l g, l h, l k. Rursus in eodem circulo inscribatur decagonus ęquilaterus. diuidãt enĩ cũcti arcus quorũ chordæ sunt latera pentagoni p æqualia: & a pũctis medijs ad extremitates cũctorũ laterũ inscripti pẽtagoni lineæ rectæ dirigãtur. Itẽq; sup singulos angulos pẽtagoni erigatur cathetus scdm ꝙ docet 12 vndecimi quorum quilibet sit etiã æqualis lineæ b d: & cõtinuẽtur extremitates horũ quinq; cathetorũ / quinq; coraustis. erũtq; ex 6 vndecimi qnq; catheti erecti: adinuicẽ æquidistãtes: cũq; ipsi sint æquales erũt quoq; ex 33 primi quinq; corausti eorũ extremitates iũgẽtes æquales lateri b9 pẽtagoni. Demitte igitur a sũmitatibus singulis singulorũ cathetorũ: binas & binas hypothenusas ad duos circũstãtes ãgulos iscripti



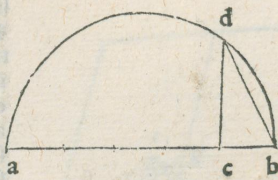


decagoni.& harũ decẽ hypothenusarũ a quinq; extremitatib9 cathetorũ ad 5 pũ
cta quæ sunt singuli anguli medij inscripti decagoni/ descendentiũ extremitates
cõtinua: aliũ pentagonũ rursus ipsi circulo inscribẽdo/ qui quoq; erit æquilaterus
ex 23 tertij. Cũ hoc itaq; feceris: videbis te perfecisse decẽ triãgulos/ quorũ latera
sũt decẽ hypothenusę & 5 corausti & 5 latera hui9 secũdi pẽtagoni iscripti. Hos
ergo decẽ triangulos: æquilateros esse sic collige. Cũ enĩ tã semidiameter descripti
circuli q̃ q̃libet erectorũ cathetorũ sit æqualis lineę b d ex hypothesi: erit ex correla
rio 15 quarti/ quilibet cathe orũ æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius
semidiameter est æqualis lineæ b d, inscripti. Quia vero ex penultima primi vna
q̃q; decẽ hypothenusarũ tanto est potẽtior catheto q̃tũ põt latus decagoni/ atvero
ex 10 hui9/ lat9 quoq; pentagoni est tanto potentius eodẽ q̃tũ põt idẽ latus de
cagoni: erit ex cõi sciẽtia vnaq̃q; harũ hypothenusarũ æqualis lateri pentagoni.
De coraustis aũt/ iam patuit: q; ipsi sint æquales laterib9 pentagoni. Itaq; cuncta
latera horũ decẽ triangulorũ: aut sunt latera pẽtagoni æquilateri scđa vice circu
lo ĩscripti/ aut illis æqualia. sunt igit æquilateri trianguli. Ampli9 aũt sup centrũ
circuli qđ est pũctũ l, erige aliũ cathetũ æqualẽ priorib9 q sit l m: eiusq; superiorẽ
extremitatẽ q̃ est m, iũge cũ singulis extremitatib9 priorũ/ per quinq; coraustos,
eritq; ex 6 vndecimi/ hic centralis cathetus: singulis cathetorum angulariũ æq̃di
stans. iõq; ex 33 primi hi quĩq; corausti erũt semidiametro circuli æquales: & ex
correlario 5 quarti q̃libet eorũ tanq̃ latus hexagoni. Centrali ergo catheto exvtra
q; parte adijciat linea vna ęqualis lateri decagoni. supra quidẽ adijciatur ei: m n
deorsum aũt sub circulo adijciatur sibi a centro circuli: p. postea demittant a pũ
cto n, 5 hypothenusæ ad 5 superiores angulos decẽ triãgulorũ qui sunt ĩ circuitu:
& a puncto p, alię 5 ad alios 5 inferiores. Erũt hæ decẽ hypothenusæ æquales adi
uicẽ lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius: queadmodũ
de alijs decẽ pri9 demõstratũ est. Habes ergo corp9 20 basiũ triangulariũ atq; eq
laterarũ: cuius cũcta latera sunt æqualia lateribus pẽtagoni/ ei9 vero diameter est
linea n p. horũ autẽ 20 triangulorũ: decẽ cõsistũt in circuitu supra circulũ/ quinq;
autẽ cõsurgunt sursum ad punctũ n cõcurrẽtes/ atq; quinq; reliqui deorsum emer
gunt sup pũctũ p coeuntes. ¶ Hoc aũt icosedron corpus a data sphæra circũscri
ptibile esse: sic erit manifestũ. Cũ linea l m sit æqualis lateri hexagoni/ & m n late
ri decagoni æquilaterorũ quos circulus e f g circunscribit: tota l n erit ex 9 huius
diuisa secundum pportionem habẽtẽ mediũ & duo extrema in pũcto m, & ma
ior portio ei9 erit linea l m. Diuidatur itaq; l m p æqualia in q. eritq; ex cõi sciẽ
tia p q, æqualis q n: nã p l posita est æqualis lateri decagoni / queadmodũ m n.
quare q n est medietas n p: queadmodũ est q m medietas m l. Cũ ergo quadratũ
n q sit ex 3 huius quintuplũ ad quadratũ q m: erit quoq; ex 15 quinti quadratum
p n quintuplũ ad quadratũ l m. est enĩ ex 4 secundi quadratũ p m, quapruplum
ad quadratũ q n: quadratũ quoq; l m, q̃druplũ ad quadratũ q m ex eadẽ. quadru
plũ aũt ad quadruplũ: est vt simplũ ad simplũ/ teste 15 quinti. at ver oquadratum
a b: quintuplũ est ad quadratũ b d ex secũda pte correlarij 8 sexti & ex correlario
17 eiusdẽ. est etiã a b, quintupla ad b c: eo q; a c fuit ad eandẽ quadrupla. Quia
ergo l m est ex hypothesi æqualis b d: erit ex cõi sciẽtia a b æqualis n p. Itaq; si su
per lineã n p semicirculus describat qui tandiu q; locũ primũ repetat circũuolua
tur: sphæra ipsius motu descripta/ erit a diffinitiõe sphærarũ æqualium / æqualis
sphęrę ppositæ. Et qm̃ linea l m est medio loco pportionalis inter l n & n m/ ideo
q; inter l n & p l: erit quoq; q̃libet semidiameter circuli/ medio loco pportionalis
iter l n & l p. Et cũ l m sit æqualis semidiametro circuli: itaq; semicircul9 sup p n
descriptus transibit p oia pũcta circũferẽtiæ circuli e f g, ideoq; & p singulos ãgu
los solidi fabricati/ in illa circũferẽtia cõsistentes. Et q̃a eadẽ ratione singuli corau
sti cõtinuãtes extremitates angulariũ cathetorũ cũ extremitate centralis/ sunt me
dio loco pportionales inter p m & m n, eo q; quilibet eorũ est æqualis l m: seq
tur vt idem semicirculus trãseat etiã per reliquos angulos figurę icosedræ statutę.
Est igitur corpus hoc inscriptibile sphæræ cuius diameter p n: ideoq; & sphæræ
cuius diameter a b. ¶ Latus autẽ huius solidæ figuræ dico esse lineã minorẽ. Cõ
stat enĩ q; linea b d est rationalis in potẽtia: cũ eius quadratũ sit subquincuplũ ad
quadratũ lineæ a b quæ posita est rationalis siue in longitudine siue in potentia
tantũ. Itaq; semidiameter atq; diameter circuli e f g est etiã rationalis in potẽtia:

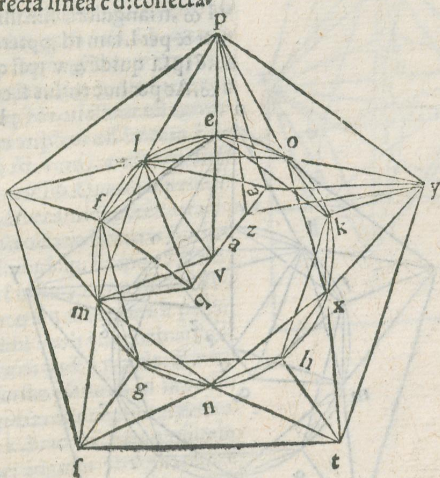
nã eius ſemidiameter eſt æqualis b d, Igitur ex 12 huius lat9 pẽtagoni æquilate
ri huic circulo inſcripti/eſt linea minor. atvero (ſicut in huius demonſtrationis
proceſſu patuit) latus huius figuræ eſt quantũ latus pentagoni. ergo latus hui9
figurę 20 alchaidarũ id eſt baſiũ eſt linea minor: queadmodum proponitur.

Euclí. ex Zamb. Problema 4 Propoſitio 16.

16 ¶Icoſahedrum conſtruere/ & data ſphæra compræhẽdere/ qua
& dictas figuras: oſtendereq́ꝫ ꝙ ipſius icoſahedri latus irrationa
le eſt/ appellaturq́ꝫ minor.



¶THEON ex Zamb. ¶Exponat̃ datæ ſphæræ diameter a b. ſecetq́ꝫ in c, vt
a c quadrupla ſit ipſius c b: & deſcribatur ſuper a b ſemicirculus a d b. & exci-
tetur per 11 primi ab ipſo c, ipſi a b ad angulos rectos recta linea c d: cõnecta-
turq́ꝫ d b. ponaturq́ꝫ circulus e f g h k: cuius quæ ex
centro/ æqualis eſto ipſi d b. & in ipſo e f g h k circu
lo deſcribatur per 11 quarti quinquangulũ æquilate
rũ & æquiangulũ e f g h k. Et ſecent̃ ef, f g, g h, h k,
k e, circunferentiæ bifariam in ſignis l, m, n, x, o: cõ
nectanturq́ꝫ e l, l f, f m, m g, g n, n h, h x, x k, k o,
o e, ſimiliter e f, f g, g h, h k, k o. æquilaterum igitur
eſt quinquangulũ l m n x o: & decagoni latus eſt e o
recta linea. Cõſtituãtur per 12 vndecimi ab ipſis e, f,
g, h, k, ſignis ad ipſius circuli planum ad rectos
angulos rectæ lineæ e p, f r, g ſ, h t, k y, æquales exi-
ſtentes ei q̃ ex centro ipſius e f g h k circulum: & cõ-
nectantur ipſæ p r, r ſ, ſ t, t y, y p, p l, l r, r m, m ſ, ſ n,
n t, t x, x y, y o, o p. Et quoniã vtraq́ꝫ ipſarũ e p, k y,
eidẽ plano ad ãgulos eſt rectos: parallelus igitur eſt
per 6 vndecimi e p ipſi k y. eſt autem & ei æqualis.
æquales aũt & parallelos cõnectentes ad eaſdẽ par-
tes rectę lineę: æquales & paralleli per 33 primi ſũt.
Igitur p y: ipſi e k æqualis & parallelus eſt. pentago
ni aũt æquilateri latus eſt ipſa e k. pentagoni ergo
æquilateri eſt & p y: in e f g h k circulo deſcripti. & iã id ꝑpterea: & vnaquęq́ꝫ
ipſarũ p r, r ſ, ſ t, t y, pẽtagoni eſt æquilateri in circulo e f g h k deſcripti. penta
gonũ igitur p r ſ t y: ęquilaterũ eſt. Et quoniã p e hexagoni eſt/ decagoni autem
e o, & angulus qui ſub p e o rectus eſt: pẽtagoni igitur eſt p o. pẽtagoni enĩ la-
tus: poteſt & hexagoni & decagoni in eodẽ circulo deſcriptorũ latus p 10 deci-
mitertij. Iam id ꝑpterea & o y: pẽtagoni latus eſt. eſt etiã p y: pẽtagoni latus.
Aequilaterũ igitur: eſt p o y triangulum. Iam id ꝑpterea: & vnũqđq́ꝫ ipſorum
p l r, r m ſ, ſ n t, t x y, æquilaterũ eſt. Et qm̃ oſtenſũ eſt vtrãq́ꝫ & p l & p o penta
goni eſſe, eſt aũt & l o pentagoni: æquilaterũ igitur eſt p l triangulũ. Iam id ꝑ-
pterea & vnũquodq́ꝫ ipſorũ l r m, m ſ n, n t x, x y o, triãgulorũ: æquilaterũ eſt.
Aſſumatur per 1 tertij centrũ circuli e f g h k: & ſit v ſignũ. & ab ipſo v ad ipſi9
circuli planũ ad rectos angulos per 12 vndecimi excitetur v ω. extendaturq́ꝫ ex
vtraq́ꝫ parte vt v q. & auferatur ipſius quidẽ hexagoni v z, decagoni aũt vtrũq́ꝫ
ipſorũ v q, z ω: & connectãtur p ω, p z, y ω, y z, e v, l v, l q, q m. Et qm̃ vtraq́ꝫ
ipſarũ v z, p e, ad circuli planũ ad rectos angulos eſt: parallelus igitur eſt v z
ipſi p e. Sunt autem æquales. & ipſę igitur e n, p z: æquales & parallelæ ſunt.
Hexagoni autẽ: eſt e v. hexagoni ergo & p z. Et qm̃ hexagoni quidem eſt p z,
decagoni vero z ω, & rectus eſt qui ſub p z ω angulus: pẽtagoni igitur eſt p ω.
iã id ꝑpterea & y ω: pentagoni eſt. Qm̃ ſi cõnectamus ipſas v k, z y: ęquales &
ex oppoſito erunt. Eſt autem ipſa v z ex centro exiſtens: hexagoni. hexagoni
igitur eſt & ipſa z y. Decagoni autẽ & z ω: & qui ſub y z ω rectus eſt. pẽtagoni
igitur eſt ipſa y ω. Eſt autem & p y: pentagoni. Igitur triangulum p y ω: æqui-
laterum eſt. Iam id propterea & vnũquodq́ꝫ reliquorum triangulorum quorum
baſes ſunt p r, r ſ, ſ t, t y, rectæ lineę/ faſtigium vero ω ſignum: æquilaterũ eſt.
Rurſus quoniam hexagoni quidem eſt ipſa v l, decagoni autem ipſa v q, & re
ctus eſt qui ſub l v q angulus: pentagoni igitur eſt l q. Iam id propterea ſi cõne-



ctamus ipsam m v hexagoni/ duceturq; ipsa m q pentagoni/ est autem & l m pentagoni: triangulum igitur l m q æquilaterum est. Similiter iam ostẽdetur/ ꝙ vnumquodq; reliquorum triangulorum quorum bases sunt m n, n x, x ω, ω l, fastigium autem q signum: æquilaterum est. Constructum igitur est icosahedrum: sub viginti triangulis æqualia latera habentibus compræhensum.

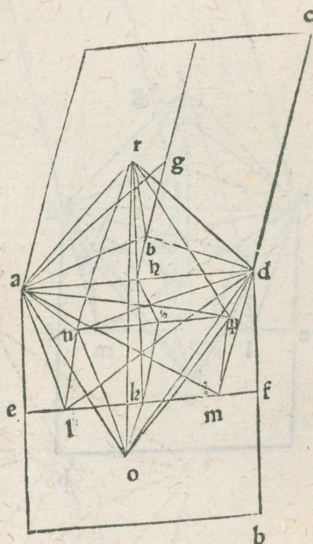
¶ Oportet iam illud quoq; data sphæra comprehendere: ac demonstrare ꝙ latus icosahedri est irrationale/ appellaturq; minor. Quoniã enim hexagoni est ipsa v z, decagoni autem ipsa z ω: ipsa igitur v ω extrema & media ratiõe secatur in z, & ipsius maius segmentum est v z. Est igitur sicut ω v ad v z: sic v z ad z ω. æqualis autem est v z ipsi v l: & z ω ipsi v q. est igitur sicut ω v ad v l: sic l v ad v q. & recti sunt anguli: qui sub ω v l, l v q. Sic cõnectamus igitur ipsam l ω rectam lineam: rectus erit ãgulus qui sub q l ω, propter ipsorũ q l ω, v l ω, triangulorũ similitudinẽ. Semicirculus igitur super q ω descriptus: veniet & per l. iam id ꝑpterea quoniã est sicut ω v ad v z: sic v z ad z ω. æqualis autẽ ipsa quidẽ ω v ipsi q z: & v z ipsi z p. est igitur sicut q z ad z p, sic p z ad z ω. Ac per hoc rursus si connectamus ipsam p q: rectus erit qui ad p angulus. Igit̃ super q ω descriptus semicirculus: veniet & per p. & si manente q ω, circunductus semicirculus in illud idem vnde circũduci cœpit steterit: veniet & per p, & per reliqua ipsius icosahedri signa, & sphęra cõpræhẽsum erit ipsum icosahedrũ. ¶ Dico ꝙ & data. Secetur per 10 primi v z diuidue i a. Et quoniã recta linea v ω extrema & media ratione secatur in z, & minus segmentũ illius est ω z: ipsa igitur ω z admit tens dimidium maioris segmenti z a, quincuplũ potest eius quod fit ex dimidia maioris segmenti per 3 hui9. Quincuplũ igitur est quod ex ω a: eius quod ex a z. Ipsius autem ω a: dupla est ω q. ipsius autem a z: dupla est v z. Quod igitur ex ω q: quincuplũ est eius quod ex z v. Et quoniã ac ipsius c b est quadrupla: quincupla igitur est a b ipsius c b. Sicut autẽ a b ad b c: sic quod ex a b ad id quod ex b d. quincuplum igitur est quod ex a b: eius quod ex b d. Patuit autẽ ꝙ quod ex ω q: quincuplum est eius quod ex v z. Et d b æqualis est ipsi v z. vtraq; enim ipsarum: ęqualis est ei quæ ex centro ipsius e f g h k circuli. æqualis igitur est & a b ipsi q ω. Et a b: est ipsius datæ sphæræ diameter. & q ω igitur: datæ sphæræ diametro est æqualis. Data igitur sphęra: icosahedrum compræhensum est. ¶ Dico iam ꝙ ipsius icosahedri latus irrationale est: appellaturq; minor. Quoniam enim rationalis est ipsius sphæræ diameter/ & potẽtia quincuplum est eius quę ex centro circuli e f g h: irrationalis igitur est & ea quę ex cẽtro circuli e f g h. Quare & diameter illius: irrationalis est. Si vero in circulo rationalem habente diametrũ/ quinquangulum æquilaterum descriptũ fuerit: latus pẽtagoni irrationale est/ & appellatur minor per 11 hui9. Latus aũt ipsius e f g h k pentagoni: est quod & icosahedri. Icosahedri ergo latus: irrationale est/ minor appellatũ. Quod facere & ostendere oportebat.

¶ CORRELARIVM. ¶ Ex hoc igitur est manifestũ: ꝙ sphæræ diameter potentia quincuplum est eius quæ ex centro circuli a quo icosahedrum describitur. & ꝙ sphęrę diameter componitur et ex sexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo descriptorum lateribus.

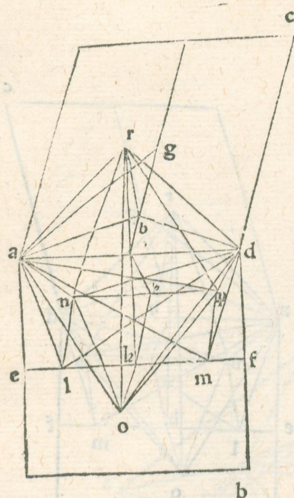
Eucli. ex Camp. Propositio 17. 17

Corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atq; æquiangularium ab assignata sphæra circunscriptibile: constituere. Eritq; palam: latus eiusdem corporis irrationale esse/ id quod residuum dicitur.

¶CAMPANVS. ¶Fiat cubus secundum q̃ docet 14 huius: circũscripti-
bilis ab assignata sphæra. sintq; huius cubi duæ superficies a b & a c. imagine-
mur aũt nunc/ q̃ a b sit suprema superficies cubi: & a c sit vna ex lateralibus. sit
q; linea a d: cõmunis istis duabus superficiebus. Diuidantur itaq; in superficie
a b duo opposita latera per æqualia: videlicet d b & latus ei oppositum. & pun
cta diuisionis cõtinuentur per lineam e f. latus quoq; a d, & illud quod sibi op-
ponitur in superficie a c, diuidantur per æqualia: & puncta diuisionis cõtinu-
entur linea recta cuius medietas sit g h. sitq; punctus h: medius punctus lineę
a d. similiter linea e f diuidatur pe æqualia in k: & protrahatur h k. Quãlibet
igitur triũ linearum e k, k f, & g h, diuide secũdum proportionẽ habentẽ me-
dium & duo extrema in tribus punctis l, m, q: sintq; maiores portiones earum/
l k, k m, & g q. quas manifestũ est esse æquales: cum totæ lineæ diuisę sint ęqua
les/ videlicet quælibet earum medietati lateris cubi. Deinde a duobus punctis
l & m, erige perpendiculares vt docet 12 vndecimi/ ad superficiem a b, quarũ
vtrãq; ponas æqualẽ lineæ k l: sintq; l n & m p. similiter a puncto q, erige per-
pendiculariter q r ad superficiem a c: quam ponas æqualem g q. protrahe itaq;
lineas a l, a n, a m, a p, d m, d p, d l, d n, a r, a q, d r, d q. Manifestum est igitur
ex quinta huius: q̃ duæ lineæ k e & e l potentialiter sunt triplum ad lineam k l.
ideoq; etiam ad lineam l n: cum k l & l n sint æquales. At vero k e: est æqualis
e a. igitur duæ lineæ a e & e l: sunt potẽtia triplũ ad lineã l n. Quare ex penul-
tima primi/ a l: est potẽtia tripla ad l n. ideoq; per eandem/ a n est potẽtia qua-
drupla ad l n. Cũq; omnis linea sit potentia quadrupla ad medietatem sui: se-
quitur ex cõmuni sciẽtia q̃ a n sit dupla in longitudine ad l n. Et quia l m du
pla est ad l k, at k l & l n sunt æquales: erit a n æqualis l m. sunt enim earum di-
midia: ęqualia. Et quia ex 33 primi/ l m est equalis n p: erit a n æqualis n p. Eo
dẽ mõ ꝓbabis: tres lineas p d, d r, & r a, esse æquales sibi inuicẽ & duabus p̃di
ctis. Habemus itaq; ex his 5 lineis: pẽtagonũ æquilaterũ q est a n p d r. ¶Sed
fortasse dices ipsum non esse pentagonum/ quia nec forsan est totus in superfi-
cie vna: quod esset necessarium ad hoc vt esset pentagonus. Q2 ergo sit totus in
superficie vna: sic habeto. Prodeat equidem a puncto k, linea k s, perpendicula
ris ad superficiem a b: quæ sit æqualis l k. eritq; ob hoc: æqualis vtriq; duarum
l n & m p. Cumq; ipsa sit æquidistãs vtriq; earum ex sexta vndecimi ideoq; cũ
ambabus in eadem superficie ex diffinitione linearum æquidistantium: ne-
cesse est vt punctus s sit in linea n p, & q̃ diuidat eam per duo æqualia. Pro-
trahantur igitur duæ lineæ r h & h s. sunt itaq; duo triãguli k s h & q r h: super
vnum angulum videlicet k h q constituti. & est proportio k h, ad q r: sicut k s ad
q h. nam vt g h ad q r: sic k h ad q r ex 7 quinti. & vt r q ad q h: sic k s ad q h
ex eadẽ. sed g h ad q r, vt q r ad q h: eo q̃ q r est æqualis g q. ergo per 30 sexti
linea r h s: est linea vna. Quare ex secunda vndecimi/ totus pẽtagonus de quo
disputamus: est in superficie vna. ¶Ipsum quoq; dico esse æquiangulum. Cum
enim e k sit diuisa secũdum proportionem habentem medium duoq; extrema/
& k m sit æqualis maiori portioni eius: erit quoq; ex 4 punctis tota e m diui-
sa secundum proportionem habentẽ medium duoq; extrema/ maior quoq; por
tio eius linea e k. ideoq; per 5 duæ lineæ e m & m k (ideoq; duæ e m & m p:
nã m p est æqualis m k) sunt potentia triplum ad lineam a e. nam a e est æqua
lis e k. Itaq; tres lineæ a e, e m, & m p: sunt potẽtia quadruplum ad lineam a e.
Constat autem per penultimã primi bis assumptam: q̃ linea a p est potentia
æqualis tribus lineis a e, e m, & m p. itaq; a p: est potentia quadrupla ad lineã
a e. Latus vero cubi cum sit duplum ad lineã a e: est potentia quoq; quadruplũ
ad ipsam ex 4 secundi. igitur ex cõmuni scientia a p: est lateri cubi æqualis.
Cũq; a d sit vnum ex lateribus cubi: erit a p ęqualis a d. Ideoq; ex 8 primi angu
lus a r d: est æqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n esse
æqualem angulo d r a: quia probabis lineam d n esse potentialiter quadruplũ
ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his / pentagonns sit æquilaterus / &
habeat tres angulos æquales: ipse erit ęquiangulus ex septima præsentis libri.
Si itaq; hac via rationeq; consimili & super vnumquodq; reliquorum laterum
cubi pentagonum æquilaterum & æquiangulum fabricemus: perficietur solidũ
12 superficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis contẽtum. cubus enim



habet 12 latera. ¶Reliquũ autem eſt demonſtrare: ſolidũ hoc eſſe a data ſphæra circũſcriptibile. Protrahantur igitur a linea ſ k, duæ ſuperficies ſecãtes cubũ: quarum vna ſecet ipſum ſuper lineam h k, & aliam ſuper lineã e f. eritq; ex 40 vndecimi: vt cõmunis ſectio harum duarum ſuperficierum ſecet diametrum cubi / & ſecetur viceuerſa ab ipſa diametro per æqualia. Sit ergo cõmunis ſectio earum vſq; ad diametrum cubi linea k o: ita ꝙ o ſit centrum cubi. & ducantur lineæ o a, o n, o p, o d, o r. Conſtat autem: ꝙ vtraq; duarum linearum o a & o d eſt ſemidiameter cubi, ideoq; æquales. de linea aũt o k: conſtat ex 40 vndecimi ꝙ ipſa eſt æqualis e k, videlicet medietati lateris cubi. Et quia k ſ eſt æqualis k m: erit o ſ diuiſa in puncto k, ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema / & maior portio eius erit linea o k quę eſt æqualis e k. Itaq; per 5 huius erunt duæ lineæ o ſ & ſ k (ideoq; o ſ & ſ p, eo ꝙ ſ p (ad quos hæc demonſtratio non extenditur) eſt æqualis k ſ) triplum in potentia ad lineã o k: & ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi: linea o p: eſt potentia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correlario antem 14 huius conſtat: ꝙ ſemidiameter ſphæræ tripla eſt in potentia ad medietatem lateris cubi quem circũſcribit eadem ſphæra. Itaq; o p: eſt quanta ſemidiameter ſphæræ circũſcribentis cubum propoſitum. Eadem ratione: cunctæ lineæ ductæ a puncto o, ad angulos ſingulos pentagonorum omnium ſuper latera cubi deſcriptorum ad ſingulos angulos inq̃ / qui proprij ſunt pentagonis: non autem cõmunes eis & ſuperficiebus cubi / quales ſunt in pentagono ſtatuto tres anguli n, p, r. de illis autem lineis quæ veniunt a puncto o ad angulos ſingulos pentagonorum qui ſunt cõmunes pentagonis & ſuperficiebus cubi / quales ſunt in pentagono præſenti duo anguli a & d: conſtat ꝙ ipſæ ſunt æquales ſemidiametro ſphæræ circũſcribentis cubum. ipſę enim ſunt ſemidiametri cubi ex 40 vndecimi. at vero ſemidiameter cubi: eſt tanq̃ ſemidiameter ſphæræ ipſum circũſcribentis / quẽadmodũ ex ratiocinatione 14 apparet. Igitur omnes aliæ ductæ a puncto o ad ſingulos angulos dodecedri: ſunt ęquales ad inuicẽ & ſemidiametro ſphæræ. Semicirculus itaq; ſuper totã diametrũ ſphæræ vel cubi lineatus / ſic circũducatur: tranſibit per omnes angulos eius. Quare per diffinitionem ipſum eſt ab aſſignata ſphæra circũſcriptibile. ¶Dico iterũ ꝙ latus huius figuræ eſt linea irrationalis / iſta videlicet quæ reſiduũ dicitur: ſi diameter ſphæræ ipſum circunſcribentis fuerit rationalis in longitudine vel in potẽtia. Cum enim diameter ſphæræ ſit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi: erit latus cubi rationale in potentia / ſi diameter ſphæræ fuerit rationalis in longitudine vel in potentia. Conſtat autem ex 11 / ꝙ linea r p diuidit lineam a d quę eſt latus cubi / ſecũdum proportionem habentem medium duoq; extrema: & ꝙ portio eius maior æqualis eſt lateri pentagoni. Et quia maior eius portio eſt reſiduũ / ex ſexta huius: manifeſtum eſt latus figuræ duodecim baſium / eſſe reſiduum. Quod demõſtrare voluimus.



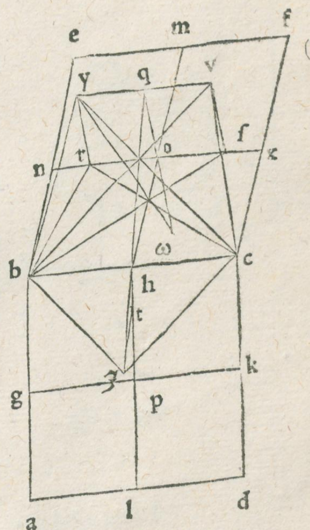
¶CAMPANVS. ¶Fabricata ſunt igitur per 13 & quatuor eam ſequẽtes / quinq; corpora æquilatera atq; æquiangula: quorum vnũquodq; eſt circunſcriptibile ab aſſignata ſphæra. Sũt aũt hæc ſolida. primũ quidem quatuor baſiũ triangulariũ: & dicitur tetrachedron. Secundũ eſt ſex baſium quadratarum: & dicitur cubus ſiue hexaedron. Tertiũ octo baſiũ triangularium: & dicitur octoedron. Quartũ autem eſt ſolidum icoſedron: & eſt viginti baſiũ triangularium. Quintum vero ex 12 baſibus pentagonis conſiſtit: diciturq; dodecedron. Hæc autem quinq; ſolida / regularia dicuntur: quoniam ipſa æquiangula ſunt atq; æquilatera / & a ſphæra atq; abinuicem circunſcriptibilia. Plura vero his quinq; æquilatera quæ ſunt & æquiangula: eſſe eſt impoſſibile. Ad conſtitutionem cuiuſlibet anguli ſolidi: neceſſe eſt ad minus tres ſuperficiales angulos concurrere. Ex duobus enim ſolis ſuperficialibus: nequit ſolidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuſlibet hexagoni æquilateri & æquianguli ſunt ęquales quatuor angulis rectis / at vero heptagoni & cuiuſlibet plurium laterum figuræ æquilateræ atq; æquiangulæ tres anguli ſunt maiores quatuor angulis rectis quẽadmodũ ex 32 primi euidenter dicitur / omnis autem angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſt teſte 21 vndecimi: ĩpoſſibile eſt tres angulos hexagoni atq; heptagoni & ſimpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tamen

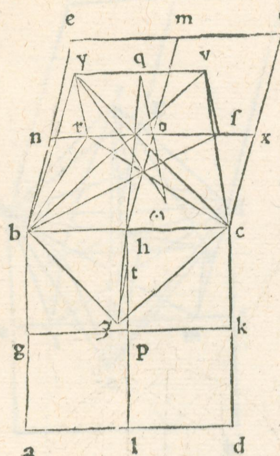
atq; æquiangulæ: ſolidum angulum conſtituere. Ideo nulla ſolida figura æqui=
latera atq; æquiangula: poteſt ex ſuperficiebus hexagonalibus aut plurium la=
terũ cõſtitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquianguli quęq;
ſolidum angulum excedunt quatuor: & plures multo fortius eundem excedũt.
Tres autem angulos pentagoni æquilateri atq; æquianguli minores eſſe qua
tuor rectis angulis manifeſtum eſt: & quatuor eſſe maiores. quare ex tribus an=
gulis pentagoni æquilateri atq; æquianguli poſſibile eſt ſolidum angulum cõ
ſtitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impoſſibile. Ideoq; vnum duntaxat ſo
lidum ex pentagonis æquilateris atq; æquiangulis conſtitutum eſt: illud vide=
licet quod dodecedron dicitur/in quo anguli pentagonorum trini & trini ſoli
dos angulos perficiũt. Eadem quoq; eſt ratio in quadrilateris figuris æquila=
teris & æquiangulis: quæ in pentagonis. omnis enim quadrilatera figura ſi æq
latera æquiangulaq; fuerit: ipſa erit quadrata a diffinitione. nam omnes eius
anguli: erunt recti per 32 primi. Ex tribus igitur angulis talis ſuperficialis figu
ræ: poſſibile eſt ſolidum angulum conſtitui. ex quatuor autem aut ex pluribus
impoſſibile eſt: propterea ꝙ ex talibus figuris ſuperficialibus (quæ cũ quadrila
terę ſint ipſæ æquilateræ atq; æquiangulæ) vnicũ ſolidum quod cubũ dicim9/
fabricatum eſt. Triangulorum autem æquilaterorum ſex anguli: ſunt æquales
quatuor rectis ex 32 primi. pauciores ergo, minores: & plures/maiores. igitur
ex ſex angulis talium trigonorũ aut ex pluribus impoſſibile eſt angulum ſoli=
dum fieri: ex quinq; & ex quatuor & ex tribus poſſibile. Cum itaq; tres anguli
trigoni æquilateri efficiunt angulum ſolidum: perficitur ex triangulis ęquilate
ris corpus quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarũ. Cum vero quatuor
cõſurgunt: corpus octo baſium/quod octoedron diximus. At vero ſi quinq; tri
angulorũ æquilaterorum anguli/ſolidum angulum contineant: fiet corpus ico
ſedron viginti baſium triangularium & æquilaterarum. Quare ergo tot & ta=
lia ſunt ſolida regularia/& quare plura his non ſint: dictum eſt.

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propoſitio 17

17 ℭDodecahedrum cõſtruere & data ſphæra cõpręhendere qua
& prędictas figuras: oſtendereq; ꝙ dodecahedri latus irratio
nale eſt/ & appellatur apotome.

ℭTHEON ex Zamb. ℭExponantur prædicti cubi bina plana inuicẽ ad an=
gulos rectos/a b c d, c b e f: ſeceturq; per 11 primi vnũquodq; ipſorum laterum
a b, b c, c d, d b, e f, e b, f c, diuidue in g, h, k, l, m, n, x. & conuectãtur ipſę g k,
h l, ſeſe ſecantes in ſigno o: & m h, n x, ſeinuicem ſecantes in ſigno p. ſece=
turq; vnaquęq; ipſarum n o, o x, h p, extrema & media ratiõe in r, t, ſ, ſignis:
ſint q; ipſarum maiora ſegmenta r o, o ſ, t p. & conſtituantur per 12 vndecimi
ab ipſis r, ſ, t, ſignis ad ipſius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores par=
tes ipſius cubi ipſæ r y, ſ v, t z, exponanturq; æquales ipſis r o, o ſ, t p: con=
nectanturq; ipſę y b, b z, z c, v y. Dico ꝙ y b z c v pentagonum: ęquilaterũ eſt/
& in vno plano/& ĩſuper æquiangulum. Cõnectãtur inq̃ r b, ſ b, v b. Et quoniã
recta linea n o extrema & media ratione ſecatur in r, & maius ſegmentũ eſt r o:
quæ igitur ex n o, n r: tripla ſunt eius quod ex r o. Aequalis autem eſt o n ipſi
n b: & o r ipſi r y. Quæ igitur ex b n, r n: tripla ſunt eius quod ex r y. Eis autẽ
quæ ex b n, n r: æquum eſt id quod ex b r. quod igitur ex b r: triplũ eſt eius qđ
ex r y. quare quæ ex b r, r y: quadruplum ſunt eius quod ex r y. Eis vero quæ ex
b r, r y: æquũ eſt id quod ex b y. quod igitur ex b y: quadruplum eſt eius quod
ex y r. Dupla igitur eſt b y: ipſius r y. Eſt autẽ & v y dupla ipſius y r: quoniã &
ſ r ipſius o r hoc eſt ipſius r y dupla eſt. Aequalis igitur eſt b y: ipſi y v. Simili
ter iam oſtẽdetur: ꝙ & vnaquęq; ipſarum b z, z c, c v, vtriq; ipſarum b y, y v,
eſt æqualis. quinquangulũ igitur b y v c z: ęquilaterum eſt. ℭDico ꝙ & in vno
eſt plano. Excitetur enim per 31 primi ab ipſo o, vtriq; ipſarum r y, ſ v, paralle=
lus ad exteriores partes cubi/o q: & connectantur q h, h z. Dico ꝙ ipſa q h z
recta linea eſt. Quoniã enim h p, extrema & media ratione ſecatur in t, & ma
ius ſegmentum eſt p t: eſt igitur ſicut h p ad p t, ſic p t ad t h. ęqualis autem eſt
h p ipſi h o: & p t vtriq; ipſarum t z, o q. eſt igitur ſicut h o ad q o: ſic z t ad t h.
& eſt parallelus quidem h o ipſi t z: vtraq; enim ipſi b d plano ad angulos re=





ctos eſt. Quando autem bina triangula compoſita fuerint ad vnũ angulum (vt
ſunt ipſa q o h & o t z) bina latera binis lateribus ꝓportionalia habentia: quo
niam ipſorum latera eiuſdem ſunt rationis & parallela/ reliq̃ rectæ lineæ in re
ctas lineas erunt per 32 ſexti. Igitur q h: ipſi h z in rectam lineam eſt. Omnis
aũt recta linea: in vno eſt plano. In vno igit̃ plano: eſt ipm y b r c v quinquan
gulũ. ¶ Dico iã ꝙ & æquiangulũ eſt. Qm̃ eni recta linea n o extrema et media
ratione ſecatur in r,& maius ſegmentum eſt o r: eſt igitur ſicut vtraq; n o,o r,
ſimul ad o n,ſic o n ad o r. Aequalis autẽ eſt o r: ipſi o ſ. Eſt igitur ſicut ſ n ad
n o: ſic n o ad o ſ. Ipſa igitur ſ n,extrema & media ratiõe ſecatur in o: & mai9
ſegmentum eſt n o. quæ igitur ex n ſ,ſ o: tripla ſunt eius quod ex n o. Aequa
lis autem eſt n o ipſi n b: & ſ o ipſi ſ v. q̃ igitur ex n ſ,ſ v,quadrata: tripla ſunt
eius quod ex n b. quare quæ ex v ſ,ſ n,n b: quadrupla ſunt eius quod ex n b.
Eis autem quæ ex ſ n, n b: æquale eſt per 47 primi id quod ex ſ b. quæ
igitur ex b ſ,ſ v, hoc eſt quod ex b v (rectus enim eſt qui ſub v ſ b angulus)
quadruplum eſt eius quod ex n b. dupla igitur eſt b v: ipſi9 b n. Eſt autem & b c:
ipſius b n dupla. æqualis igitur eſt b v: ipſi b c. Et quoniam binæ b y,y v, dua
bus b z,z c,ſunt æquales/ & baſis b v baſi b c eſt æqualis: angulus igitur qui
ſub b y v,angulo qui ſub b z c per 8 primi eſt æqualis. Similiter iam de
monſtrabimus: ꝙ & angulus qui ſub y v c,ęqualis eſt ei qui ſub b z c. Tres igi
tur anguli qui ſub b z c,b y v,y v c: inuicem ſunt æquales. Si autem quinquã
guli ęquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint: æquiangulũ erit per 7 de
cimitertij quinquangulum. Quinquangulũ igitur b y v z c: æquiangulũ eſt.
Patuit aũt: ꝙ & æquilaterũ. Igitur pentagonum b y v c z æquilaterum & æqui
angulum eſt: eſtq; ſuper b c vno cubi latere. Si igitur ab vnoquoq; ipſius cubi
duodecim laterum eadem cõſtruamus: conſtituetur figura quædam ſolida cõ
præhenſa ſub duodecim quinquangulis æqualia habẽtibus latera & angulos
æquos. ¶ Oportet iam ipſum ſphæra data cõpræhendere: & demõſtrare ꝙ do
decahedri latus irrationale eſt/ & appellatur apotome. Extẽdatur q o: & ſit q ω.
coincidit igitur q ω, ipſi cubi diametro: & biſariam ſe inuicem diſpeſcunt. hoc
enim patuit in penultimo vndecimi theoremate ſecẽtur in ω. Igitur ω centrũ
eſt ſphæræ cubum cõpræhendentis: & dimidia eſt o ω lateris cubi. Conne
ctatur autem y ω. Et quoniam recta linea n ſ extrema & media ratione ſecatur
in o,& maius illius ſegmentum eſt n o: quæ igitur ex n ſ,ſ o,tripla ſunt eius
quod ex n o. Aequalis autem eſt n ſ,ipſi q ω: quoniam & ipſa n o ipſi o ω eſt
ęqualis,& q o ipſi o ſ. ſed o ſ ipſi q y: quoniã & r o. quæ igitur ex ω q,q y: tri
pla ſunt eius quod ex n o. Eis autem quę ex ω q,q y: ęquum eſt per 47 primi
quod ex y ω. Quod igitur ex y ω: triplum eſt eius qđ ex n o. Eſt aũt & quæ ex
centro ſphæræ ipſius cubum ipſum compręhendentis: potentia triplex dimi
dij ipſius cubi lateris. antea enim oſtenſum eſt cubum conſtruere/ ac ſphæra cõ
præhendere: ac demõſtrare ꝙ ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt lateris cu
bi per 15 decimitertij. Si autem tota totius: & dimidia dimidiæ. Et n o: dimi
dia eſt lateris cubi. Ipſa igitur y ω æqualis eſt ei q̃ ex centro ſphæræ cubum cõ
præhendentis. Sphæræ autem cubum compræhendentis centrum: eſt ω. Igitur
y ſignũ: ad ſuperficiem eſt ipſius ſphærę. Similiter iam oſtendemus: ꝙ & vnuſ
quiſq; reliquorum ipſius dodecahedri angulorum/ eſt ad ipſius ſphæræ ſuper
ficiem. Igitur dodecahedrum: data ſphæra compræhenſum eſt. ¶ Dico iam ꝙ
ipſius dodecahedri latus irrationale eſt: appellaturq; apotome. Quoniam enĩ
ipſa n o extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentũ ẽ r o, ipſa autẽ o x
extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentum eſt o ſ: tota igitur n x extre
ma & media ratione diuiſa/ maius ſegmentũ eſt r ſ. Et quoniam eſt ſicut o n ad
o r,& o r ad n r,& duplicia (partes enim æque multiplicium eandem habent
rationem) ſicut igitur n x ad r ſ,ſic r ſ ad vtranq; ipſarum n r,ſ x,ſimul. Maior
autem eſt n x: ipſa r ſ. maior igitur eſt & r ſ,vtraq; ipſarum n r,ſ x,ſimul. Igit̃
n x,extrema & media ratione diuiditur: & maius ſegmẽtũ eſt r ſ. Aequalis aũt
eſt r ſ: ipſi y v. Ipſa igitur n x,extrema & media ratione diuiſa: maius ſegmen
tum eſt y v. Et quoniã rationalis eſt ipſius ſphęræ diameter/ potentiaq; triplex
eſt ipſius cubi lateris: rationalis igitur eſt n x,latus cubi exiſtens. Si autem ra
tionalis linea extrema & media ratione ſecta fuerit: vtrũq; ſegmentorũ irratio

nale est/appellaturq; apotome per 6 decimitertij. Igitur y v latus existens do
decahedri/irrationalis est: & apotome appellatur. Quod ostēdere oportuit:
& fieri postulabatur.

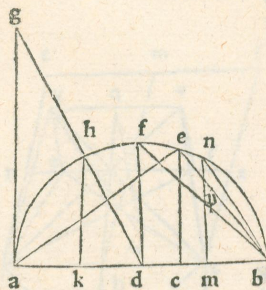
CORRELARIVM. Ex hoc inq̃ est manifestũ: q̄ cubi latere extrema &
media ratione diuisa/maius segmẽtum est dodecahedri latus. quod erat ostē-
dendum.

Propositio 18

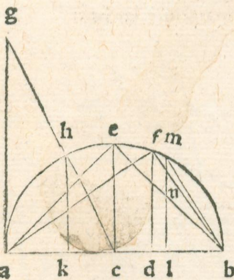
Eucli. ex Camp.

18 Latera quinq; corporum premissorũ ab eadem sphe
ra circũscriptibilium/cuius sphere sola diametros no
bis proposita fuerit: per ipsam propositam diametrũ
inuenire.

CAMPANVS. Sit a b diameter alicuius sphæræ/nobis ꝓposita: ex qua
iubemur latera quinq; præmissorum corporum elicere. Diuidam⁹ igitur hãc
diametrum in c, ita q̄ a c sit dupla ad c b: & per æqualia in d. & lineemus su
per eam semicirculum a f b: ad cuius circunferentiam protrahãtur duæ lineæ
perpendiculares ad lineam a b, quæ sint c e & d f. & iungamus e cum a & cũ
b: & f cum b. Manifestum ergo est ex demonstratione 13: q̄ a e est latus figuræ
quatuor basium triangularũ & æquilaterarum. & ex demonstratione 14: q̄ e
b est latus cubi. & ex demõstratione 15: q̄ f b est latus figuræ octo basium tri
angularium & æquilaterarũ. Prodeat itaq; a puncto a, linea a g perpẽdicula-
ris ad a b, & æqualis eidem a b: & iungatur g cum d, sitq; h punctus in quo
g d secat circunferentiam semicirculi, & ducatur h k perpendicularis ad a b.
Et quia g a est dupla ad a d: erit ex quarta sexti h k dupla ad k d. sunt enim
duo trianguli g a d & h k d, æquianguli ex 32 primi: eo q̄ angulus a, maio-
ris/est æqualis angulo k, minoris. nã vterq; rectus: & angulus d, est cõis vtri-
q;. igitur ex 4 secundi / b k: est potentia quadrupla ad k d. ergo ex penultima
primi h d: est potẽtia quincupla ad k d. Cumq; d b sit æqualis h d, est enim d
cẽtrum semicirculi: erit quoq; d b potentia quincupla ad k d. Atvero cum to-
ta a b sit dupla ad totam b d, quẽadmodum a c detracta ex prima a b est du
pla ad c b detractam ex secunda b d: erit ex 19 quinti b c residua primæ / du-
pla ad c d residuam secundæ. ideoq; tota b d: est tripla ad d c. Igitur quadra-
tum b d: est non cuplum ad quadratum d c. Et quia ipsum erat quincuplum
tantum ad quadratum k d: erit ex secunda partæ decimæ quinti/ quadratum
d c minus quadrato k d. ideoq; d c: minor k d. Sit g d m æqualis k d. & ꝓdeat
m n vsq; ad circũferentiam/quæ sit perpendicularis ad a b: & iungatur n cũ
b. Cum igitur d k & d m sunt æquales: erũt (ex diffinitione eius quod est ali-
quas lineas a centro æquidistare) duæ lineæ h k & m n æqualiter distantes a
centro/ideoq; æquales adinuicem ex secunda parte 13 tertij & ex secũda par
te tertiæ eiusdem. Itaq; m n est æqualis m k: nã h k erat æqualis ei. At quia a
b dupla est ad b d, & k m dupla est ad d k, & quadratum b d quincuplum ad
quadratum d k: erit ex 15 quinti quadratum a b similiter quincuplum ad qua
dratum k m. est enĩ quadratum dupli ad quadratum dupli: sicut quadratũ sim
pli ad quadratum simpli. Ex demõstratione aũt 16 manifestum est: q̄ diame
ter sphæræ est potentialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ 20
basium. ergo k m est æqualis lateri hexagoni circuli figuræ 20 basiũ. nã dia-
meter sphæræ quæ est a b: est potentialiter quincupla tam ad latus hexagoni
circuli illius figuræ/q̃ ad k m. Rursus quoq; ex demõstratione eiusdem mani
festum est: q̄ diameter sphæræ constat ex latere hexagoni & duplici lateri de
cagoni circuli figuræ 20 basium. Cum ergo k m sit tanq̃ latus hexagoni/atve-
ro a k sit æqualis m b, nam ipsa sunt residua equalium dẽptis æqualibus: erit
m b tanq̃ latus decagoni. Quia igitur m n est tanq̃ latus hexagoni/nam ipsa
est æqualis k m: erit ex penultima primi & 10 huius/n b tanq̃ latus pentago
ni figuræ circuli 20 basium. Et quia ex demõstratione 16 apparet q̄ latus pẽ
tagoni circuli figuræ 20 basium est latus eiusdem figuræ 20 basium: constat li



neã n b esse latus istius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ est lat9 cubi/ ab assigna ta sphæra circunscriptibilis/ secundum. proportionẽ habentem medium duo q; extrema ĩ pũcto p: sitq; maior portio eius p b. Constat igitur ex demonstra tione pręmissę: ꝙ p b est latus figurę 12 basium. Inuẽta ergo sunt latera 5 præ missorũ corporũ ex diametro sphęræ nobis proposita. est enim: a e latus pyra midis 4 basiũ. e b: latus cubi. f b: latus octoedri. atvero n b: latus icosedri. li nea autẽ p b: latus dodecedri. ¶Quę autẽ horũ laterũ sint maiora alijs: sic ha betur. Constat enim: ꝙ a e est maior f b. nam arcus a e: est maior arcu f b. Itẽ f b, est maior e b: & e b, maior q̃ n b. atvero n b: dico etiam esse maiorem q̃ p b. Cum enim sit a c dupla ad c b: erit ex 4 secundi quadratum a c quadru plum ad quadratum c b. Constat autem ex secũda parte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdem: ꝙ quadratum a b triplum est ad quadratũ b c. Sed per 21 sexti quadratum a b ad quadratũ b c, est sicut quadratũ b e ad quadra tum c b: ex eo ꝙ proportio a b ad b e, est sicut b e ad b c ex secũda parte corre larij 8 sexti. Itaq; per 11 quinti quadratũ b e: triplum est ad quadratum c b. Et quia quadratũ a c quadruplũ est ad idem quadratũ/ vt ostensũ est: erit ex prima parte 10 quinti quadratũ a c minus quadrato b e. ideoq; linea a c: ma ior est linea b e. ideoq; a m: multo maior b e. Manifestum vero ex 9 huius/ ꝙ si linea a m diuisa fuerit secundum proportionem habentem mediũ duoq; extrema: erit maior portio eius linea k m quæ est æqualis m n. At vero cũ b e diuiditur secundum eãdem proportionẽ videlicet habentẽ medium duoq; ex trema: maior eius portio est linea p b. Cũ itaq; a m tota sit maior tota b e: erit m n quæ est ęqualis maiori portioni a m, maior q̃ p b q̃ est maior portio b e. Hoc autem manifestũ est ex 2 decimiquarti quæ sine auxilio alicuius earum quę sequũtur firma demõstratione solidatur. ergo per 19 primi a fortiori n b: maior est q̃ p b. Quare patet: latera horum 5 corporum pręmissorum fere eo ordine quo corpora seinuicem sequũtur/ seinuicẽ excedere. In cubo enim dũ taxat & octoedro habet hic instantias. nã latus octoedri excedit latus cubi: q̃ uis cubus antecedat octoedron. Cubum autem pręmittunt idcirco octoedro: quia eadẽ diuisione diametri assignatæ sphęrę/ latus pyramidis 4 bases tri angulas habentis/ & latus cubi inuenitur. Est igitur a e latus pyramidis: ma ius lateribus cęterorum corporum. post ipsum autẽ: est f b latus octoedri ma ius sequentium corporum lateribus. Tertio ordine sequitur in magnitudine e b: latus cubi. Quarto vero loco est n b: latus icosedri. Minimũ autem est om nium p b: latus dodecedri.



Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 18.

¶Latera quinq; figurarum exponere: & adinuicem comparare. 18

¶THEON ex Zamb. ¶Exponatur datæ sphæræ diameter a b. seceturq; in c, vt a c ipsi c b sit ęqualis: & in d, vt a d ipsi9 d b dupla sit. & super a b descri batur semicirculus a e b. & ab ipsis c, d, ipsi a b per 11 primi ad angulos re ctos excitentur c e, d f: & cõnectãtur a f, b e. ¶Et quoniã dupla est a d ipsius d b: tripla igitur est a b ipsius d b. conuertendo igitur per correlarium 28 quin ti: sesqualtera est b a ipsius a d. Sicut autem b a ad a d: sic quod ex b a ad id quod ex a f. æquiangulum enim est a f b triangulum: ipsi a f d triangulo. ses qualterum igitur est quod ex b a: eius quod ex a f. Est autem & ipsius sphæræ diameter: potentia sesqualtera lateris pyramidis. & a b: ipsius sphæræ diame ter est. Igitur a f: ęqualis est lateri ipsius pyramidis. ¶Rursus quoniã dupla est ad ipsius d b: tripla igitur est a b ipsius b d. Sicut autẽ a b ad b d: sic quod ex a b ad id quod ex f b. triplũ igitur est quod ex a b: eius quod ex f b. Est au tem & ipsius sphęrę diameter: potentia triplas lateris ipsius cubi per 15 deci mitertij. & sphęrę diameter: est a b. igitur b f: cubi est latus. ¶Et quoniã ęqua lis est a c ipsi c b: dupla igitur est a b ipsius c b. Sicut autem a b ad c b: sic quod ex a b ad id quod ex b c. Duplum igitur est quod ex a b: eius quod ex b e. Est autem & ipsius sphęrę diameter: potẽtia dupla lateris ipsius octahedri. &

Latus pyramidis

Latus cubi

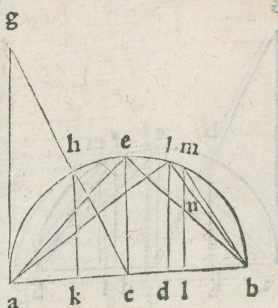
Latus octahedri

a b datę sphæræ diameter est. ¶ Igitur b e: octahedri est latus. Excitetur iã per
11 primi ab ipso a signo ipsi a b rectę lineæ ad angulos rectos: a g. Ponaturq;
ipsa a g æqualis ipsi a b. & connectatur g c. secetq; g c circũferentiam semicir
culi in signo h: & ab ipso h, in ipsã a b per 12 primi perpendicularis excite=
tur h k. Et quoniã dupla est g a ipsius a c (æqualis eni est g a ipsi a b) sicut au
tem g a ad a c sic h k ad k c: dupla igitur est & h k ipsius k c. Quadruplum igi
tur ex quod ex h k: eius quod ex k c. Quæ igitur ex h k, k c, q̃ idem sũt ei quod
ex h c: quincuplum est eius quod ex k c. Aequalis autem est h c: ipsi c b. quin=
cuplũ igitur est quod ex b c: eius quod ex c k. Et quoniã dupla est a b ipsi9 b c,
quarũ a d ipsius d b dupla est: reliqua igitur b d, reliquę d c est dupla. Tripla
igitur est b c: ipsius c d. nonicuplũ igitur est quod ex b c: ei9 quod ex c d. quin
cuplũ aũt est quod ex b c: ei9 quad ex c k. mai9 igitur est quod ex c k: eo quod
ex c d. maior igitur est c k: ipsa c d. ponatur per 2 primi ipsi c k æqualis c l: &
ab ipso l ipsi a b ad angulos rectos excitetur l m. & cõnectatur m b. Et quoniã
quod ex c b eius quod ex c k quincuplũ est, & ipsi9 b c dupla est a b: ipsius au=
tem c k dupla est k l: quincuplum igitur est quod ex a b ei9 quod ex k l. Est au
tem sphæræ diameter potentia quincupla: eius quæ ex centro ipsius circuli
quo icosahedrum describitur. estq; a b: ipsius sphæræ diameter. ipsa igitur k l:
ex centro est circuli a quo icosahedrum describitur. Ipsa igitur k l: hexa=
goni est latus dicti circuli. Et quoniam sphæræ diameter componitur ex hexa
goni & binis decagoni in dicto circulo descriptorum lateribus per correlariũ
16 decimitertij, estq; ipsa quidem a b ipsius sphæræ diameter/ & k l hexagoni
latus/ & æqualis est a k ipsi l b: vtraq; igitur ipsarum a k, l b, decagoni lat9 est
descripti in circulo a quo icosahedrum circũscribitur. Et quoniã decagoni qui=
dem l b, hexagoni autẽ m l (æqualis enim est ipsi k l: quoniã & ipsi k h. æqua
liter enim distant a centro) et vtraq; ipsarum h k, k l, dupla est ipsius k c: quin
quanguli igitur est m b. Quod autem pentagoni est: & icosahedri. Icosahedri
ergo est m b. ¶ Et quoniam f b est latus cubi: secetur extrema & media ratione
in n, sitq; maius segmentum n b. Igitur n b: dodecahedri est latus.
¶ Et qm̃ ostẽsũ est ꝙ ipsius sphæræ diameter potentia est sesqualtera ipsius a f
lateris pyramidis/ ipsius autem b e lateris octahedri potentia dupla/ ipsius au=
tem f b cubi potentia tripla: ipsius igitur sphæræ diameter sex/ ipsius autem py
ramidis latus quatuor/ Octahedri vero latus trium/ cubi vero duorum. Latus
igitur ipsius pyramidis: lateris octahedri potentia est epitritũ. Cubi autem la=
teris: potentia est duplum. Octahedri autem latus: lateris cubi potentia est he=
miolium. Ipsa quidem igitur prædicta trium figurarum latera: hoc est pyrami=
dis & octahedri & cubi adinuicem: in rationibus rationalibus subsistunt. Reli=
qua vero duo & icosahedri & dodecahedri: neq; ad inuicem neq; ad prædicta
in rationibus rationalibus existunt. irrationalia sunt etenim: hoc est minor &
apotome. ¶ Qz autem maius est icosahedri latus m b, dodecahedri latere n b:
sic ostendemus. Quoniam triangulum f d b ipsi triangulo f a b æquiangulum
est: ꝓportionale est sicut b d ad c a, sic b f ad b a. Et qm̃ tres rectę lineæ ꝓpor=
tionales sunt: est igit̃ sicut prima ad tertiã/ sic qđ ex prima ad id qđ ex secun
da. Est igitur sicut d b ad b a: sic quod ex d b ad id quod ex b f. Cõuersim igit̃
sicut a b ad b d: sic quod ex f b ad id quod ex b d. Tripla autẽ est a b: ipsi9 b d.
triplum igitur quod ex f b: eius quod ex b d. Est autem & quod ex a d: eius qđ
ex d b quadruplũ. dupla enim est a d: ipsius d b. Maius igitur est quod ex a d:
eo quod ex f b. & maior igitur est a d: ipsa f b. multo igitur maior est a l: ipa f l.
Et ipsa quidem a l, extrema & media ratione diuisa/ maius segmentũ est k b:
quoniam ipsa quidem l k hexagoni est, & k a decagoni. ipsa autẽ f b extrema
& media ratione diuisa: maius segmentũ est n b. Maior igitur est k l: ipsa n b.
Aqualis autem est k l: ipsi l m. maior igitur est l m: ipsa n b. Ipsa autem l m: ma
ior est m b. multo igitur maior est m b latus existens icosahedri: ipa n b latere
existente ipsius dodecahedri. Quod facere & ostendere oportuit.

¶ Aliter: ꝙ maior est m b ipsa n b.

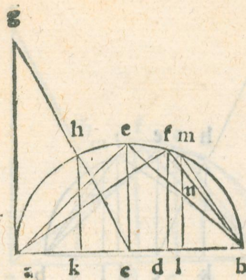
¶ Quoniam enim dupla est a d ipsius d b: tripla igitur est a b ipsius d b. Sicut
autẽ a b ad b d, sic quod ex a b ad id quod ex b f: quoniam triãgulum f a b ipsi

Latus icosaedri



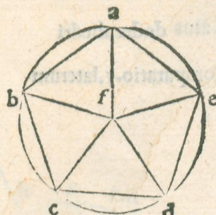
Latus dodecahedri

Comparatio.5.laterum



ſd b triangulo æquiangulum eſt. quod igitur ex a b: eius quod ex b f triplum eſt. Quinq; igitur quæ ex k l: tribus quæ ex f b ſūt æquales. Sed tria q̃ ex f b: ſex quę ex n b ſunt maiora. & quinq; igitur q̃ ex k l: ſex quæ ex n b ſunt maiora. Quare & vnum quod ex k l: vno quod ex n b maius eſt. maior igitur eſt k l: ipſa n b. æqualis autem eſt k l: ipſi l m. maior igitur eſt & l m: ipſa n b. multo igit maior m b: ipſa n b. quod oſtendere oportuit. ℂQꝫ autem tria quæ ex f b, ſex quæ ex n b ſūt maiora: ſic oſtendemus. Quoniam enim maior eſt b n ipſa n f: quod igitur ſub f b, b n, maius eſt eo quod ex b f, f n: quæ igitur ſub f b, b n, vna cum eo quod ſub b f, f n, maius eſt q̃ duplū eius quod ſub b f, f n. Sed qđ ſub b f, f n: æquū eſt ei quod ex n b. extrema nāq; & media ratione ſecaẗ ipſa b f in n: & quod ſub extremis æquum eſt ei quod a media per 17 ſexti. Quod igitur ex f b: eo quod ex b n maius eſt q̃ duplum. vnū igitur qđ ex f b: duobꝰ quæ ex b n maius eſt. quare & tria quæ ex f b: vno eorum quæ ex b n, ſūt maiora. Quod oſtendere oportuit.

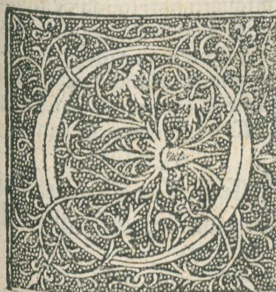
ℂDico iam ꝙ præter prædictas quinq; figuras: nō conſtruetur alia figura cōprehenſa ſub æquilateris & æquiangulis inuicem æqualibus. Sub binis namq; triangulis/ neq; ſub duobus alijs planis: ſolidus angulus non conſtruitur. Sub tribus triangulis: q̃ pyramis. ſub quatuor: q̃ octahedri. ſub quīq;: q̃ icoſahedri. Sub ſex triangulis æquilateris & æquiangulis ad vnum ſignum cōſtitutis: non erit ſolidus angulus. exiſtente namq; æquilateri trianguli angulo duarum partiū recti: erunt ſex quatuor rectis æquales. Quod eſt impoſſibile. Omnis nāq; ſolidus angulus: ſub paucioribus q̃ quatuor rectis cōpręhēditur per 21 vndecimi. Iam id ꝑpterea: neq; ſub pluribus q̃ ſex planis angulis ſolidus conſtruitur angulus. Sub quadratis tribus: cubi angulus compręhēditur. Sub quatuor: eſt impoſſibile. erunt enim rurſus quatuor recti. Sub pentagonis æquilateris & æquiangulis tribus: dodecahedri. At ſub quatuor: impoſſibile. exiſtente nāq; quinquanguli æquilateri angulo recto & quinto: erunt quatuor anguli quatuor rectis maiores. quod eſt impoſſibile. Neq; ſub polygonis alijs figuris compræhēdetur ſolidus angulus: qm̄ abſurdum eſſet. Igitur præter prædictas quinq; figuras alia figura ſolida non conſtruetur: ſub æquilateris & æquiangulis compræhenſa. quod erat oſtēdendum. ℂQꝫ autem æquilateri & ęquianguli quinquāguli angulus rectus eſt & quintum: ſic oſtendendum. Sit inq̃ quinquangulum æquilaterum & æquiangulū a b c de. & circūſcribatur per 14. quartidecimi ei circulus a b c d e. & accipiatur per 1 tertij illius centrum/ ſitq; f: cōnectanturq; f a, f b, f c, f d, f e. Bifariam igitur ſecāt ipſius pētagoni angulos: ad ipſa a, b, c, d, e, ſigna. Et quoniam quinq; anguli qui ad f, quatuor rectis ſunt æquales/ & ſunt æquales: igiẗ vnus ipſorū (ſicut qui ſub a f b) vniꝰ recti eſt quaſi quītū. reliqui igitur qui ſub f a b, a b f: vnius ſunt recti & quintum. Aequalis autē eſt qui ſub f a b ei qui ſub f b c. totus igitur q ſub a b c pentagoni angulus: vniꝰ recti eſt & quintum. Quod oſtendere oportuit.



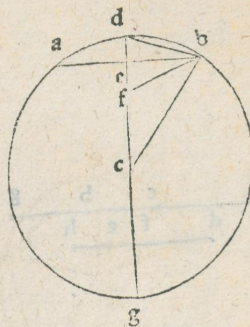
EVCLIDIS MEGARENSIS DECIMItertij libri, necnon Theonis in eundē & 12 pręcedētes commentariorum, Finis.

¶EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO philosopho Mathematicorumq; facile principi deputa tus liber de regularium corporum proportione Cāpa= no commentatore: qui in ordine est quartusdecimus.

Eucli. ex Camp. Propositio 1.



1 Mnis perpendicularis a cētro circuli du
cta ad latus pentagoni intra circulū ip=
sum descripti dimidio: lateris decagoni
atq; dimidio lateris hexagoni intra cir=
culum eundem descriptorum ambobus
dimidijs in longum directumq; coniun
ctis æqualis esse probatur. Patet igitur
ꝙ perpendicularis ducta a centro circu=
li ad latus pentagoni: est æqualis perpē
diculari ductæ a centro ad latus trianguli dimidioq; lateris deca=
goni intra eundem circulum descripti directe coniunctis.



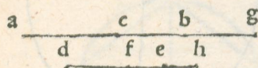
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b latus pentagoni æquilateri inscripti circulo
cuius centrum c: & ducatur a centro c, perpendicularis ad lineam a b, quæ p
secundā partem tertiæ tertij diuidet ipsam per æqualia/ & arcū eius etiā per æ=
qualia ex 4 primi & 27 tertij. sitq; hæc perpendicularis linea c d: secans a b ī
puncto e, & arcū eius in puncto d. Est igitur vt diximus linea a e æqualis li=
neæ e b: & arcus a d, arcui d b. protrahaturq; linea d b: de qua cōstat ꝙ ipsa est
latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti/ cum ipsa subtēdatur me=
dietati quinti totius circunferentiæ. Dico itaq; ꝙ linea e c: est ęqualis medie=
tati lineæ c d & medietati lineæ d b, in longū directūq; cōiunctis. Compleatur
quidem diameter d c: sitq; d c g. & sit e f æqualis e d: & protrahatur b f. eritq;
ex 4 primi b f æqualis b d. ideoq; per 5 primi angulus b d f: erit æqualis an=
gulo b f d. Constat autem ex vltima sexti/ ꝙ angulus g c b quadruplus est ad an
gulū b c d: eo ꝙ arcus g b quadruplus est ad arcū b d. at vero angulus g c b
per 32 primi duplus est ad angulū b d c: nā ipse est extrinsecus duobus qui sūt
b d c & d b c. at ipsi sunt æquales ex 5 primi. igitur angulus b d c: duplus est
ad angulū b c d. quare angulus quoq; b f d: duplus est ad angulū b c f. Sed an
gulus b f d: est æqualis duobus intrinsecis qui sunt b c f & c b f per 32 primi.
Itaq; duo anguli b c f & c b f: sunt æquales. ideoq; per 6 primi c f: est æqualis
b f. ideoq; etiā c f: est æqualis b d. nā b d & b f: sunt æquales adinuicē. Qua=
re dimidiū c d cū dimidio b d: est quantū dimidiū c d cū dimidio c f. at vero
dimidiū c d cū dimidio c f: est quantū dimidiū c f bis cū dimidio f d. dimi=
diū autē c f bis/ est q̄tū c f: & dimidiū f d, est q̄tū e f. Itaq; e c: est q̄tū dimidiū
c d cū dimidio c b & d b. qd̄ est propositū. ¶Correlariū autē sic cōstat. Mani=
festū est enī ex 8 tredecimi libri: ꝙ perpēdicularis ducta a cētro circuli ad latus
trianguli sibi inscripti est æqualis dimidio lineæ ductæ a centro ad circunferē=
tiā. Hoc quidē ibi demōstratū est: & quasi correlariū cōclusū. Cū igitur ex hac
prima istius 14 libri pateat ꝙ perpendicularis ducta a cētro circuli ad latus pē
tagoni sit æqualis dimidio lineæ ductæ a cētro ad circunferentiā & dimidio la
teris decagoni: sequitur ꝙ perpēdicularis ducta a centro circuli ad latus penta
goni sit æqualis perpendiculari ductæ a centro ad latus triāguli dimidioq; late
ris decagoni intra eundē circulū descripti. Et hoc est qd̄ ox correlario ꝓponit.
¶CAMPANI annotatio. Nunc ergo explicandū est qd̄ ait Aristæus in libro i=
titulato Expositio sciētiæ quinq; corporū: necnō & Apollonius ī dono scdo i ꝓ=
portionalitate figuræ 12 basiū ad figurā 20 basiū/ dicēs ꝙ ꝓportio superficierū fi=
guræ habētis 12 bases ad superficies figuræ habētis 20 bases est tanq̄ propor=
tio corporis 12 basiū ad corpus 20 basium. linea etenim ducta a centro circuli

pentagoni figuræ 12 basium dodecedri ad circũferẽtiã eius est quasi linea prodiens a centro circuli trianguli figuræ viginti basiũ icosedri ad circunferentiã eius. Hæc sunt ipsius magni Apollonij verba. Intelligẽda autẽ sunt de figura 12 & figura 20 basiũ ab vna eadẽq; sphæra circũscriptibiliũ. Est eni proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron/ cũ ambo vna eadẽq; sphæra circũscribit: sicut proportio omniũ superficierũ dodecedri pariter acceptarũ/ ad oẽs superficies icosedri pariter acceptas. quẽadmodũ Apollonius præmissorũ verborũ prima parte cõmemorat: quod & 10 huius decimiquarti libri solida demõstratione stabilitur. Et est circulus circũscribẽs pẽtagonũ dodecedri æqualis circulo circũscribenti trigonũ icosedri/ cũ dodecedron & icosedron eadẽ sphæra circunscribit: quẽadmodũ ipse Apollonius secunda parte præmissorũ verborũ cõmemorat/ qđ etiã in 5 huius libri demõstratione firmatˀ. Præmittenda sunt igitur antecedẽtia: ad tantorũ virorũ eloquia/ incõcussa veritate corroboranda.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.


Vicquid accidit vni lineæ diuisæ secũdum proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema: omni lineæ similiter diuisæ probatur accidere. 2

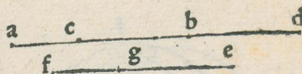
¶CAMPANVS. ¶ Sit vtraq; duarum linearũ a b & d e diuisa secũdũ proportionem habẽtẽ mediũ duoq; extrema: hæc quidẽ in c, illa vero in f. sintq; maiores portiones/ huius quidẽ/ a c: illius autẽ/ d f. Dico itaq; ꝙ ambarum ad sui maiores portiones est vna proportio: itẽq; ambarũ ad sui minores portiones est proportio vna. at quoq; maiorũ portionũ ad minores vna. & econtrario & permutatim & coniunctim & disiunctim & euersim. nichil enim aliud est: quicquid vni earũ accidit/ idẽ quoq; alij accidere. constat enim ex diffinitione lineæ secundũ proportionẽ habentem medium duoq; extrema diuisæ & ex prima parte 16 sexti/ ꝙ illud quod fit ex a b in b c: est æquale quadrato a c. eodẽq; modo quod fit ex d e in e f: est æquale quadrato d f. Ideoq; proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratũ a c: est sicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f. vtraq; enim est proportio æqualitatis. Igitur quadruplũ eius qđ fit ex a b in b c ad quadratũ a c: sicut quadruplũ eius quod fit ex d e in e f ad quadratũ d f. qđ ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate manifestũ est. Quare coniunctim quadruplũ eius quod fit ex a b in b c cũ quadrato a c, ad quadratũ a c: sicut quadruplũ eius qđ fit ex d e i e f cũ quadrato d f, ad quadratũ d f. Adiungatur autẽ secundũ rectitudinẽ ad lineã a b, vna linea quæ sit æqualis b c: quæ dicatur b g. & ad d e adiũgatur æqualis e f: quæ dicatur e h. Manifestũ est igitur ex octaua secũdi: ꝙ quadruplũ eius qđ fit ex a b in b g cũ quadrato a e, est æquale quadrato lineæ a g. At vero similiter quadruplũ eius quod fit ex d e in c h cum quadrato d f: est æquale quadrato d h. At vero ex cõmuni scientia quadruplũ eius quod fit ex a b in b c, æquũ est quadruplo eius quod fit ex a b in b g: eo ꝙ b c & b g sunt æquales. similiter quoq; quadruplũ eius qđ fit ex d e in e f, æquũ est quadruplo eius qđ fit ex d e in e h: eo ꝙ e f & e h sunt etiã æquales. Igitur ex prima parte 7 quinti & ex 11 quinti/ quadratũ a g ad quadratũ a c: sicut quadratum d h ad quadratũ d f. Quare ex secunda parte 21 sexti/ proportio lineæ a g ad lineam a c: est sicut lineæ d h ad lineã d f. & coniunctim a g & a c ad a c: sicut d h & d f ad d f. At vero a g cũ a c, sunt tanq̃ duplum a b: & d h cũ d f, tãquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c: sicut duplũ d e ad d f. & permutatim duplum a b ad duplum d e: sicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplum d e: sicut a b ad d e ex 15 quinti. Igitur a b ad d e: sicut a c: ad d f. Itaq; permutatim & euersim & conuersim & disiũctim & coniunctim. Quod oportebat ostendere.



Eucli. ex Camp. Propositio 3.


Iuiso latere hexagoni scd̃m proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema: maior eius portio erit latus decagoni circunscripti a circulo ipsum hexagonum circũscribẽte. 3

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli/ diuisa secũ
dun proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema in puncto c: sitq; maior por-
tio eius b c. Dico ꝙ cuiuscunq; circuli a b est latus hexagoni: eiusdẽ/b c erit la
tus decagoni. Adiungatur enim ad lineam a b, linea d b: quæ sit latus decago
ni illius circuli cuius a b est latus hexagoni. eritq; ex 9 tredecimi/linea a d di-
uisa secundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema: & maior portio eius
erit linea a b. Cum igitur vtraq; duarum linearum a b & a d sit diuisa secundũ
proportionem habentem mediũ duoq; extrema: igitur erit per præmissam am
barum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio. Itaq; d a ad a b quæ
est eius maior portio : sicut a b ad b c quæ est etiam eius maior portio. sed d a
ad a b: sicut a b ad b d ex diffinitione lineæ diuisæ secundũ proportionem ha
bentem medium duoq; extrema. & maior portio eius igitur ex vndecima quin
ti a b ad b d: sicut a b ad b c. Quare per secundã partem 9 quinti b d & b c: sũt
æquales. Cum ergo d b sit latus decagoni: erit quoq; ex communi scientia b c
latus decagoni. ¶Vel aliter. ¶Ad lineã a b adiungat̃ b d æqualis b c. eritq; ex
4 tredecimi tota a d diuisa secundũ proportionem habentẽ mediũ duoq; ex-
trema: & maior portio eius linea a b. Itaq; per conuersam 9 tredecimi quã cõ-
tinue post ipsam demonstrauimus / cuius circuli linea a b est latus hexagoni:
eiusdem linea b d (ideoq; linea b c sibi æqualis) est latus decagoni. ¶Possu-
mus iterũ idem alia via (si libet) demõstrare. Sit enim e f æqualis a b: quæ etiã
diuidatur in g secundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema/ & sit ma-
ior portio eius linea f g. Cõstat igitur ex præmissa ꝙ queadmodũ a b est æqua-
lis e f: sic a c est æqualis e g, & c b æqualis g f. Cũq; fuerit b d adiuncta ad a b,
latus decagoni illius circuli cuius a b est latus hexagoni: erit (sicut prius dictũ
est) ex 9 tredecimi tota a d diuisa secundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq;
extrema/ & maior eius portio erit linea a b. Itaq; per præmissam a b ad b d: si-
cut f g ad g e. quare per primam partem 15 sexti quod fit ex a b in g e: æquum
est ei quod fit ex b d in f g. Cũq; a b sit æqualis e f: & erit quod fit ex e f in g e æ-
quũ ei qđ fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f in g e: æquũ est quadrato f g ex dif
finitione lineæ diuisæ secũdũ proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema/ & ex
prima parte 16 sexti. igitur quod fit ex b d in f g: est æquale quadrato f g. ideoq;
ex prima sexti linea b d: est æqualis f g. Et quia f g est æqualis c b: erit quoq;
c b æqualis b d, & latus decagoni. Quod oportebat ostendere.



Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 QVadratũ lateris pẽtagoni intra circulũ descripti/quadra
tũq; lineæ quæ illius pẽtagoni angulo subtẽditur/ambo
hæc quadrata pariter accepta: quadrati medietatis dia-
metri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

¶CAMPANVS. ¶Sit in circulo a b c cuius centrũ d: inscriptus vnus pen-
tagonus æquilaterus cuius vnũ latus sit a b. & protrahatur diameter c d e: di-
uidẽs lineã a b & eius arcũ per æqualia. Est igitur arcus a e: medietas quintæ
partis circũferentiæ illius circuli. quare arcus a c: est duæ quintæ totius circũfe
rẽtiæ. Protrahantur itaq; duæ lineæ a e & a c. eritq; a e latus decagoni æquila
teri : eo ꝙ eius arcus est medietas q̃ntæ partis circũferentiæ. linea vero a c, e-
rit q̃ subtẽditur vni ex angulis pẽtagoni prædicti : eo ꝙ arc9 a c est duę q̃ntæ
partes circũferẽtiæ circuli. Dico itaq; ꝙ quadrata duarũ linearũ a b & a c pari
ter accepta: quincuplũ sunt ad quadratũ lineæ d e. Est enim ex 4 secundi qua
dratum lineæ c e: quadruplum ad quadratum lineæ d e. Cũ autẽ angulus c a e
sit rectus ex prima parte 30 tertij: eruntq; ex penultima primi quadrata duarũ
linearum c a & a e quadruplũ ad quadratũ d e. igitur quadrata triũ linearũ c a
& a e & d e: quincuplũ sũt ad quadratũ lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi qua
dratum a b est æquale quadratis duarum linearum a e & d e: sequit̃ vt quadra
ta duarũ linearũ a b & c a sint quincuplũ ad quadratũ d e. qđ est propositum.

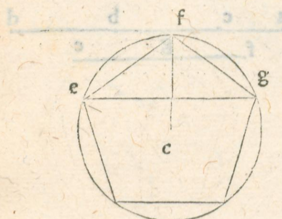


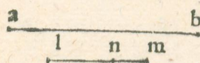
¶CORRELARIVM. ¶Manifestũ est ergo/ ꝙ quadratũ lateris cubi atq; qua
dratũ lateris figuræ duodecim basiũ/cũ cubũ & figurã duodeci basiũ eadẽ sphę

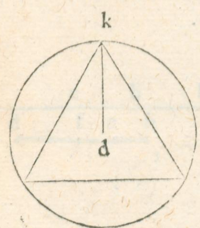
ra circũſcribit: ambo q̃drata pariter accepta qncuplũ ſũt q̃drati medietatis dia
metri circuli qui circunſcribit pẽtagonũ eiuſdem figuræ duodecim baſium.
¶ Iſtud correlariũ vere manifeſtũ eſt. conſtat enim ex demonſtratione 17 tre=
decimi: ꝙ latus cubi ſubtenditur angulo pẽtagoni dodecedri / cũ cubũ & dode
cedron vna eadẽq; ſphęra circũſcribit. itaq; ꝑ hãc 4 ſine obice cõſtat correlariũ.

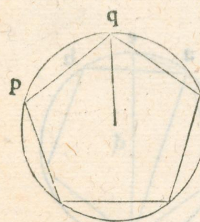
Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.


Pentagonus figuræ duodecim baſium / triangulusq; figu 5
ræ viginti baſium / quos eadem ſphæra circunſcribit: v=
no eodemq; circulo circunſcribuntur.









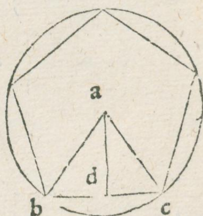
¶ CAMPANVS. ¶ Sit ſphæra cuius diameter a b, circũſcribẽs duas ſolidas
figuras: videlicet dodecedron cuius vnus ex duodecim pẽtagonis ſit c, & ico
ſedron cuius vnus ex 20 triãgulis ſit d. pentagono autẽ c, & trigono d, ſuper
duo centra d & c, circũſcribantur duo circuli: huic quidem f c ex 14 quarti / illi
vero f d ex 5 eiuſdẽ. Dico itaq; ꝙ hi duo circuli ſphæræ propoſitæ quorũ alter
circunſcribit pentagonũ c, alter vero trigonũ d: ſunt æquales. Signẽtur enim
duo latera pentagoni c, vnũ ex ſuis angulis continentia / literis e f & f g: & ꝓ=
trahantur / linea e g quæ ſubtendat angulum f, & ſemidiameter circuli quæ ſit
c f. Vnum quoq; ex lateribus trigoni d, ſignetur litteris k h: & protrahatur ſe=
midiameter ſui circuli quæ ſit d k. Dehinc ſumatur linea l m, ad quã ſit linea
a b quæ eſt diameter ſphæræ aſſignatæ / quincupla in potentia: quæ quidẽ l m
diuidatur in n ſecũdũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema / ſitq; maior
portio eius linea l n. & ſecundũ quantitatem totius l m: lineetur circulus p q.
Itaq; ſemidiameter circuli p q: erit ęqualis lineę l m. eritq; ex correlario 15 quar
ti / linea l m: tanq̃ latus hexagoni æquilateri circulo p q inſcripti. ideoq; per
tertiam huius / linea l n: erit tanq̃ latus decagoni æquilateri eidẽ circulo inſcri
pti. Igitur ex 11 quarti inſcribatur pentagonus æquilaterus circulo p q: cuius
vnũ latus ſit p q. eritq; ex 10 tredecimi libri quadratũ lineę p q: æquale qua=
dratis duarũ linearũ l m & l n pariter acceptis. Conſtat autem ex demonſtra=
tione 16 tredecimi: ꝙ h k eſt æqualis p q. ergo quadratũ h k: eſt æquale quadra
tis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. At vero ex demonſtratione 17
tredecimi / manifeſtũ eſt ꝙ e g eſt latus cubi ab eadẽ ſphæra circũſcriptibilis.
quare per correlarium 14 tredecimi a b quæ eſt diameter ſphæræ: potentialiter
eſt tripla ad e g quæ eſt latus cubi. Si autẽ e g diuidatur ſecundũ proportionẽ
habentẽ mediũ duoq; extrema: patet ex demõſtratione tredecimi ꝙ e f eſt tã=
q̃ maior portio eius. igitur ex ſecunda huius / e g ad l m: ſicut e f ad l n. nã vt
tota ad totã: ſic maior portio ad maiorem. Itaq; per 21 ſexti quadratum e g ad
quadratũ l m: ſicut quadratũ e f ad quadratũ l n. quare per 13 quinti / quadrata
duarum linearũ e g & e f pariter accepta / ad quadrata duarum linearum l m &
l n pariter accepta: ſicut quadratũ e g ad quadratum l m. Ergo per 15 quinti &
permutatã proportionalitatẽ / & æquam / triplum duorũ quadratorũ duarũ line=
arũ e g & e f pariter acceptorũ ad quadrata duarum linearũ l m & l n pariter ac
cepta: ſicut triplũ quadrati e g ad quadratũ l m. Triplum autẽ quadrati e g: eſt
tanq̃ quadratum a b ex correlario 14 tredecimi. at quadratum a b: eſt per hy=
potheſin quincuplum ad quadratum l m. ergo triplum quadrati e g: quincuplũ
quoq; eſt quadrati l m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum e
g & e f pariter acceptorum: eſt quincuplum ad quadrata duarum linearum l m
& l n pariter accepta. Et quia probatum eſt ꝙ quadratum h k eſt æquale qua=
dratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis: ſequitur ex cõmuni ſcien=
tia vt triplum quadratorum e g & e f ſit quincuplum ad quadratum h k. Con=
ſtat autem ex 8 tredecimi: ꝙ quincuplum quadrati h k eſt quindecuplum ad
quadratum d k, nam ſimplum eſt triplum. Et ex quarta huius conſtat: ꝙ tri=
plum quadratorum e g & e f, eſt quindecuplum quadrati e f. nam ſimplum eſt
quincuplum. Itaq; quindecuplum quadrati c f: eſt ęquale quindecuplo quadra
ti d k. ideoq; per 15 quinti quadratum c f: eſt æquale quadrato d k. quare etiã
linea c f: eſt æqualis lineæ d k. Ergo ex diffinitione circulorum æqualium / cir
culus circunſcribens pentagonum c: eſt æqualis circulo circunſcribenti trigo=

num. nam semidiametri horum circulorum sunt æquales: videlicet c f & d k
quod erat ex principio demonstrandum.

6 Eucli ex Camp. Propositio 6.

QVadratum quoq; quod est triangulum alias trigincu
plum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro
circuli circunscribentis pentagonum figuræ duodecim
basium ad latus pentagoni/ atq; sub latere ipsius pentagoni con=
tinetur: omnibus superficiebus corporis duodecim basium pari
ter acceptis esse æquale ex necessitate conuincitur.

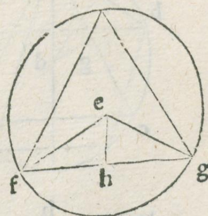
¶CAMP. ¶Sit pentagonus a, vna ex 12 basibus figuræ dodecedri: & vnum
ex eius lateribus sit b c. sibiq; ex 14 quarti circũscribatur circulus supra centrũ
a: & protrahantur lineæ a b & a c, & a d perpendicularis ad b c. Dico ergo q;
trigincuplũ eius quod fit ex a d in b c: est ęquale omnibus superficiebus dode
cedri pariter acceptis. Cõstat enim: pentagonum d esse diuisibilem in quinq;
triangulos æquales triangulo a b c ex 8 primi. Itaq; omnes 12 pentagoni dode
cedri (cum omnes sint æquales & similes pentagono a) diuisibiles sunt in 60
triangulos: quorum quisq; per 8 primi est æqualis triangulo a b c. Quod autẽ
fit ex a d in b c: est duplum per 41 primi/ ad triangulum a b c. Ergo trigincu=
plum eius quod fit ex a d in b c: est sexagincuplum ad triangulum a b c. nam
vt simplum ad simplum: sic duplum ad duplum. Cum itaq; omnes dodecedri
superficies pariter acceptæ sint etiam sexagincuplũ ad triangulum a b c: sequi
tur vt trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, sit æquale omnibus superficie
bus dodecedri pariter acceptis. Quod est propositum.



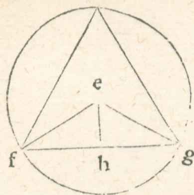
7 Eucli ex Camp. Propositio 7.

QVadratum quoq; quod est triangulũ alias trigincuplũ
tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli
ad latus sibi inscripti trianguli figuræ viginti basium/ at
q; sub ipso latere trianguli continetur: ęquale est omnibus super=
ficiebus figuræ viginti basium pariter acceptis.

¶CAMP. ¶Esto enim hic trigonus e, vna ex 20 basibus figuræ icosedri: &
vnum ex eius lateribus sit f g. sibiq; ex 5 quarti circũscribatur circulus super cẽ
trum e: & protrahantur lineæ e f, e g, & e h perpendicularis ad f g. Dico igitur
q; trigincuplum eius quod fit ex e h in f g: est æquale omnibus sũpficiebus ico
sedri pariter acceptis. Cõstat enim: trigonum esse diuisibilem in tres trigonos
quorũ quilibet per octauã primi/ est æqualis trigono e f g. Itaq; omnes 20 tri=
goni icosedri pariter accepti (cũ cũcti sint ęquales et similes trigono e) sunt tã
q̃ sexagincuplũ trigoni e f g. Et quia per 41 primi quod fit ex e h in f g est du
plũ trigoni e f g, ideoq; trigincuplum huius est æquale sexagincuplo illius: se
quitur vt trigincuplum e h in e f sit æquale omnibus superficiebus icosedri
pariter acceptis. Quod erat demonstrandum.



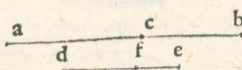
¶CORRELARIVM. ¶Manifestũ igitur est q;/ proportio superficierũ fi
guræ duodecim basiũ in aliqua sphæra cõtentæ ad superficies figurę viginti
basium in eadẽ sphæra conclusæ: est tanq̃ proportio tetragoni cõtenti sub late=
re pẽtagoni ipsius figuræ duodecim basiũ & sub perpendiculari ducta a centro
sui circuli ad ipsum latus pentagoni/ ad tetragonũ contẽtũ sub latere trianguli
ipsius figuræ viginti basium & perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ip
sum latus triãguli corporis viginti alchaidarũ. ¶Quod per illud correlariũ
cõcluditur verũ esse: siue figura 12 basiũ & figura 20 basiũ sint ab eadẽ sphę=
ra circũscriptibiles vt proponitur/ siue etiam fuerint circũscriptibiles a diuersis
sphæris. proponitur autem prout hę figurę sunt circũscriptibiles ab eadẽ sphę
ra: q̃m hoc modo valet & sufficit ad ꝑpositũ. Eius ergo cõmunis veritas sic pa
tet. Cõstat eni ex 6 huius: q; trigincuplũ a d in b c, ęquũ est oĩbus sũpficiebus
dodecedri pariter acceptis cuius pẽtagonus a est vna ex 12 sũpficiebus. Et ex
hac 7 cõstat similiter: q; trigincuplũ e h in f g, ęquũ est oĩbus sũpficiebus icose



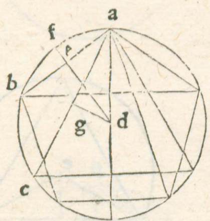
dri pariter acceptis/ cuius trigonus e est vna ex 20 basibus: siue illud dodece-
dron & istud icosedron eadē sphæra circūscribat/ siue diuersæ. itaq; proportio
trigincupli a d i b c ad omnes superficies illius dodecedri pariter acceptas: est
sicut trigincupli e h i f g ad omnes superficies icosedri pariter acceptas. vtro-
biq; enim est proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplū a d in b c
ad trigincuplū e h in f g: sicut omnes sup̄ficies illius dodecedri ad omnes sup-
ficies huius icosedri. & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum: est sicut sim
pli ad simplum. Constat igitur per 11 quinti ꝙ proportio omniū superficierū il
lius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri: est eius quod fit ex a d in
b c ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

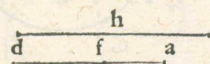
Eucli. ex Camp. Propositio 8.

PRoportio cunctarū superficierum corporis duodecim 8
basium pariter acceptarum ad cunctas superficies cor
poris viginti basiū pariter acceptas/ quæ ab vna sphę-
ra ambo circūscribuntur: est tanquam proportio late
ris cubi quem circunscribit eadē sphæra/ ad latus trianguli ipsi-
us corporis viginti basium.



¶CAMPANVS. ¶ Vt ab huius 8 demōstrationis 14 libri processu ambigui-
tas omnis abscedat: istud præscire oportet. Qz si aliqua linea secundū propor-
tionē habentē medium duoq; extrema fuerit diuisa / & ex medietate eius tanq̄
dimidiū suæ maioris portionis detrahatur: ipsa quoq; medietas secūdū pro-
portionē habentē mediū duoq; extrema diuisa erit/ & eius maior portio est tan
q̄ dimidiū maioris suæ duplæ. Verbi gratia. Sit a b diuisa secundū proporti-
onē habentē mediū duoq; extrema / in c: & maior eius portio sit a c . & sit d e
tanquam dimidiū a b: & d f tanq̄ dimidiū a c. Dico ergo ꝙ d e diuisa est in f
secundū proportionē habentē mediū duoq; extrema : & maior portio eius est
d f. constat enim ex 15 quinti ꝙ ꝓportio a b ad a c: est sicut d e ad d f, videli-
cet duplū ad duplū tanq̄ simplum ad simplū. Quare permutatim a b ad d e: si-
cut a c ad d f. igitur per 19 quinti c b ad f e: sicut a b ad d e. Estq; c b: dupla ad
f e. sic enim est a b ad d e. Cum igitur tota a b sit dupla ad totā d e, & singulæ
partes a b ad singulas partes d e: erit ex 15 quinti & prima eiusdem & diffi-
finitione lineæ diuisæ secundū proportionē habentem mediū duoq; extrema/
linea de diuisa in f, quēadmodum proponitur. ¶Nunc igitur demōstrationi
eius qđ propositū est insistamus. Ad cuius exēplū sit a b c circulus cuius cen-
trū d: circūscribens pentagonū dodecedri & trigonū icosedri/ quæ ambo pari-
ter eadē sphæra circūscribit & concludit. nā ex 5 huius manifestū est: ꝙ idē cir
culus huius pentagonū & illius trigonū circūscribit. Sit autē linea a b, latus
pētagoni: & linea a c, trigoni. sitq; linea h: tanq̄ latus cubi ab eadē sphæra cir-
cūscripti. Dico itaq; ꝙ ꝓportio oīm sup̄ficierū dodecedri pariter acceptarū ad
omnes superficies icosedri pariter acceptas: est sicut linea h ad lineā a c. ꝓdu-
catur quidē a cētro d, perpēdicularis ad a b: quæ trāseat vsq; ad circūferentiā/
secās a b in puncto e, & arcū eius in pūcto f. hāc autē perpēdicularē cōstat di-
uidere per æqualia tā lineā a b q̄ eius arcū: chordā quidē a b per secundā par-
tem 3 tertij/ arcum vero eius per 4 primi & 27 tertij. Est igitur arcus f a de-
cima pars circunferētiæ. Subtēdatur itaq; sibi chorda a f: quæ erit latus deca-
goni ęquilateri eiusdē circuli. erit igitur ex 9 tedecimi linea cōstās ex d f, f a, di
uisa secundū proportionē habētē mediū duoq; extrema: & maior portio eius
erit linea d f. At vero ex prima huius/ d e: est æqualis dimidio d f dimidioq;
f a in lōgū directūq; cōiunctis. Sit igitur d g: perpendicularis ad a c. eritq; ex
correlario 8 tredecimi/ g d: tanq̄ dimidiū d f. Itaq; si a linea d e quæ est tāquā
dimidiū d f a, cū d f & f a sit linea vna / detrahatur æqualis d g quæ est tāquā
dimidiū d f: erit per illud quod ante hoc probatū est/ linea d e diuisa secundū
proportionē habentē mediū duoq; extrema/ & maior portio erit tanq̄ g d. Ex
demonstratione autē 17 tredecimi cōstat/ ꝙ si linea h quæ est latus cubi diuida
tur secundum proportionē habētē mediū duoq; extrema: maior portio eius e-
rit tanq̄ a b quæ est latus pentagoni figuræ 12 basiū. Itaq; per secundā huius/





proportio h ad a b: est sicut d e ad g d. quare per primã partẽ 15 sexti/ quod
prouenit ex h in g d: æquũ est ei quod fit ex a b in d e. ¶ Ex correlario autẽ
præmissæ manifestum est/ ꝙ proportio omniũ superficierũ dodecedri cuius la=
tus a b pariter acceptarũ ad omnes superficies icosedri cuius latus a c pariter
acceptas: est sicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud quod fit ex a c in g d. Igi
tur ex prima parte 7 quinti & 11 eiusdẽ/ proportio eius quod prouenit ex h in
g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d: est sicut omnium superficierũ illius
dodecedri ad omnes huius icosedri. At vero ei9 quod prouenit ex h in g d, ad
illud quod prouenit ex a c in g d: est per primã sexti sicut h ad a c. Itaq; per 11
quinti proportio oĩm superficierũ illius dodecedri ad oẽs huius icosedri: est si=
cut h ad a c. quod est propositũ. ¶ Hoc ipsũ aliter probare poterimus: si ad ip
sum huius antecedens necessarium præmiserimus/ quod est.

¶ Si circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inscribatur: rectã
gulum quod sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextante
ipsius lineæ angulum ipsius pentagoni subtendentis cõtinetur/ ei=
dem pentagono æquum esse ex necessitate oportet.

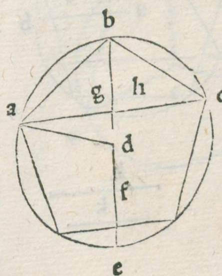
¶ Maiores nostri vnũqdq; integrũ in 12 partes æquales intellectu & ratione di
uiserunt: oẽsq; eas simul hoc est ipsum totum/ assem vocauerũt. vndecim vero
earũ: dixerũt deuncẽ. decem autẽ: dextantẽ. nouẽ: dodrantẽ. octo vero: bisse. at
septẽ: septãtẽ vel septuncẽ. sex autẽ semis. quinq;: quicuncem. quatuor: trien
tem. tres autẽ: quadrantẽ. duas vero: sextantẽ. vnã autẽ: appellauerũt vnciã.
easq; p ordinẽ talib9 designauere figuris: q̃ sępissime iueniunt ĩ antiqs libris.

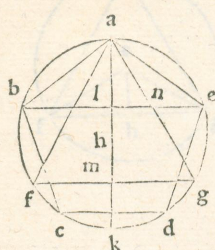
As	Deunx	Dextans	Dodrans	Bisse	Septunx
Semis	Quincunx	Triens	Quadrans	Sextans	Vncia

¶ Vnciã quoq; quã duodecimã partẽ assis fore diximus: in alias rursus 12 fra=
ctiones/ sed alia via diuiserũt. nã medietatẽ vnciæ: dixerũt semiunciã. tertiam
vero: duellã. quartã: sicilicũ. sextã: sexculã. octauã: dragmã. duodecimã: semissi
clã. decimãoctauã: tremissem. vigesimãquartã: scrupulũ. quadragesimãoctauã:
obulũ. septuagesimãsecundã: bissiliquã. nonagesimãsextã: ceracẽ. Vltimã ve=
ro quæ est centesima quadragesimaquarta pars ipsius vnciæ: siliquã nomina=
uerũt. His autẽ 12 fractionibus vnciæ posteriores adiunxere calcũ. est autem
calcus centesima nonagesimasecunda pars vnciæ. cuius additionis causa fu=
it: vt vsq; ad minimũ extremũ diatesseron & diapẽte symphoniarũ tonorũ se
mitonorũq; interuallis distinctarũ/ harũ fractionũ denominatio cõscẽderet vel
contenderet. & ipsas omnes secundũ ordinẽ talibus annotauere figuris.

2	3	4	6	8	12	18
Semiuncia	Duella	Sicilicus	Sexcula	Dragma	Hemissecla	Tremissis
24	48	72	96	144	192	
Scrupulus	Obulus	Bissiliqua	Ceraces	Siliqua	Calcus	

¶ Eius ergo quod dicitur: sensus est. Qz si in aliquo circulo pentagonus æqla
terus ĩscribatur: illud qđ fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; sextas
lineæ subtẽdẽtis vnũ ex angulis inscripti pẽtagoni/ æquale est pẽtagano. Ver=
bi gratia. Sit circulus a b c sup centrũ d: eiq; ex 11 quarti inscribatur pentago=
nus æqlaterus/ cuius duo latera vnũ ex suis angulis cõtinẽtia sint a b & b c. &
angulo b subtẽdatur linea a c: & protrahatur diameter b d e secãs lineã a c p ę=
qualia in pũcto g. sitq; d f medietas d e. & g h dupla ad h c. eritq; b f dodrãs
diametri: est enĩ tres quartæ ipsius. & a h erit dextãs vel sextãs a c: est enĩ 5 se=
xtæ eius. protrahatur autẽ linea a d. dico ꝙ illud qđ prouenit ex b f ĩ a h: est
ęquale pẽtagono inscripto circulo. Cũ enĩ a g sit perpẽdicularis ad b d: erit ex
41 primi & illud qđ ꝓuenit ex b d in a g, duplũ ad triãgulũ a b d. ideoq; quod
ꝓuenit ex b f in a g: triplũ erit ad eũdẽ triãgulũ. & qđ ꝓuenit ex b f in h g: du
plũ. & ex b f in totã a h: quincuplũ. Cũ itaq; totus pẽtagonus quintuplus sit
ad eũdẽ triãgulũ: cõstat ꝙ istud qđ fit ex b f ĩ a h, est æquale pẽtagono. Et illud

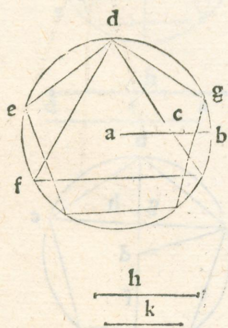




erat demōſtrandum. ¶Quod igitur ex principio propoſitum eſt: nunc alia via (ſicut promiſimus) demōſtremus. Sint itaqꝫ circulo cuius centrum h, inſcripti / pentagonus figuræ 12 baſium & trigonus figuræ 20 baſium: quas eadem ſphæra circū ſcribit. Conſtat enim ex 5 huius: ꝙ huius dodecedri pentagonus / & illius icoſedri trigonus: ab eodē circulo circū ducentur. ſitqꝫ pentagonus a b c d e: & trigonus a f g. & angulo a pētagoni ſubtendatur linea b e: quæ ex demonſtratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem ſphæra cōcludit. protrahatur itaqꝫ diameter a h k: ſecans orthogoualiter & per æqualia vtrāqꝫ duarū linearū b e & f g. hanc quidem in puncto l: illam vero in puncto m. Dico ergo ꝙ ptoportio omniū ſuperficierum dodecedri ad omnes icoſedri / quorum pētagonus & trigonus propoſito circulo ſunt inſcripti: eſt ſicut lineæ b e, quæ eſt latus cubi ab eadem ſphæra concluſi / ad lineam f g quæ eſt latus trigoni icoſedri. Cōſtat enī ex correlario 8 tredecimi: ꝙ linea h m eſt dimidium lineæ a h. ideoqꝫ a n erit dodrās diametri a k: eſt enim eius tres quartæ. Sit ergo l n: dupla ad n e. eritqꝫ b n dextans b e: eſt enī quīqꝫ eius ſextę. Itaqꝫ per præmiſſum antecedēs / quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pentagono a b c d e: quod autem prouenit ex a m in m f, e ſt æquale triangulo a f g. Igitur ex prima ſexti / proportio pētagoni ad trigonū: eſt ſicut b n ad m f. quare duodecupli illius pētagoni ad vigincuplum iſtius trigoni: ſicut duodecupli lineę b n ad vigincuplū lineę m f. quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifeſtum eſt. Duodecuplum autem b n: eſt tanꝙ decuplū b e. nam 12 dextantes: coęquāt 10 iaſſes hoc eſt 10 tota. vigincuplū vero m f, eſt tanꝙ decuplum f g: nam f g, eſt dupla ad m f. Igitur duodecupli iſtius pentagoni ad vigincuplū iſtius trigoni: eſt ſicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplum illius pentagoni eſt omnes ſuperficies dodecedri / vigincuplū autē huius trigoni eſt oēs ſuꝑficies icoſedri / & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplū f g ſicut b e ſimplæ ad f g ſimplam: erit per 11 quinti proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas / ſicut b e ad f g. Et hoc eſt quod oportuit nos demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

Diuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habentem 9
medium duoqꝫ extrema: erit proportio lineæ potentis ſupra totam lineam eiuſqꝫ maiorem portionem ad lineā potentem ſupra totam eiuſdemqꝫ minorem portionē / tanꝙ proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis viginti baſiū vna cum cubo ipſo in eadem ſphæra contenti.



¶CAMP. ¶Sit linea a b diuiſa ſecūdum proportionem habentem medium duoqꝫ extrema: & maior portio ſit linea a c. & ſuper centrū a ſecundū quātitatem lineæ a b deſcribatur circulus d b e: eiqꝫ inſcribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius vnum latus ſit d e, & ex ſecunda eiuſdem triangulus ęquilaterus cuius vnum latus ſit d f. & vni ex angulis pentagoni qui ſit d: ſubtendatur linea e g. Conſtat igitur ex 5 huius: ꝙ ſphæra circunſcribens dodecedron cuius pentagoni latus eſt d e, circunſcribit ſimul icoſedron cuius trianguli latus eſt d f. & ex demōſtratione 17 rredecimi manifeſtum eſt. ꝙ eadē ſphæra circū ſcribit cubum cuius latus eſt e g. Sumatur ergo linea h potens ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c: & ſumatur k potens ſuper totam a b & minorem eius portionem b c. Dico itaqꝫ ꝙ proportio e g ad d f, hoc eſt lateris cubi ad latus trianguli icoſedri vna cū ipſo cubo ab ipſa ſphæra contenti: eſt ſicut h ad k. Conſtat quidē quod ex correlario 15 quarti: ꝙ a b eſt tanꝙ latus hexagoni ęquilateri circulo b d e inſcripti. Igitur ex tertia huius / a c: eſt tāꝙ latus decagoni eiuſdē circuli. Itaqꝫ per 10 tredecimi / d e: potens eſt ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c. quare d e: eſt æqualis h. nam quadratum vtriuſqꝫ earum: tantum eſt quantum quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta. Patet autem ex 8 tredecimi: ꝙ d f eſt tripla potentialiter ad a b. at vero ex 5 eiuſdem patet: ꝙ k quoqꝫ tripla eſt potentialiter ad a c. Ergo ex ſecūda parte 21 ſexti ptoportio d f ad a b: eſt ſicut k ad a c. quare permu-

tatim d f ad k: sicut a b ad a c. Et quia ex demonstratione 17 tredecimi mani
festũ est q̄ si e g diuidatur secũdum proportionẽ habentem medium duoq;
extrema/ maior portio eius erit tanq̃ d e : erit per secũda huius proportio e g
ad d e, sicut a b ad a c. quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e: sicut d f ad k.
& permutatim e g ad d f: sicut d e ad k. Et quia per primã partem 7 quinti
d e ad k sicut h ad k, eo q̄ d e & h sunt ęquales: erit per 11 quinti e g ad d f, si
ut h ad k. Quod est propositum. ❡Non solum autem est proportio e g late-
ris cubi ad d f latus trianguli icosedri sicut h ad k: immo simpliciter sicut qua-
rumlibet duarum linearum vnius ad alteram/ quarum altera potest super to-
tam quãlibet lineam diuisam secũdũ proportionẽ habentem medium duoq;
extrema & super eius maiorem portitonẽ / altera vero super totam & eius mi
norem portionem. nam singularũ linearum taliũ est proportio vna. Verbi gra-
tia. maneãt prioreshypotheses circa lineas a b, h, & k. & sumatur quoq; quæ
libet alia linea quæ sit l m, diuisa secũdum proportionem habentem medium
duoq; extrema in n: & portio maior sit l n. sitq; linea p potens super totam l m
& eius maiorem portionem l n: & linea q sit potens super totam l m & eius
minorem portionem m n. Dico ergo q̄ proportio p ad q: est sicut h ad k. Con
stat enim ex secũda huius: q̄ b a ad a c, est sicut l m ad l n. ergo per primã par
tem 21 sexti/ quadrati b a ad quadratũ a c: est sicut quadrati m l ad quadratum
n l. quare coniunctim quadrati h ad quadratum a c: sicut quadrati p ad qua-
dratum l n. & permutatim quadrati h ad quadratum p: sicut quadrati a c ad
quadratum l n. Eodem argumẽtationis genere sequitur q̄ proportio quadrati
k ad quadratum q: est sicut quadrati c b ad quadratũ n m. Et quia ex secunda
huius et prima parte 21 sexti quadratum a c ad quadratum l n sicut quadratũ
c b ad quadratum m n: erit ex 11 quinti quadratũ h ad quadratũ p, sicut qua-
dratum k ad quadratum q. quare per secundã partem 21 sexti h ad p: sicut k
ad. Et permutatim h ad k: sicut p ad q. Quod erat demonstrandum. ❡Et ne
quisq̃ dubitationis locus ea quæ demõstranda restant obfuscet: præmittenda
adhuc duximus quædam/ quibus sequentia firmo demonstrationis robore in-
concussa permaneant.

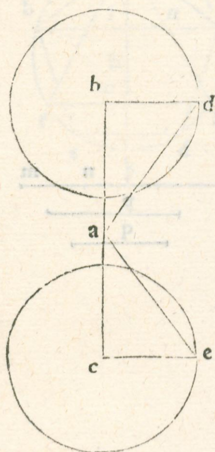
❡Si aliqua plana superficies sphæram quãlibet secet: commu-
nis sectio planæ superficiei secantis & curuæ superficiei sphæræ
erit circũferentia continens circulum.

❡Sit igitur aliqua plana superficies secans sphæram: & sit linea a b cõmunis
sectio superficiei secantis & superficiei sphæræ. dico q̄ linea a b est circũferen
tia circuli. Aut enim centrum sphæræ est in plana superficie secãte: aut extra:
Q; si fuerit in ea: ponatur vbicũq; contigerit/ & sit c. Quia ergo tota linea a b
est in superficie sphæræ/ & quia omnes lineæ ductæ a centro sphæræ ad ipsi-
us circũferẽtiam sunt æquales queãdmodum constat ex diffinitione sphęræ:
sequitur vt omnes lineæ ductæ a puncto c ad lineã a b sint æquales. Est igi-
tur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea a b, circulus: & eius
centrum est c, videlicet idẽ quod cẽtrum sphæræ. Si autem centrum spæræ fue
rit extra superficiem secantem: ponatur ergo vbilibet quod sit d, a quo secundũ
doctrinam 11 vndecimi ducatur linea d c perpendicularis ad superficiem secã
tem. & protrahantur ab eodem centro d, duæ lineæ rectæ quomodocũq; conti
gat ad lineam a b, quæ sint d a & d b: & iungatur c cũ a & cum b. eruntq; duę
lineæ d a & d b æquales: eo q̄ ipsæ sunt a centro sphæræ ad superficiẽ eius.
Ex diffinitione autem lineæ perpendicularis ad superficiem/ manifestũ est: q̄
anguli d c a & d c b sunt recti. ideoq; ex penultima primi/ & ista communi sciẽ
tia (quæ æqualibus sunt æqualia inter se sunt æqualia) erunt quadrata duarũ
linearum c d & c a pariter accepta: æqualia quadratis duarum linearum d c &
c b pariter acceptis. dempto itaq; vtrinq; quadrato d c: erit quadratũ c a ęqua
le quadrato c b. quare & linea c a: lineæ c b. Eodẽ argumentationis genere ne-
cesse est omnes lineas ductas a puncto c ad lineam a b: esse æquales. Ergo ex
diffinitione circuli/ superficies quam continet linea a b, est circulus: & eius cẽ-
trum est c. quod est propositum. ❡Ex hoc itaq; manifestum est/ q̄ cum superfi
cies secat sphæram super centrum eius: sector prouenĩens in superficie sphæ-

ræ est linea continens circulum cuius cẽtrum est centrum sphæræ. Cum autem superficies secat sphæram non super centrum eius: sector quoq; proueniens in superficie sphærę/ est linea continens circulum cuius centrum est punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro sphæræ ad superficiem secantẽ.

¶Amplius autem dico

¶Si in sphæra aliqua fuerint circuli æquales: perpẽdiculares ductæ a centro sphæræ ad superficies illorum circulorum erunt adinuicem æquales.



¶Sint in sphæra cuius centrum a, signati duo circuli b & c æquales: quorum superficies protrahantur a centro sphæræ videlicet a pũcto a, perpendiculares secundum ꝙ docet 11 vndecimi. ad hunc quidem/ a b: ad illum autem/ a c. Dico ꝙ duæ lineæ a b & a c: sunt æquales. Protrahantur enim a punctis b & c, singulæ lineæ rectę ad circũferentias illorum circulorum prout libuerit. in hoc quidem/ b d: in illo autem/ c e. & iungatur a cum d & cum e. eritq; ex diffinitione lineæ supra superficiem perpendiculariter stantis: vterq; duorũ angulorũ a b d, a c e, rectus. Atvero ex secũda parte præmissi correlarij manifestũ est/ ꝙ duo puncta b & c sunt centra circulorũ b, c: ideoq; duæ lineæ b d & c e sunt semidiametri eorũ. qui circuli cũ ponãtur æquales: sequit̃ ex diffinitione equaliũ circulorũ has semidiametros esse æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e sunt æquales/ quia sunt ductæ a centro sphæræ ad eius superficiem: erunt ex penultima primi duæ perpendiculares a b & a c æquales. Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

PRoportio corporis dodecedri ad corpus icosedri/ quę anbo vna eadẽq; sphæra includit: est sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

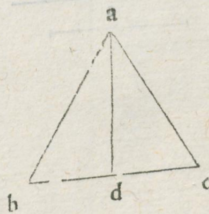
¶CAMP. ¶Hoc est quod superius post demonstrationem 1 huius / auctoritate Aristei & Apollonij cõmemorauimus: cuius demõstratio ex ijs q̃ pręmissa sunt/ euidenter elicitur. Ex 5 quidem huius manifestum est/ ꝙ circuli quorũ alter circũscribit pẽtagonũ dodecedri/ reliquus vero trigonũ icosedri/ q̃ ãbo corpora sphæra vna coercet: sunt adinuicẽ æq̃les. Itaq; erũt perpẽdiculares a centro sphæræ ad superficies omniũ circulorũ circũscribẽtiũ pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icosedri in eorũ cẽtra cadẽtes: adinuicẽ ęquales/ sicut ex pręmissis manifestũ est. nã oẽs hi circuli: teste 5 huius sicut dictũ est/ ęq̃les sunt sibi adinuicẽ. Pyramides igit̃ quarũ sunt bases pẽtagoni dodecedri & coni earũ similiter cẽtrũ sphęrę/ ac pyramides quarũ bases sunt trigoni icosedri et coni earũ similiter centrũ sphęrę: sunt æq̃ altæ. Cũctarũ quidẽ pyramidũ altitudinẽ: mẽsurãt vel determinãt a conis ad bases perpẽdiculares cadẽtes. Pyramides autẽ ęq̃ altas/ suis basibus ꝑportionales esse oportet: queãdmodũ 16 duodecimi ꝓbatũ est. Itaq; proportio pyramidis cuius pẽtagonus dodecedri/ ad pyramidẽ cuius basis trigon9 icosedri: est sicut istius pẽtagoni ad hũc trigonũ. ideoq; p 24 quĩti/ ꝑportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pẽtagonus dodecedri/ ad pyramidẽ cuius basis trigonus icosedri: sicut duodecupli illius pẽtagoni ad hũc trigonũ. ee autẽ 12 pyramides quarũ sunt bases 12 pẽtagoni dodecedri/ sunt tãq̃ totum corpus ipsius dodecedri: at 12 pentagoni tanq̃ oẽs sup̱ficies eius. itaq; ꝑportio corporis dodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonus icosedri: est sicut ꝑportio oĩm sup̱ficierũ dodecedri ad trigonũ icosedri. Quare rursus ex 24 quĩti ꝑportio corporis dodecedri ad vigĩcuplũ illius pyramidis cuius basis est trigonus icosedri: est sicut oĩm sup̱ficierũ dodecedri ad vigĩcuplũ trigoni icosedri. Cũ igit̃ vigĩcuplũ huius pyramidis sit tanq̃ totũ corpus icosedri/ at vigĩcuplũ istius trigoni tãq̃ oẽs sup̱ficies ipsius icosedri: erit proportio corp̱is dodecedri ad corpus icosedri q̃ ãbo vna eadẽq; sphęra cõcludit/ sicut ꝑportio oĩm sup̱ficierũ corp̱is dodecedri p̱iter acceptarũ ad oẽs sup̱ficies corporis icosedri p̱iter acceptas. Hoc autẽ est prædictorũ philosophorũ de ꝑportiõe horũ duorũ corporũ sentẽtia: fixa solidaq; demõstratiõe roborata.

Cui quoqꝫ adijciendum est hoc. nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icosedri vna cum ipso cubo ab eadem sphæra conclusi / sit sicut proportio omnium superficierum corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes superficies ipsius icosedri in eadem sphæra conclusi / sicut ex 8 huius demonstratum est: erit ex 11 quinti proportio corporis dodecedri ad corpus icosedri quæ ambo sphæra vna circũuoluit tanquam proportio lateris cubi cidemqꝫ sphæræ inscriptibilis ad latus ipsius trigoni icosedri. Amplius autem / quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duoqꝫ extrema / est proportio lineæ potentis super totam & eius maiorem portionẽ sicut lateris cubi alicui sphæræ inscripti ad latus trigoni corporis icosedri ab eadem sphæra circũducti / sicut ex 9 huius demonstratum est: erit etiam ex 11 quinti vt diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem mediũ duo qꝫ extrema sit proportio lineæ potentis super totam & eius maiorem portionẽ ad lineam potentem super totam & eius minorem portionem / veluti proportio corporis dodecedri ad corpus icosedri quæ ambo vna atqꝫ eadem sphæra circũscribit. Ex dictis igitur manifestũ est / ꝙ proportio lateris cubi alicui sphæræ inscripti ad latus trigoni icosedri ab eadem sphæra circũscripti / item proportio cunctarum superficierum dodecedri ad cunctas superficies icosedri quę ambo eadem sphæra circũscribit / & rursus proportio lineæ potentis super quamlibet lineam diuisam secundum proportionem habentem medium duo qꝫ extrema & super eius maiorem portionem ad lineam potentem super eandem & super eius minorem portionem / itaqꝫ iterum proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron quæ ambo vna eadẽqꝫ sphæra coercet : est proportio vna. ℂMirabilis itaqꝫ est potentia lineæ secundum proportionem habentem medium duoqꝫ extrema diuisæ. Cui cũ plurima philosophantium admiratione digna cõueniant: hoc principium vel præcipuũ ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura / vt tam diuersa solida tum magnitudine tum basium numero tũ etiã figura / irrationali quadam symphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonstratum est / ꝙ proportio dodecedri corporis ad icosedron corpus quæ ambo sphæra vna coambit: est quasi proportio lineæ potentis super quãlibet lineã secũdũ præfatam proportionem diuisam & super eius maiorem partem / ad quãlibet lineam potẽtem super eandem & eius minorem partem. ℂQuoniã vero de tribus cęteris corporibus regularibus nihil adhuc diximus : studeamus de ipsis aliquid dicere.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 IN omni triangulo æquilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basin ducatur: latus eiusdem trianguli ad ipsam perpendicularem potentialiter sesquitertium esse conueniet.

ℂCAMP. ℂSit enim triangulus æquilaterus a b c: ducaturqꝫ ab angulo a, linea a d, perpendicularis ad basin. Dico ꝙ a b est potentialiter sesquitertiũ ad a d. Sunt quidem ex 5 primi / duo anguli b & c æquales. Et quia ãguli ad d sunt recti : erit per 26 primi linea b c diuisa per æqualia in puncto d. Itaqꝫ ex 4 secundi quadratum b c: quadruplum ad quadratum b d. ideoqꝫ etiam quadratum a b: quadruplum est ad quadratum b d. est enim triangulus æquilaterus. Quare per penultimã primi quadrata duarum linearum a d & b d pariter accepta : quadruplum sunt ad quadratum b d. Itaqꝫ quadratum a d: triplum est ad quadratum b d. Constat ergo propositum.

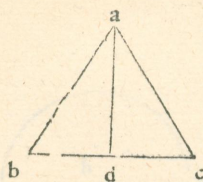


Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 OMnis trigonus æquilaterus cuius est latus rationale: superficies medialis esse probatur.

ℂCAMP. ℂSit vt prius / triangulus a b c æquilaterus: & sit latus eius a b rationale siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico itaqꝫ: ꝙ ipse triangulus est superficies medialis. Ducatur enim perpendicularis a d : a b angulo a, ad basin. eritqꝫ ex pręmissa & ex 6 decimi & diffinitione superficiei rationalis / quadratum lineæ a d rationale: & linea a d rationa

lis in potentia. Ipsa autem ex vltima parte decimę mediãte præmissa erit in commẽsurabilis lineæ a b: ideoq; & linea b d, quæ est tanq̃ eius dimidiũ. Sunt itaq; duæ lineæ a d & b d: rationales/potentialiter tantũ cõmunicantes. igitur ex 19 decimi superficies vnius earũ in alterã: est medialis. Cũq; superficies vni us earũ in alterã sit æqualis trigono a b c: constat verum esse quod diximus.



Eucli. ex Camp. Propositio 13.

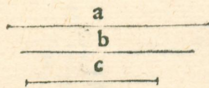

Vnctæ superficies vtriuslibet duorum solidorum quorũ 13
alterum est pyramis quatuor basium triangularium & æquilaterarum/ reliquum vero est corpus octo basiũ triãgularium & æquilaterarum/ pariter acceptæ: si diameter sphæræ ea circunscribentis rationalis fuerit / componunt superficiem medialem.

¶CAMP. ¶Nam si diameter sphæræ alterum duorum propositorum corporum circũscribẽtis fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tãtum: erit ex correlario 13 tredecimi libri latus pyramidis rationale in potentia/ & ex correlario eiusdem 15 latus quoq; corporis octo basium rationale in potentia. quare per præmissam/ trianguli qui sunt bases vtriuslibet corporis: erunt superficies mediales. Et quia trianguli vtriuslibet eorum sibi adinuicem sunt æquales: erunt ex 21 decimi omnes superficies vtriuslibet eorum pariter acceptæ cõponentes superficiem medialem/ quemadmodum proponitur.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.


I tetrachedron & octoedron vna eademq; sphæra circũ 14
scribat: erit vna ex basibus tetrachedri sesquitertia ad vnam ex basibus octoedri. Omnes autẽ bases octoedri pariter acceptas ad omnes bases tetrachedri pariter acceptas/ sesquialteram proportionem habere: necesse est.

¶CAMP. ¶Sit aliqua sphæra cuius diameter a, circũscribens pyramidẽ cuius latus b: & octoedron cuius latus c. Dico itaq; q triangulus æquilaterus cuius latus b, sesquitertius est ad triangulum æquilaterum cuius latus c: & q superficies quam cõponunt octo trianguli æquilateri cuiusq; quorũ est latus c, sesquialtera est ad superficiẽ quã cõponunt quatuor triãguli æquilateri cuiusq; quorum est latus b. Constat enim ex correlario 13 tredecimi: q quadratũ a ad quadratũ b, est sicut 6 ad 4. igitur eõuerso quadratum b ad quadratum a: sicut 4 ad 6. Ex correlario vero 15 eiusdem manifestũ est: q quadratũ a ad quadratum c, sicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportionalitatem quadratum b ad quadratum c: sicut 4 ad 3. Quadratũ autem b ad quadratum c: est sicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonũ æquilaterum cuius latus c. vtrobiq; enim: est sicut b ad c proportio duplicata ex secũda parte 18 sexti. igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c: sicut 4 ad 3. Quare constat prima pars propositi. ¶Ex quo euidenter elicitur secunda. Erit enim per conuersam proportionalitatem trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b: sicut tria ad quatuor. ideoq; octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni ęquilateri cuius latus b: est sicut octuplum ternarij ad quadruplum quaternarij. hoc autem: sicut 24 ad 16. Et quia octuplum trigoni ęquilateri cuius latus c, est omnes bases octocedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est omnes bases pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 est sesquialtera: sequitur vt superficies quam componunt omnes bases octoedri cuius latus c, ad superficiem quam cõponunt omnes bases pyramidis cuius latus b, sesquialtera (sicut diximus) in proportione respiciat.



Eucli. ex Camp. Propositio 15.

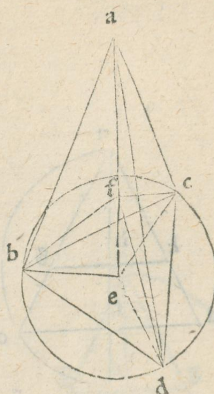

Yramide quatuor basium triangularium atq; ęquilaterarum intra sphæram quãlibet collocata/ si a quolibet an- 15
gulorum eius per centrum sphæræ recta linea ad basin

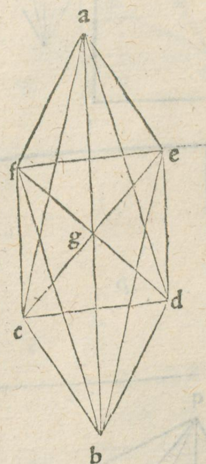
ducatur: in centrum circuli basin circũscribentis eam cadere / atq;
eidem basin perpendiculariter insistere necessario comprobatur.
¶CAMPANVS. ¶Sit pyramis a b c d, 4 basiũ triangularium atq; æquilate
rarum: intra sphæram aliquam cuius centrum sit f, collocata. & cum quilibet
quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius / & quilibet quatuor
triangulorũ esse basis: imaginemur nũc eius solidum angulum a esse conum /
& triangulum b c d imaginemur esse basin / atq; huic basi intelligamus circun-
scriptũ esse circulũ b c d. dehinc a puncto a quẽ imaginati sumus conum py-
ramidis / ducamus ad basin b c d, lineam rectam transeuntem per punctum f
qui est centrum sphæræ circũscribentis pyramidem de qua disputamus: & oc
currat hæc linea superficiei b c d quam imaginati sumus basin pyramidis / su-
per punctum e. Dico igitur ꝙ punctum e est centrum circuli b c d: & ꝙ linea
a f e est perpendicularis ad superficiem b c d. Producã enim lineas f b, f c, f
d. Et quia quatuor puncta a, b, c, d, sunt in superficie sphęrę cuius centrum f,
propter hoc ꝙ illam sphæram positum est circũscribere hanc pyramidem: erũt
omnes quatuor lineæ f a, f b, f c, f d, adinuicem ęquales. sunt enim ductæ a cẽ
tro sphæræ ad eius superficiem. Ergo quia duo latera a f & f b trianguli a f b,
sunt æqualia duobus lateribus a f & f c trianguli a f c, & basis a b basi a e, nã
pyramis posita est æquilatera: erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f
c. ideoq; per 13 primi angulus quoq; b f e: erit æqualis angulo c f e. Eodem mo
do probabis angulum d f e: esse æqualem angulo c f e. necesse est enim ex 8 pri
mi: vt angulus a f d sit æqualis angulo a f c. Quare per 13 primi angulus quo
q; c f e: erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli b f e, c f e, d f e, adinui-
cem ęquales. Protractis igitur lineis e b, e c, & e d: sequitur ex 4 primi bis as-
sumpta eas esse adinuicem æquales. ideoq; per 9 tertij punctus e: est centrum
circuli b c d. Et quia perpendicularis ducta a centro sphęrę ad superficiem cu-
iuslibet circuli eã secantis / cadit super centrũ eiusdem circuli sicut ex ijs quę prę
missa sunt videlicet ex ijs quæ 10 huius immediate præcedunt didicisti: con
uincitur lineam a f e esse perpendicularem ad superficiem circuli a b c. queãd-
modum proponitur. Si nautem: erunt eiusdem circuli duo centra. quod natu-
ra tanq̃ impossibile exhorruit.

Eucli. ex Camp. Propositio 16.

16 SOlidum octo basium triangularium atq; æquilaterarũ
quod ab aliqua sphæra circũscribitur: diuisibile est in du
as pyramides æque altas quarum altitudo æqualis est
semidiametro sphæræ / basis autem vtriusq; quadratum quod est
subduplum quadrato diametri sphæræ.

¶CAMP. ¶Esto corpus octo basium triangularium atq; æquilaterarũ cuius
sex anguli sint a, b, c d, e, f: circũscripta a sphæra cuius cẽtrum g. Constat itaq;
ꝙ sex puncta a, b, c, d, e, f, sunt in superficie sphæræ cuius centrum g. Si igitur
centrum g iungatur cum quolibet horum sex punctorum: erunt duæ lineæ iũ-
gentes ipsum eis adinuicem æquales / cum ipsæ sint a centro sphæræ ad super
ficiem. Cum autem ex correlario 15 tredecimi sit diameter sphæræ potentiali-
ter dupla ad latus huius corporis: erit ex 4 secundi latus huius corporis poten
tialiter duplum ad semidiametrum sphæræ. Quadratũ ergo e f: duplum est ad
quadratum ipsius c e. ideoq; æquale duobus quadratis duarum linearum e g
& g f. Itaq; per penultimã primi ãgulus c g f: est rectus. eadem ratione quisq;
angulorum f g d, d g e, & e g c: est rectus. quare per 14 primi / & c g d, & f g e:
est linea vna. igitur ex 2 vndecimi quinq; puncta c, f, d, e, g: sunt in superficie
vna. Manifestũ est autẽ ex 5 primi & 32 eiusdem: ꝙ quilibet quatuor angulorũ
c, e, d, e, f, est rectus. igitur ex diffinitione quadrati: superficies c e d f est qua-
drata. Et quia latus eius est latus propositi corporis: constat ex correlario 15 tre
decimi istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphæræ. Consimili
quoq; ratiocinatione constat vtrãq; duarum linearum a g & g b, cum qualibet
quatuor linearum c g, f g, d g, e g, continere angulum rectum, ideoq; ex 4 vn-



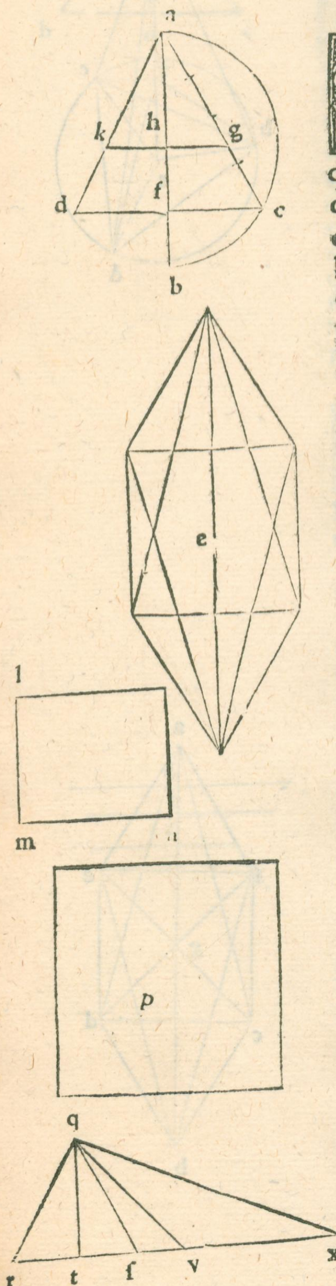


decimi vtrãqꝫ earum eſſe perpendicularem ad ſuperficiem c e d f. & ambas ſci-
licet a g & g b per 14 primi cõponere lineam vnã. Diuiſum eſt igitur propoſi-
tum corpus in pyramidem a c f d e cuius baſis quadratum c e d f quod eſt ſub-
duplum quadrato diametri ſphæræ/ & etiam altitudo linea a g quæ eſt ſemidia-
meter ſphærę: & in pyramidem b c f d e cuius baſis eſt prædictum quadratum/
& eius altitudo linea g b quæ eſt ſemidiameter ſphæræ. Et hoc eſt quod oporte-
bat oſtendere.

Eucl. ex Camp. Propoſitio 17.

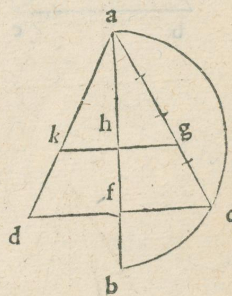


Pyramidem quatuor baſiũ triangularium atqꝫ æquila- 17
terarum ſphæra aliqua circunſcribente/ erit proportio
tetragoni qui ſub linea potentialiter ſubſeſquitertia ad
dodrãtem lateris ipſius pyramidis & ſub linea ſuper-
quincupartiente viceſimaſſeptimas eius dodrantis cõtinetur / ad
quadratum diametri ſphæræ: ſicut corporis ipſius pyramidis ad
corpus octo baſium triangularium atqꝫ æquilaterarum/ quæ am-
bo eadem ſphæra circunducantur.



CAMP. Sit ſphęra cuius diameter a b & centrũ h: circũſcribens pyrami-
dem quatuor baſium triangularium atqꝫ æquilaterarum a c d, & corpus octo-
baſium triangularium atqꝫ æquilaterarum quod ſit e. ſitqꝫ linea l m potentiali-
ter ſubſeſquitertia ad dodrantẽ lineæ a c quæ eſt latus pyramidis: & linea m n
contineat dodrantem prædictũ & eius quinqꝫ viceſimaſſeptimas. ſitqꝫ p: qua-
dratum diametri a b. Dico itaqꝫ ꝙ proportio pyramidis a c d ad octoedron
e: eſt ſicut ſuperficiei l m in m n, ad quadratum p. Imaginemur enim ſolidum
angulum a eſſe conum pyramidis: & baſin pyramidis cuius vnũ latus eſt dc,
ſecare diametrum ſphæræ in puncto f. eritqꝫ (quẽadmodum ex ratiocinatione
13 tredecimi manifeſtum eſt) a f dupla ad f b. Cũqꝫ etiã a b ſit dupla ad b h: erit
ex 19 quinti b f dupla ad h f. ideoqꝫ a f: quadrupla ad f h. Imaginemur igitur ſu-
perficiem ſecantem pyramidem a c d, ſuper centrum ſphęræ æquidiſtanter ba-
ſi ipſius: ſitqꝫ linea g k cõmunis ſectio huius ſuperficiei & trianguli a c d. eritqꝫ
ex 17 vndecimi proportio c a ad a g: ſicut f a ad a h. igitur c a ad a g: ſicut 4
ad 3. ſic enim eſt ex euerſa proportionalitate: f a ad a h. Conſtat etiam ex ſecun-
da parte 29 primi/ & 16 vndecimi/ & 10 eiuſdem/ & prima parte 2 ſexti/ & dif-
finitione ſimiliũ ſuperficierũ & ſimilium corporum: ꝙ pyramis a g k eſt ſimi-
lis pyramidi a c d. ideoqꝫ ex 8 duodecimi proportio pyramidis a c d ad pyra-
midem a g k: eſt ſicut c a ad a g triplicata. quare ſicut 4 ad 3 triplicata. Con-
ſtat autem ex 2 octaui: ꝙ proportio 4 ad 3 triplicata/ eſt ſicut 64 ad 27.
Itaqꝫ proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k: eſt ſicut 64 ad 27.
Fiat ergo triangulus æquilaterus q r ſ ex linea æquali a g, quam conſtat eſſe
dodrantem lineæ a c: & producatur linea q t perpendicularis ad r ſ. erit ex 11
huius linea q t potentialiter ſubſeſquitertia ad lineam q r: ideoqꝫ æqualis
l m. Adijciatur quoqꝫ lineæ r ſ linea ſ x: ita ꝙ proportio r x ad r ſ ſit ſicut
64 ad 27. diuidaturqꝫ r x per ęq̃lia in v: vt ſit r v 32 de partibus illis de qui-
bus r ſ eſt 27, aut r x 64. eritqꝫ r v ęqualis: m n. Et ducantur lineę q v & q x. e-
ritqꝫ ex 1 ſexti/ proportio triãguli q r x ad triangulũ q r ſ: ſicut 64 ad 27. Cum-
qꝫ per eandem triangulus q r x ſit duplus ad triangulum q r v, at ex 41 primi
quod fit ex q t in r v duplum quoqꝫ ſit ad triangulum q r v: erit quod fit ex q t
in r v (& ipſum eſt æquale ſuperficiei l n) ęquale triangulo q r x. quare propor-
tio ſuperficiei l n ad triangulum q r ſ: eſt ſicut 64 ad 27. ideoqꝫ ſicut pyrami-
dis a c d ad pyramidem a g k. Manifeſtum eſt autẽ ex 15 huius: ꝙ linea a f eſt
perpendicularis ad baſin pyramidis a c d. ideoqꝫ per 19 vndecimi linea a h: eſt
etiam perpendicularis ad baſin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g k pyrami-
dis: eſt ſemidiameter ſphæræ. Diuidatur itaqꝫ octoedron e: quẽadmodũ pro-
ponit præmiſſa. erit itaqꝫ vtraqꝫ duarum pyramidum in quas ipſum e diuidi-
tur: æque alta pyramidi a g k. nam ſingularum altitudo: eſt ſemidiameter
ſphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æque altæ/ ſuis baſibus ſunt

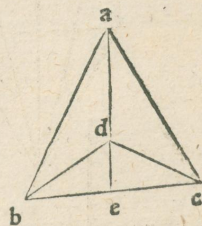
proportionales vt in 6 duodecimi demonstratum est: erit proportio pyrami-
dis a g k ad vtraq; earũ in quas diuiditur octoedron e, sicut basis eius ad ba-
ses earum. Quare per 24 quinti proportio pyramidis a g k ad totũ octoedron
e: est sicut suę basis quam constat esse æqualem triangulo q r s, ad bases amba
rum pyramidum in quas diuiditur e pariter acceptas / quas constat esse æqua-
les quadrato diametri sphæræ per pręmissam / videlicet p. Quoniam ergo pro-
portio pyramidis a c d ad pyramidem a g k est sicut ipsius tetragoni l n ad
trigonum q r s, videlicet 64 ad 27 / & pyramidis a g k ad octoedron e sicut tri
goni q r s ad quadratũ p: erit per æquã proportionalitatem proportio pyrami
dis a c d ad octoedron e, sicut tetragoni l n ad quadratum p. Et hoc erat de-
monstrandum.



¶CORRELARIVM. ¶Ex pręmissis igitur manifestũ
est / ꝙ perpendicularis veniẽs a centro sphęrę ad pyramidẽ qua-
tuor basium triangularium atq; æquilaterarum circũscribentis ad
quãlibet basin ipsius pyramidis: æqualis est sextę parti diametri
sphæræ.

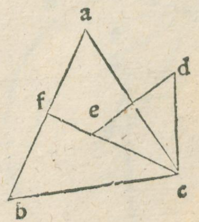
¶Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambientes sint similes & æquales:
erunt quoq; circuli ipsos circũscribentes / æquales. ideoq; perpendiculares a cen
tro sphæræ ad eosdem circulos in eorum centra: erunt etiam æquales. perpẽdi-
culares autem cadentes ad circulos: sunt perpendiculares ad bases pyramidis.
itaq; perpendiculares ad bases: sunt adinuicẽ æquales. Linea autẽ h f: est per-
pendicularis ad basin pyramidis a c d. quam h f quia constat ex prædictis es-
se sextam partem diametri a b, relinquitur ergo esse verum quod per correla-
riũ concluditur. ¶Idem aliter demonstrare contingit: si prius hoc antecedẽs fu
erit stabili ratione firmatum.

¶In omni triangulo æquilatero linea descendens ab vno angulo
rum eius orthogonaliter supra basin: tripla est ad perpendicula-
rem quæ a cẽtro circuli trigonum ipsum circũscribentis ad quod-
libet latus eius protrahitur.



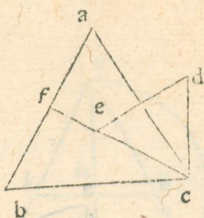
¶Sit enim triangulus a b c: æquilaterus. sitq; d centrum circuli ipsum circũ-
scribentis: a quo ducantur lineæ ad singulos angulos. quas manifestum est es-
se æquales: cum sint a centro circuli ad circũferentiam. Sint enim tria puncta
a, b, c, in circũferentia circuli ipsum trigonum circũscribentis. protrahatur au
tem a d in continuum & directum: quousq; obuiet lateri b c super punctum e.
Constat igitur ex 8 primi: ꝙ angulus a d b est æqualis angulo a d c. ideoq; ex
13 primi angulus b d e: est æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi / b e est æ-
qualis e c: & anguli qui sunt ad e, recti. Itaq; d e perpendicularis est ad b c: ve-
niens a cẽtro circuli circũscribentis trigonũ a b c. & a e perpendicularis est etiã
ad b c: veniens ab vno angulorum prædicti trigoni. Dico ergo: ꝙ a e tripla est
ad e d. Constat enim ꝙ tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis est trigono b d
c: tetragonus quoq; qui fit ex a e in e b, æqualis est trigono a b c. At quia trigo
nus a b c triplus est ad trigonum d b c: eritq; tetragonus qui fit ex a e in e b,
triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 sexti sit proportio tetrago-
ni a e in e b ad trigonum d e in e b, sicut a e ad e d: erit a e tripla ad e d. Quẽad-
modum proponitur.

¶Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo a-
licuius trigoni æquilateri super latus oppositum: transeat per cen
trum circuli trigonum ipsum circũscribentis.



¶Nunc itaq; quod promisimus absoluamus. Ad hoc autẽ imaginemur py-
ramidem quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum cuius vna ex qua
tuor basibus eius sit trigonus a b c: circũscriptam esse a sphæra cuius centrum
d. & protrahatur linea d e perpendicularis ad superficiem trianguli a b c: quam
constat cadere in cẽtrum circuli dictum trigonum circũscribentis. Dico igitur
lineam d e: esse sextam partem diametri sphæræ propositam pyramidem cir-

cunſcribentis.producam enim lineam d c:& lineam c f perpendicularem ad li
neam a b, quam c f ex proximo correlario conſtat tranſire per punctum e/& ex
præmiſſo antecedente triplam eſſe ad e f. Conſtat autem ex 4 ſecundi q; ſecun
dum q; quadratũ diametri ſphæræ cuius centrum d, eſt 36 : et quadratum ſe-
midiametri d c, 9. ex correlario autem 13 tredecimi eſt quadratũ b c: 24. & per
11 huius quadratum c f, 18. & per præmiſſum antecedens/ quadratum c e: 8.
Quia igitur ex penultima primi quadratum d c eſt æquale quadratis duarum
linearum d e & e c, eſt autem quadratum d c 9/& quadratum c e 8 prout qua-
dratum diametri ſphæræ eſt 36 : relinquitur quadratum d e vnum / prout qua-
dratum diametri ſphærę eſt 36. itaq; linea e d eſt vnum: prout diameter ſphærę
eſt 6. quod oportebat probare. ¶ Eodem demõſtrationis genere demonſtrabi
tur nobis: q; ſemidiameter ſphęræ circũſcribentis corpus 8 baſium triangulari-
um atq; æquilaterarum tripla eſt in potentia ad perpendicularem a cẽtro ſphæ
ræ circunſcribentis ipſum/ ad quãlibet ſuarum baſium deſcendentem. Conſtat
quidem quemadmodum dictũ eſt prius/ q; cum omnes baſes huius corporis
ſint æquales & ſimiles: erunt circuli ipſas circũſcribentes/æquales. ideoq; per-
pendiculares a centro ſphęrę in ipſorum circulorum centra cadentes: erunt ad-
inuicem æquales. Cũq; perpẽdiculares ad circulos baſium/ſint quoq; perpen-
diculares ad baſes: ſequitur vt perpendiculares a centro ſphæræ ad ſingulas
baſes/adinuicem ſint æquales. Si ergo quod dicimus de perpẽdiculari ad vnã
ſuarum baſium probetur: relinquetur verum eſſe quod proponitur. Sit itaq; vt
prius triangulus a b c vna ex baſibus octoedri circũſcripti a ſphæra cuius cen
trum d: & cętera quoq; fiant vt prius. Cum igitur ex correlario 15 tredecimi dia
meter ſphæræ ſit potentialiter dupla ad latus octoedri: ſequitur vt latus octoe-
dri ſit potentialiter duplum ad ſemidiametrum ſphęræ. ideoq; cum quadratũ
lineæ b c eſt 12: erit quadratum lineæ d c quæ eſt ſemidiameter ſphæræ/ 6. ex 11
autem huius cum quadratũ b c eſt 12: quadratum c f eſt 9. Et ex præmiſſo an
tecedente: quadratum c e eſt 4. Itaq; cum quadratum d c quæ eſt ſemidiame-
ter ſphęrę/eſt 6: quadratum c e eſt 4. Et quia ex penultima primi quadratũ d
c eſt æquale quadratis duarum linearum c e & e d : ſequitur vt quadratum e d
ſit duo/ prout quadratum d e eſt 6. Conſtat ergo quod diximus.



Eucli ex Camp. Propoſitio 18.

DVplum quadrati quod ex diametro ſphærę cubum cir- 18
cunſcribentis deſcribitur: æquum eſt omnibus ſuperficie
bus ipſius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoq;
quæ a centro ſphæræ ad quãlibet ex ſuperficiebus cubi produci-
tur: medietati lateris cubi eiuſdẽ æqualis eſſe ex neceſſitate conuin
citur.

¶ CAMPANVS. ¶ Manifeſtum eſt enim ex correlario 14 tredecimi: q; dia-
meter ſphærę cubum includentis/tripla eſt in potentia ad latus cubi. Cum igi
tur quadratum diametri ſphæræ triplum ſit ad quadratum lateris cubi: duplũ
quadrati diametri ſphæræ æquum erit ſexcuplo quadrati lateris cubi. Sũt autẽ
omnes ſuperficies cubi: ſex quadrata quæ ex latere cubi in ſe producuntur. ita-
q; duplum quadrati diametri ſphæræ: æquum eſt omnibus ſuperficiebus cubi.
Conſtat igitur prima pars. Secundam autem partem: ex 18 & 19 & 40 vnde-
cimi libri facile probabis.

¶ CORRELARIVM ¶ Ex his ergo euenire neceſſe eſt: vt ex medietate
lateris cubi in biſſe quadrati producti ex diametro ſphæræ ipſum cubum am-
bientis: cubi ſoliditas producatur.

EVCLIDI MEGARENSI
deputati libri qui in ordine
eſt decimuſquartus:
Finis.

EVCLIDI MEGRENSI CLARISSIMO PHI
losopho Mathematicorũq; facile principi deputatus li
ber de regulariũ corporũ proportione, traditore Hypsi
cle Alexãdrino, ac Bartholamęo Zãberto Veneto iter=
prete: q in ordine est quartus decimus. Procœmiũ.



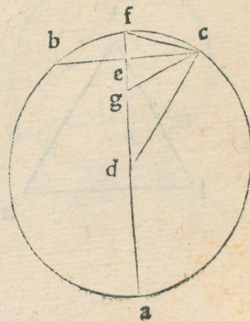
Asilides Tyrius Protarche cũ Alexan=
driam petijsset, patriq; nostro ob Ma=
thematicas disciplinas familiaris substi
tisset: cum eo, ipso pestilentiæ tempore
diu versatus est. Et quandoq; discutien=
do id quod ab Apollonio scriptum est
de dodecahedri & icosahedri in eadem
sphæra descriptorum comparatione, &
quam inter se figuræ huiusmodi habe=
ant rationem. videbatur namq; Apollonius : hęc recte minime
conscripsisse. ipsi vero enucleantes (quemadmodum pater meus
dicebat) perscripserant. Ego vero posterius aliũ comperi librum
ab Apollonio conscriptum: qui recte complectebatur eius quod
obijciebatur demonstrationem. gauisi sunt inq̃ illi valde: in pro=
blematis indagatione. Ab Apollonio namq; edictum videtur cõ
muniter considerare: nam sic circunfertur. Quod vero a nobis
rursus laboriose conscriptum visum est: ea quæ ex commentatio=
ne depræhendi, tibi discutienda esse censui propter eã quę in om=
nibus disciplinis, & in Geometria præcipue promotionẽ adhibe
tur, vt prompte ea quæ dicentur possis iudicare. tum propter be
neuolentiam erga patrem: tum ob amorẽ erga nos. Benigne igi=
tur audies ea quæ tibi trademus. Sed tempus iam esto procemio
supersedere: & constructionem exordiri.

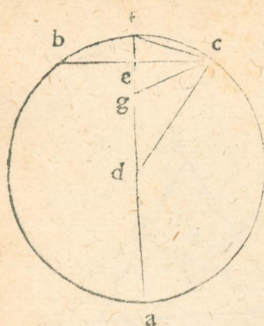
Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

1 CAMP. 1

Quæ ex centro alicuius circuli in pẽtagoni latus in eodẽ circu
lo descripti perpẽdicularis acta: dimidia est simul vtriusq; & eius
quæ ex centro: & eius quæ decagoni in eodem circulo descripti.

HYPSICLES ex Zamb. Sit circulus a b c: & in ipso a b c circulo latus
pentagoni æquilateri sit b c, assumaturq; per 1 tertij centrum ipsius circuli, sitq;
d. & in ipsam b c per 12 primi perpendicularis excitetur d e. extendaturq; in re
ctas lineas ipsius d e recta linea d e f. Dico q ipsa d e dimidia est & hexagoni
& decagoni laterum in eodem circulo descriptorum. Connectantur enim d c,
c f: & ponatur ipsi e f æqualis g e. & ab ipso g in c connectatur g c. Quoniam
quincupla est totius circuli circunferentia ipsius b f c circũferentię, & totius qui
dem circunferentiæ circuli dimidia est circunferentia a c f, ipsius autem b f c
dimidia est f c: igitur & circũferentia a c f ipsius f c circũferentiæ quincupla est.
Quadrupla igitur est a c: ipsius f c. Sicut autem a c ad f c: sic qui sub a d c an=
gulus ad eum qui sub f d c angulum. quadruplus igitur est qui sub a d c: eius
qui sub f d c. Duplus autem qui sub a d c: eius qui sub e f c. duplus igitur est qui
sub e f c: eius qui sub g d e. Est autem qui sub e f c: ei æquus qui sub e g c. du=
plus est igitur is qui sub e g c: eius qui sub g d e. æqualis igitur est d g: ipsi g
c. Sed g c: ipsi f c est æqualis. æqualis igitur est d g: ipsi f c. Est autem g e: ip
e f æqualis. æqualis igitur est & ipsa d e: simul vtriq; e f c. Communis au=
tem apponatur & ipsa d e. Vtraq; igitur simul d f c: dupla est ipsius d e. Est

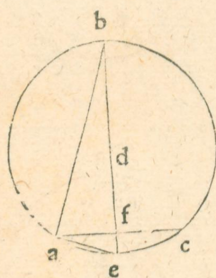




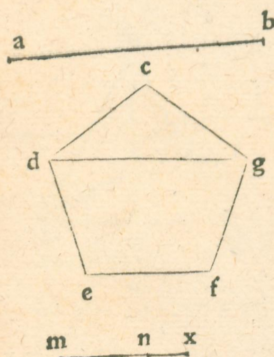
autem d f: æqualis quidem ipſius hexagoni lateri. At f c: æqualis ei quod de-
cagoni. Igitur d e: dimidia eſt & eius quod hexagoni & eius quod decagoni/
in eodem circulo deſcriptorum. Manifeſtum nempe eſt ex ijs quæ in tertio-
decimo libro theorematibus/ ꝙ ex centro circuli in latus trianguli æquilateri
perpendicularis acta: dimidia eſt eius quæ ex centro circuli.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

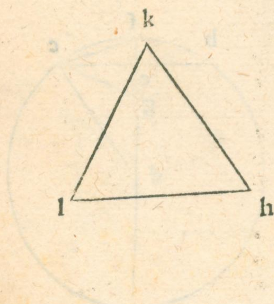
¶Idem circulus: compræhendit & dodecahedri quinquan- 2
gulum / & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcripto-
rum.



¶HYPSICLES ex Zamberto. ¶Hoc inꝗ ab Ariſtęo deſcribitur in eo libro
cuius index eſt quinqꝫ figurarum comparatio: ab Apollonio autem in ſecunda
traditione comparationis dodecahedri ad icoſahedrum / ꝙ eſt ſicut dodecahe
dri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem ſic & ipſum dodecahedrum ad ipſum
icoſahedrum / quoniam ex centro ſphærę in dodecahedri pentagonũ & in ico- C
ſahedri triangulum perpendicularis acta eadem eſt. Deſcribendum quoqꝫ a no A
bis eſt: ꝙ idem circulus compræhendit & dodecahedri pentagonum & icoſa- M
hedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum. Hoc deſcripto / ſi in circulo P.
quinquangulum æquilaterum deſcriptum fuerit: quod ex latere pentagoni & 4.
quod ab ea quæ ſub binis pentagoni lateribus ſubtenſa eſt recta linea / quincu-
plum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus a b c: & in ipſo
a b c circulo ſit latus pentagoni a c. aſſumaturqꝫ per 1 tertij ipſius circuli cen-
trum & ſit d: & in ipſam a c, per 12 primi perpendicularis excitetur d f, & ex-
tendatur in b, e. & connectatur a b. Dico ꝙ quæ ex b a, a c, quadrata: quincu-
pla ſunt eius quod ex d e quadrati. Cõnectatur a e. igitur a e: decagoni eſt. Et
quoniam b e, ipſius d e dupla eſt: quadruplũ igitur eſt quod ex b e: eius quod
ex d e. Ei autẽ quod ex b e: ęqua ſunt q̄ ex b a, a e. q̄drupla igitur ſunt q̄ ex b a,
a e: eius quod ex d e. quincupla igitur ſunt q̄ ex a b, a e, & d e: eius quod ex d e. q̄
autẽ ex d e, e a, æqualia ei quod ex a c. quincupla igitur ſunt quæ ex b a, a c:
quod ex d e.



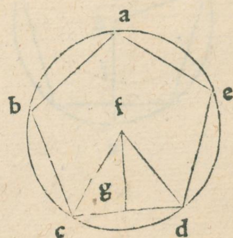
¶Hoc oſtenſo: demonſtrandum eſt ꝙ circulus idem compræhendit & dodeca C
hedri pentagonum & icoſahedri triangulum / in eadem ſphæra deſcriptorum. A
Exponatur ipſius ſphæræ diameter a b: & in eadem ſphæra deſcribatur dode- M
cahedrum & icoſahedrum. & ſit vnum quidem dodecahedri pentagonum / c d P.
e f g: icoſahedri vero triangulum / eſto k l h. Dico ꝙ quæ ex centris circulorum 5.
qui circum ipſa / ſunt æquales: hoc eſt ꝙ idem circulus compræhendit & quin-
quangulum c d e f g, & ipſum k l h triangulum. Connectatur d g. Cubi igitur
latus eſt d g: per 17 decimitertij & eius correlarium. Exponatur autem quædã
recta linea m n: vt quincuplum ſit quod ex a b, eius quod ex m n. Eſt autem
& ipſius ſphæræ diameter: potentia quincupla eius quæ ex cẽtro circuli a quo
icoſahedrũ deſcribitur. eſt igitur m n: ea quæ ex cẽtro circuli a quo icoſahedrũ
deſcribitur. Secetur per 30 ſexti m n extrema & media ratione in x: ſitqꝫ maius
ſegmentum m x. decagoni igitur ipſius circuli eſt ipſa m x per 9 decimitertij.
Et quoniam quod ex a b eius quod ex m n quincuplum eſt / triplum au-
tem quod ex b a eius quod ex d g per correlarium 16 decimi: tria igitur
quæ ex d g æqua ſunt quinqꝫ quæ ex m n. Sicut autem tria quæ ex d g ad
quinqꝫ quæ ex m n: ſic tria quæ ex c g ad quinqꝫ quæ ex m x. tria igitur quę ex
c g: quinqꝫ quæ ex m x ſunt æqualia. Quinqꝫ autem quæ ex k l: quinqꝫ quæ ex
m n & quinqꝫ quæ ex m x ſunt æqualia per 10 decimitertij. Quinqꝫ igitur quę
ex k l: æqua ſunt tribus quæ ex d g & tribus quæ ex c g. Sed tria quidem quæ
ex d g, & tria quæ ex c g: ſunt ęqualia decẽ & quinqꝫ eis quæ ex ea quę ex cen-
tro circuli ipſi c d e f g pentagono circũſcripti. patuit nãqꝫ: ꝙ quod ex d g vna
cum eo quod ex c g, quincuplum eſt eius quod ex ea quæ ex centro circũſcripti
ipſi c d e f g pẽtagono. Quinqꝫ autem quæ ex k l: æqualia ſunt decem & quin-
qꝫ eis quæ ex ea quæ ex centro circuli ipſi k h l triangulo circũſcripti. patuit ę-
quidẽ per 12 decimitertij: ꝙ quod ex k l, triplũ eſt eius quod ex ea q̄ ex cẽtro cir
culi ipſi k l h triãgulo circũſcripti. Quindeci igitur q̄ ex ea q̄ ex cẽtro: ęqua ſunt
eis quidecim q̄ ex ea q̄ ex cẽtro, æquũ eſt igit vni eorũ quod ex cetro, dimetiẽs



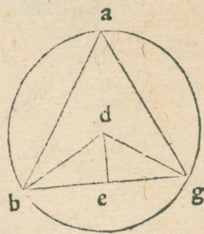
igitur: ipsi diametro est æqualis. Idem igitur circulus compræhendit & ipsius
dodecahedri: quinquangulum: & ipsius icosahedri triãgulum in eadem sphę-
ra descriptorum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

3 ℂSi fuerit pentagonum æquilaterum & æquiangulum / & cir-
C cum ipsum circulus / & ex centro perpendicularis in vnum latus a-
A cta fuerit: quod trigesies sub vno laterum & perpendiculari / æ-
M quum est ipsius dodecahedri superficiei.
P. ℂHYPSICLES ex Zamb. ℂEsto pentagonum æquilaterum & æquiangu-
6 lum a b c d e: & circum quinquangulum sit per 14 quarti circulus. & capiatur
per 1 tertij centrum / sitq; f: & ab ipso f, in c d, perpẽdicularis agatur per 12 pri
mi f g. Dico ꝙ quod sub c d, g f, trigesies: æquũ est duodecim pentagonis
quæ a b c d e. Connectantur c f, f d. Quoniam quod sub c d, g f, duplum est ip-
sius trianguli c d f: quod igitur quinquies sub c d, f g, decem triangula sunt æ-
qualia. Decem vero triangula: bina sunt quinquangula. & quinq; sexies. quod
igitur trigesies sub c d, g f: decem quinquãgulis æquum est. Duodecim autem
quinquãgula sunt ipsius dodecahedri superficies. Quod igitur trigesies sub c
d, f g: æquum est ipsius dodecahedri superficiei.



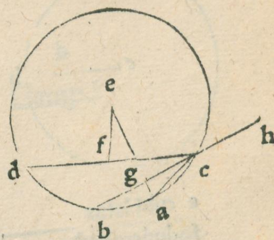
ℂSimiliter quoq; demonstrabimus / ꝙ & si fuerit triangulum ęquilaterum si-
C cut a b c, & circũ ipsum circulus / & centrum circuli d, perpendicularis vero d
A e: quod trigesies sub b c, d e, æquum est ipsius icosahedri superficiei. Quoniã
M enim rursus quod sub d e, b c, duplum est ipsius d b c: bina igitur triangula
P. ęqua sunt ei quod sub d e, b c. & tres. Sex igitur triãgula d b e: ęqua sunt tri-
7 bus eis quæ sub d e, b c. Sex autem triangula sicut d e b: æqua sunt binis a b c.
& quindecies. Quod igitur trigesies sub d e, b c: æquũ est viginti triãgulis a
b c, hoc est ipsius icosahedri superficiei. Quare erit sicut dodecahedri superfi-
cies ad icosahedri superficiem: sic quod sub c d, f g, ad id quod sub b c, d e.



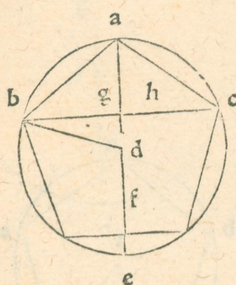
ℂCORRELARIVM. ℂEx hoc nempe manifestum est / ꝙ sicut ipsius
dodecahedri superficies ad ipsius icosahedri superficiẽ: sic quod sub latere pẽ-
tagoni & sub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli in ipsam perpen-
diculari acta / ad id quod sub latere icosahedri & sub ea quæ ex centro circa tri
angulum circuli in ipsam perpendiculari acta: in eadem sphæra descriptorũ
icosahedri & dodecahedri.

Eucli ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.

4 ℂHoc demonstrato ostendendum est / ꝙ erit vt dodecahedri su-
C perficies ad icosahedri superficiem: sic cubi latus ad icosahedri
A latus.
M ℂHYPSICLES ex Zamb. ℂExponatur per 2 theorema circulus compræhẽ
P. dens & dodecahedri quinquãgulum & icosahedri triangulum in eadem spæ-
S ra descriptorum: sitq; d b c. & in ipso d b c, describatur trianguli æquilateri la-
tus c d: quinquanguli vero a c. & assumatur per 1 tertij centrum circuli: & sit e.
et ab ipso e, in ipsas d c, c a, perpendiculares excitentur e f, e g: & extendatur
in rectas lineas ipsius e g recta linea g b, & connectatur b c. ponaturq; cubi la-
tus g h. Dico ꝙ est sicut dodecahedri superficies ad eam quę icosahedri super
ficiem: sic est h g ad d c. Quoniam enim vtraq; simul e b c extrema & media
ratione diuisa / maius segmentum est b e, & est quidem vtriusq; simul e b c di-
midia e g, ipsius autem b e dimidia est e f: & ipsa igitur e g extrema & media
ratione diuisa / maius segmentum est e f. Est autem & ipsius h c a extrema &
media ratione diuisæ maius segmentum c a: sicut in dodecahedro ostensum
est. sicut igitur h g ad c a: sic e g ad e f. æquum igitur est quod sub h g, f e: ei
quod sub c a, e g. Et quoniã est sicut h g ad c d sic quod sub h g, e f, ad id quod
sub c d, f e, ei autem quod sub h e f æquum est quod sub c a, g e: & sicut igitur
per 11 quiti h g ad c d, sic quod sub c a, g e, ad id quod sub c d, f e. hoc est sicut
dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem: sic h g ad c d.

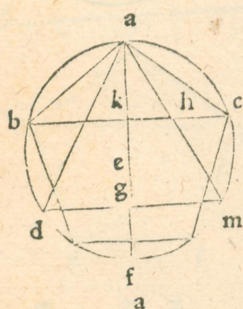


¶Aliter oſtendere/ ꝙ eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſa- hedri ſuperficiem: ſic eſt cubi latus ad icoſahedri latus ſic deſcri- pti. CAMP. 8

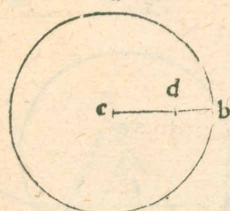


¶Eſto circulus a b c.& in ipſo circulo a b c deſcribantur quinquãguli æquila- teri latera a b, a c:& connectatur b c. aſſumaturq; per 1 tertij centrum ipſius cir- culi:& ſit d.& ab ipſo a in d cõnectatur recta linea a d: & extẽdatur in rectas li neas ipſius a d recta linea d e. ponaturq; ipſius a d rectę lineę dimidia d f:& g c ipſius c h eſto tripla. Dico ꝙ quod ſub a f, b h: æquum eſt ipſi quinquãgulo. Ab ipſo enim b: in d cõnectatur b d. Quoniam dupla eſt a d ipſius d f: hemio- lia igitur eſt a f ipſius a d. Rurſus quoniam tripla eſt g c ipſius c h: dupla eſt g h ipſius h c. hemiolia igitur eſt g c: ipſius h g. Sicut igitur f a ad a d: ſic c g ad g h. æquum igitur eſt quod ſub a f, h g: ei quod ſub d a, c g. Ipſa autem c g: ip- ſi b g eſt æqualis. quod igitur ſub a d, b g: ęquum eſt ei quod ſub a f, h g. Quod autem ſub a d, b g: bina ſunt triangula ſicut a b d.& quod igitur ſub a f, g h: bi na ſunt a b d. quinq; igitur quæ ſub a f, g h: decem ſunt triangula. Decem vero triangula: bina ſunt pentagona. quinq; igitur quæ ſub a f, g h: binis pentago- nis ſunt æqualia. Et quoniam dupla eſt g h ipſius h c: quod ſub a f, g h, duplũ eſt eius quod ſub a f, h c. Duo igitur quæ ſub a f, c h: æqua ſunt vni quod ſub a f, h g, quinq; quæ ſub a f, g h, hoc eſt bina pentagona. quare quinq; quæ ſub a f, h c: æqua ſunt vni quinquangulo. Quinquies autẽ quæ ſub a f, h c, æqua ſunt ei quod ſub a f, h b: quoniam quincupla eſt h b ipſius h c.& commune fa ſtigium eſt a f. quod ſub a f, b h, igitur æquum eſt vni pentagono.

¶Hoc demonſtrato: nunc exponatur circulus compręhendes & decagoni pentagonũ & icoſahedri triangulum/ in eadẽ ſphęra de ſcriptorum.



¶Deſcribatur in ipſo circulo a b c, pentagoni ęquilateri latera/ b a, a c:& con nectatur b c.& aſſumatur centrum circuli:& ſit e.& ab ipſo a in e connectatur a e:& extendatur a e in f. Et ſit a e, ipſius e g dupla: tripla autem k c, ipſius c h. Et ab ipſo g, ipſi a f ad angulos rectos excitetur per 2 primi g m:& extendatur in rectas lineas g d ipſi g m. trianguli ergo æquilateri eſt d m. Connectantur ipſę a d, a m. æquilaterum igitur eſt ipſum a d m triangulum. Et quoniã quod ſub a g, h b, æquum eſt ipſi quinquangulo/ quod autem ſub a g d, æquum eſt ipſi a d m triangulo: eſt igitur ſicut quod ſub a g, h b, ad id quod ſub d g a: ſic quinquangulum ad triangulum. Sicut autẽ quod ſub b h, a g, ad id quod ſub d g a: ſic b h ad d g. Et ſicut igitur per 11 quinti duodecim b h, ad viginti d g: ſic duodecim quinquangula ad viginti triãgula/ hoc eſt dodecahedri ſuperfi- cies ad icoſahedri ſuperficiem. Et duodecim quidẽ b h: ſunt decem b c. nã ip- ſa b h, ipſius a c quĩcupla eſt:& b c ipſius c h ſexcupla eſt. Sex igitur b h, ſunt æquales quinq; b c.& duplicia. viginti vero d g: decẽ ſunt d m. dupla nãq; eſt d m: ipſius d g. Sicut igitur decem b c ad decẽ d m: ſic dodecahedri ſuper- ficies ad icoſahedri ſuperficiem.& b c quidem cubi eſt latus:& d m ipſius ico- ſahedri.& ſicut igitur per 11 quinti dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſu- perficiem: ſic b c ad d m, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus.



e cubi latus
f dodecahedri
g Icoſahedri

¶Oſtendendum iam/ ꝙ (recta linea ſecta extrema & media ra- tione) qualem rationem habet potens quod a tota & quod a ma iori ſegmento ad potentem quod a tota & minori ſegmento: talẽ habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus. CAMP. 9

¶Eſto circulus a b compræhendens & dodecahedri pẽtagonũ & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum. capiaturq; per 1 tertij centrum cir culi & ſit c. & extendatur quædam ab ipſo c vtcumq; recta linea b c: ſece- turq; per 30 ſexti extrema & media ratione in d, & maius ſegmentum ſit c d. Decagoni igitur eſt latus ipſa c d: in eodem circulo deſcripti. Ex- ponatur icoſahedri latus & ſit e. dodecahedri vero:& ſit f. cubi autem:& ſit g.

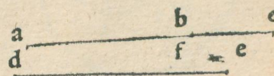
Igitur e, triãguli latus est ęquilateri:& f, pentagoni in eodẽ circulo descripti.& f:
ipsius g extrema & media ratione diuisę maius est segmẽtũ. Et quoniã e ęqua
lis est ipsi ęquilateri triãguli lateri / trianguli autẽ ęquilateri latus per 12 decimi
tertij potẽtia ipsius b c triplum est: triplũ igitur est quod ex e, eius quod ex b c.
Sunt autem & quæ ex b c, b d, eius quod ex c d tripla.& vicissim per 16 quin
ti sicut igitur quod ex e ad ea quæ ex c b, b d: sic quod ex c b ad id quod ex c d.
Sicut autem quod ex b c ad id quod ex c d : sic est quod ex g ad id quod ex f.
maius nãq; est segmentum f: ipsius g. Et sicut igitur per 11 quinti quod ex e ad
ea quę ex c b, b d: sic quod ex g ad id quod ex f. et vicissim per 16 quinti. Ac cõ
uersim sicut igit quod ex g ad id quod ex e: sic quod ex f ad ea quæ ex c b, b d.
Ei autem quod ex f: ęqua sunt quæ ex b c d. quinquanguli nãq; latus: per 10
decimitertij potest & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex g ad id
quod ex e: sic quæ ex b c, c d, ad ea q̃ ex c d b. Sicut autẽ quę ex b c d ad ea q̃
ex c d b: sic (recta linea extrema & media ratione diuisa vtcũq;) potẽs quod ex
tota & ex maiori segmento / ad potentem quod ex tota & ex minori segmẽto.
& sicut igitur per 11 quinti quod ex g ad id quod ex e: sic (recta linea vtcũq; ex-
trema & media ratione diuisa) quod ex tota potens & ex maiori segmẽto / ad
potentem id quod ex tota & minori segmento. Est autem g, latus cubi:& e, ico
sahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione secta fuerit: erit sicut po-
tẽs totã & maius segmentum ad potentem totam & minus segmẽtum / sic cu-
bi latus ad icosaheri latus in eadem sphæra descriptorum. Camp.10

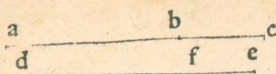
❡Ostendendum iam nunc est / ꝙ sicut cubi latus ad icosahedri
latus: sic dodecahedri solidum ad icosahedri solidum.

❡Quoniam enim æquales circuli compræhendunt & dodecahedri quinquan
gulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum / in sphæris au
tem æquales circuli æqualiter distant a centro (a centro nãq; sphæræ ad circulo
rum plana perpendiculares ductæ æquales sunt: & in centra circulorum ca-
dunt) quare a ceutro sphæræ in centrum circuli compræhendentis & icosahe-
dri triangulum & dodecahedri pentagonum æqnales sunt / perpendiculares in
q̃: æqualiter igitur fastigiatæ sunt pyramides bases habentes dodecahedri pẽ-
tagona / & bases habẽtes icosahedri triangula. Aequalis autẽ fastigij pyrami-
des: ad inuicem sunt sicut bases per 5 duodecimi. Sicut igitur quinquãgulum
ad triãgulum: sic pyramis cuius basis quidem est dodecahedri pentagonum /
vertex autem centrũ sphæræ / ad pyramida basin quidẽ habentem triangulũ /
verticem autem centrum sphæræ. Et sicut igitur per 11 quinti duodecim penta
gona ad viginti triangula: sic duodecim pyramides pentagona bases habẽtes /
ad viginti pyramides triangula bases habẽtes. Et duodecim pentagona / sunt
dodecahedri superficies: & viginti triãgula / icosahedri sunt superficies. Est igi
tur sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem: sic duodecim pyra-
mides pentagona bases habentes / ad viginti pyramides triangula bases habẽ
tes. Suntq; duodecim quidem pyramides pentagona bases habentes: solidũ
ipsius dodecahedri, viginti autem pyramides triangula bases habentes: soli-
dum sunt icosahedri. Et sicut igitur per 11 quinti dodecahedri superficies ad
icosahedri superficiem : sic solidum dodecahedri ad solidum icosahedri. Si-
cut autem superficies dodecahedri ad superficiẽ icosahedri: sic patuit esse cubi
latus ad icosahedri latus. Et sicut igitur per 11 quinti cubi latus ad icosahedri Camp.2
latus: sic solidum dodecahedri ad solidum icosahedri & quæ sequuntur.

❡Q sięb in rectæ lineę extrema & media ratione sectę fuerint /
in proportione sunt subiecta: sic ostendemus.

❡Secetur enĩ per 30 sexti a b recta linea extrema & media ratione in c: maius
autem segmentum eius sit a c. similiter quoq; & d e per 30 sexti extrema & me
dia ratione secetur in f: & maius segmentum eius esto d f. Dico ꝙ est sicut tota
a b ad maius segmentum ipsius a c: sic tota d e ad maius segmentum ipsi-
us d f. Quoniam & enim quod sub a b c æquum est ei quod ex a c, quod au-
tem sub d e f æquum est ei quod ex d f: est igitur sicut quod sub a b, b c, ad id
quod ex a c, sic quod sub d e, e f, ad id quod ex d f. Et sicut quod quater igi-
tur sub a b c, ad id quod ex a c: sic quod quater sub d e f, ad id quod ex d f.





Et componendo per 18 quinti sicut quod quater sub a b c vna cum eo quod ex a c, ad id quod ex a c: sic quod quater sub d e f vna cum eo quod ex d f, ad id quod ex d f. Quare & sicut quod ex vtraq; ipsius d e f simul ad id quod ex d f, & longitudine sicut vtraq; simul a b c ad a c: sic vtraq; simul d e f ad d f. Cōponēdo per 18 quinti sicut vtraq; a b c. vna cum a c ad a c, a b: sic vtraq; d e f vna cum d f ad ipsam d f, hoc est binę d e ad d f. & ātecedētiū dimidia hoc est sicut a b ad a c: sic d e ad d f. ¶In antiquissimo codice sic. Quare & sicut quod ex vtraq; simul a b c ad id quod ex a c: sic quod ex vtraq; simul d e f ad id quod ex d f. & longitudine sicut vtraq; simul a b c vna cum a c hoc est binæ a b ad a c: sic vtraq; simul d e f vna cum d f, hoc est binæ d e ad d f. & dimidia sicut a b ad a c: sic d e ad d f.

¶Hoc demōstrato q; (recta linea vtcūq; extrema & media ratione diuisa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore segmento ad potentem quod ex tota & ex minori segmento talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus/ hoc etiam demonstrato q; sicut cubi latus ad icosahedri latus sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiē in eadē sphæra descriptorū/ & hoc quoq; percepto q; sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiē sic ipsum dodecahedrū ad icosahedrum eo quia ab eodem circulo compræhenduntur & ipsius dodecahedri pentagonū & icosahedri triangulum: manifestū est q; si in eadem sphęra dodecahedrum & icosahedrum fuerint descripta rationem habebunt (recta linea vt cūq; extrema & media ratione diuisa) sicut potens quod ex tota & quod ex maiori segmento ad potētem quod ex tota & minori segmento. His omnibus nobis notis/ patet q; si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrū inscripta fuerint: rationem habebunt sicut (recta linea diuisa extrema & media ratione) tota potens totam & maius segmentum ad potente totā & minus segmentū. Quoniam enim est sicut dodecahedrum ad icosahedrū sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiē hoc est cubi latus ad icosahedri latus/ sicut autē cubi latus ad icosahedri latus sic (recta linea vtcunq; extrema et media ratione diuisa) potens totam & maius segmētum ad potentem totam & minus segmentū: sicut igitur dodecahedrū ad icosahedrū in eadem sphæra descriptum/ sic (recta linea vtcūq; exterma & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentum.

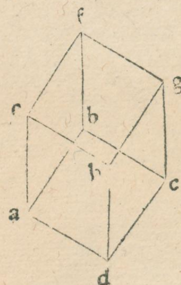
¶EVCLIDI MEGARENSI deputati voluminis: & in ordine quartidecimi ex traditione Hypsiclis Alexandrini, finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorūq; facile principis, ex tradi= tione Campani, Geometricorum Elementorum Li= ber quintusdecimus.

Propositio 1.

Eucli.ex Camp.

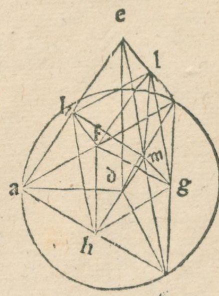
1 
Ntra propositū cubū: corpus habēs quatuor
bases triāgulas æqualiū laterū designare.
¶CAMP. ¶Sit cubus cuius basis est quadratū a b c
d: suprema vero eius superficies quadratū e f g h. Ip=
sum autē hac arte fabricare cōueniet. Quadrato basis
secūdum quālibet lineā ex 45 primi descripto/ super
singulos angulos eius ex 12 vndecimi catheti secun=
dum mēsurā lateris ipsius quadrati erigātur: quos ex
6 vndecimi cōstat esse æquidistātes. Quinq; ergo eorū
bini & bini: corausto eis imposito æquidistāter lateri
bus quadrati cōtinuētur. Cōstat igitur esse cōpositū cu
bū: nā quatuor eius laterales superficies sunt quadratæ ex 33 primi & ex 34 eius
dem & diffinitione quadrati. de suprema autē superficie manifestū est quoq;:
q; ipsa est quadrata ex 10 imo 24 vndecimi/ & hac cōmuni sciētia q̄ equalibus
sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia/ & ex diffinitione q̄drati. Si itaq; huic cu
bo libeat corpus quatuor basiū triāgulariū & æquilaterarū inscribere: in basi &
eius supficie suprema protrahātur duę diametri quarū vna cōtinuet duas ex=
tremitates infimas duorū cathetorū/ et alia cōtinuet supremas aliorū duorū q̄s
aīo intelliges esse a c & h f. dehinc a duobus pūctis h & f terminātibus diame=
trū superficiei supremę/ demitte hypothenusaliter binas & binas diametros q̄
quatuor laterales superficies diuidant. quas imaginaberis esse ab h quidem a
h & h c: atvero ab f, f a & f c. Has autem diametros in hac plana figura pro=
trahere contempsi: ne multitudo linearū confunderet intellectū. Si igitur figu=
ram hanc vt oportet/ actu vel animo cōpleueris: videbis ex sex diagonalibus
lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus/ pyramidē quatuor basiū triangu
lariū esse perfectā/ quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptā.
huius autem pyramidis bases æquilateras esse cōstat: eo q; ex 4 primi omnes
istæ sex diagonales sunt adinuicem æquales.

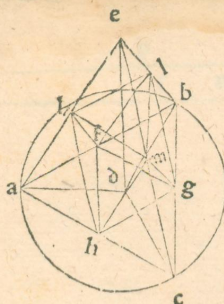


Propositio 2.

Eucli.ex Camp.

2 
Ntra datum corpus habens quatuor bases triangulas
atq; ęquilateras: corpus octo basiū triangularium ęqua
lium laterum distinguere.
¶CAMP. ¶Si ītra pyramidē quatuor basiū triāgulariū & ęquilaterarū/ octo=
edron libeat iuscribere: prius conuenit pyramidē ipsam fabricare/ quæ ratione
certa hoc modo cōponitur. Statuatur secundū cuiuslibet lineæ quātitatē trigo
nus æquilaterus qui sit a b c: cui circūscribatur circulus supra centrū d. & exe=
at d e perpendicularis ad superficiē ipsius trigoni ex 12 vndecimi/ quæ pona=
tur dupla esse in potētia ad semidiametrū circuli circūscribētis trigonū a b c:
& a puncto cadant tres hypothenusæ sup tria puncta a, b, c. Est itaq; cōpleta
pyramis quatuor basiū trilaterarū & ęquilaterarū. protrahātur enī d a, d b, d c.
Cū igitur āguli quos continet linea e d cū singulis lineis d a, d b, d c, sint recti
ex diffinitione perpendicularis ad superficiem/ cūq; quadratum lineæ e d sit ex
hypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli a b c: erit ex penultima
primi quadrarum vniuscuiusq; trium hypothenusarum linearū e a, e b, e c, tri=
plum ad quadratū semidiametri circuli a b c. Sed ex 8 tredecimi quadratum
quoq; cuiusq; trium laterum triāguli a b c: triplum est ad quadratum semidia
metri eiusdem circuli. igitur omnia latera statutæ pyramidis sunt adinuicē æ=
qualia. quare ipsa est æquilaterarū basiū. Cū itaq; sibi octoedron includere vo=
luerimus: diuidemus vnūquodq; sex laterum eius in duo media æqualia / &
cōtinuabimus mediū punctū cuiusq; lateris cū medijs pūctis cūctorū reliquo=





rum laterum cũ quibus ipsum continet & angulũ superficialẽ. verbi gratia/ diuidã latera basis in pũctis f, g, h: & hypothenusas cadẽtes ab e, in punctis k, l, m. & cõtinuabo pũctũ f: cũ pũcto g & cũ h & cũ k & cũ l. pũctũq; m: cũ eisdem g, h, k, l. & g. cũ h & cũ l. & k: cum eisdem h & l. Ecce itaq; perfectũ est corpus octo basiũ triangulariũ: ijs duodecim lineis media puncta laterũ fabricatę pyramidis iungentibus contentũ. Has autẽ octo bases ex 4. primi quoties oportet repetita æquilateras esse manifestum est: ipsum quoq; corpus statutæ pyramidi ex diffinitione inscripum/ quẽadmodum iussi eramus efficere.

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

Ntra cubum assignatum figuram octo basium triangularium æqualium laterum constituere. 3

¶CAMP. ¶Cubo intendimus inscribere octoedron. Qualiter autẽ cubũ componere oporteat: in prima huius sufficienter dictũ est. Igitur fabricato cubo/ pyramis quatuor basiũ triangulariũ & æqualiũ laterũ in eo ex prima huius designetur: ac intra ipsam pyramidẽ ex pręmissa octoedron distinguatur. quo facto: simul etiã factũ erit quod voluimus. Cõstat eñ ex ratiocinatione primę/ latera cũcta ipsius ĩscriptæ pyramidis esse diagonos basiũ cubi: & ex ratiocinatione pmissę liquet cũctos ãgulos octoedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis. quare manifestũ est: omnia ãgularia pũcta huius octoedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ¶Aliter idẽ. Cẽtris cunctarũ basiũ cubi quẽadmodũ in 9 quarti fit/ repertis: a cẽtro supremæ superficiei eius ad cẽtra quatuor lateraliũ superficierum quatuor hypothenusas demitte. & a cẽtro infimæ & ad earũdẽ lateraliũ superficierum cẽtra quatuor alias hypothenusas eleua. cẽtra quoq; quatuor lateraliũ quatuor rectis lineis cõtinua: ita videlicet q̃ cẽtra earũ tantũ quæ seinuicem secant continues. Verbi gratia. iunges centrũ anteriorũ cũ cẽtro dextræ & cũ centro sinistrę: centrũ quoq; vltimę iũges cũ eisdẽ/ hoc est cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro sinistræ. Habes itaq; corpus octo basiũ triãgulariũ: ijs 12 lineis quę cẽtra superficierum cubi continuãt/ complexũ. Si igitur has bases æquilateras esse probare volueris: a centris basiũ cubi ad cuncta ipsius latera perpẽdiculares protrahe. quas necessariũ est omnia latera ipsius cubi per æq̃lia diuidere ex secũda pte 3 tertij. Quod planũ erit: si vnicuiq; basiũ cubi circulũ circũscripseris. atq; ideo binas & binas sup idẽ pũctũ in lateribus basiũ cubi cõstat cõcurrere: easq; ex secũda parte 13 tertij patet adinuicẽ esse æquales / & æquidistantes lateribus cubi ex secũda parte 28 primi. ideoq; etiã singulas esse æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 vndecimi manifestũ est binas & binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrẽtes rectum angulum continere: eo q̃ omnes superficies cubi sunt quadratæ. Quia igitur illæ 12 lineæ centra superficierũ cubi cõtinuantes quæ & angulis quos hæc lineæ super media puncta laterum cubi concurrẽtes binæ & binæ cõtinẽt/ subtẽduntur: ipsæ erunt ex 4 primi vel etiã si maius ex penultima primi adinuicẽ ęquales. Ergo est in proposito cubo designatũ corpus octo basiũ triangularium & æquilaterarum. quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

Ntra datum corpus octo basium triangularium atq; æquilaterarum cubum figurare. 4

¶CAMP. ¶Non dubites quin corpus octo basium triãgularium atq; æquilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea super aliquod planum sursum orthogonaliter erecta/ eam per æqualia diuide. & a puncto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe: quæ cõponant lineam vnam. eruntq; hæ duæ lineæ seinuicem secantes videlicet prima quæ super positum planum est orthogonaliter erecta/ & alia quę ipsam super eius medium punctum orthogonaliter secat: in eadem superficie sitæ sunt per primam partem 2 vndecimi. Ad superficiem igitur in qua ipsæ sitæ sunt super communem punctum sectionis earum (quẽadmodum 12 docet vndecimi) perpendicularem erige / quam facias eandem superficiem in vtrãq; partem penetrare: & pone cunctas sex portiones harũ trium linearũ a puncto in quo

ſeinuicem ſecant/æquales. ſic enim quælibet quālibet per æqualia & orthogo-
naliter diuidet. ita ꝙ cum ſint tres: quæqꝫ duæ earũ/ ſalutiferę crucis veneran-
dum ſignum ad angulos rectos continebunt. A ſupremo igitur erectæ lineæ ſu
per poſitum planum puncto/ quatuor hypothenuſas ad extremitates duarum
linearum ipſam ſecantium demitte. deinde ab infimo eiuſdem erectæ puncto/
quatuor alias hypothenuſas ad eaſdem duarum ſecantium linearum extremi-
tates eleua. poſtremo quoqꝫ harum hypothenuſarũ extremitates quatuor re-
ctis lineis quadratum continentibus continua. Erunt enim hæ duodecim li-
neæ videlicet quatuor hypothenuſæ a ſupremo puncto erectæ perpendicula-
ris deſcendentes / quatuorqꝫ poſtremæ ab eius infimo puncto ſurſum eleua-
tæ/& reliquę quatuor lineæ harum hypothenuſarum extremitates continuan-
tes: ex penultima primi ſine nugationis peccato pluries repetita adinuicem ę-
quales. quare conſtat corpus ab eiſdem terminatum: octo baſibus triangulari-
bus æquilateriſqꝫ contineri. Si igitur huic corpori cubũ inſcribere delectat: cē-
tra octo triangulorum ipſum ambientium inuenire ex 5 quarti labora. eaqꝫ re-
perta 12 lineis rectis hac lege cõtinua: vt centrum cuiuſqꝫ horum triangulorũ
cum centro cuiuſqꝫ trium ad ipſius latera terminatorum/per rectam lineam co
puletur. Non eſt autem huius rei idoneum figuram in plano depingere. ideo-
qꝫ reſtat: vt quod dicitur mente concipias/ipſumqꝫ ſi placet actu & opere com
pleas. Videbis enim 12 lineas horum triangulorum centra poſita lege cõtinu-
antes/cubum continere: quem reſtat vt æquilateris rectanguliſqꝫ ſuperficiebus
demonſtres eſſe cõcluſum. nõ enim erit cubus: niſi omnes eius ſuperficies ſint
quadratæ. Ducito ergo a quolibet angulo trigonarũ ſuperficierũ octoedri: per-
pendicularem ad latus illi angulo oppoſitum. has autem perpendiculares ex
11 quartidecimi conſtat eſſe adinuicem ęquales: & diuidere latera quibus per-
pendiculariter inſiſtunt/per æqualia. ideoqꝫ binas & binas ſuper idem punctũ
lateris cui ſuperſtant conuenire. Eaſdemqꝫ conſtat ex his quę in 17 quartideci
mi demonſtrata ſunt/tranſire per centra triangulorum/ ideoqꝫ per extremita-
tes laterum incluſi corporis tranſire: ac eorum portiones quæ intra centra tri-
gonorum & latera ipſorum intercipiuntur/ex ijs etiam quę in eadem demon-
ſtrata ſunt conſtat eſſe æquales. angulos quoqꝫ ab ijs perpendicularibus binis
& binis cœuntibus contentos: ex 8 primi patet eſſe ęquales. Et quia hæ perpen
diculares/ſuęqꝫ portiones inter cētra & latera interceptæ/ eoſdem angulos am-
biunt: erunt quoqꝫ anguli quos lineæ a centris trigonorum ad latera perpendi
culariter cadentes binæ & binæ continent/ adinuicem æquales. Cũqꝫ latera illi
us corporis de quo diſputamus/ hos angulos ſubtendunt: ſequitur ex 4 primi
frequenter ſumpta corpus incluſum eſſe æquilaterũ. At quoqꝫ rectangulũ. Pro
trahantur eni diagoni in ſingulis ſuperficiebus. hos diagonos ex 4 primi om-
nes adinuicem æquales eſſe cõuinces: mediantibus angulis a duabus perpēdi
cularibus per ipſarum diagonorum extremitates tranſeuntibus cõtentis: ſi pri-
us hos angulos ex 8 primi æquales ſibi inuicem eſſe probaueris. Cum igitur
diameter tetragonarum baſium corporis huius ſint adinuicem æquales/latera
quoqꝫ earumdem baſium æqualia: neceſſe eſt ex 8 primi multoties repetita
ipſas tetragonas baſes eſſe ęquiangulas. At quia ex 32 primi oēs anguli cuiuſ-
qꝫ earum ſunt æquales quatuor rectis: ſequitur eas eſſe rectangulas. itaqꝫ ex dif
finitione quadrati ipſæ ſunt quadratæ. Igitur inſcriptum corpus manifeſtum
eſt eſſe cubum: ſicut intendimus.

Propoſitio 5.

Eucli. ex Camp.



5 PYramidem quatuor baſium triangularium atqꝫ æqui
laterarum: aſſignato corpori octo baſium triãgulariũ
quoqꝫ atqꝫ æquilaterarum inſcribere.

CAMP. Aſſignato corpori octo baſium inſcribe ſecũdũ præ-
cepta præmiſſę cubum: cuboqꝫ inſcripto inſcribe (vt docet prima huius) py-
ramidē qualis proponitur. Cũ igitur huius pyramidis anguli ſint etiam angu-
li cubi queadmodum ex demonſtratione primæ manifeſtum eſt/ cuncti autem
anguli cubi ſint ex præmiſſa in ſuperficiebus aſſignati octoedri: erunt quoqꝫ
cuncti anguli pyramidis huius in ſuperficiebus corporis octo baſiũ cui eā iu-
bemur inſcribere. quare ex diffinitione manifeſtũ eſt nos feciſſe quod quęritur.

INtra datum corpus viginti basium & æqualium laterũ: corpus duodecim basium pentagonalium æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter cõponere. 6

CAMP. Corpus 20 basium non docemus hic fabricare: quoniam ex 16 tredecimi qua conuenit arte hoc fieri/satis euidens est. Eo igitur vt ibi docetur composito/si sibi corpus 12 basium pentogonarũ atq; æquilaterarũ includere delectat: hac via procedendum est. Manifestum enim est 20 triangulos: 60 superficiales angulos habere. & quia ad constitutionem vniuscuiusq; solidi anguli corporis icosedri quinq; superficiales conueniunt/sicut ex demõstratione 16 tredecimi colligitur: constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuentis igitur vt in anteprꝯmissa/ cẽtris cunctorũ triãgulorũ totũ icosedron terminantiũ/ea 30 rectis lineis cõtinua: ita q̃ cuiusq; centrũ centris omniũ circuniacentium cum quibus cõmunicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris: videbis ex illis 30 in eis duodecim pẽtagonos constitui 12 angulis solidis dati icosedri oppositos. hos itaq; pentagonos queãdmodũ in antepræmissa fecisti de basibus cubi: ęquilateros esse probabis. Necesse est enim: vt quorũlibet triangulorum duorum idem latus habẽtium: centra eodem spatio distent. restat ergo vt eos etiam æquiangulos esse syllogises. Manifestum est autem ex ratiocinatione 16 tredecimi: datũ corpus viginti basium ab eadem sphæra cuius diameter est tanq̃ diameter huius corporis videlicet linea quæ duos eius angulos oppositos cõtinuat/esse circũscriptibile. Si igitur hæc diameter per medium secetur: punctus sectionis erit cẽtrum sphæræ ipsum circunscribentis. Ab eo itaq; ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex 11 vndecimi ducito: & a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint/ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito. deinde centrum sphęræ cum singulis angulis ipsorum pentagonorum cõtinuato. Age ergo eos proba esse æquiangulos hoc modo. Cum enim omnes circuli circũscribentes trigonos icosedri sunt æquales: erunt omnes perpẽdiculares a centro sphæræ ad ipsos venientes & in eorum centra cadentes/ æquales. omnes ergo lineæ a cẽtro sphærę ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes: sunt æquales. nam anguli pentagonorum: sunt cẽtra circulorum trigonos ipsos icosedri circũscribẽtium ex hypothesi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo superius in 14 syllogisauimus sectorem prouenientẽ in superficie sphæræ cum aliqua plana superficies sphęram secat non super centrum eius/esse circunferentiam continentẽ circulum: necesse est quinq; lineas venientes a concursu perpendicularis ductæ a centro sphæræ ad superficies omniũ pentagonorum ad quinq; angulos cuiusq; pentagoni/esse adinuicẽ æquales. itaq; omnibus his duodecim pentagonis est circulus circũscriptibilis. Cum igitur ipsi sint æquilateri: conuincitur eos esse etiã ęquiangulos. quod oportebat ostẽdere.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

INtra datum corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atq; æquiangularum: corpus viginti basium triangularium atq; ęquilaterarum fabricare. 7

CAMP. Qualiter corpus duodecim basiũ pẽtagonarũ æquilateraturm atq; æquiangulariũ cõponere oporteat: ex 17 tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti basiũ triãgulariũ & ęquilaterarũ sibi cõueniat inscribi: hic addisce. Suorũ pẽtagonorũ cẽtris (vt in 14 quarti fit) repertis/ea adinuicẽ 30 lineis hac lege cõtinua: vt vniuscuiusq; pentagoni centrũ centro cuiusq; pentagoni secũ in latere cõmunicantis iungatur. ita videlicet: q̃ vnuscuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium vel circuniacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris: obuient tibi viginti trianguli ab ijs 30 lineis centra pentagonorum continuantibus contenti. eruntq; ij viginti trianguli viginti solidis angulis ipsius dodecedri oppositi / amplectentes corpus viginti basium triangulariũ: quas æquilateras esse demonstrabimus. & erũt 12 solidi anguli huius corporis 20 basium in cẽtris 12 pentagonorum corpus dati dodecedri terminãtium. Hos itaq; 20 triangulos æquilateros esse sic proba.

A centris pentagonorum ducito perpēdiculares ad latera: eruntq; omnes perpēdiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi equos angulos continere. Et quia lineæ continuantes centra pentagonorum his āgulis/ a binis & binis perpendicularibus contentis subtenduntur: cum omnes perpēdiculares sint æquales/ erunt ex quarta primi omnes lineæ continuantes centra pentagonorū æquales. Quod est propositum. ¶ Perpendiculares autē binas & binas æquales angulos continere/ & omnes eas adinuicē esse æquales: sic collige. Ex 5 primi & 26 eiusdē cōstat singulas earū diuidere latera pentagonorū super quæ cadunt/ per æqualia: easq; esse adinuicē æquales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum. Quare binæ & binę super idem latus cadentes/ in eodē ipsius lateris puncto coibunt: eo ꝙ vtraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune/ per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas vsq; ad angulos quibus commune latus in quo coeunt oppositum/ per centra pentagonorum producito: & eisdem angulis duas lineas subtendito. quas ex demonstratione 17 tredecimi manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem sphæra cum proposito dodecedro circūscriptibili. ideoq; patet eas esse æquales: eo ꝙ omnia latera cubi sint æqualia. easdemq; liquet ex nona vndecimi esse æquidistātes: propter hoc ꝙ ambæ æquidistant cōmuni lateri in quo binæ & binæ perpendiculares conueniunt. At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus ꝑ æqualia diuidi. Itaq; per 33 primi cunctæ lineæ continuantes pūcta in quibus binæ & binæ perpendiculares super has lineas quas tanquam cubi latera fore diximus / concurrunt: sunt adinuicem æquales. nam omnes sunt tanq̄ latus cubi. Igitur ex octaua primi/ anguli cōtenti a binis & binis perpēdicularibus: sunt æquales. Quare per 4. eiusdem/lineę quoq; continuantes centra pētagonorum sunt sibiinuicem æquales. Inscriptū ergo est proposito dodecedro corpus viginti basium triangularium & æqualium laterum sicut iussi eramus.

Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 SOlido duodecim basium pentagonarum atq; æquilaterarum proposito: intra ipsum cubum distinguere.

¶ CAMPANVS. ¶ Cū dodecedron super cubi latera fabricetur vt constat ex 17 tredecimi: nimirum eo fabricato sibi cōuenit cubum inscribi. nam cum duodecim sint pentagoni / si vnius cuiusq; eorū vni angulo (prout cubi figuram videbis exigere) chordā vnā subtenderis: ex iis duodecim chordis sex æquilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes perficies. Aequilateras quidem eas esse: cōstat ex quarta primi. rectangulas autem: eodem argumentationis genere quo in sexta huius bases dodecedri dato icosedro inscripti demōstrauimus esse æquiangulas. constat quidem ex 17 tredecimi: propositum dodecedron sphæræ esse inscriptibile. Ergo a cētro illius sphæræ ad omnes has quadrilateras superficies: perpendiculares vt docet 11 vndecimi protrahe. & a puncto concursus ad singulos angulos illarū quadrilaterarū superficierum rectas lineas dirige. ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierū cū centro sphæræ iunge. eruntq; hę lineę centrum sphęræ cū angulis quadrilaterarum superficierum cōtinuantes: semidiametri sphęrę. de quarum quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis/ remanēt ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum) necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circūscriptibiles: ideoq; necesse est eas esse æquiangulas/ cum sint ęquilaterę. Et quia ex 32 primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt æquales quatuor rectis angulis: sequitur eas esse rectangulas. Nichil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 DAto dodecedro: sibi demum octoedron includere.

¶ CAMPANVS. ¶ Composito dodecedro vt in 17 tertiidecimi: sex latera suarum superficierum ea videlicet quę cathetos super sex lineas opposita latera superficierum cubi per æqualia secantes ere-

ctos tanq̄ eorum corausti iungunt: per æqualia diuide. eaq; bina & bina adin
uicem composita continua per tres lineas: quæ seinuicem super medium pū
ctum diametri cubi ex 4 8 vndecimi per æqualia secabunt. eritq;: vt quæq;
duæ earum trium seinuicem quoq; ad angulos rectos diuidant. Si igitur ha=
rum trium linearum extremitates per 12 lineas rectas continuaueris: proue=
niet tibi corpus octo basium triangularium & æquilaterarum ex 4 primi vel
si mauis ex penultima primi. Quod oportebat ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

INtra assignatum dodecedron: pyramidem quatuor ba 10
sium triangularium atq; æquilaterarū adhuc restat di=
stinguere.

¶CAMPANVS. ¶ Assignato dodecedro inscribe cubum ex 8 huius: cuboq;
pyramidem ex prima. Cū igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi vt pa=
tet ex ratiocinatione primæ/ & anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocina=
tione octauæ: erunt quoq; anguli pyramidis in angulis dodecedri. Itaq; con=
stat quod volumus.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

PRoposito icosedro: in eo cubum figurare. 11

¶CAMPANVS. ¶Icosedro inscribe dodecedron ex sexta: ac dode
cedro cubum ex octaua. Cōstat autem ex demonstratione sextę/ q;
omnes anguli dodecedri cadunt super centrū basium icosedri: & an
guli cubi sunt in angulis dodecedri. itaq; anguli cubi sunt in centris basium
icosedri. Habemus ergo propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

ICosedron datum: pyramidem quatuor basium triāgu= 12
larium atq; æquilaterarum sibi postulat inscribi.

¶CAMPANVS. ¶Si in dato icosedro ex præmissa cubum inscri=
pseris/ cuboq; ex prima pyramidē incluseris: quin postulationi ico
cedri satisfeceris hæsitandum non erit. ¶Scire autem oportet q; cū sint quinq;
regularia corpora de quorum mutua abinuicē inscriptione in hoc 15 libro de=
terminetur: si vnumquodq; eorum cuilibet cæterorum esset inscriptibile / 20
eorundem inscriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorum quinq;/ essent cæ=
tera quatuor inscriptibilia: ideoq; quater quinq; inscriptiones quod est 20: ne
cessario prouenirent. At vero pyramidi solum octo edron conueniens est in=
scribi. non enim sunt in pyramide bases aut anguli aut latera: in quibus an=
guli cubi aut icosedri aut etiā dodecedri possint extrema ipsius pyramidis cō=
tingere. Cubus quoq; solius pyramidis & octo edri/ et octoedron solius py=
ramidis & cubi: receptioni sūt apta. qualiter enim in eorum alterutro 12 angu
los icosedri/ aut 20 angulos dodecedri/ ita vt singuli in eorum singulis cadant
collocabis? Icosedron autem cum cætera conuenienti ambitione possit comple
cti: solius octoedri nequit esse receptaculum. nam octoedri sex anguli: semidia
metrali seinuicem bini & bini oppositione respiciunt/ lineæq; eos continuan=
tes sese per ęqualia orthogonaliter diuidunt: ita q; illud gloriosum signum ad
cuius intuitum consternantur dęmones/ sub rectis angulis triplicatum reddāt.
hos itaq; triangulos: neq; bases neq; anguli neq; latera icosedri possunt sub
suo situ recipere. neq; enim in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex la=
tera: hac diametrali orthogonaliq; oppositione se contuentes. Dodecedron au
tem nulli cæterorum suæ ambitionis denegauit hospitiū: immo cunctorum re
ceptorium existit. Vnde non inconuenienter dodecedri figuram antiqui Pla=
tonis discipuli ascripsere cœlo: quemadmodū pyramidis formam tribuerunt
igni/ eo q; sursum sub pyramidali figura euolet. Ac octoedri: aeri. quippe si=
cut aer ignem motus paruitate sequitur: sic octoedri forma / pyramidis for=
mam ad motum habilitate comitatur. Viginti vero basium figuram aquæ di=

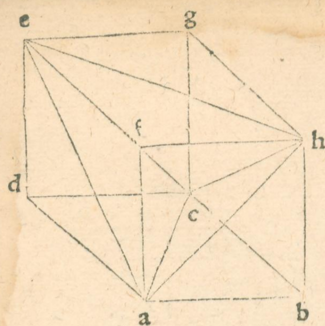
ctauerunt. nam cum ipsa basium pluralitate plus cæteris circuletur in sphærã. fluentis rei motui magis q̃ scandentis conuenire visa est. Cubum vero figurã: quidam dedere terræ. quid enim in figuris maiori ad motum violentia indiget q̃ thessera? at in elementis quid fixius constantiusq; reperitur terra? Si igitur ex 20 inscriptionib9/ tres quas pyramis nõ sustinet/binasq; a quibus natura cubi & octoedri aliena est/ rursusq; vnam cui repugnat icosedri figura/reieceris: erunt reliquæ tantum 12 inscriptiones. pyramidis quidem: sola. cubi vero octoedriq;: binæ. icosedri autem: tres. dodecedri autem: quatuor. de quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

Eucli. ex Camp. Propositio. 13

13 Abricato quouis quinq; regularium corporum: sibi sphæram inscribere.

¶CAMPANVS. ¶ Ex tertiodecimo libro itaq; manifestum est: vnumquodq; quinq; horũ corporũ esse sphæræ inscriptibile. Nũc itaq; constabit viceuersa sphæram vnicuiq; ipsorum esse inscriptibilem. A circunscribentis enim sphæræ centro ad bases vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant: quas intra centra circulorũ bases ipsas circunscribentium cadere necesse est. Cũq; omnes circuli eas circũscribentes sint æquales: eruntq; hæc perpendiculares æquales. Itaq; si secundum quantitatẽ vnius earum circulum super centrũ circunscribentis sphærę descripseris/ eiusq; semicirculum quousq; ad locum vnde moueri cœperit redeat circunduxeris: quia ipsum per extremitates cunctarum perpendicularium necesse est transire/ conuinces ex correlario 15 tertij sphæram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium contingere. Non enim plus potest sphæra de basibus corporis contingere q̃ circumductus semicirculus (dũ mouebatur) contingit. Quare assignato corpori constat nos sphæram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS ex Campani traditione decimiquinti & vltimi libri: finis.

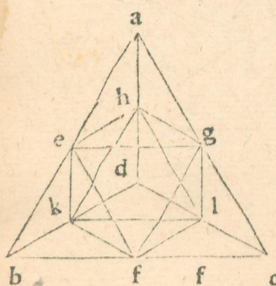


¶ EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis/ ex Hypsiclis Alexandrini/ Græci philosophi traditione: Geometricorum elementorum liber decimusquintus.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 1.



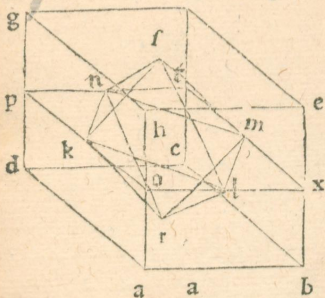
N dato cubo pyramida describere. 1
¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Esto datus cubus a b c d e f g h: in quo oportet pyramida iscribere. connectantur a c, c e, a e, a h, e h, h c. Manifestum iã: ꝙ ipsa a e c, a h c, a h e, c h e, triãgula æquilatera sunt. triangulorũ enim: diametri sunt latera. Pyramis igitur est ipsa a e c h: & describitur in dato cubo quod facere oportebat. CAMP. 1



Eucli. ex Zãb. Proble. 2. Propõ 2.

¶ In data pyramide octahedrum describere. 2

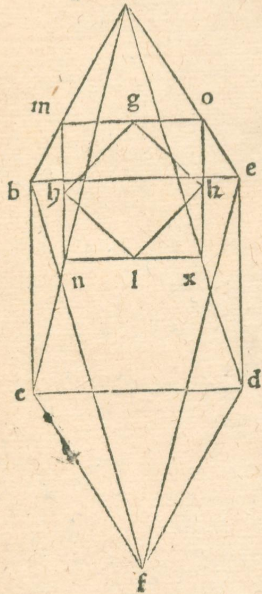
¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Esto data pyramis a b c d. seceturq; bifariam ipsis e, f, g, h, k, l, signis: & connectantur ipsæ h k, h l, e f, f g. & reliquę. Et quoniam a b dupla est vtriusq; ipsarum h k, g f: æqualis igitur est h k ipsi g f, & parallelus. similiter & h g: ipsi f k est æqualis & parallelus. æquilaterũ igitur est h k f g. Dico ꝙ & rectangulũ. Si enim ab ipsa k l, perpendiculares agãtur ad plana e f b g, e f g c, e f h g, h k f g: similiter ostendemus quæ in ipsis h k f g quadrati æquilatera. Quod facere oportebat. CAMP. 2



Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propositio 3.

¶In dato cubo octahedrum describere. 3

¶HYPSICLES ex Zamb. ¶ Esto datus cubus a b c d e f g h. Et capiantur centra insidentium quadratorum: k, l, m, n. Dico ꝙ k l m n: quadratum est. Excitentur paralleli per 31 primi: x o, p o. Quoniã igitur dupla est p o ipsius o k, & x o ipsius o l: id propterea quod ex o k igitur ei est æquũ quod ex l o. et per hoc & o k ipsi o l est æqualis. Quod igitur ex k l: duplũ est eius quod ex o l. Ac per hoc/ & quod ex m l: duplũ est eius quod ex l x. quod igitur ex k l: ęquum est ei quod ex m l. Aequilaterum igitur est k l m n. manifestum est ꝙ et rectangulum. Assumãtur ipsi b d, e g, bina quadrata/ & centra r, s: & connectãtur r l, r m, r k, r n, s k, s l, s n, s m. manifestum est ꝙ triangula efficientia octahedrum æquilatera sunt, eadem nanq; ostendemus ratione. CAMP. 3



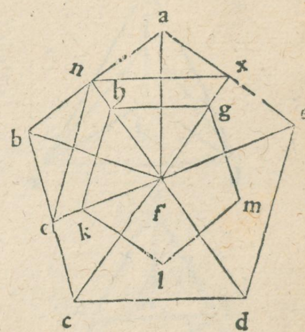
Eucli. ex Camp. Problema 4. Propositio 4.

¶In dato octahedro: cubum describere. 4

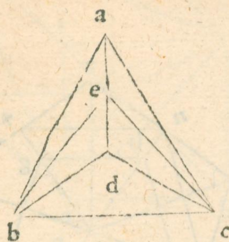
¶HYPSICLES ex Zamb. ¶ Capiãtur per primam tertij / eorum qui circũ a b c, a c d, a b e, a d e, triangula circulorum centra g, h, k, l: & connectantur g h, g k, k l, l h. Dico ꝙ g h k l est quadratum. Excitentur per 31 primi p ipsa g, h, k, l, ipsis b c, b e, c d, d e, paralleli: m n, m o, n x, x o. Quoniã igitur æquilaterum est a b c triangulũ: quæ ex a in h centrum / eius qui circũ a b c triangulum circuli / bifariam dispescit eũ qui ad a ipsius a b c trianguli. æqualis igitur est & n h ipsi h m. Ac per hoc iam & m g ipsi g o: & o k ipsi k p est æqualis. Qm̃ autẽ ipsa n m ipsi m o, & m o ipsi o x est æqualis: æqualis igiẽ & n h ipsi m g, & h m ipsi g o, & m g ipsi o k. qui autẽ sub h m g & g o k: recti. ex quo manifestum est: ꝙ g h æqualis est ipsi g k. Et id propterea iam & reliquæ. Quoniam igitur g h k l parallelogrammũ est: in vno est plano. Et quoniam dimidium est vterq; ipsorũ q sub m g h, o g k, recti: reliquus igitur qui sub h g k rectus est. Similiter & reliqui. Quadratum igitur est g h k l. Possibile autem est quæ in principio assumpta g, h, k, l, centra & parallelos cõficientia m n, n x, x o, o m: connectere ipsas g h, h l, l k, g k, & dicere ipsum g h l k quadratum. Si vero assumamus & reliquorum triangulorum centra connectamusq; eadem: ostendemus reliqua: quadrata. habebimusq; in dato octahedro cubum descriptum, quod agendum fuerat. CAMP. 4

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

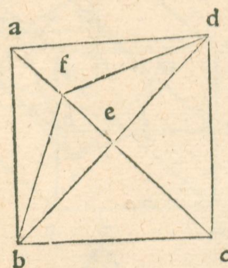
5 ¶In dato icosahedro dodecahedrum inscribere.
C ¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Exponatur quinquãgulũ ipsi⁹ icosahedri/ a b c
A d e: & cẽtra circulorũ qui circũ a f e, a f b, b f e, f c d, d f e, triãgula/ sintq; g,
M h, k, l, m. cõnectãturq; g h, h k, k l, l m, m g. Et rursus cõnexæ, f g, f h, f k: extẽ
P. dantur in x, n, o. bifariam nempe ipsæ e a, a b, b c: secabuntur in ipsis x, n,
6 o, signis. Et sicut n x ad n o: sic g h ad h k. æqualis igitur est h n ipsi k o. Si=
* militer iam & reliqua ipsius g h k l m pentagoni latera: æqualia demonstrabũ
tur. Dico ꝙ & æquiangula. Quoniam enim duæ n x, n o, ad binas g h, h k: ę=
quos compræhendunt angulos. & reliqua manifesta sunt. Intelligatur ab ipso
f ad ipsius a b c d e pentagoni planum perpendicularis acta quæ cadit in cen
trum eius qui circum pentagonum circuli. Si vero ab ipso n in signũ in quod
concurrit quæ ex f perpendicularis connectamus/ ac per h, parallelum aga=
mus ad eam: manifestum ꝙ concurrit ei quæ ex f perpendiculari/ & quę ab
ipso e parallelus rectum compræhendit angulum vna cum ea quæ ex f perpẽdi
culari. Rursus si connectamus ab ipsis f, g, in centrum eius qui circum a b c d
e pentagonum circuli: & in signum in quod concurrit quæ ex h ei quæ ex g
connexa recta quo cum eadem compræhendet. Ex quo manifestum est: ꝙ qn=
quangulum g h k l m in vno est plano.
¶Nos vero scire oportet: ꝙ si quis nos interroget quot latera habet icosahe=
drum/ sic dicemus. Manifestum ꝙ icosahedrum/ sub viginti triangulis com=
præhenditur: & ꝙ vnumquodq; triangulum tribus rectis lineis cõstat. Opor
tet igitur nos multiplicare viginti triangula in ipsa trianguli latera: fiunt sexa
ginta. quorum medietas sunt triginta. Similiterq; & in dodecahedro. Rursus
quoniam duodecim quinquangula dodecahedrum conficiunt/ & vnũquodq;
quinquangulum quinq; continet rectas lineas: efficiemus duodecies quinq;.
& fiunt sexaginta/ rursus eorum medietas sunt triginta. Cur autem dimidium
efficiamus? quia quodlibet latus etiam si fuerit triangulum siue quinquangulũ
siue quadratum vt in cubo: ex secundo capitur. Itidẽ eadem disciplina in cu=
bo & in pyramide. Et in octahedro eadẽ efficiens: latera comperies. Si vero
velis rursus vniuscuiusq; figurarum angulorũ numerũ inuenire: rursus eadem
efficiens diuide per plana compræhendentia vnum angulum solidi. Et quo=
niam icosahedri angulum quinq; triangula cõpræhendunt: diuide per qnq;.
fiunt duodecim icosahedri anguli. In dodecahedro: tria pentagona angulum
compræhendunt. diuide per tria: & viginti habebis dodecahedri angulos. Si=
militer autem & in reliquis angulos inuenies. Quæsitũ est quomodo ab vna
quaq; quinq; solidarum figurarum vno plano compræhendentium quomodo=
cunq; dato/ inuenitur & inclinatio: in quam adinuicem inclinantur compræhẽ
dentia plana vnamquamq; figurarũ. Inuentio autem (sicut Isidorus noster ma
gnus magister enarrabat) hunc habet modum. Qz quidem in cubo per rectũ
angulum dispescunt ipsum compræhendentia plana adinuicem. Manifestum
inquã. in pyramide exposito vno triangulo/ centris terminis vnius lateris/ spa
cio vero a vertice in basin perpẽdiculari acta/ ambitiones descriptæ inuicem
se secent: & ab ipsa sectione ad centra connexæ rectæ lineæ compræhendent
inclinationem planorum pyramidem compræhendẽtium. In octahedro vero
a latere triãguli descripto quadrato: cẽtris terminis diagonij/ interuallo autẽ
itidem trianguli perpẽdiculari/ describantur circũferẽtiæ: & rursus a commu=
ni sectione ad centra connexæ rectæ lineæ cõpræhendent desinẽtẽ in binas re=
ctas quæsitæ inclinationis. In icosahedro porro. latere trianguli descripto pẽ=
tagono/ cõnectatur sub binis lateribus subtensa recta linea. & centris terminis
eiusdem/ interuallo autem ipsius trianguli perpẽdiculari descriptarum circũ=
ferentiarum/ quæ ex communi sectione ad centra connexæ: compræhẽdent de=
sinentem similiter in binas rectas inclinationis icosahedri planorum. In dode
cahedro vero exposito vno quinquãgulo/ cõnexa similiter sub binis lateribus
subtensa recta linea cẽtris terminis eiusdem interuallo autem acta perpendicu
lari a bifaria sectione ipsius in parallelum ei latus pẽtagoni describantur circũ
ferẽtiæ. & quæ a signo in quod inuicem concurrunt ad centra connexæ: simili=



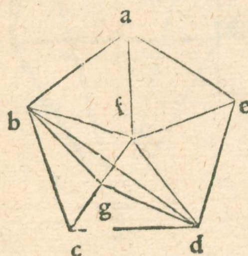
ter comprehendent desinentem in binas rectas inclinationis planorum dodecahedri. ¶Sic quidē clarissimus vir dictus reddidit rationem eorum quæ dicta sunt: clare in quouis patefacta demonstratione. In quo aperta fuit in ipsis demō stratio inspecta: vniuscuiusq; rationē aperte exponam/primūq; in pyramide.



¶Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa a b c d: basi a b c, fastigio vero d. & secto ipso a d latere per 10 primi bifariam in e: cō nectantur b e, e c. Et quoniā a d b, a d c, triangula equilatera sunt/& a d bifariā secatur: ipsæ igitur b e, c e, perpendiculares sunt in ipsam a d. Dico q; angulus q sub b e c: est acutus. Qm enim dupla est a c ipsius a e: quadruplum est quod ex a c eius quod est a e. Sed quod ex a c: æquum est eis quæ ex a e, e c, per 47 primi. quorum quod ex a c ad id quod ex c e rationem habet quam 4 ad 3. & est equalis c e ipsi e b. quod igitur ex b c: minus est eis quæ ex b e, e c. acutus igitur est qui sub b e c. Quoniam igitur binorum planorum a b d, a d c, cōmunis sectio est a d, & communi sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ i vtroq; ipsorum planorum actæ b e, e c, & acutum angulum comprehendunt: angulus igitur qui sub b e c inclinatio est planorum. & est datus. datum enim b c latus existens trianguli. & vtraq; ipsarum b e, e c, perpendicularis subsistēs equilateri trianguli/centris nimirum b, c, hoc est terminis vnius lateris/ interuallo vero trianguli perpendiculari descripti ambitus: sese inuicem in e signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa b c connexæ rectæ lineæ: comprehendunt planorum inclinationem, id autem erat dictum. Et q; centris quidem b, c, interuallo autem trianguli perpendiculari descripti circuli adinuicem se secent: perspicuum est. vtraq; enim ipsarum b e, e c, maior est dimidia ipsius b c. cētris autem b c, interuallo autem dimidia ipsius b c descripti circuli: sese inuicem tangunt. Si vero minor fuerit: neq; se tangunt neq; dispescunt. si vero maior: omnino secant. & sic in pyramide hæc cōsequens aperte apparet ratio.



¶Intelligatur rursus in quadrato a b c d, pyramis verticē habens e. & ipsam cōprehendentia bifariam basis triāgula æquilatera. erit autem a b c d e pyramis: dimidium octahedri. secetur per 10 primi vnum latus vnius trianguli a e bifariam in f: & connectantur b f, d f. equales igitur sunt b f, d f: & perpendiculares in a e. Dico q; angulus qui sub b f d obtusus est. connectatur enim b d. Et quoniam quadratum est a c, dimetiēs autem b d: quod ex b d duplū est eius quod ex d a. Quod autem ex d a: ad id quod ex d f rationem habet (sicut in præcedē ti dictum est) quam 4 ad 3. & quod ex d b igitur ad id quod ex d f: rationē habet quam octo ad tria. æqualis autem est d f ipsi f b. Quod igitur ex d b: eis quę ex b f, f d, maius est. Obtusus igitur est qui sub b f d. Et quoniam binis planis se inuicem secātibus hoc est a b e, a d e, communis sectio est a e, & ad rectos angulos ei in vtroq; ipsorum planorum actæ sunt/ipsæ aūt b f, d f, obtusum comprehendunt: qui igitur sub b f d angulus desinit in binas rectas inclinationis ipsorum a b e, a d e, planorum. Si datus fuerit igitur qui sub b f d: datur quoq; dicta inclinatio. Quoniam igitur datur triangulum octahedri & vnum latus octahedri est a d/& ab ipsa quadratum describitur a c: datusq; & dimetiens b d, existens ipsius quadrati. Sed & b f, f d: ipsius trianguli perpendiculares. Quare & qui sub b f e angulus datur. Descriptio igitur quadrato ex latere trianguli sicut a c, & connexa diametro sicut b d, si centris b d, interuallo autē triāguli perpendiculari circulos describamus: se inuicem in f dispescent. Et quæ ex fin centra connexę rectæ lineę: comprehendunt inclinationem eam quæ sub b f d, quæ desinit in binas rectas (sicut dictū est) ipsorum planorum inclinationis. Et hic perspicuum est quidem sicut vtraq; ipsarum b f, f d, est dimidia ipsius b d maior. ac per hoc in organica constructione circulos sese inuicem dispescere necesse est. Et ex demōstratione manifestū sit sicut b d ad a f potētia rationem habet quā octo ad tria/dimidia vero ipsius b d potētia quadrupla est: & perinde maior est vtraq; ipsarū b f, f d, dimidia ipsius b d. & hæc inq̃ de octahedro.



¶In icosahedro aūt intelligatur pentagonum æquilaterum a b c d e: & in eo pyramis verticem habens f. Quia triangula ipsam comprehendentia ęquilatera sunt: erit iam ipsa a b c d e pyramis pars icosahedrę figuræ. Secetur vnū latus vnius trianguli f c bifariam in g. & connectantur b g, g d, æquales existentes & perpēdiculares factæ in ipsam f c. Dico q; qui sub b g d angulus obtusus

est.& ibidem manifestum est.nã cõnexa recta linea b d:obtusum quidẽ explicat
eum qui sub b c d ipsius pentagoni angulum.hoc autem: maior qui sub b g d.
ipsę nanq; b g,g d:ipsis b c,c d,sunt minores.similiter iam & in ijs quæ ante
hunc/ꝙ qui sub b g d angulus desinit in binas inclinationis ipsorum b fc, c f
d,triangulorum : hac data/data erit & inclinatio ipsius icosahedri planorum.
A latere nanq; trianguli icosahedri descripto quinquãgulo connexa sub binis
lateribus subtensa pentagoni sicut in ipsius b d datæ descriptione/similiter autẽ
& ipsarum b g, g d,perpendicularium triangulorum : datur & qui sub b g d.
Si enim centris limitibus eius q̃ sub binis lateribus subtensa pentagoni sicut
b d, interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari circuli describantur: seca
bunt seinuicem sicut in g.& quæ ex g ad ipsam b d connexæ rectæ lineæ: com=
præhendent desinentem sub binis rectis ipsorum planorum inclinationis.& hic
quidem ex descriptione manifestum est:ꝙ vtraq; ipsarum b g,g d,maior est di
midia ipsius b d.

¶Instrumentali quoq; fabrica est ostendere.Intelligatur separatim æquilaterum
quidem triãgulum h k l .ab ipso autem k l, quinquãgulũ describatur k m n x l:
& connectatur m l.excitetur q; per 12 primi perpendicularis ipsius h k l trian=
guli,h o.Dico ꝙ ipsa h o maior est dimidia ipsius m l subtendentis inclinatio
nem planorum.Acta ab ipso k in ipsam m l perpendiculari ipsa k p , quoniã
qui sub k l p maior est tertio recti hoc est eo qui sub k h o:constituatur ei qui
sub k h o æquus qui sub p l r.ipsa igitur p l: perpendicularis ẽ æquilateri triã
guli cuius est lat9 r l.quare qđ est ex r l:ad id qđ ex l p,rationem habet quam 4
ad 3.maior autem ẽ k l:ipa l r.Quod igitur ex k l : ad id quod ex l p,maiorem
rationẽ habet q̃ 4 ad 3.habet autem & ad id quod ex h o:quã 4 ad 3 .Ipsa igit
k l:ad l p maiorem rationem habet q̃ ad h o.maior igitur est h o:ipsa l p.

¶In dodecahedro sic intelligatur vnum cubicum a quo dodecahedrum descri
bitur & sit a b c d:& bina plana dodecahedri hoc est a e b f g, g d h c f. Dico iã
& hic datam esse/binorum quinquangulorum inclinationem.Secetur per 10 pri
mi f g bifariam in k: & ab ipso k ipsi f g per 11 primi ad angulos rectos excitẽ
tur in vtroq; planorum k l,k m,& connectatur m l.Aio primum ꝙ qui sub m k l
angulus obtusus est.Ostensum autem est in decimotertio elementorum volumi
ne/siue statu dodecahedri: ꝙ quæ ex k perpendicularis acta in a b c d quadra=
dratum dimidia est lateris pentagoni.quare minor est dimidia ipsius m l.& id
propterea qui sub m k l angulus obtusus est.Simulq; ostensum est in eodẽ theo
remate ꝙ & quod quidem ex k l,æquum est ei quod ex dimidio lateris cubi &
ei quod ex dimidio lateris pẽtagoni.quare quoniam eadẽ k l & k m sunt æqua
les/& maiores sunt dimidia ipsius m l:dato igitur angulo sub m l k,desinens in
binas rectas inclinatio erit planorum videlicet data.Quoniam igitur latus a b
c d quadrati subtendens est bina latera pentagoni/daturq; & pẽtagonum:datur
ergo & m l.Daẽ autem & vtraq; ipsarum m k,k l.perpendiculares etenim sunt
a bifaria sectiõe a b sub binis subtensa lateribus in parallelum eidem latus pen
tagoni vt f g.Datur igitur qui sub l k m desinens (sicut dictum est)in binas re=
ctas quæsitę inclinationis.Bene igitur in instrumentali fabrica dixit sicut oper
tet dato pẽtagono/connectere subtensam sub binis lateribus quæ æqualis fit ip
sius cubi lateri:si centris limitibus ipsius/interuallo vero ab ipsa bifaria sectio=
ne acta perpendiculari in parallelũ eidem pẽtagoni latus/sicut in descriptione
k l,k m,descriptæ circũferentiæ: & ab ipso commissuræ circunferentiarum si=
gno ad centra connectere rectas lineas comprehendentes desinentem in binas
rectas inclinationis ipsorum planorum.ꝙ enim ipsa l k perpẽdicularis maior
est dimidia ipsius m l:dictum est/sicut i elementis simul etiã est ostensum.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHI
losophi Mathematicorũq; facile principis,primũ ex Cãpa
ni, deinde ex Theonis in priores tredecim,& Hypsiclis
Alexandrini i duos posteriores, Gręcorũ philosophorũ tra
ditionibus, Bartholamæo Zãberto Veneto interprete:geo
metricorum Elementorum librorum quindecim. Finis.

QVAE INTER LEGENDVM ANNOTATA FVERVNT.

Folio	Facie	Linea	
3	1	tates	lege. eos recipiens
3	1		in margine vbi secundo habetur Linea recta lege. Superficies plana
3	2	qualia	ege. eadem tamen.
4	1	bet	lege. tertius
4	1	merus	lege. sicut magnitudo in infinitum minuitur.
4	2	¶Planus	abundat in fine: syllaba. gen.
5	2	quod est	lege. lineæ b a & b d vsq;
5	2	linea a h	lege. in puncto b
6	2	super	lege. per conuersionem penultimæ conceptionis.
6	2	tur	lege. per penultimam conceptionem
25	1	sunt	lege. quæ ex a c & cb
25	1	quod bis	lege. quod bis fit sub a c & cb
25	1	c b	lege. bis fit sub a c & cb
46	2		in vltima figura loco h pone e: & loco e pone h. Item loco g pone c: & loco e pone g.
62	2	¶Conuersa	lege. ¶Permutata
62	2	¶Permutata	lege. ¶Conuersa
94	2	positis	lege a b & c d
151	1		in secunda figura loco f pone d. loco d pone e. loco e pone f
192	1	fa	lege. duabus f b, f c,
192	1	& basis	lege. basi f c. & in fine sub f b
192	1	b	lege. c est æqualis
220	2		in figuris duc lineas f m & k n.
247	2		in vltima figura duc lineam a f
248	2		in vltima figura duc lineam e g

Hæc sunt quæ recognitione digna comperimus: quippe quæ Mathematicam intelligentiam offendere aut interturbare possent. Si qua sunt alia quæ omiserimus: candidi ipsi lectores inter legendũ vel facile castigabunt.

Codices quaterni.

a.b.c.d.e.f.g.h.i.k.l.m.n.o.p.q.r.f.t.v.x.y.A.B.C.D.E.F.G.H.

Terni.

z &

Quinternus

I

